

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

На правах рукописи

Пупков Максим Владимирович

**Проектирование траекторий перелетов космического аппарата
из окрестности солнечно-земной точки либрации
к сближающимся с Землей астероидам**

2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением
летательных аппаратов

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор
Старинова Ольга Леонардовна

Самара – 2026

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1 Анализ миссий около точек либрации и роль потенциально опасных астероидов в контексте проблемы астероидно-кометной опасности	9
1.1 Точки либрации и динамика движения тел в их окрестностях	9
1.2 Завершенные и текущие проекты около солнечно-земных точек либрации	17
1.3 Проблема астероидно-кометной опасности и обзор космических миссий к астероидам	23
1.4 Точки либрации в задаче проектирования траекторий перелетов космических аппаратов к астероидам	28
Выводы по первой главе	30
2 Постановка задачи диссертационного исследования и обоснование используемого математического инструментария	31
2.1 Формулирование задачи диссертационного исследования	31
2.2 Описание методики оперативного анализа возможности пролета космического аппарата около астероида без ухода с ограниченной орбиты в окрестности исходной точки либрации	34
2.3 Методологическая основа разработки методик проектирования траекторий перелетов космического аппарата с орбиты вокруг солнечно-земной точки либрации к потенциально опасным астероидам	38
2.4 Описание математической модели движения космического аппарата	39
2.5 Моделирование и анализ исходных ограниченных орбит	43
Выводы по второй главе	48
3 Методика изменения существующей ограниченной орбиты для обеспечения сближения космического аппарата с потенциально опасным астероидом	49
3.1 Описание предлагаемой методики проектирования траекторий перелетов	49

3.2 Результаты расчета траекторий перелетов космического аппарата с орбиты «Спектр-Рентген-Гамма» к астероиду Апофис.....	52
3.3 Результаты расчета траекторий перелетов для других случаев	62
3.4 Границы применимости разработанной методики проектирования траекторий перелетов.....	83
Выводы по третьей главе.....	85
4 Методика проектирования траектории перелета космического аппарата к потенциально опасному астероиду в пределах грависферы влияния Земли со сходом с существующей ограниченной орбиты и с возвращением на ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации	87
4.1 Описание предлагаемой методики проектирования траекторий перелетов.	87
4.2 Результаты расчета траекторий перелетов космического аппарата с орбиты «Спектр-Рентген-Гамма» к астероидам Апофис, 2001 WN ₅ и 1997 XF ₁₁	94
4.3 Результаты расчета траекторий перелетов для других случаев	104
4.4 Заключение о применимости разработанной методики	122
Выводы по четвертой главе.....	123
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	125
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	127
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	128
ПРИЛОЖЕНИЕ А	141

ВВЕДЕНИЕ

В диссертации рассматриваются вопросы проектирования низкоэнергетических баллистических схем перелетов космического аппарата (КА) к астероидам, сближающимся с Землей (АСЗ), в частности к потенциально опасным астероидам (ПОА). В предлагаемых схемах КА начинает движение к ПОА с ограниченной орбиты в окрестности солнечно-земной точки либрации L_1 или L_2 , а после пролета астероида возвращается на ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации. В текущем исследовании рассматриваются только точки либрации системы Солнце-Земля.

Актуальность темы исследования. Точки либрации представляют огромный научный интерес для космических миссий. Начиная с 1978 года на ограниченные орбиты (т. е. орбиты, близкие к периодическим орбитам относительно точек либрации, на которых КА может находиться длительное время) было выведено свыше десяти КА, причем вблизи точки L_1 в большинстве своем функционируют аппараты для наблюдения Солнца, а около точки L_2 размещаются космические обсерватории и телескопы. В диссертации предлагается разместить на ограниченной орбите вокруг точки либрации L_2 КА, целью которого будет последовательное изучение нескольких АСЗ. Проведенный анализ показал, что только в период с июня 2028 года по апрель 2029 года три таких объекта пройдут вблизи точки либрации L_2 . Использование одного КА для исследования нескольких астероидов существенно повысит научную эффективность миссии. Однако в настоящее время не разработаны методики проектирования низкоэнергетических траекторий перелетов с возвращением на ограниченную орбиту в окрестности исходной точки либрации, а также методика оперативной оценки возможности пролета около небесного тела при ограничении на потребный расход топлива. Поэтому рассматриваемая в диссертации проблема является актуальной.

Степень разработанности. Вопросами движения КА по орбитам в окрестностях точек либрации занимались И.С. Ильин, М.Л. Лидов, А.П. Маркеев,

В.В. Сазонов, О.Л. Старинова, А.Г. Тучин, Н.А. Эйсмонт, J. Cobos, D.W. Dunham, R.W. Farquhar, G. Gomez, H. Hechler, K.C. Howell, W.S. Koon и др. Исследования в области применения орбит вблизи точек либрации для осуществления перелетов КА к астероидам проводили С.А. Аксенов, С.А. Бобер, Н.А. Эйсмонт, D.W. Dunham, E. Fantino, R.W. Farquhar, K.C. Howell, E. Marin, A. Mereta, Y. Wang и др. В большинстве работ точки либрации рассматриваются для проектирования миссий достижения астероидов исключительно в дальнем космосе. Проблема построения низкоэнергетических траекторий перелетов КА с орбиты, связанной с точкой либрации L_1 или L_2 , к ПОА с последующим возвращением на орбиту в окрестности исходной точки либрации с ограничением на суммарную характеристическую скорость маневра в этих исследованиях не рассматривалась.

Цель работы состоит в разработке методик проектирования низкоэнергетических перелетов КА с ограниченной орбиты около точки либрации L_1 или L_2 системы Солнце-Земля к ПОА, при выполнении которых сближение аппарата с небесным телом осуществляется в пределах грависферы влияния Земли, а также обеспечивается возвращение КА в окрестность исходной точки либрации.

Грависфера влияния Земли – сфера радиуса $R = 2.5$ млн км с центром в центре масс Земли.

Для достижения поставленной цели в диссертации решаются следующие **задачи**:

1. Исследование особенностей движения КА по ограниченным орбитам в окрестности точки либрации L_1 или L_2 и анализ движения ПОА вблизи этих орбит.

2. Разработка методики оперативного приближенного анализа возможности пролета КА около ПОА без ухода с ограниченной орбиты в окрестности исходной точки либрации при ограничении на суммарную характеристическую скорость маневра.

3. Разработка методики формирования программного управления движением центра масс КА с целью изменения существующей ограниченной орбиты так, чтобы сближение с ПОА обеспечивалось на новой ограниченной орбите в окрестности исходной точки либрации.

4. Разработка методики проектирования траектории перелета КА к ПОА в пределах грависферы влияния Земли со сходом с существующей ограниченной орбиты и с возвращением на ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации с использованием траекторий, входящих в устойчивые и неустойчивые инвариантные многообразия, и формирования требуемого программного управления движением центра масс КА.

5. Выбор управляющего воздействия по разработанным методикам и проведение моделирования траекторий перелетов к ПОА для КА, функционирующих в настоящий момент в окрестности точки либрации L_2 .

Для решения поставленных задач использовались следующие **методы исследований**: методы небесной механики, численное интегрирование систем дифференциальных уравнений движения КА, численные методы решения алгебраических уравнений.

Объектом исследования является управляемое движение центра масс КА вблизи точек либрации L_1 и L_2 .

Предметом исследования являются методики формирования программного управления движением центра масс КА для обеспечения сближения с ПОА в пределах грависферы влияния Земли с последующим возвращением на ограниченную орбиту в окрестности исходной точки либрации.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

1. Предложена и обоснована методика оперативного анализа возможности пролета КА около ПОА без ухода с ограниченной орбиты в окрестности исходной точки либрации при ограничении на суммарную характеристическую скорость маневра.

2. Предложена и обоснована методика формирования программного управления движением центра масс КА с целью изменения существующей ограниченной орбиты так, чтобы сближение с ПОА обеспечивалось на новой ограниченной орбите в окрестности исходной точки либрации.

3. Предложена и обоснована методика проектирования траектории перелета КА к ПОА в пределах грависферы влияния Земли со сходом с существующей

ограниченной орбиты и с возвращением на ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации с использованием траекторий, входящих в устойчивые и неустойчивые инвариантные многообразия, и формирования требуемого программного управления движением центра масс КА.

Достоверность результатов обеспечивается обоснованностью принятых допущений в математической модели движения КА, корректным применением методов небесной механики и согласованностью полученных результатов с известными результатами работ в области исследования движения КА по орбитам вокруг точек либрации.

Теоретическая значимость. Разработаны методики проектирования низкоэнергетических схем перелетов КА из окрестности точки либрации L_1 или L_2 к ПОА, в которых сближение аппарата с небесным телом осуществляется в пределах грависферы влияния Земли, с последующим возвращением аппарата на ограниченную орбиту.

Практическая значимость. Разработанные методики формирования программного управления движением центра масс КА и проектирования траекторий перелетов к ПОА могут быть использованы для проектирования будущих космических миссий.

Положения, выносимые на защиту:

1. Методика оперативного анализа возможности пролета КА около ПОА без ухода с ограниченной орбиты в окрестности исходной точки либрации при ограничении на суммарную характеристическую скорость маневра.

2. Методика формирования программного управления движением центра масс КА с целью изменения существующей ограниченной орбиты так, чтобы сближение с ПОА обеспечивалось на новой ограниченной орбите в окрестности исходной точки либрации.

3. Методика проектирования траектории перелета КА к ПОА в пределах грависферы влияния Земли со сходом с существующей ограниченной орбиты и с возвращением на ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации с использованием траекторий, входящих в устойчивые и неустойчивые

инвариантные многообразия, и формирования требуемого программного управления движением центра масс КА.

4. Результаты моделирования траекторий перелетов КА, функционирующих в настоящий момент в окрестности точки либрации L_2 , к ПОА, рассчитанных по разработанным методикам.

Личный вклад автора. Все результаты, выносимые на защиту, получены автором самостоятельно.

Соответствие паспорту специальности. Полученные результаты соответствуют следующему пункту паспорта специальности 2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов: п. 5 «Создание методов анализа и проектирования траекторий одиночных летательных аппаратов, а также группы ЛА».

Апробация работы. Основные результаты диссертационного исследования были доложены на более чем двадцати всероссийских и международных конференциях: Академические чтения по космонавтике (2022 – 2025), Конференция молодых ученых ИКИ РАН (2023 – 2025), Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра (2023), Семинар ИКИ РАН «Механика, управление и информатика» имени П.Е. Эльясберга (2023), Всероссийский семинар по управлению движением и навигации летательных аппаратов (2024), IAA Planetary Defense Conference (2021, 2023, 2025), The Global Space Exploration Conference (2021, 2025), International Symposium on Space Flight Dynamics (2022), International Conference on Space Operations (2023, 2025), Moscow Solar System Symposium (2024, 2025), Asia-Pacific Regional IAU Meeting (2026).

Основные публикации. Результаты диссертационного исследования опубликованы в трех статьях, входящих в издания, рекомендованные ВАК России и индексируемые в базах Scopus и Web of Science.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений, списка литературы из 121 наименования. Объем диссертации составляет 141 страницу. Диссертация содержит 82 рисунка, 19 таблиц и одно приложение.

1 Анализ миссий около точек либрации и роль потенциально опасных астероидов в контексте проблемы астероидно-кометной опасности

1.1 Точки либрации и динамика движения тел в их окрестностях

На орбиты вокруг точек либрации КА выводятся почти полвека [1, 2, 3]. Первым в истории аппаратом, достигшим окрестности точки либрации, стал ISEE-3 / ICE (the third International Sun-Earth Explorer / International Cometary Explorer) [4]. Этот КА был запущен в августе 1978 года и через три месяца вышел на свою рабочую орбиту около солнечно-земной точки либрации L_1 . Успешно профункционировав на гало-орбите четыре года и выполнив целевую программу по исследованию солнечного ветра, аппарат был перенаправлен сначала к комете Джакобини–Циннера (которую достиг в сентябре 1985 года), а затем к комете Галлея (сквозь хвост которой пролетел в марте 1986 года). Данный проект заложил основу для будущих миссий к точкам либрации, особенно к точкам L_1 и L_2 системы Солнце–Земля, которые являются наиболее востребованными в задачах наблюдения Земли, а также для изучения Солнца и дальнего космоса [5, 6, 7].

Точки либрации представляют собой частные решения уравнений ограниченной круговой задачи трех тел [8, 9, 10], в которой рассматривается движение тела пренебрежимо малой массы под действием двух притягивающих центров. В такой постановке задачи два массивных тела движутся по круговым орбитам вокруг общего барицентра. В практических задачах малым телом обычно является КА, а двумя притягивающими центрами могут выступать, например, Солнце и Земля или Земля и Луна. Точки либрации иначе называются точками относительного равновесия, поскольку в них тело пренебрежимо малой массы при нулевой начальной относительной скорости будет находиться неограниченно долго.

Всего существует пять точек либрации и все они лежат в плоскости движения двух массивных тел. Первые три точки L_1 , L_2 и L_3 лежат на прямой, соединяющей

центры масс притягивающих центров, и называются коллинеарными. Причем точки либрации L_1 и L_2 ближе всего находятся к меньшему притягивающему телу. Точки L_4 и L_5 расположены в вершинах двух правильных треугольников, построенных на соединяющем притягивающие тела отрезке. Эти две точки носят название треугольных. Расположение пяти точек либрации в системе Солнце-Земля приведено на рисунке 1.1. Стоит отметить, что точки L_1 и L_2 находятся на расстоянии около 1.5 млн км от Земли.

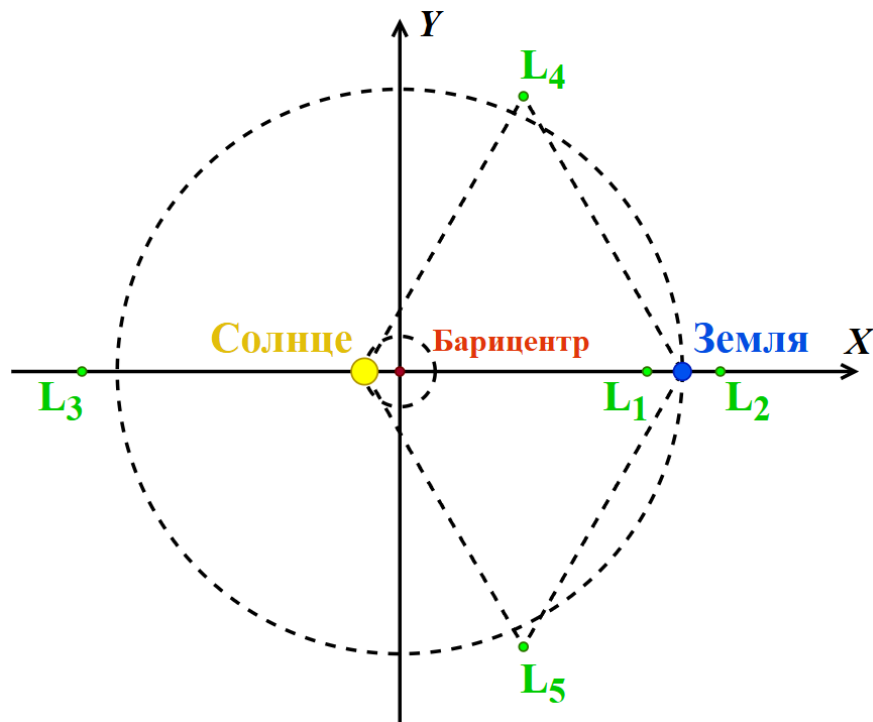


Рисунок 1.1 – Схема расположения точек либрации в системе Солнце-Земля

Во время практической реализации КА функционирует не в самой точке либрации, а на так называемой ограниченной орбите вблизи нее. Описание движения КА по орбитам такого типа рассмотрим на примере круговой ограниченной задачи трех тел. Для однозначности выберем солнечно-земную точку либрации L_2 и введем вращающуюся систему координат (СК), связанную с этой точкой [11]. Начало данной СК находится в точке L_2 , ось OX лежит на прямой, проходящей через центры масс Солнца и Земли, и направлена в сторону Земли, ось OZ перпендикулярна плоскости эклиптики и направлена к ее северному полюсу, ось OY дополняет систему до правой тройки векторов. Линеаризованная система дифференциальных уравнений движения КА в заданной СК имеет вид [12, 13, 14]:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} - (1 + 2c)x = 0, \\ \ddot{y} + 2\dot{x} + (c - 1)y = 0, \\ \ddot{z} + cz = 0, \end{cases} \quad (1.1)$$

где x, y, z – координаты центра масс КА во вращающейся СК; c – постоянный параметр, зависящий от масс Солнца и Земли.

Система уравнений (1.1) имеет следующее решение:

$$\begin{cases} x(t) = A_1 e^{\lambda t} + A_2 e^{-\lambda t} + A_x \cos(\omega t + \varphi), \\ y(t) = k_1 A_1 e^{\lambda t} - k_1 A_2 e^{-\lambda t} - k_2 A_x \sin(\omega t + \varphi), \\ z(t) = A_z \cos(\nu t + \psi), \end{cases} \quad (1.2)$$

где t – время; A_1 и A_2 – зависящие от начальных условий коэффициенты; $\lambda = \sqrt{\frac{c-2+\sqrt{9c^2-8c}}{2}}$ – постоянный параметр; A_x – амплитуда вдоль оси OX , зависит от начальных условий; $\omega = \sqrt{\frac{2-c+\sqrt{9c^2-8c}}{2}}$ – частота колебаний вдоль осей OX и OY ; φ – фаза колебаний вдоль осей OX и OY , зависит от начальных условий; $k_1 = \frac{2c+1-\lambda^2}{2\lambda}$ – постоянный параметр; $k_2 = \frac{2c+1+\omega^2}{2\omega}$ – постоянный параметр; A_z – амплитуда вдоль оси OZ , зависит от начальных условий; $\nu = \sqrt{c}$ – частота колебаний вдоль оси OZ ; ψ – фаза колебаний вдоль оси OZ , зависит от начальных условий.

Решения $x(t)$ и $y(t)$ представляют собой линейную комбинацию трех компонент:

1. $A_1 e^{\lambda t}$ – возрастающая по модулю компонента; является неустойчивой компонентой движения;
2. $A_2 e^{-\lambda t}$ – убывающая и стремящаяся к нулю компонента; является устойчивой компонентой движения;
3. Ограниченная периодическая компонента.

При $A_1 = A_2 = 0$ имеем периодическое движение в плоскости OXY (в нашем случае это плоскость эклиптики) и периодическое движение вне этой плоскости:

$$\begin{cases} x(t) = A_x \cos(\omega t + \varphi), \\ y(t) = -k_2 A_x \sin(\omega t + \varphi), \\ z(t) = A_z \cos(\nu t + \psi). \end{cases} \quad (1.3)$$

Стоит отметить, что решения (1.2) и (1.3) справедливы лишь в малой окрестности точки либрации.

В зависимости от амплитуд A_x и A_z и частот колебаний ω и ν КА около точки либрации различают несколько типов орбит [15, 16, 17]. Выделим основные три типа: гало-орбиты, квазигало-орбиты и орбиты Лиссажу [18, 19].

Если частоты ω и ν одинаковые, то речь идет о периодических гало-орбитах. В этом случае периоды движения КА в плоскости OXY и перпендикулярно ей совпадают. Гало-орбита представляет собой замкнутую кривую, которая симметрична относительно плоскости OXZ . При этом амплитуды движения КА вдоль положительного A_{z+} и отрицательного A_{z-} направлений оси OZ отличаются. Если КА проводит больше половины времени совершения одного витка над плоскостью OXY , то орбита называется северной, и наоборот. Каждая северная гало-орбита имеет симметричную себе южную. На рисунке 1.2 приведены примеры северной и южной гало-орбит.

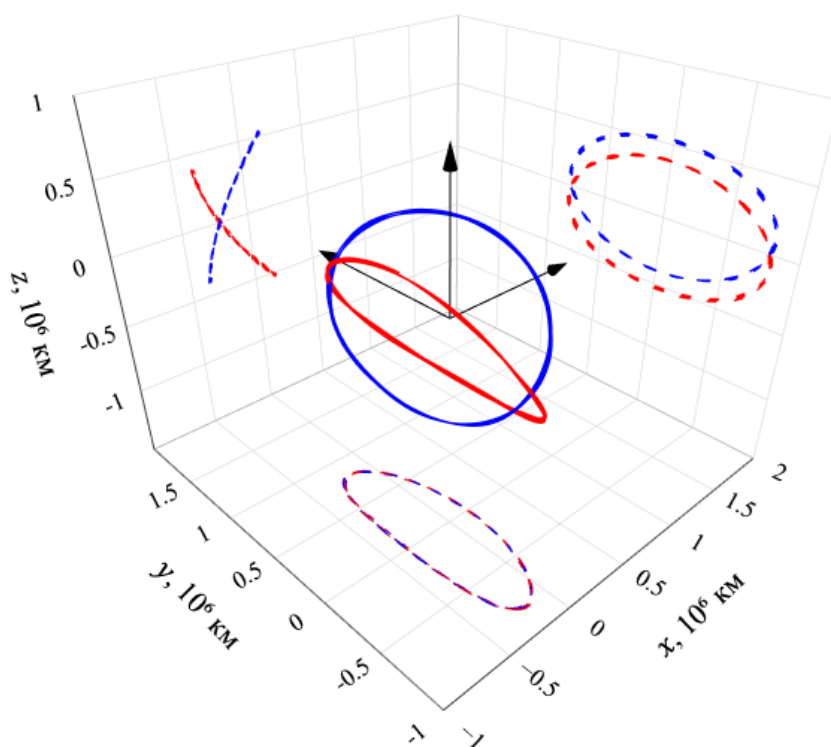


Рисунок 1.2 – Северная (синим) и южная (красным) гало-орбиты

В случае квазигало-орбит и орбит Лиссажу частоты ω и ν разные, а сами орбиты являются квазипериодическими. Эти два типа орбит характерны тем, что при движении КА по ним каждый последующий виток вокруг точки либрации отличается от предыдущего. Квазигало-орбиты отличаются от орбит Лиссажу характером рассогласования колебаний и поэтому можно выделить следующие отличительные признаки этих двух типов орбит:

- Квазигало-орбиты – проекция траектории движения КА по орбите данного типа на плоскость OYZ никогда не пересекает некоторой окрестности точки либрации.
- Орбиты Лиссажу – орбиты этого типа симметричны и относительно плоскости OXZ , и относительно плоскости OXY .

Примеры квазигало-орбиты и орбиты Лиссажу показаны на рисунках 1.3 и 1.4 соответственно. Стоит также отметить, что в случае одинаковых начальных амплитуд вдоль оси OZ орбита Лиссажу будет иметь меньшее значение амплитуды вдоль оси OX по сравнению с квазигало-орбитой.

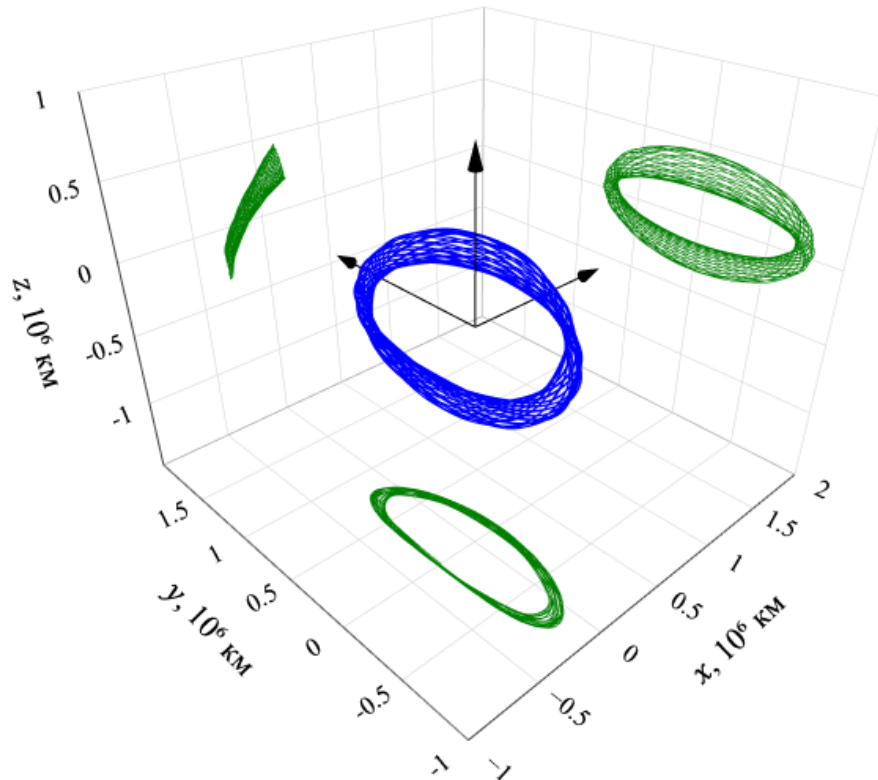


Рисунок 1.3 – Пример квазигало-орбиты

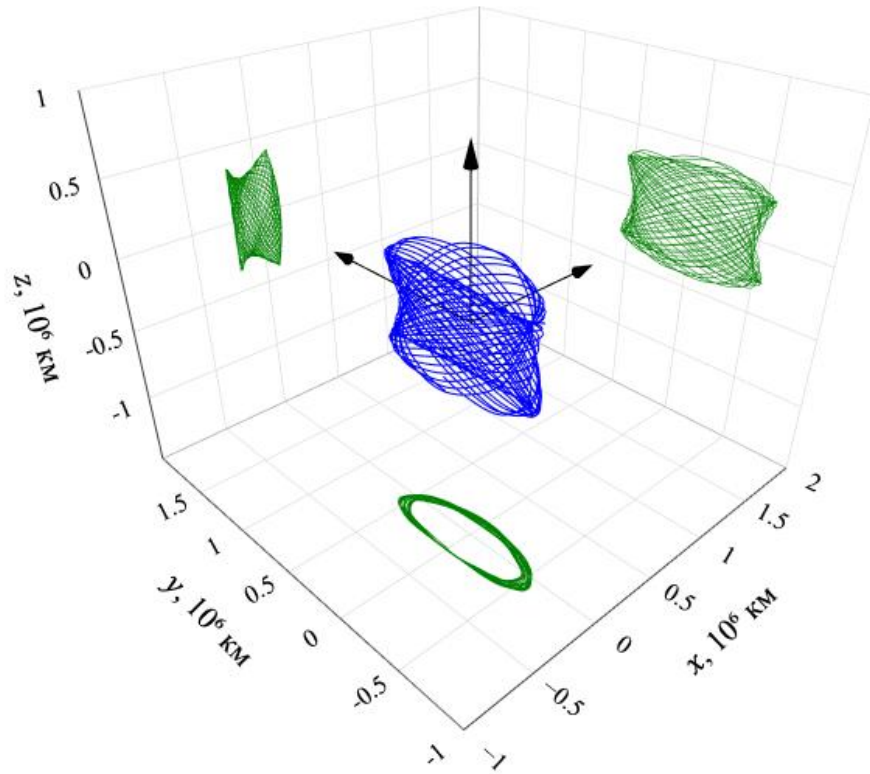


Рисунок 1.4 – Пример орбиты Лиссажу

Следует выделить две важные особенности, которые характерны для всех описанных выше типов орбит в окрестностях солнечно-земных точек либрации L_1 и L_2 . Первой особенностью является то, что периоды движения КА по этим орбитам составляют около 180 суток и крайне слабо зависят от формы и геометрических размеров орбит [20, 21]. Одним из следствий этого факта является невозможность применения классического метода фазирования орбиты [22], который реализуется, например, для сближения и стыковки КА с Международной космической станцией.

Вторая особенность заключается в том, что КА не может долго находиться на орбитах подобного типа без проведения дополнительных коррекций [23, 24, 25], поскольку коллинеарные точки либрации (любой системы, не только Солнце-Земля), в отличие от треугольных, являются точками неустойчивого равновесия [26, 27]. Поэтому без выполнения соответствующих маневров КА с течением времени неизбежно покинет окрестность точки либрации.

В рамках ограниченной задачи трех тел с орбитами вокруг точек либрации связаны два множества траекторий: устойчивые и неустойчивые многообразия. Устойчивое многообразие соответствует решению (1.2) с коэффициентами $A_1 = 0$ и

$A_2 \neq 0$, а неустойчивое многообразие – с коэффициентами $A_1 \neq 0$ и $A_2 = 0$. При движении по траектории, близкой к траектории множества устойчивого многообразия, КА стремится к ограниченной орбите. А при движении по траектории, близкой к траектории множества неустойчивого многообразия, КА наоборот покидает окрестность исходной точки либрации. Оба семейства образуют единое множество – инвариантное многообразие [28, 29, 30]. Далее в работе будем применять устоявшийся термин «траектории инвариантного многообразия» также и для близких к ним траекториям, обладающих схожими свойствами.

Инвариантное многообразие представляет большой интерес для планирования и реализации космических миссий около точек либрации. Например, вывод КА на рабочую орбиту в окрестности той или иной точки либрации происходит по траектории, принадлежащей множеству устойчивого многообразия (см. рисунок 1.5а) [31, 32, 33]. В свою очередь, траектории семейства неустойчивого многообразия используются на завершающих этапах основных миссий проектов [34] – по таким траекториям КА может покинуть окрестность точки либрации в одном из двух направлений: вернуться к Земле или же вовсе выйти за пределы околоземного пространства (см. рисунок 1.5б).

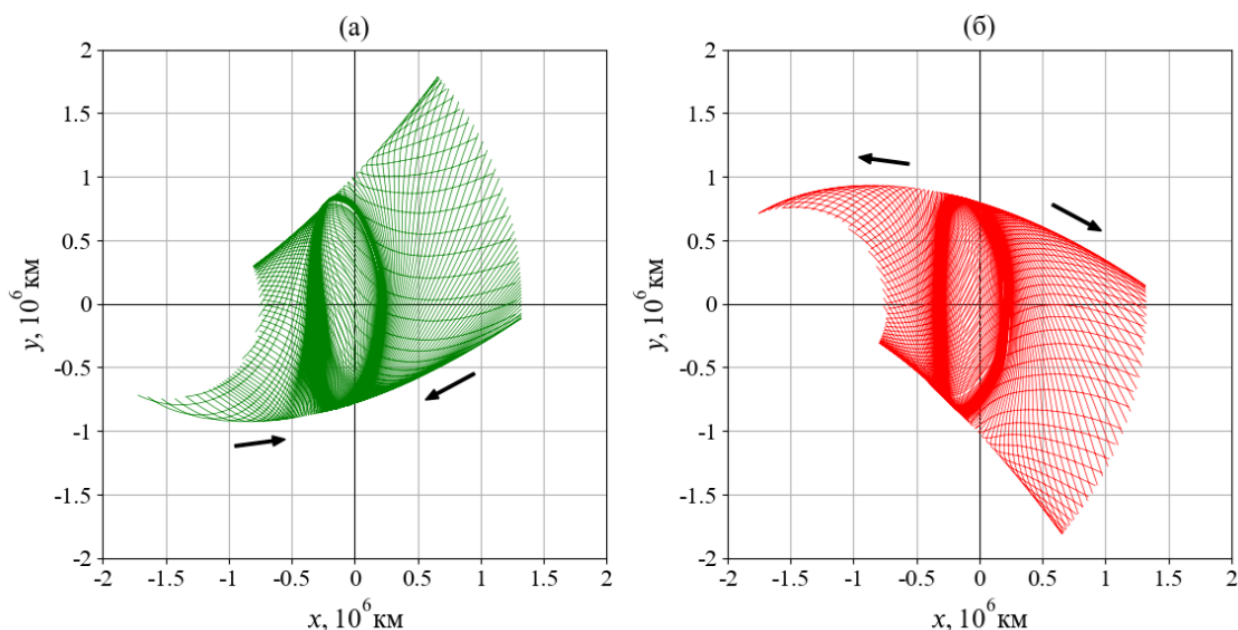


Рисунок 1.5 – Пример инвариантного многообразия, связанного с орбитой в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце-Земля: а) устойчивое многообразие; б) неустойчивое многообразие

Следует также отметить, что среди траекторий инвариантного многообразия существуют такие, при движении по которым КА сначала сходит с исходной орбиты, а затем вновь на нее возвращается. Такие траектории называются гомоклиническими (см. рисунок 1.6а) [35, 36]. Если возвращение КА происходит на другую орбиту [37, 38], необязательно находящуюся в окрестности той же точки либрации, то в таком случае речь идет о гетероклинических траекториях (см. рисунок 1.6б) [39]. Преимуществом траекторий второго типа является возможность практически без затрат топлива перемещаться между окрестностями солнечно-земных точек либрации L_1 и L_2 , расстояние между которыми составляет около трех миллионов километров [40].

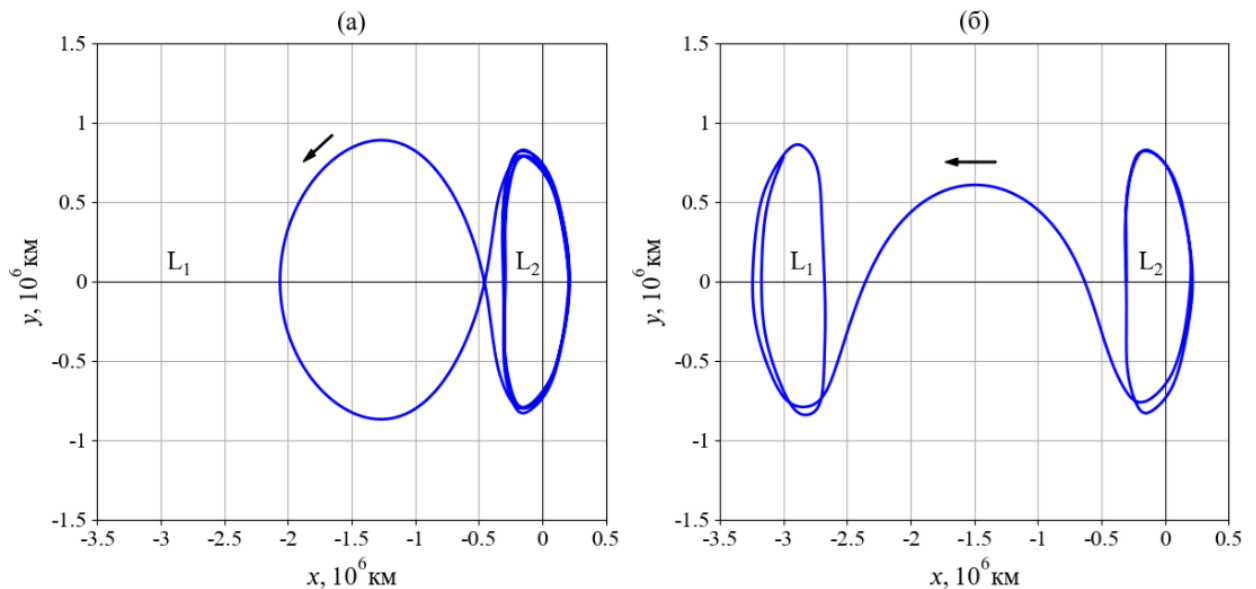


Рисунок 1.6 – Траектории инвариантного многообразия: а) гомоклиническое соединение; б) гетероклиническое соединение

Таким образом, точки либрации обладают отличительными динамическими свойствами, которые открывают широкие возможности для космических миссий. В случае солнечно-земных точек либрации L_1 и L_2 их уникальное положение позволяет КА быть одновременно и спутниками Солнца, и функционировать вблизи Земли, причем в особых областях пространства, в которых отсутствует космический мусор [41]. Удобство размещения аппаратов на ограниченных орбитах также заключается в постоянстве их пространственной ориентации относительно Солнца и Земли. Несмотря на неустойчивость коллинеарных точек

либрации, КА могут находиться на связанных с ними орбитах достаточно долго при небольших топливных затратах [42]. Существование инвариантных многообразий также позволяет при малых значениях характеристической скорости перенаправлять КА к Земле или к другим точкам либрации.

1.2 Завершенные и текущие проекты около солнечно-земных точек либрации

Рассмотрим ключевые с точки зрения баллистического проектирования траекторий космические миссии около солнечно-земных точек либрации L_1 и L_2 .

Проект ISEE-3 / ICE является не только первой успешной миссией, в которой КА был выведен на ограниченную орбиту вокруг точки либрации L_1 системы Солнце-Земля, но и первым в истории проектом, в котором КА пролетел сквозь хвост кометы [4]. Перенаправление аппарата с исходной гало-орбиты на траектории сближения с кометами Джакобини–Циннера и Галлея стало возможным в том числе благодаря особенностям движения КА по траекториям семейств инвариантных многообразий.

Аппарат был запущен 12 августа 1978 года, а уже 20 ноября того же года он вышел на целевую гало-орбиту (см. рисунок 1.7) [43, 44] с амплитудами вдоль осей OY и OZ 666.7 тыс. км и 120 тыс. км соответственно. На стадии проектирования миссии орбита Лиссажу с меньшими амплитудами была исключена, поскольку в этом случае была бы затруднена или вовсе невозможна передача данных.

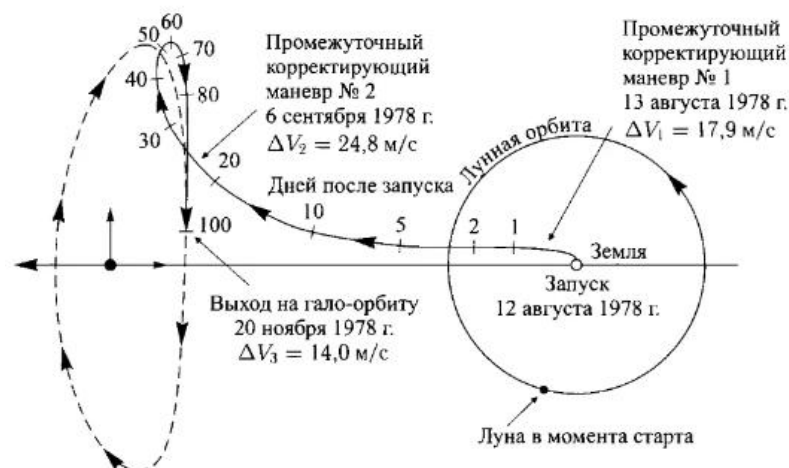


Рисунок 1.7 – Траектория перелета КА ISEE-3 на гало-орбиту [43]

Стоит отметить, что на этапе выведения КА было проведено три корректирующих маневра величиной 57 м/с, в то время как общий запас характеристической скорости оценивался значением 430 м/с. При ежегодных затратах в 10 м/с [45], направленных на поддержание рабочей орбиты, КА мог функционировать вблизи солнечно-земной точки либрации L_1 около 30 лет.

Однако в 1981 году было принято решение о разработке расширенной экспедиции к комете Джакобини–Циннера [46]. 10 июня 1982 года к КА был приложен импульс величиной 4 м/с, который перевел его на траекторию семейства неустойчивого многообразия, связанного с исходной гало-орбитой (см. рисунок 1.8а). За следующие полтора года аппарат смог два раза побывать вблизи солнечно-земной точки либрации L_2 , а также совершить пять гравитационных маневров у Луны, благодаря которым КА оказался на необходимой для встречи с кометой гелиоцентрической орбите (см. рисунки 1.8б и 1.8в).

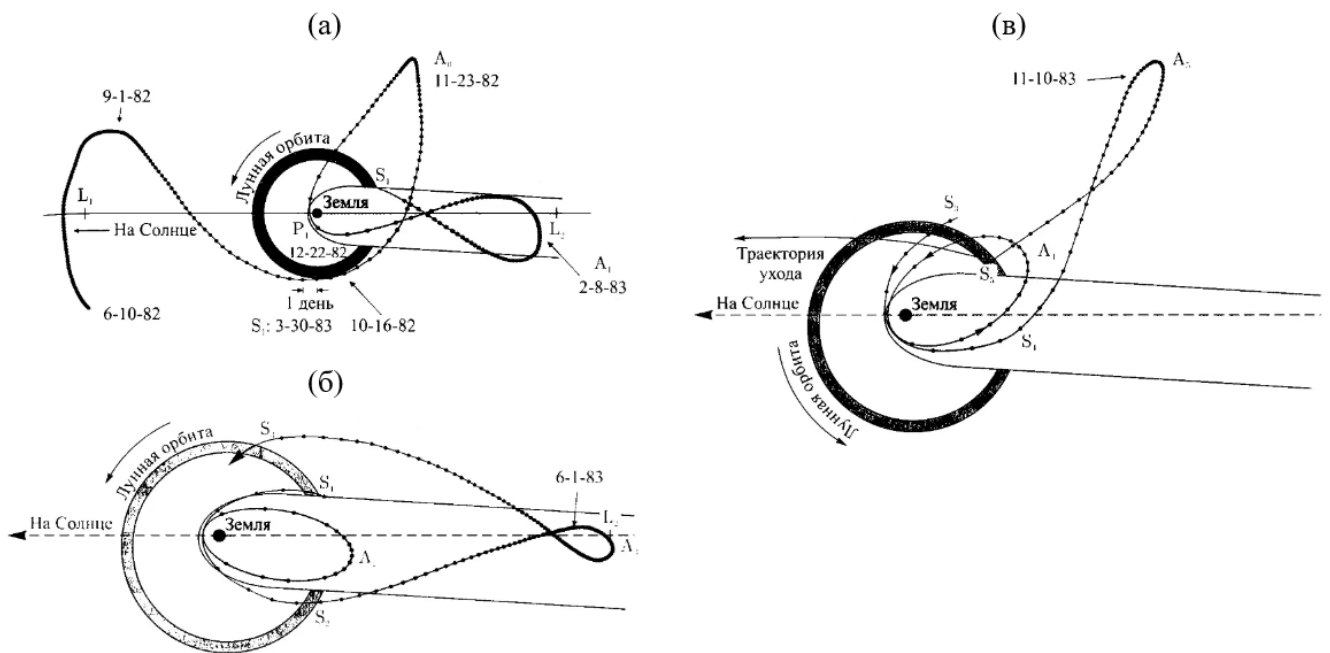


Рисунок 1.8 – Схема выведения КА ISEE-3 на гелиоцентрическую орбиту встречи с кометой Джакобини–Циннера [43]: а) перевод КА на траекторию неустойчивого многообразия; б) пребывание в хвосте магнитосферы Земли; в) траектория ухода

После пятого облета Луны 22 декабря 1983 года КА ISEE-3 был переименован в ICE. Три дополнительных маневра суммарной величиной 42 м/с обеспечили прохождение КА через хвост кометы Джакобини–Циннера на

расстоянии 7.9 тыс. км от ее ядра 11 сентября 1985 года. В марте 1986 года КА пролетел позади кометы Галлея на расстоянии 28 млн км.

КА WIND интересен тем, что он достиг полноценной орбиты около солнечно-земной точки либрации L_1 лишь спустя 10 лет после запуска 1 ноября 1994 года [47, 48]. Начальной рабочей орбитой аппарата являлась так называемая орбита двойного облета Луны [49, 50]. Однако после первого облета Луны КА на несколько месяцев задержался около точки либрации L_1 системы Солнце-Земля, а затем вновь вернулся на высокоэллиптическую орбиту. К концу номинальной трехлетней программы полета КА еще дважды посещал окрестность данной точки либрации.

Траектория движения КА в расширенной программе полета после 1998 года претерпевала существенные изменения. За шесть лет КА смог вновь побывать около солнечно-земной точки либрации L_1 , а также смог посетить и окрестность солнечно-земной точки либрации L_2 . Наконец, в 2004 году КА вышел на траекторию устойчивого многообразия и достиг орбиты Лиссажу около точки либрации L_1 системы Солнце-Земля.

Еще одной примечательной миссией является Genesis [51]. КА был запущен 8 августа 2001 года и спустя примерно три месяца вышел на высокоамплитудную квазигало-орбиту также около солнечно-земной точки либрации L_1 . Во время своей основной миссии аппарат совершил пять оборотов вокруг точки либрации, а после выполнения всех поставленных задач КА перешел на гетероклиническую траекторию, связывающую орбиты около точек либрации L_1 и L_2 системы Солнце-Земля (см. рисунок 1.9). Совершив почти полный оборот около точки либрации L_2 , аппарат сблизился с Землей 8 сентября 2004 года. В это время капсула с образцами солнечного ветра отделилась от КА и достигла поверхности Земли. Сам аппарат перешел на гелиоцентрическую орбиту с меньшим чем у Земли периодом.

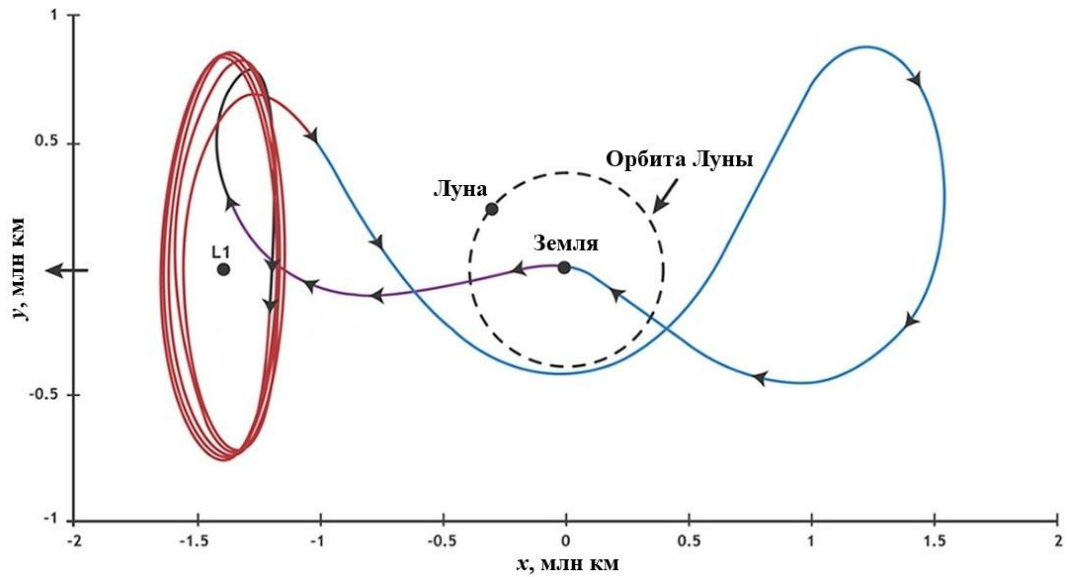


Рисунок 1.9 – Траектория движения КА Genesis [43]

Особое внимание стоит уделить миссиям Herschel и Planck [52, 53, 54]. Оба аппарата были запущены одной ракетой-носителем 14 мая 2009 года, однако достигли они разных орбит в окрестности солнечно-земной точки либрации L_2 . КА Planck после приложения серии импульсов был выведен на орбиту Лиссажу (см. рисунок 1.10), у которой амплитуды вдоль осей OX и OY оказались почти в два раза меньше, чем у орбиты КА Herschel [55].

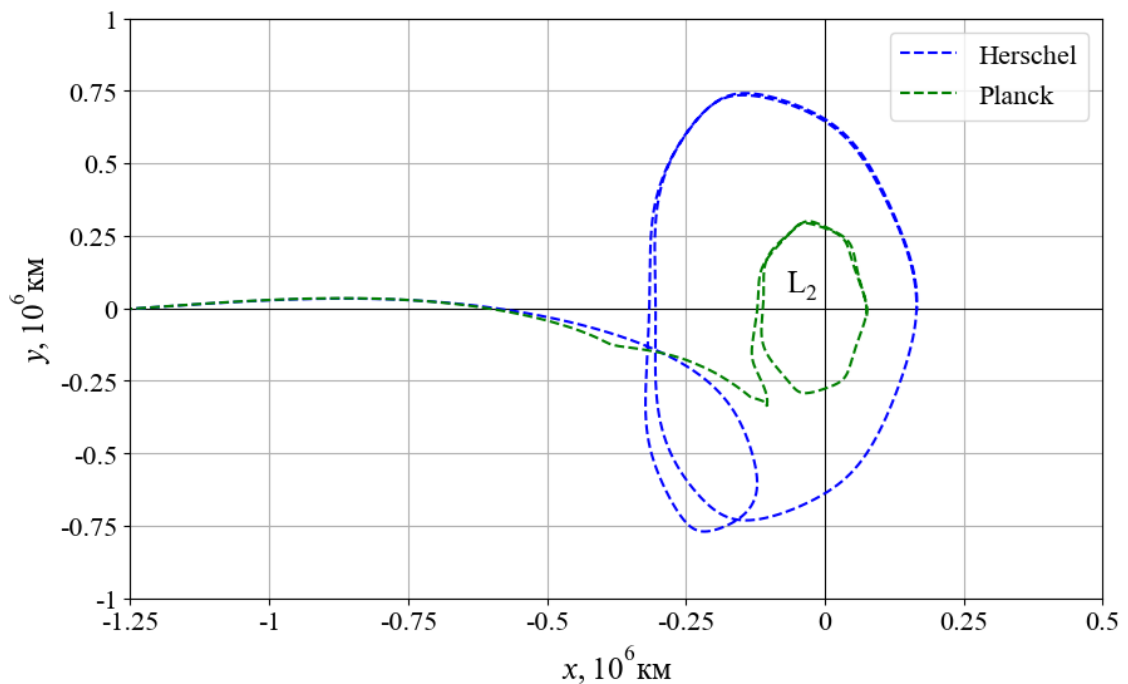


Рисунок 1.10 – Траектории выведения КА Herschel и Planck на орбиты около солнечно-земной точки либрации L_2

Также в рамках исторической справки стоит отметить еще две пионерские миссии около точек либрации [56, 57]. Первым КА, выведенным на низкоамплитудную орбиту Лиссажу, стал Advanced Composition Explorer в конце 1997 года. Аппарат был помещен на орбиту указанного типа около точки либрации L_1 системы Солнце-Земля. Амплитуды орбиты вдоль осей OX и OY составили 82 тыс. км и 264 тыс. км соответственно. А первой целенаправленной миссией в окрестности солнечно-земной точки либрации L_2 стал КА Wilkinson Microwave Anisotropy Probe. Аппарат был запущен 30 июня 2001 года и сначала около месяца функционировал на высокоэллиптической орбите. 30 июля того же года КА совершил гравитационный маневр у Луны и перешел на траекторию семейства устойчивого многообразия, связанного с орбитой Лиссажу около точки либрации L_2 системы Солнце-Земля.

В настоящее время на орбитах вокруг солнечно-земных точек либрации L_1 и L_2 суммарно находятся 11 КА: 8 в окрестности точки L_1 и 3 около точки L_2 (см. таблицу 1.1). Особое внимание стоит уделить точке L_2 . Во-первых, в ее окрестности расположены исключительно современные КА, причем на совершенно разных орбитах. Во-вторых, в числе этих аппаратов находится первая российская обсерватория – Спектр-Рентген-Гамма (СРГ) [58, 59, 60].

Таблица 1.1 – Функционирующие в настоящее время КА около точек либрации L_1 и L_2 системы Солнце-Земля

КА	Точка либрации	Год запуска	Тип орбиты
Solar and Heliospheric Observatory	L_1	1995	Гало
Advanced Composition Explorer		1997	Лиссажу
WIND		1994	Лиссажу
Deep Space Climate Observatory		2015	Лиссажу
Aditya-L1		2023	Гало
Interstellar Mapping and Acceleration Probe		2025	Лиссажу
Space weather Observations at L1 to Advance Readiness – 1		2025	Лиссажу

Продолжение таблицы 1.1

КА	Точка либрации	Год запуска	Тип орбиты
Carruthers Geocorona Observatory	L_1	2025	Гало
Спектр-Рентген-Гамма	L_2	2019	Переходная (Квазигало / Лиссажу)
James Webb Space Telescope (JWST)		2021	Гало (южная)
Euclid		2023	Гало (северная)

Миссией КА СРГ является построение карты видимой Вселенной в рентгеновском диапазоне электромагнитного излучения. Обсерватория была успешно запущена 13 июля 2019 года с космодрома Байконур. Спустя три месяца КА СРГ вышел на рабочую квазигало-орбиту в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце-Земля.

За четыре года функционирования аппарата СРГ его орбита претерпела существенные изменения [61]. По техническим причинам пуск обсерватории состоялся вне рассчитанных окон старта. Это привело к ухудшению условий радиовидимости аппарата с командно-измерительных пунктов «Медвежье Озеро» и «Уссурийск». Для решения этой проблемы была принята и реализована методика проведения серии так называемых «больших» коррекций, направленных на уменьшение амплитуды квазигало-орбиты в направлении, ортогональном плоскости эклиптики. Суммарные затраты характеристической скорости на выполнение этих коррекций составили чуть более 60 м/с.

По предварительным оценкам [62], оставшегося после выполнения основной задачи проекта в январе 2026 года запаса топлива на борту обсерватории СРГ (чуть более 200 кг) должно хватить не только для поддержания орбиты около точки либрации L_2 системы Солнце-Земля на десять и более лет, но и для перевода КА на другие целевые орбиты в рамках расширенной программы полета.

1.3 Проблема астероидно-кометной опасности и обзор космических миссий к астероидам

Проблема астероидно-кометной опасности (АКО) заключается в угрозе столкновения Земли с малыми телами Солнечной системы с причинением серьезного ущерба населению планеты [63, 64, 65]. Стоит выделить два знаковых момента, которые существенно повысили актуальность проблемы АКО:

- Открытие 19 июня 2004 года астероида 2004 MN₄, который впоследствии получил название (99942) Апофис [66, 67]. Данное небесное тело имеет средний диаметр около 370 метров, а его масса оценивается значением 61 млн тонн. В 2029 году Апофис сблизится с Землей на расстоянии порядка 32 тыс. км от ее поверхности. В первые несколько лет после обнаружения Апофис имел ненулевую вероятность столкновения с Землей в 2036 году, однако на данный момент этот вариант развития событий исключен [68].

- Вход в атмосферу Земли над территорией Челябинской области метеороида размером около 18 метров 15 февраля 2013 года [69]. Во время полета в атмосфере метеороид разрушился на десятки тысяч метеоритов. Это событие сопровождалось сильным взрывом и образованием ударной волны, в результате которой были выбиты стекла нескольких тысяч домов и пострадало свыше тысячи человек. Причем сближение с Землей данного небесного тела осталось незамеченным для всех существовавших на тот момент средств наблюдения.

Некоторые малые тела Солнечной системы могут сближаться с Землей и падать на ее поверхность. В зависимости от размеров и свойств эти тела принято подразделять на межпланетную пыль, метеороиды, астероиды и кометы (см. таблицу 1.2). Однако ни межпланетная пыль, ни метеороиды не представляют серьезной угрозы для человечества в целом. Поэтому в контексте проблемы АКО действительную угрозу представляют опасные столкновения с Землей достаточно крупных тел: астероидов и комет размером не менее нескольких десятков метров. Именно крупные небесные тела способны при достижении земной поверхности

причинить сильные разрушения. Причем подавляющую часть, представляющую опасность населению Земли, составляют астероиды.

Таблица 1.2 – Малые тела Солнечной системы и возможные результаты их столкновений с Землей [63]

Объект	Средний диаметр, d	Результат столкновения
Пыль	$d < 1$ мм	Сгорает в атмосфере
Метеороид	$1 \text{ мм} < d < 1 \text{ м}$	Сгорает в атмосфере
	$1 \text{ м} < d < 30 \text{ м}$	Долетает до поверхности
	$d > 30 \text{ м}$	Локальная катастрофа
Астероид или комета	$d > 100 \text{ м}$	Региональная катастрофа
	$d > 1 \text{ км}$	Глобальная катастрофа
	$d > 10 \text{ км}$	Конец цивилизации

Астероиды с расстоянием перигелия, меньшим или равным 1.3 а. е., называются АСЗ. Среди них выделяют ПОА – астероиды, орбиты которых в настоящую эпоху сближаются с орбитой Земли до расстояний, меньших или равных 7.5 млн км (0.05 а. е.), и абсолютная звездная величина которых не превышает 22^m [63]. Ограничение по расстоянию сближения ПОА с Землей связано с возможностью изменения траектории небесного тела под действием разного рода возмущений, а также с ошибками определения элементов его орбиты. Причем астероиды, которые пролетают мимо Земли на расстояниях, меньших среднего радиуса лунной орбиты, относятся к угрожающим. Ограничение по абсолютной звездной величине напрямую связано с размерами астероида. Столкновение с Землей ПОА, абсолютная звездная величина которых более 22^m , в худшем случае может привести лишь к локальной катастрофе.

Таким образом, изучение небесных тел, в первую очередь ПОА, способных сближаться или сталкиваться с Землей, и получение новой научной информации о них является одной из ключевых задач в контексте проблемы АКО. Стоит также отметить, что астероиды представляют интерес не только как потенциальная угроза

населению Земли, но и как объекты с наиболее древней в Солнечной системе структурой [70]. Одной из продуктивных форм исследования ПОА являются космические миссии к ним.

Изучение астероидов с помощью КА началось в конце прошлого века с миссии NASA (National Aeronautics and Space Administration) Galileo, основной целью которой было исследование Юпитера и его спутников [71]. Во время перелета к планете назначения аппарат сблизился на расстояние около полутора тысяч километров с астероидом Главного пояса Гаспра 29 октября 1991 года и при относительной скорости пролета 8 км/с сделал множество снимков этого небесного тела.

Первой же целенаправленной миссией по изучению астероидов является Near Earth Asteroid Rendezvous (NEAR) Shoemaker – автоматическая межпланетная станция, запущенная в феврале 1996 года и направленная к первому открытому АСЗ – Эросу [72]. Перелетная траектория станции, как и в случае с КА Galileo, также проходила мимо орбиты астероида Главного пояса, а именно Матильды, благодаря чему удалось получить новую научную информацию и об этом небесном теле.

За чуть более чем 30 лет было запущено свыше десяти КА, основной или второстепенной целью которых было исследование астероидов [73]. Причем преимущественной задачей ставился именно пролет, реже – посадка или взятие грунта [74]. Стоит отметить, что только пять миссий (см. таблицу 1.3) было осуществлено к ПОА [75].

Таблица 1.3 – Характеристики космических миссий к ПОА

Миссия	Тип миссии	Астероид	Дата сближения КА с ПОА	Расстояние от КА до Земли в момент сближения с ПОА
Hayabusa	Основная	Итокава	12.09.2005	~ 321 млн км
Chang'e-2	Второстепенная	Таутатис	13.12.2012	~ 7 млн км
Hayabusa 2	Основная	Рюгу	27.06.2018	~ 284 млн км
OSIRIS-REx	Основная	Бенну	31.12.2018	~ 108 млн км

Продолжение таблицы 1.3

Миссия	Тип миссии	Астероид	Дата сближения КА с ПОА	Расстояние от КА до Земли в момент сближения с ПОА
Double Asteroid Redirection Test	Основная	Дидим	26.09.2022	~ 11.5 млн км

Особое внимание стоит уделить миссии Китайского национального космического управления Chang'e-2 – единственному КА, который достиг ПОА в момент тесного сближения последнего с Землей. 13 декабря 2012 года, всего спустя сутки после достижения Таутатисом минимального расстояния до Земли, аппарат пролетел с относительной скоростью около 11 км/с мимо астероида на расстоянии всего 770 метров от его поверхности [76]. Причем до сближения с небесным телом КА функционировал около солнечно-земной точки либрации L_2 [77]. Наблюдения аппарата Chang'e-2, выполненные во время такого перелета, смогли дать принципиально новую информацию о морфологических особенностях данного ПОА. Однако итоговая гелиоцентрическая орбита аппарата оказалась такой, что следующее сближение КА Chang'e-2 с Землей состоится только в 2027 году.

В настоящее время до 2030 года ожидается шесть (см. таблицу 1.4) сближений с Землей ПОА, которые по классификации JPL (Jet Propulsion Laboratory) NASA [78] имеют наибольшие индексы редкости сближения среди всех открытых астероидов [79].

Таблица 1.4 – Предстоящие сближения ПОА с Землей [78]

Астероид	Дата сближения	Расстояние сближения	Индекс редкости сближения
Апофис	13.04.2029	~ 37 тыс. км	6
2001 WN ₅	26.06.2028	~ 248 тыс. км	5
1990 MU	06.06.2027	~ 4.6 млн км	4
1999 AN ₁₀	07.08.2027	~ 390 тыс. км	4
2024 QP ₂	15.10.2028	~ 220 тыс. км	4
1997 XF ₁₁	26.10.2028	~ 929 тыс. км	4

При анализе траекторий движения приведенных в таблице небесных тел было выявлено, что три из них – Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁ – будут пролетать мимо солнечно-земных точек либрации L₁ и L₂ во время своих очередных тесных сближений с Землей. Построенные по эфемеридам из базы данных JPL Horizons [55] соответствующие участки траекторий этих трех ПОА показаны на рисунке 1.11.

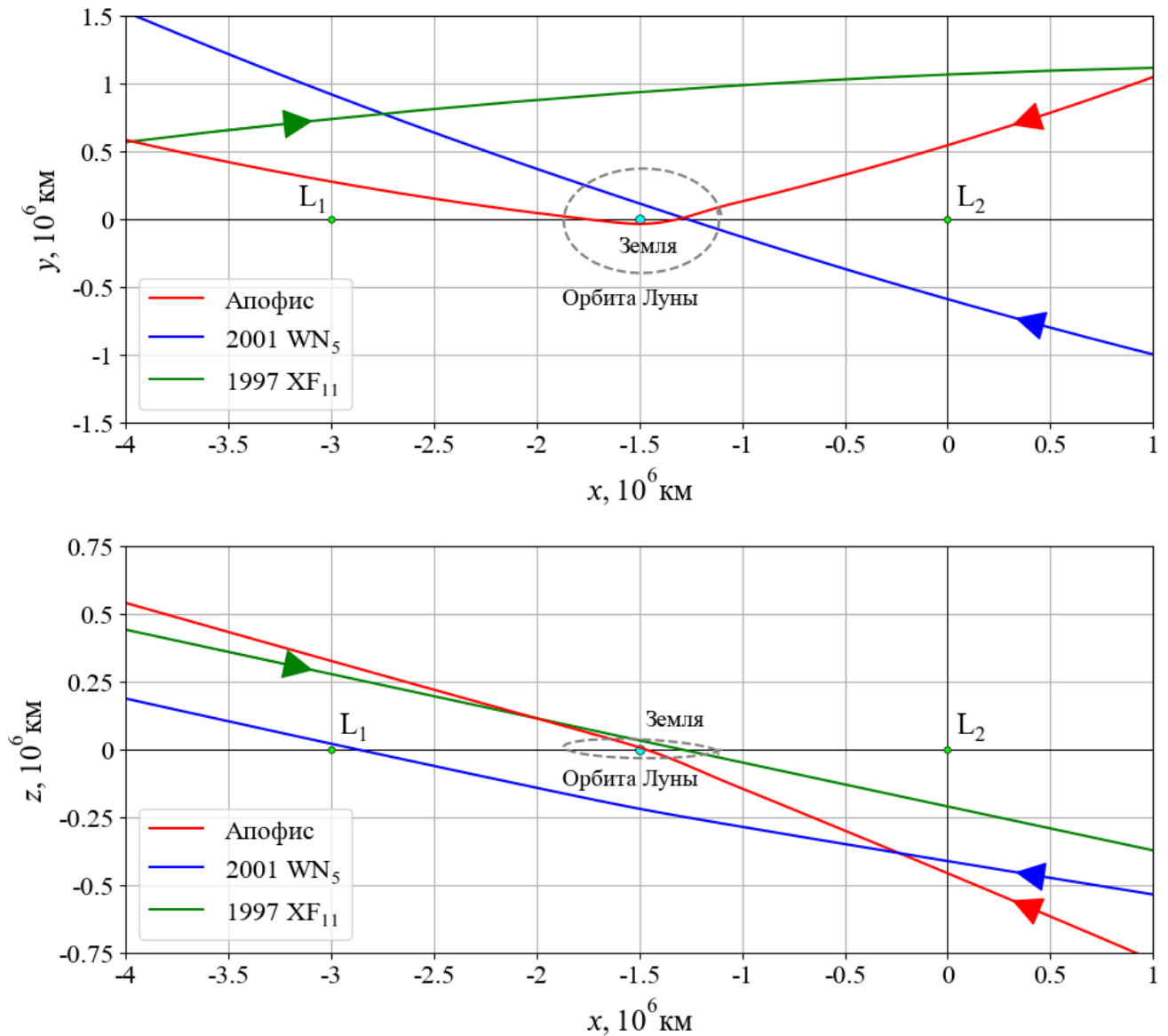


Рисунок 1.11 – Участки траекторий ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁ около Земли

1.4 Точки либрации в задаче проектирования траекторий перелетов космических аппаратов к астероидам

В открытых источниках литературы существует множество работ [43, 80-87], посвященных возможностям использования ограниченных орбит около точек либрации L_1 и L_2 систем Солнце-Земля и Земля-Луна с целью перевода КА с них на необходимые гелиоцентрические орбиты, обеспечивающие сближение аппарата с АСЗ.

Так, в работах [80, 81, 82, 83] приводятся методологические основы применения модели круговой ограниченной задачи трех тел для расчета траекторий перелетов КА к АСЗ. В частности, результаты исследований показывают, что перевод аппарата на траекторию неустойчивого многообразия, связанного с исходной ограниченной орбитой около солнечно-земной точки либрации L_1 и L_2 , может привести к уменьшению суммарных затрат характеристической скорости на осуществление перелетов КА к АСЗ.

В свою очередь, в работах [43, 84, 85] предложены конкретные и детально описанные сценарии космических миссий к АСЗ. Например, рассчитана двухгодичная схема перелета КА с орбиты около точки либрации L_2 системы Земля-Луна к АСЗ 1994 XL₁ с последующим возвращением КА в окрестность исходной орбиты (суммарные затраты характеристической скорости составляют 432 м/с), а также продемонстрирована возможность перенаправления аппарата с орбиты вокруг солнечно-земной точки либрации L_2 на траекторию тесного сближения с АСЗ 1990 АО₁₀. Показано, что такие сценарии также эффективны с точки зрения затрат характеристической скорости на их реализацию.

В работе [86] на основе осуществленного сближения КА Chang'e-2 с ПОА Таутатис предложен обобщенный подход к построению и анализу оптимальных траекторий перелетов аппаратов из окрестностей солнечно-земных точек либрации к АСЗ. А в работе [87] авторы исследуют возможности отбора и ранжирования астероидов-целей для КА с двигателем малой тяги, находящегося на орбите около точки либрации L_2 системы Солнце-Земля.

Во всех отмеченных выше исследованиях предлагаются подходы к проектированию таких траекторий перелетов КА к астероидам, при которых встреча аппарата с выбранным небесным телом (в большинстве случаев это не ПОА, а АСЗ) происходит вдали от Земли (десятки или сотни млн км). Точки либрации в этих случаях выступают лишь в роли отправных позиций, с которых КА переходят на целевые гелиоцентрические орбиты. Продолжительности таких единичных миссий могут достигать нескольких лет, а большое расстояние между аппаратом и Землей может накладывать дополнительные требования к бортовой аппаратуре КА. Существуют и работы [88, 89], в которых рассматривается возможность сближения аппарата с астероидом вблизи Земли, однако в данном случае речь идет о так называемых временно захваченных естественных спутниках Земли [90], траектории движения которых кардинально отличаются от траекторий движения ПОА.

Таким образом, факт прохождения астероидов Апофис, 2001 WN₅, 1997 XF₁₁ и вблизи Земли, и вблизи солнечно-земных точек либрации L_1 и L_2 порождает принципиально новую задачу – проектирование низкоэнергетических траекторий перелетов КА, изначально находящегося на ограниченной орбите около точки либрации L_1 или L_2 , к ПОА с последующим возвращением, причем движение происходит вблизи Земли, и на суммарную характеристическую скорость маневра наложены ограничения. Методики проектирования таких траекторий могут быть использованы на этапах планирования миссии ожидающего КА, целью которого является изучение с близкого расстояния пролетающих рядом с солнечно-земной точкой либрации ПОА. Для получения принципиально новой и важной информации о небесных телах в качестве научных инструментов КА могут быть использованы камеры и магнитометры. Подобная миссия может быть эффективна с точки зрения затрачиваемых ресурсов, поскольку в данном случае с помощью одного КА может быть исследовано несколько ПОА.

Выводы по первой главе

1. Представлены теоретические сведения о динамике движения тел в окрестностях солнечно-земных точек либрации L_1 и L_2 . Показано, что КА может функционировать длительное время на ограниченных орбитах вокруг этих точек, а также перемещаться между ними с минимальными топливными затратами, оставаясь в относительной близости от Земли и имея возможность пролетать в различных местах околоземного пространства.

2. Рассмотрены ключевые с точки зрения баллистического проектирования траекторий космические миссии около точек либрации L_1 и L_2 системы Солнце-Земля, а также приведена информация о функционирующих в настоящее время КА около этих точек либрации. Показано, что во время практической реализации уже были осуществлены сценарии, в которых использовались траектории инвариантного многообразия, в частности неустойчивого многообразия.

3. Описана проблема АКО, рассмотрены космические миссии к ПОА, а также приведена информация о предстоящих сближениях ПОА с Землей. Показано, что три ПОА – Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁ – будут пролетать мимо солнечно-земной точки либрации L_2 во время своих очередных тесных сближений с Землей.

4. Приведены результаты анализа источников, посвященных возможностям использования ограниченных орбит около точек либрации L_1 и L_2 систем Солнце-Земля и Земля-Луна с целью перевода КА с них на необходимые орбиты сближения с АСЗ. Показано, что проблема построения низкоэнергетических траекторий перелетов КА к ПОА с последующим возвращением на орбиту в окрестности исходной точки либрации с учетом ограничений на суммарную характеристическую скорость маневра в этих исследованиях не рассматривалась.

2 Постановка задачи диссертационного исследования и обоснование используемого математического инструментария

2.1 Формулирование задачи диссертационного исследования

Для конкретизации задачи проектирования траекторий перелетов КА к ПОА прежде всего необходимо уточнить, что именно в контексте данного диссертационного исследования подразумевается под движением вблизи Земли.

Под движением объекта вблизи Земли будем понимать движение в космическом пространстве вокруг Земли, которое включает в себя орбиту Луны, солнечно-земные точки либрации L_1 и L_2 , а также любую практически реализуемую ограниченную орбиту вокруг одной из этих точек либрации. Математически проще всего описать такое пространство в виде сферы радиуса R с центром в центре масс Земли. Очевидно, что величина радиуса должна превышать значение расстояния от Земли до одной из двух точек либрации – 1.5 млн км. В качестве величины этого параметра воспользуемся уже известным значением радиуса одной из гравитационных сфер Земли [91].

Понятие гравитационной сферы, или грависферы, вводится при расчете межпланетных перелетов методом склеенных конических сечений в рамках решения нескольких задач двух тел с целью разделения космического пространства на планетарные и солнечную области [92, 93]. Однако ни сфера действия, ни сфера Хилла [94] не подходят для предлагаемого описания космического пространства, поскольку для Земли радиусы этих сфер составляют $R = 929$ тыс. км и $R = 1.5$ млн км соответственно. Но существует еще один тип гравитационной сферы – сфера влияния планеты, предложенная М.Д. Кисликом [91, 95]. Расчет данной сферы основан на использовании интеграла Якоби в круговой ограниченной задаче трех тел. Разделение космического пространства сферой влияния дает наилучшее приближение рассчитанной методом склеенных конических сечений траектории

КА к истинной. Значение радиуса сферы влияния Земли составляет $R = 2.5$ млн км и может быть принято в качестве искомого.

Таким образом, будем говорить о движении КА вблизи Земли, если аппарат находится в пределах грависферы влияния Земли – сферы радиуса $R = 2.5$ млн км с центром в центре масс Земли (см. рисунок 2.1).

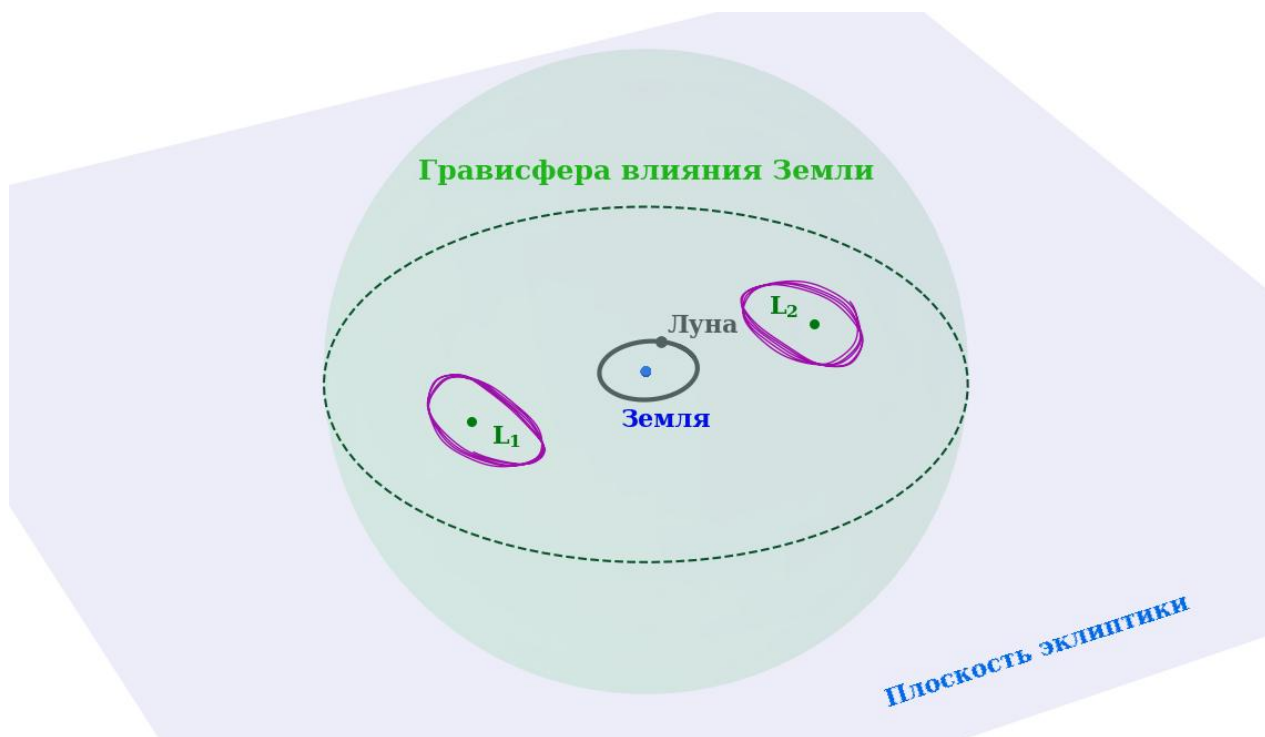


Рисунок 2.1 – Грависфера влияния Земли

Отметим, что сближение КА с ПОА вблизи Земли подразумевает, что и вся траектория перелета от ограниченной орбиты около солнечно-земной точки либрации L_1 или L_2 до целевого небесного тела находится в пределах грависферы влияния Земли. Добавим, что немаловажной является и задача возвращения КА в окрестность исходной точки либрации после встречи с астероидом. Соответственно, движение аппарата по этому участку траектории также должно полностью происходить в пределах грависферы влияния Земли.

Следует также отметить, что для описания окрестности исходной солнечно-земной точки либрации L_1 или L_2 использовать сферу радиуса $R_L < R$ с центром в точке либрации некорректно, поскольку все рассматриваемые в данной работе ограниченные орбиты вытянуты вдоль оси OY . Поэтому такую окрестность в рамках текущего исследования можно описать в виде прямоугольного

параллелепипеда размерами $1 \times 2.5 \times 1$ млн км с центром в точке либрации. Добавим, что траектории движения ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁, в отличие от траекторий движения ПОА 1990 MU, 1999 AN₁₀ и 2024 QR₂ (см. таблицу 1.4), проходят через указанную окрестность.

Таким образом, можно выделить два подхода к проектированию траекторий перелетов:

1. Перевод КА на другую орбиту около исходной точки либрации, при движении по которой произойдет сближение аппарата с ПОА [96, 97];
2. Перенаправление КА на траекторию неустойчивого многообразия с целью сближения с ПОА в пределах грависферы влияния Земли с последующим возвращением аппарата на ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации по траектории связанного с этой орбитой устойчивого многообразия [98].

В обоих случаях задача заключается в нахождении такого управляющего воздействия, т. е. времени приложения, величины и направления импульсов ΔV_i , чтобы выполнялись следующие условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} \exists t_f > t_0: d_{min} < |\mathbf{r}(t_f) - \mathbf{r}_A(t_f)| < d, \\ \exists t_m > t_f: \forall t > t_m \ \mathbf{r}(t) \in M, \\ \forall t \ \mathbf{r}(t) \in S, \\ \sum_i^p |\Delta V_i| < v, \end{array} \right. \quad (2.1)$$

где t_0 , t_f и t_m – моменты приложения первого импульса, сближения КА с ПОА и завершения маневра соответственно; $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}_A$ – радиус-векторы центров масс КА и ПОА в единой СК; d_{min} – минимальное расстояние для безопасного пролета; d – требуемое расстояние сближения; M – множество координат, соответствующих заданной окрестности исходной точки либрации; S – множество координат внутри грависферы влияния Земли; p – количество импульсов; v – допустимое значение требуемой суммарной характеристической скорости.

Преимущество первого предлагаемого подхода заключается в том, что КА при перелете к ПОА не покидает окрестность исходной солнечно-земной точки либрации M . В этом случае аппарат может быть задействован и для решения других

научных задач, причем без прерывания проведения научных исследований во время перелета к ПОА. Однако для осуществления подобного сценария перелета может потребоваться большое значение характеристической скорости – до нескольких сотен м/с. Этого недостатка лишен второй подход, поскольку для перевода КА на траектории инвариантного многообразия может потребоваться всего несколько десятков и даже единиц м/с. Но в таком случае аппарату придется на время покинуть окрестность исходной солнечно-земной точки либрации M .

Также следует отметить, что в рамках первого предлагаемого подхода не во всех случаях возможно изменить исходную орбиту таким образом, чтобы обеспечить сближение КА с ПОА. Это связано с упомянутой ранее особенностью в периодах ограниченных орбит. Поэтому для определения возможности построения требуемой для сближения КА с ПОА ограниченной орбиты необходима соответствующая методика оперативного анализа такой возможности. Описание этой методики приведено в следующем разделе.

Таким образом, разработка двух методик проектирования траекторий перелетов КА к ПОА, соответствующих описанным выше подходам, и является основной задачей текущего диссертационного исследования.

2.2 Описание методики оперативного анализа возможности пролета космического аппарата около астероида без ухода с ограниченной орбиты в окрестности исходной точки либрации

Решаемость задачи проектирования новой ограниченной орбиты, при движении по которой КА сблизится с ПОА, напрямую зависит от того, насколько близко пролетает небесное тело от находящегося на исходной орбите аппарата. Для оперативного анализа возможности выполнения такого маневра в условиях ограничения на суммарную характеристическую скорость введем фазовый угол α [99, 100] – угол в плоскости эклиптики между проекцией радиус-вектора КА (или ПОА – α_A) на эту плоскость и осью OX вращающейся СК (см. рисунок 2.2). Примем,

что фазовый угол отсчитывается от положительного направления оси OX по часовой стрелке.

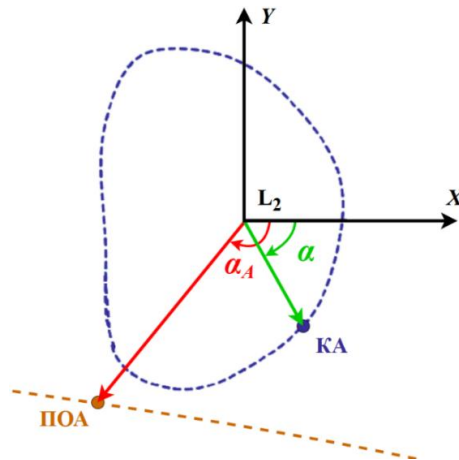


Рисунок 2.2 – Фазовые углы КА α и ПОА α_A

Тогда для обеспечения минимального расстояния пролета КА около ПОА должно выполняться условие:

$$\alpha(t_f) = \alpha_A(t_f). \quad (2.2)$$

Данное условие является относительно сложным для выполнения, поскольку, как уже было отмечено ранее, период движения КА по ограниченной орбите вокруг точки либрации системы Солнце-Земля составляет около 180 суток независимо от типа орбиты [20, 21]. Поэтому классический метод фазирования орбиты [22], реализуемый для сближения и стыковки КА с Международной космической станцией, в данном случае неприменим. Существуют работы [101, 102, 103, 104], в которых предлагаются различные подходы для решения проблемы фазирования орбит около точек либрации. Однако в данных работах речь идет о точках либрации системы Земля-Луна, периоды орбит вокруг которых составляют всего две недели.

Тем не менее, если разница фазовых углов α и α_A небольшая, то она может быть скомпенсирована на участке траектории, соединяющей исходную и новую ограниченные орбиты. Для понимания величины этой разницы рассмотрим в качестве примера траектории выведения [55] на свои целевые орбиты КА Herschel и Planck, которые некоторое время после запуска двигались совместно. На рисунке 2.3 приведены зависимости фазового угла от времени для обоих аппаратов. Из

рисунка видно, что примерно на двенадцатые сутки полета возникла разница фазовых углов, которая вновь пропала только через два месяца. Отличие в поведении фазовых углов связано с приложенными к КА Planck импульсами, направленными на перевод этого аппарата на орбиту Лиссажу. Отметим, что максимальное значение возникшей разницы фазовых углов составило 25 град. Таким образом, эта величина может быть использована в качестве опорной для предварительного анализа близости пролета ПОА около КА.

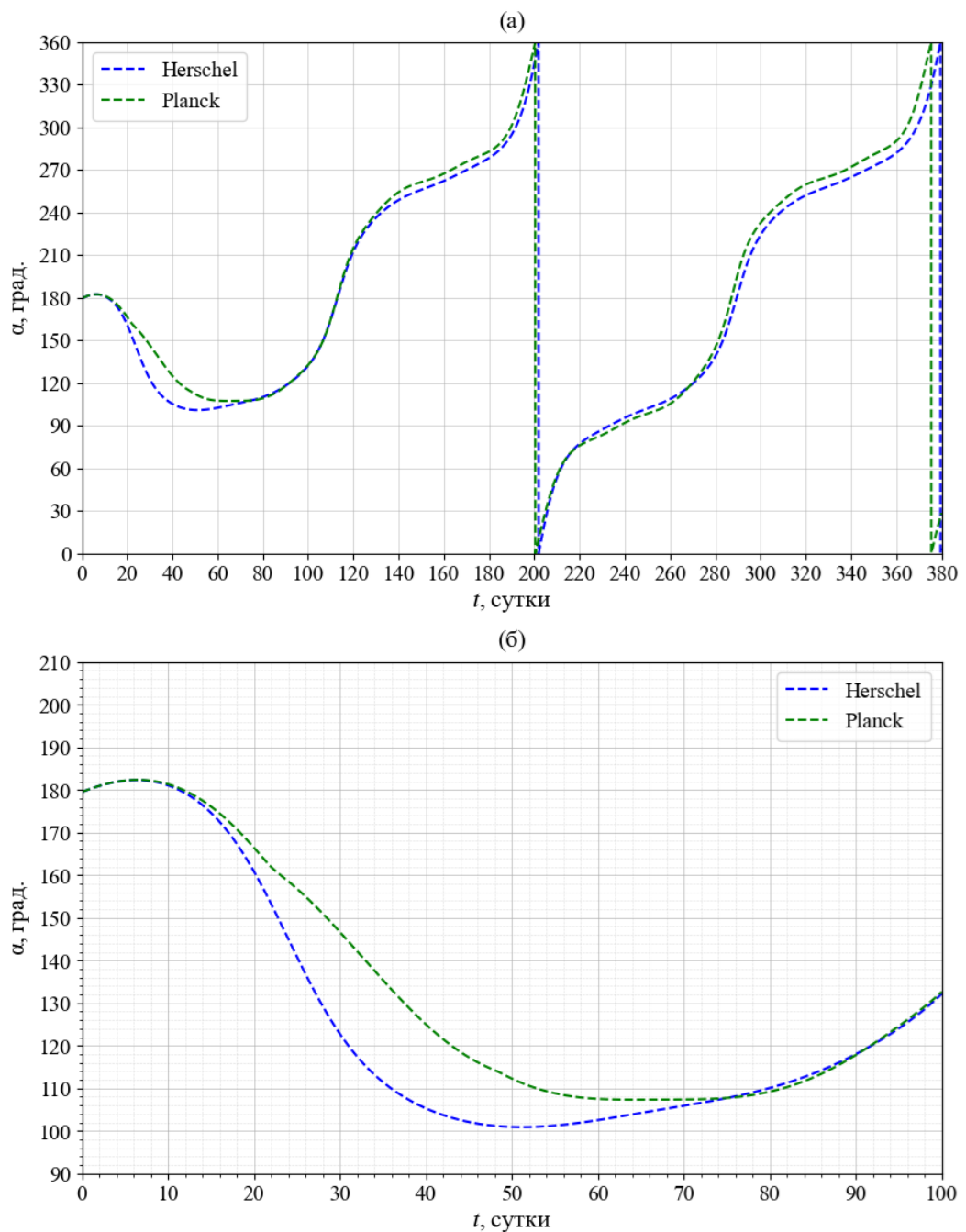


Рисунок 2.3 – Графики зависимости $\alpha(t)$ для КА Herschel и Planck: а) для первых 380 суток полета; б) для первых 100 суток полета

Однако во время движения ПОА около точки либрации значение его фазового угла достаточно быстро меняется из-за высокой относительной скорости пролета. Следовательно, значение разницы фазовых углов α и α_A также будет достаточно быстро изменяться на этом интервале времени. Поэтому для анализа близости пролета ПОА непосредственно около КА предлагается вычислять разницу фазовых углов α и α_A для определенного момента времени, а именно для момента $t_{xr=xrA}$ равенства координат x КА и ПОА во вращающейся СК – x_r и x_{rA} (будем использовать индекс r , от англ. rotating) – ввиду геометрических особенностей ограниченных орбит.

Также для обеспечения минимального расстояния пролета КА около ПОА должно выполняться и условие равенства координат z_r и z_{rA} :

$$z_r(t_f) = z_{rA}(t_f). \quad (2.3)$$

Однако данное условие является наиболее простым для выполнения, поскольку изменить значение амплитуды ограниченной орбиты вдоль оси OZ на необходимое можно в любой подходящий момент времени.

Таким образом, в текущем исследовании для определения возможности сближения аппарата с астероидом на новой ограниченной орбите предлагается методика оперативного анализа, заключающаяся в сравнении с граничными значениями двух параметров:

1. $|\Delta\alpha(t_{xr=xrA})|$ – разница фазовых углов α и α_A в момент $t_{xr=xrA}$ равенства координат x_r и x_{rA} ;
2. $\min |\Delta z_r|$ – минимальное значение разницы координат z_r и z_{rA} на интервале времени, соответствующем пролету небесного тела около точки либрации.

Определение конкретных граничных значений этих двух параметров является целью проведения численных расчетов траекторий перелетов КА к ПОА.

2.3 Методологическая основа разработки методик проектирования траекторий перелетов космического аппарата с орбиты вокруг солнечно-земной точки либрации к потенциально опасным астероидам

Методологическая основа разработки двух методик проектирования траекторий перелетов КА к ПОА заключается в том, что в качестве исходных орбит выбраны не искусственно сгенерированные орбиты, а орбиты действующих в настоящий момент аппаратов: СРГ, JWST [105] и Euclid [106]. Для однозначности названия самих орбит, в отличие от КА, будем выделять в тексте кавычками: орбиты «СРГ», «JWST», «Euclid» и КА СРГ, JWST, Euclid. В качестве целевых выбраны упомянутые ранее ПОА: Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁. Таким образом, после проведения серии вычислений, основанных на использовании параметров исходных орбит «СРГ», «JWST» и «Euclid», можно будет сделать выводы о границах применимости предлагаемых методик.

Также отметим, что основным ограничением, которому должны удовлетворять рассчитанные траектории перелетов КА к ПОА, является значение требуемой суммарной характеристической скорости v . В качестве максимально допустимой величины примем значение текущего запаса характеристической скорости аппарата СРГ: $v = 200$ м/с [107]. Поскольку для разработки методик нам важны не технические характеристики и возможности аппаратов, а только параметры их орбит, то задачу расчета траекторий перелетов КА к ПОА будем решать в импульсной постановке без учета ограничений на допустимые направления приложения импульсов, а также без учета ошибок их исполнения.

Важно отметить, что все вычисления будем сразу проводить в эфемеридной модели, без расчета предварительных траекторий в рамках круговой ограниченной задачи трех тел. Это связано с несколькими факторами [108, 109]:

- Построенные траектории инвариантного многообразия в рамках круговой ограниченной задачи трех тел соответствуют этим же траекториям в эфемеридной модели в случае определенных календарных дат, т. е. при конкретных положениях небесных тел Солнечной системы. Поэтому для орбит «СРГ», «JWST»

и «Euclid», которые в отличие от искусственно сгенерированных орбит имеют строгую привязку ко времени, могут не существовать в полной модели сил некоторые из траекторий инвариантного многообразия, в частности гетероклинические соединения, которые могут быть рассчитаны в рамках круговой ограниченной задачи трех тел.

- При перерасчете в эфемеридной модели траектории, полученной в рамках круговой ограниченной задачи трех тел, может значительно (речь идет о почти сотне м/с) увеличиться необходимое для ее построения значение характеристической скорости.

Таким образом, все описанные в данном разделе положения составляют методологическую основу разработки двух методик построения траекторий перелетов КА к ПОА. Более подробно каждая из методик описана в главах 3 и 4 соответственно.

2.4 Описание математической модели движения космического аппарата

Для расчета в эфемеридной модели траектории движения КА в пределах грависферы влияния Земли будем использовать две СК [110]:

- Геоцентрическая эклиптическая СК J2000.0. Начало СК находится в центре масс Земли, ось OX направлена в точку весеннего равноденствия, ось OZ перпендикулярна плоскости эклиптики и направлена к ее северному полюсу, ось OY дополняет систему до правой тройки векторов.

- Гелиоцентрическая эклиптическая СК J2000.0. Начало СК находится в центре масс Солнца, ось OX направлена в точку весеннего равноденствия, ось OZ перпендикулярна плоскости эклиптики и направлена к ее северному полюсу, ось OY дополняет систему до правой тройки векторов.

Выбор СК зависит от того, находится ли КА внутри сферы действия Земли ($R = 929$ тыс. км) или нет. В обоих случаях учитываются гравитационные притяжения Солнца, Луны и всех планет Солнечной системы. Также отметим, что

в работе не учитываются гравитационные притяжения ПОА, а аппарат рассматривается в качестве материальной точки. Таким образом, система дифференциальных уравнений движения КА в геоцентрической (будем использовать индекс g , от англ. geocentric) эклиптической СК J2000.0 имеет вид [111]:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}}_g = -\frac{\mu_E}{|\mathbf{r}_g|^3} \mathbf{r}_g + \sum_{i=1}^n \mu_i \left(\frac{\mathbf{r}_{gi} - \mathbf{r}_g}{|\mathbf{r}_{gi} - \mathbf{r}_g|^3} - \frac{\mathbf{r}_{gi}}{|\mathbf{r}_{gi}|^3} \right), \\ \dot{\mathbf{r}}_g = \mathbf{V}_g, \end{cases} \quad (2.4)$$

где $\mathbf{r}_g$ и $\mathbf{V}_g$ – радиус-вектор центра масс КА и вектор его скорости; μ_E – гравитационный параметр Земли; $n = 9$ – количество небесных тел: Солнце, Луна и все планеты Солнечной системы, кроме Земли; μ_i и $\mathbf{r}_{gi}$ – гравитационный параметр и радиус-вектор центра масс i -го небесного тела.

Аналогично система дифференциальных уравнений движения КА в гелиоцентрической (будем использовать индекс h , от англ. heliocentric) эклиптической СК J2000.0 имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}}_h = -\frac{\mu_S}{|\mathbf{r}_h|^3} \mathbf{r}_h + \sum_{j=1}^m \mu_j \left(\frac{\mathbf{r}_{hj} - \mathbf{r}_h}{|\mathbf{r}_{hj} - \mathbf{r}_h|^3} - \frac{\mathbf{r}_{hj}}{|\mathbf{r}_{hj}|^3} \right), \\ \dot{\mathbf{r}}_h = \mathbf{V}_h, \end{cases} \quad (2.5)$$

где $\mathbf{r}_h$ и $\mathbf{V}_h$ – радиус-вектор центра масс КА и вектор его скорости; μ_S – гравитационный параметр Солнца; $m = 9$ – количество небесных тел: Луна и все планеты Солнечной системы; μ_j и $\mathbf{r}_{hj}$ – гравитационный параметр и радиус-вектор центра масс j -го небесного тела.

Поскольку геоцентрическая эклиптическая и гелиоцентрическая эклиптическая СК отличаются только расположением своих начал координат, то перевод вектора состояния КА для заданного момента времени из одной СК в другую осуществляется простым параллельным переносом. При известном положении $\mathbf{r}_{hE}$ и скорости $\mathbf{V}_{hE}$ Земли в гелиоцентрической эклиптической СК

перевод вектора состояния КА из этой СК в геоцентрическую эклиптическую СК осуществляется по следующим формулам:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_g = \mathbf{r}_h - \mathbf{r}_{hE}, \\ \mathbf{V}_g = \mathbf{V}_h - \mathbf{V}_{hE}. \end{cases} \quad (2.6)$$

Аналогично для обратного случая – при известном положении $\mathbf{r}_{gs}$ и скорости $\mathbf{V}_{gs}$ Солнца в геоцентрической эклиптической СК перевод вектора состояния КА из этой СК в гелиоцентрическую эклиптическую СК осуществляется по формулам ниже:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_h = \mathbf{r}_g - \mathbf{r}_{gs}, \\ \mathbf{V}_h = \mathbf{V}_g - \mathbf{V}_{gs}. \end{cases} \quad (2.7)$$

Для перевода вектора состояния КА во вращающуюся СК, связанную с солнечно-земной точкой либрации L_2 , необходимо учесть повороты осей СК, а также мгновенную угловую скорость вращения системы ω [112, 113]. Рассмотрим случай перевода вектора состояния КА из гелиоцентрической эклиптической СК во вращающуюся (см. рисунок 2.4).

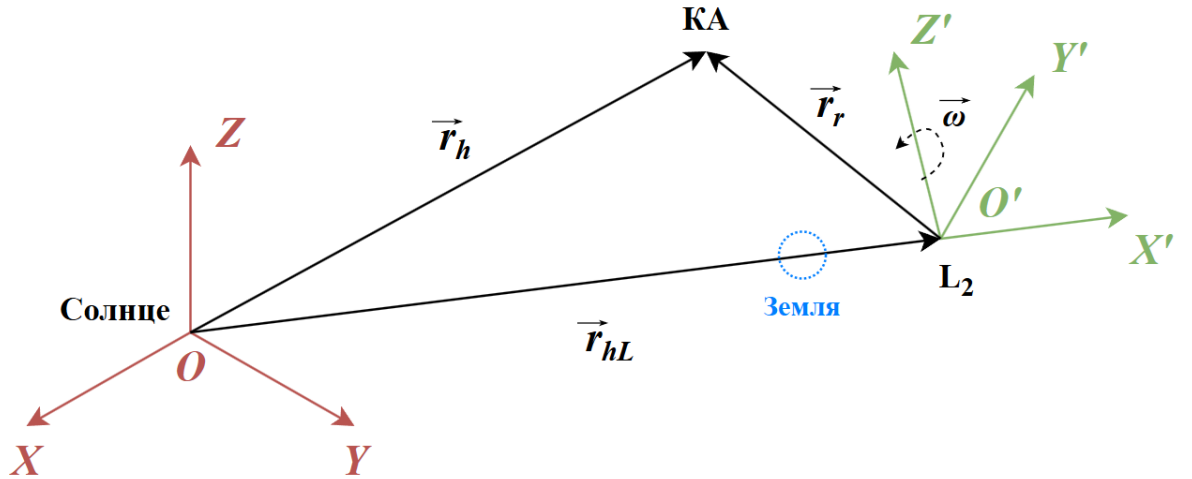


Рисунок 2.4 – Гелиоцентрическая эклиптическая СК и вращающаяся СК, связанная с солнечно-земной точкой либрации L_2

Введем обозначения: $\mathbf{r}_{hL}$ и $\mathbf{V}_{hL}$ – радиус-вектор и вектор скорости точки либрации L_2 системы Солнце-Земля в гелиоцентрической эклиптической СК; $(\mathbf{e}_1', \mathbf{e}_2', \mathbf{e}_3')$ – ортонормированный базис вращающейся СК.

Мгновенная угловая скорость вращения системы ω рассчитывается по формуле:

$$\omega = \frac{r_{hL} \times V_{hL}}{|r_{hL}|^2}. \quad (2.8)$$

Первый базисный вектор e_1' направлен вдоль радиус-вектора точки либрации:

$$e_1' = \frac{r_{hL}}{|r_{hL}|}. \quad (2.9)$$

Третий базисный вектор e_3' направлен вдоль вектора мгновенной угловой скорости вращения системы:

$$e_3' = \frac{\omega}{|\omega|}. \quad (2.10)$$

Второй базисный вектор e_2' дополняет систему до правой тройки векторов:

$$e_2' = e_3' \times e_1'. \quad (2.11)$$

Искомая матрица поворота осей B является транспонированной матрицей A , столбцы которой являются единичные базисные векторы e_1' , e_2' и e_3' :

$$A = (e_1' \ e_2' \ e_3'), \quad (2.12)$$

$$B = A^T. \quad (2.13)$$

В итоге радиус-вектор центра масс КА r_r и вектор его скорости V_r во вращающейся СК рассчитываются по формулам:

$$r_r = B(r_h - r_{hL}), \quad (2.14)$$

$$V_r = B(V_h - V_{hL} - \omega \times (r_h - r_{hL})). \quad (2.15)$$

В случае изменения в заданный момент времени скорости КА во вращающейся СК на величину ΔV_r новое значение скорости аппарата в гелиоцентрической СК $V_{h\ new}$ рассчитывается следующим образом:

$$V_{h\ new} = A(V_r + \Delta V_r) + V_{hL} + \omega \times (r_h - r_{hL}). \quad (2.16)$$

Численное интегрирование систем дифференциальных уравнений движения КА (2.4) и (2.5) проводилось в программном комплексе с открытым исходным кодом NASA General Mission Analysis Tool (GMAT) [114], предназначенном для проектирования космических миссий. GMAT позволяет использовать встроенный каталог эфемерид JPL DE405 основных небесных тел Солнечной системы, а также импортировать аналогичные каталоги для астероидов и комет. Интегрирование систем (2.4) и (2.5) проводилось методом Рунге–Кутты 8-го порядка с переменным шагом – от 1 до 36000 с. Рассогласования радиус-вектора и вектора скорости КА при интегрировании ограниченных орбит около солнечно-земных точек либрации L_1 и L_2 таким образом на год вперед и назад составляют $|\delta r| = 0.4$ км и $|\delta V| = 0.2$ мм/с соответственно, что указывает на высокую точность интегрирования.

Части кода, отвечающие за интегрирование систем дифференциальных уравнений движения КА и за расчет траекторий перелетов по предлагаемым методикам, написаны автором самостоятельно. Отметим, что все траектории движения КА и ПОА на следующих рисунках будут показаны во вращающейся СК, поэтому индекс r на таких рисунках будет опущен.

2.5 Моделирование и анализ исходных ограниченных орбит

Как было отмечено ранее, в качестве опорных выбраны орбиты функционирующих в настоящее время около солнечно-земной точки либрации L_2 КА SPG, JWST и Euclid. Поскольку данная точка либрации является точкой неустойчивого равновесия, то моделирование орбит в ее окрестности на долгий период времени (несколько лет и более) требует применения численных методик

коррекции скорости КА с целью нивелирования неустойчивой компоненты движения [17].

В данной работе применялся так называемый «метод плоскостей» [17, 115]. Суть используемого метода заключается в поиске для заданного момента времени скорости КА, обеспечивающей наиболее продолжительное движение аппарата в окрестности точки либрации между двумя плоскостями $x_r = x_{r \min}$ и $x_r = x_{r \max}$ (см. рисунок 2.5). При проведении численного интегрирования движения КА в зависимости от величины и направления корректирующего импульса аппарат может пересечь ту или иную плоскость. Таким образом, численно, например, методом бисекции, может быть определена искомая скорость КА с точностью вплоть до машинного ограничения. Данный метод позволяет рассчитать орбиту около неустойчивой солнечно-земной точки либрации на несколько лет вперед, после чего вновь потребуется коррекция.

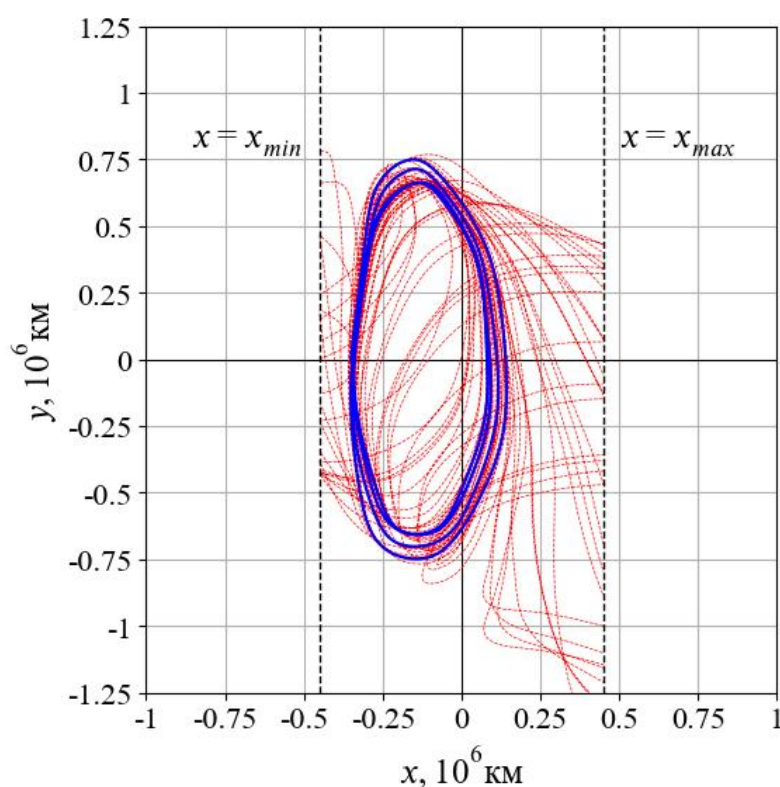


Рисунок 2.5 – «Метод плоскостей» коррекции скорости КА

В текущем исследовании данный метод коррекции скорости КА использовался после моделирования каждых двух витков орбиты. Точка приложения импульса всегда являлась точкой пересечения траектории аппарата и

плоскости OXZ вращающейся СК при $x_r < 0$. Направление приложения корректирующего импульса также было фиксировано – скорость КА изменялась только вдоль направления неустойчивости [116], т. е. вдоль линии, расположенной под углом 28.6 град. по отношению к оси OX вращающейся СК. Рассчитанные таким способом орбиты КА СРГ, JWST и Euclid на период времени с 01.01.2026 по 01.01.2040 приведены на рисунках 2.6, 2.7 и 2.8 соответственно.

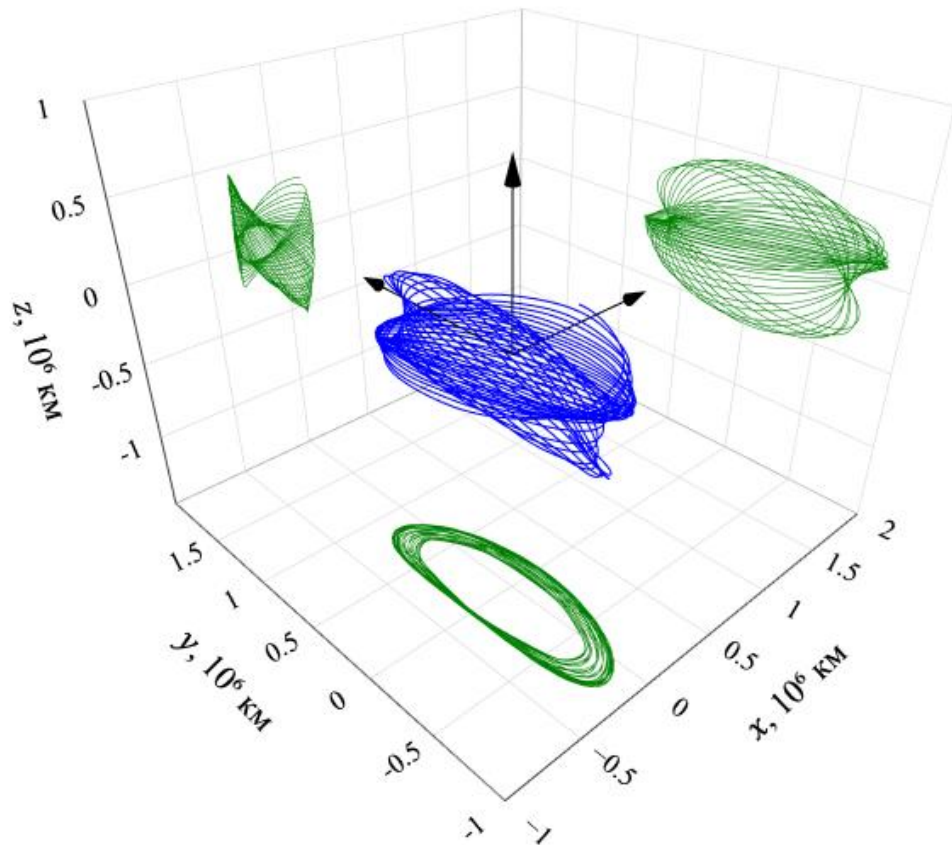


Рисунок 2.6 – Смоделированная орбита КА СРГ

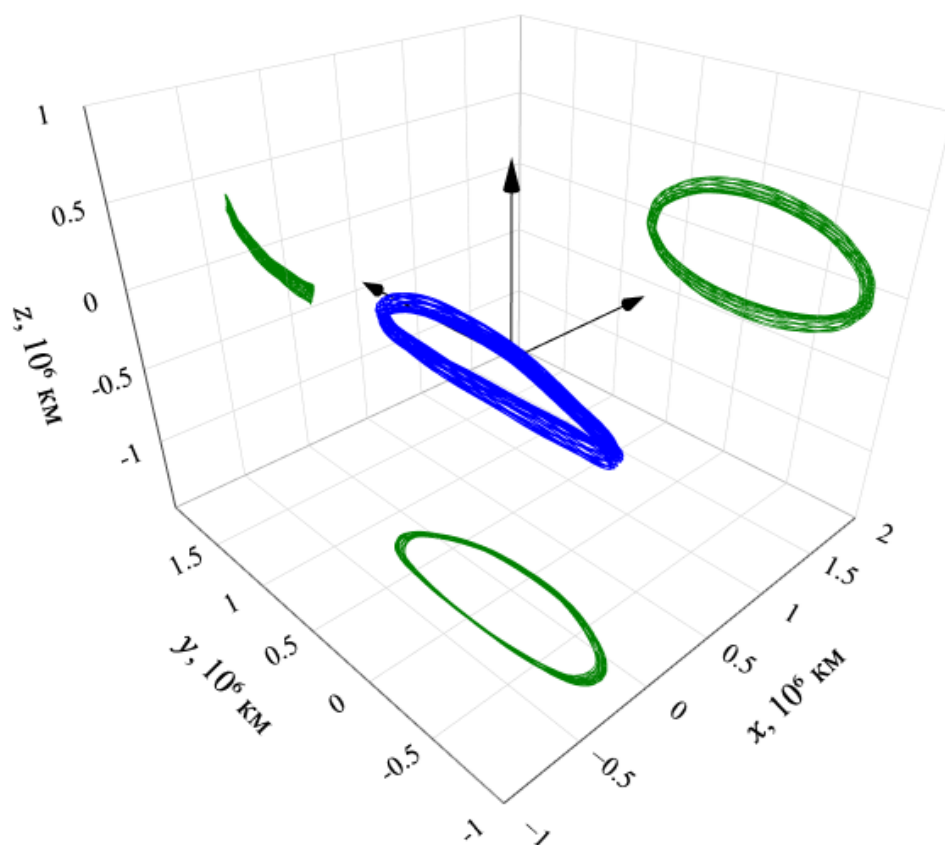


Рисунок 2.7 – Смоделированная орбита КА JWST

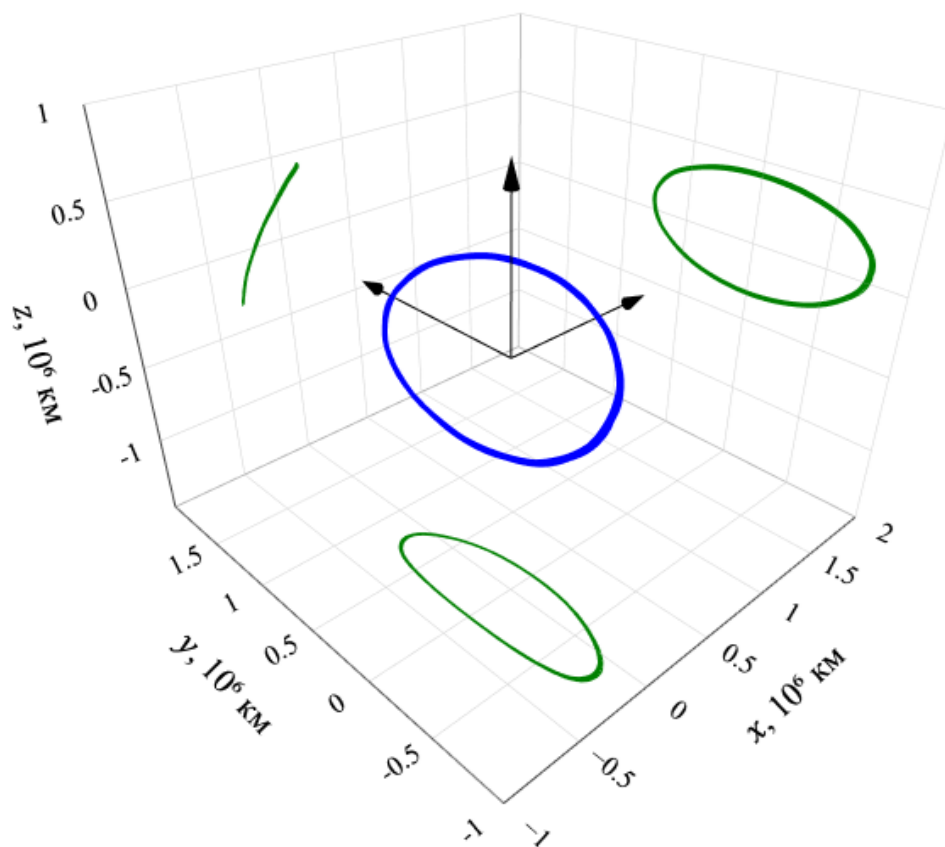


Рисунок 2.8 – Смоделированная орбита КА Euclid

Несмотря на то что все три аппарата движутся по разным орбитам: СРГ – по переходной между квазигало-орбитой и орбитой Лиссажу, JWST – по южной гало-орбите, Euclid – по северной гало-орбите, амплитуды этих орбит вдоль осей OX и OY близки. Также стоит отметить, что при рассмотрении положений КА в проекции на плоскость эклиптики в любой фиксированный момент времени ни один из них относительно двух других не находится на противоположной стороне от точки либрации, т. е. все три КА движутся совместно. Для наглядности на рисунке 2.9 кружками показаны положения КА СРГ, JWST и Euclid на орбитах (представлено по несколько витков, соответствующих 2028 и 2029 годам) в моменты сближений ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁ с солнечно-земной точкой либрации L_2 . Для Апофиса датой такого сближения является 11 апреля 2029 года, для ПОА 2001 WN₅ – 24 июня 2028 года, для ПОА 1997 XF₁₁ – 27 октября 2028 года.

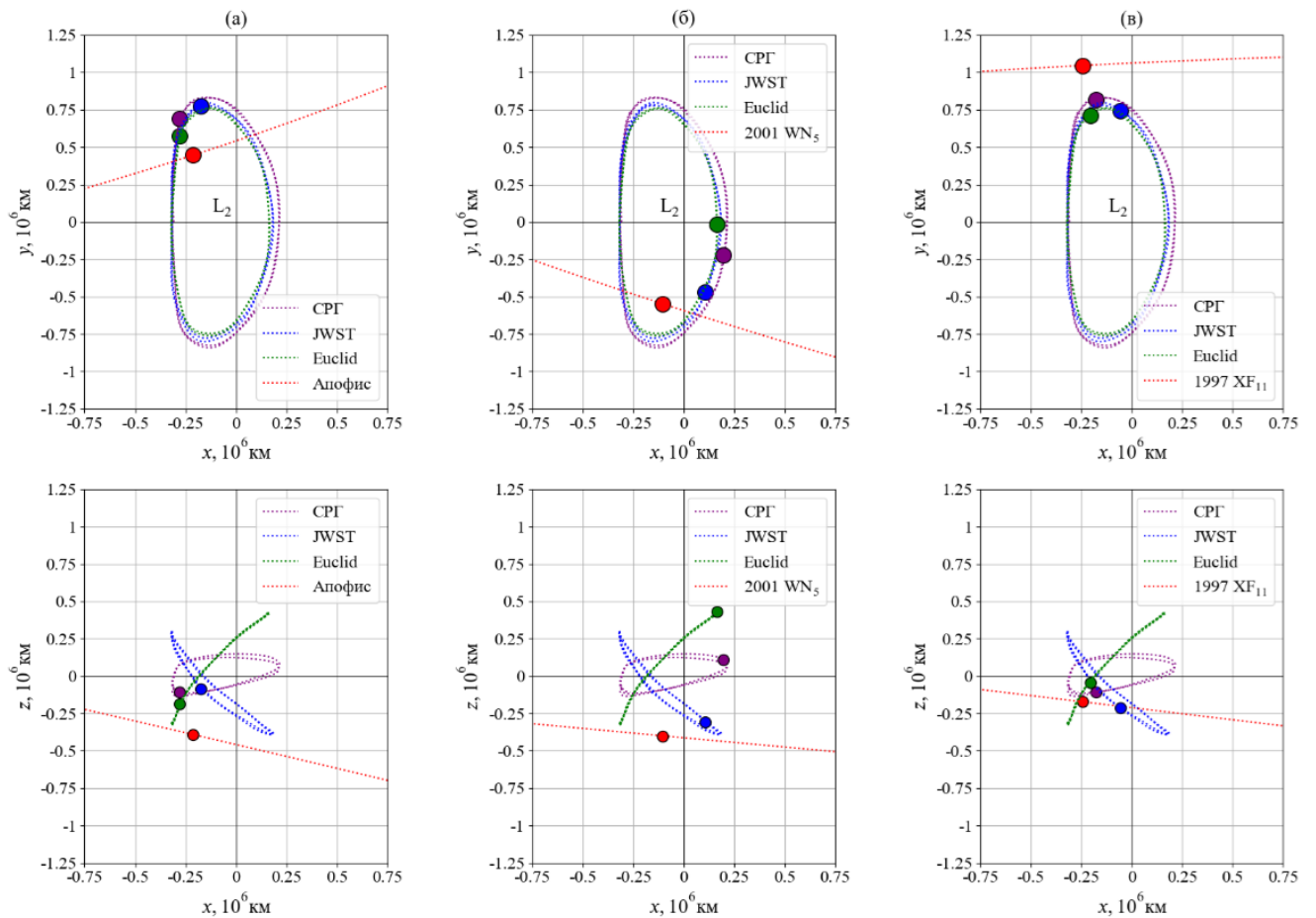


Рисунок 2.9 – Орбиты и положения КА СРГ, JWST и Euclid в моменты пролетов ПОА около солнечно-земной точки либрации L_2 : а) в момент пролета Апофиса; б) в момент пролета астероида 2001 WN₅; в) в момент пролета астероида 1997 XF₁₁

Из рисунка видно, что все три ПОА пролетают не только рядом с точкой либрации L_2 , но и в относительной близости от всех трех КА, функционирующих в ее окрестности. Таким образом, факт пролета ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁ вблизи всех функционирующих в настоящий момент аппаратов на орбитах около солнечно-земной точки либрации L_2 подтверждает актуальность задачи диссертационного исследования по разработке методик проектирования низкоэнергетических траекторий перелетов КА к небесным телам такого типа.

Выводы по второй главе

1. Сформулирована задача диссертационного исследования, которая заключается в разработке двух методик проектирования траекторий перелетов КА к ПОА. Главное отличие методик связано с тем, что в одном случае аппарат не сходит с ограниченной орбиты, она только изменяется, а в другом – КА покидает ограниченную орбиту по одной из траекторий неустойчивого инвариантного многообразия и затем возвращается по траектории устойчивого многообразия.

2. Описана разработанная методика оперативного анализа возможности пролета космического аппарата около астероида без ухода с ограниченной орбиты в окрестности исходной точки либрации, заключающаяся в сравнении с граничными значениями двух параметров: $|\Delta\alpha(t_{xr=xrA})|$ и $\min |\Delta z_r|$.

3. Представлены положения, составляющие методологическую основу разработки методик проектирования траекторий перелетов КА к ПОА.

4. Описана математическая модель движения КА с учетом гравитационных притяжений Солнца, Луны и всех планет Солнечной системы. Приведена оценка точности моделирования движения КА по ограниченным орбитам.

5. Смоделированы и проанализированы ограниченные орбиты, выбранные в качестве исходных. Показано, что ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁ будут пролетать в относительной близости от КА, движущихся по этим орбитам.

3 Методика изменения существующей ограниченной орбиты для обеспечения сближения космического аппарата с потенциально опасным астероидом

3.1 Описание предлагаемой методики проектирования траекторий перелетов

В рамках данной методики задача заключается в нахождении такого управляющего воздействия, т. е. времени приложения t_0 , величины и направления одного импульса ΔV_r , чтобы выполнялись следующие условия:

$$\begin{cases} \exists t_1 > t_0: d_{min} < |\mathbf{r}_r(t_1) - \mathbf{r}_{rA}(t_1)| < d, \\ \forall t \ \mathbf{r}_r(t) \in M, \\ |\Delta V_r| < v, \end{cases} \quad (3.1)$$

где t_1 – момент сближения КА с ПОА; $\mathbf{r}_r$ и $\mathbf{r}_{rA}$ – радиус-векторы центров масс КА и ПОА во вращающейся СК; d_{min} – минимальное расстояние для безопасного пролета; d – требуемое расстояние сближения; M – множество координат, соответствующих заданной окрестности исходной точки либрации; v – допустимое значение требуемой суммарной характеристической скорости.

Иными словами, согласно этой методике построения траектории перелета КА, находящегося на ограниченной орбите в окрестности солнечно-земной точки либрации L_1 или L_2 , к ПОА предлагается с помощью приложения в момент времени t_0 одного импульса ΔV_r перенаправить аппарат на новую орбиту около исходной точки либрации, при движении по которой КА в момент времени $t_1 > t_0$ сближится с исследуемым астероидом [75, 117]:

$$\begin{cases} x_r(t_1) = x_{rA}(t_1), \\ y_r(t_1) = y_{rA}(t_1), \\ z_r(t_1) = z_{rA}(t_1), \end{cases} \quad (3.2)$$

где x_r, y_r, z_r и x_{rA}, y_{rA}, z_{rA} – координаты центров масс КА и ПОА во вращающейся СК.

Для выполнения условия (3.2) необходимо рассчитать для фиксированного момента времени t_0 три составляющие импульса $\Delta \mathbf{V}_r$: ΔV_{xr} , ΔV_{yr} и ΔV_{zr} . Таким образом, имеем двухточечную трехпараметрическую краевую задачу.

В текущем исследовании решение всех краевых задач проводилось методом Ньютона со следующими точностями выхода на граничные условия:

$$\begin{cases} |x_r(t_1) - x_{rA}(t_1)| < \varepsilon, \\ |y_r(t_1) - y_{rA}(t_1)| < \varepsilon, \\ |z_r(t_1) - z_{rA}(t_1)| < \varepsilon, \end{cases} \quad (3.3)$$

где $\varepsilon = 1$ км – принятая допустимая точность.

Для получения не просто траектории перелета КА к ПОА, а именно новой ограниченной орбиты, необходимо определить такие координаты точки встречи $x_{rA}(t_{1fin})$, $y_{rA}(t_{1fin})$, $z_{rA}(t_{1fin})$ и соответствующее этой точке время встречи t_{1fin} аппарата с астероидом, которые принадлежат траектории устойчивого многообразия. Это может быть сделано численно, например, методом бисекции путем решения серии краевых задач для различных моментов времени t_1 при фиксированном моменте времени t_0 . Для этого необходимо задаться двумя начальными приближениями момента времени t_1 :

- $t_{1fromEarth}$: траектория, при движении по которой КА в момент времени $t_{1fromEarth}$ пройдет через точку $x_{rA}(t_{1fromEarth})$, $y_{rA}(t_{1fromEarth})$, $z_{rA}(t_{1fromEarth})$; принадлежит множеству неустойчивого многообразия; аппарат покинет точку либрации в направлении от Земли.
- $t_{1toEarth}$: траектория, при движении по которой КА в момент времени $t_{1toEarth}$ пройдет через точку $x_{rA}(t_{1toEarth})$, $y_{rA}(t_{1toEarth})$, $z_{rA}(t_{1toEarth})$; принадлежит множеству неустойчивого многообразия; аппарат покинет точку либрации в направлении к Земле.

Искомому значению t_{1fin} будет соответствовать точка $x_{rA}(t_{1fin})$, $y_{rA}(t_{1fin})$, $z_{rA}(t_{1fin})$, принадлежащая траектории устойчивого многообразия. Отметим, что для случая движения ПОА к Земле со стороны солнечно-земной точки либрации L_2 (Апофис и

2001 WN₅) справедливо следующее соотношение для рассматриваемых моментов времени:

$$t_{1fromEarth} < t_{1fin} < t_{1toEarth}. \quad (3.4)$$

В свою очередь, от выбора момента времени t_0 зависит величина перелетного импульса и геометрические размеры новой орбиты около точки либрации. Очевидно, что для момента приложения импульса t_0 должно выполняться условие:

$$\alpha(t_0) < \alpha(t_1) = \alpha_A(t_1). \quad (3.5)$$

Следовательно, самая поздняя дата приложения импульса t_{0max} однозначно определяется минимальным значением фазового угла ПОА α_{Amin} в момент его пролета в окрестности точки либрации.

Таким образом, предлагаемая методика проектирования траекторий перелетов КА к ПОА состоит в следующем:

1. Расчет самого позднего момента приложения импульса t_{0max} ;
2. Фиксирование момента приложения импульса $t_0 < t_{0max}$;
3. Решение серии краевых задач с целью определения момента встречи КА с ПОА t_{1fin} и необходимого импульса ΔV_r .

Итоговая блок-схема методики изменения существующей ограниченной орбиты для обеспечения сближения КА с ПОА с учетом интегрированной методики оперативного анализа возможности выполнения такого маневра приведена на рисунке 3.1.

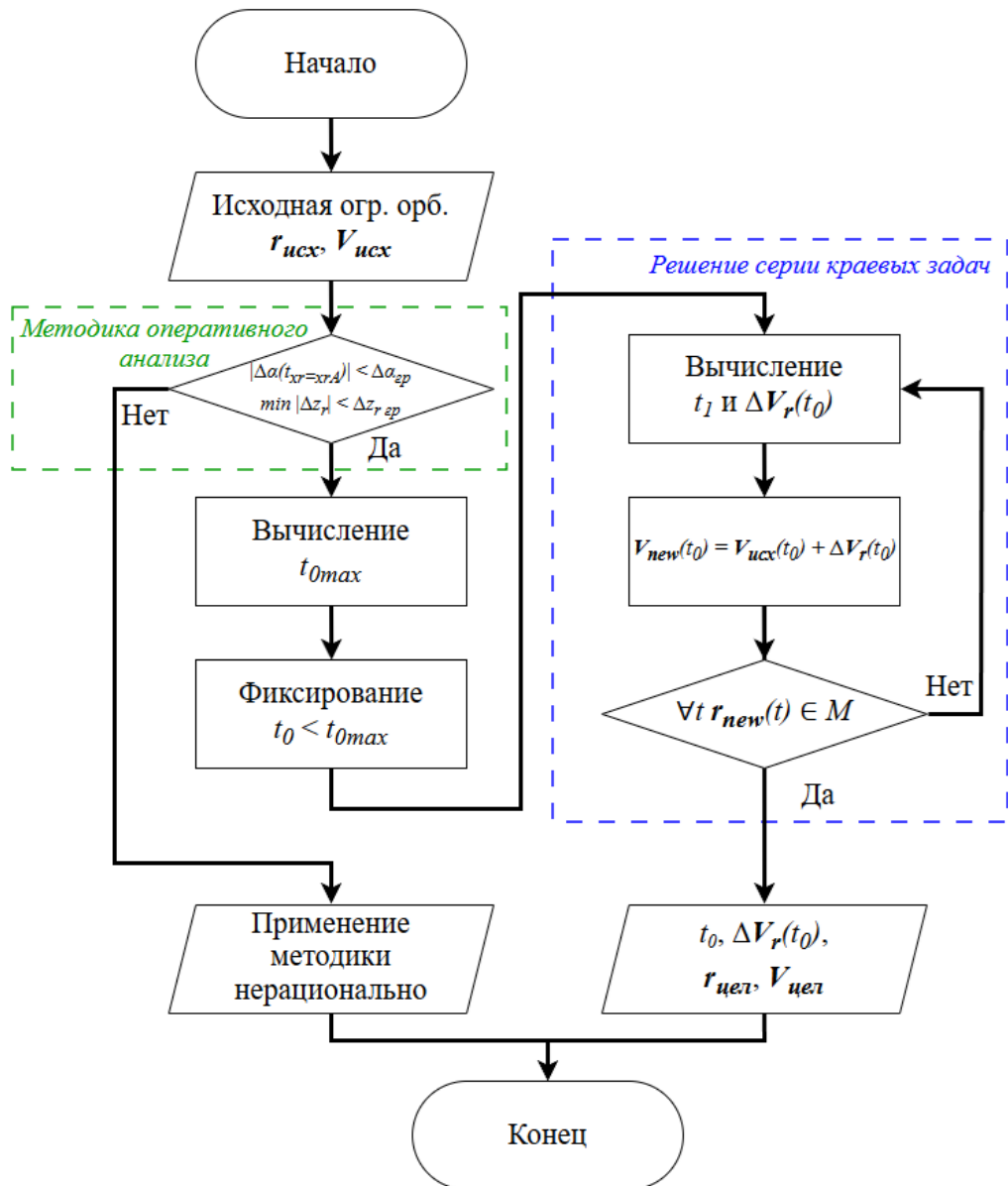


Рисунок 3.1 – Блок-схема методики проектирования одноимпульсного перелета

3.2 Результаты расчета траекторий перелетов космического аппарата с орбиты «Спектр-Рентген-Гамма» к астероиду Апофис

Применение методики проектирования новой ограниченной орбиты, для которой выполняются условия системы (3.2), подробно рассмотрим на примере расчета траектории перелета КА с орбиты «СРГ» к астероиду Апофис.

Первое, что необходимо сделать, – оценить значения разностей фазовых углов КА и ПОА на интервале времени, соответствующем пролету небесного тела около точки либрации. На рисунке 3.2 показаны зависимости фазового угла

(синим) и координаты x_r (красным) от времени для КА на орбите «СРГ» и для Апофиса. В качестве начального момента времени на этих графиках ($t = 0$) принят полдень по UTC 10 апреля 2029 года. Из рисунка видно, что условие равенства фазовых углов (пересечение синих кривых) выполняется при разности координат x_r порядка 100 тыс. км. Примерно через 5 часов наблюдается обратная ситуация – КА и астероид имеют одинаковые координаты x_r (пересечение красных кривых), а разница фазовых углов $|\Delta\alpha(t_{x_r=x_{rA}})| < 15$ град., что является приемлемой для решения поставленной задачи величиной.

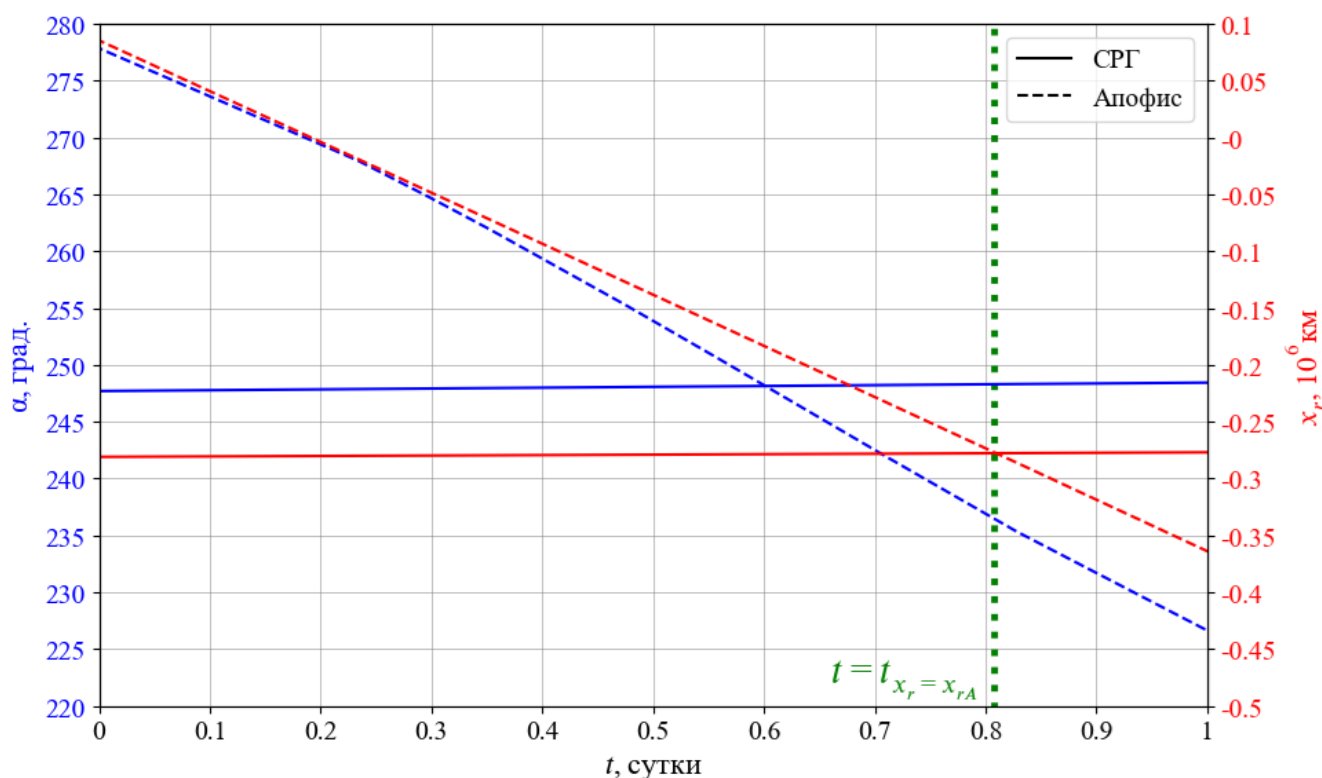


Рисунок 3.2 – Графики зависимостей $\alpha(t)$ и $x_r(t)$ для КА на орбите «СРГ» и для астероида Апофис

Следующим шагом является определение даты приложения импульса t_0 . Как было отмечено ранее, самая поздняя дата приложения импульса t_{0max} однозначно определяется минимальным значением фазового угла ПОА α_{Amin} в момент его пролета в окрестности точки либрации. Для Апофиса можно принять $\alpha_{Amin} = 225$ град. Такое же значение фазового угла для КА на орбите «СРГ» приходится на 25.03.2029. Таким образом, решение краевых задач можно начать для данного момента времени t_{0max} .

Далее необходимо определить координаты точки встречи и соответствующее ей время встречи КА с ПОА: $x_{rA}(t_1)$, $y_{rA}(t_1)$, $z_{rA}(t_1)$ и t_1 . Как было отмечено ранее, эти параметры могут быть определены методом бисекции при решении серии краевых задач. Искомому значению t_{1fin} будет соответствовать точка $x_{rA}(t_{1fin})$, $y_{rA}(t_{1fin})$, $z_{rA}(t_{1fin})$, принадлежащая траектории устойчивого многообразия.

Таким образом, для заданного момента приложения импульса t_{0max} будут найдены три составляющие этого импульса ΔV_{xr} , ΔV_{yr} и ΔV_{zr} , которые переведут КА на новую ограниченную орбиту около исходной точки либрации, при движении по которой аппарат сблизится с ПОА в точке $x_{rA}(t_{1fin})$, $y_{rA}(t_{1fin})$, $z_{rA}(t_{1fin})$ в момент времени t_{1fin} . Результат алгоритма расчета такой орбиты показан на рисунке 3.3.

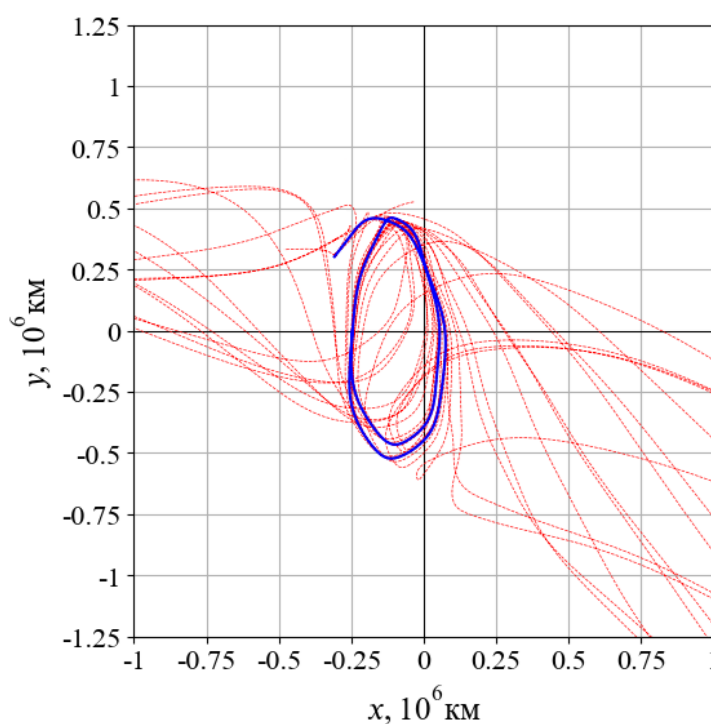
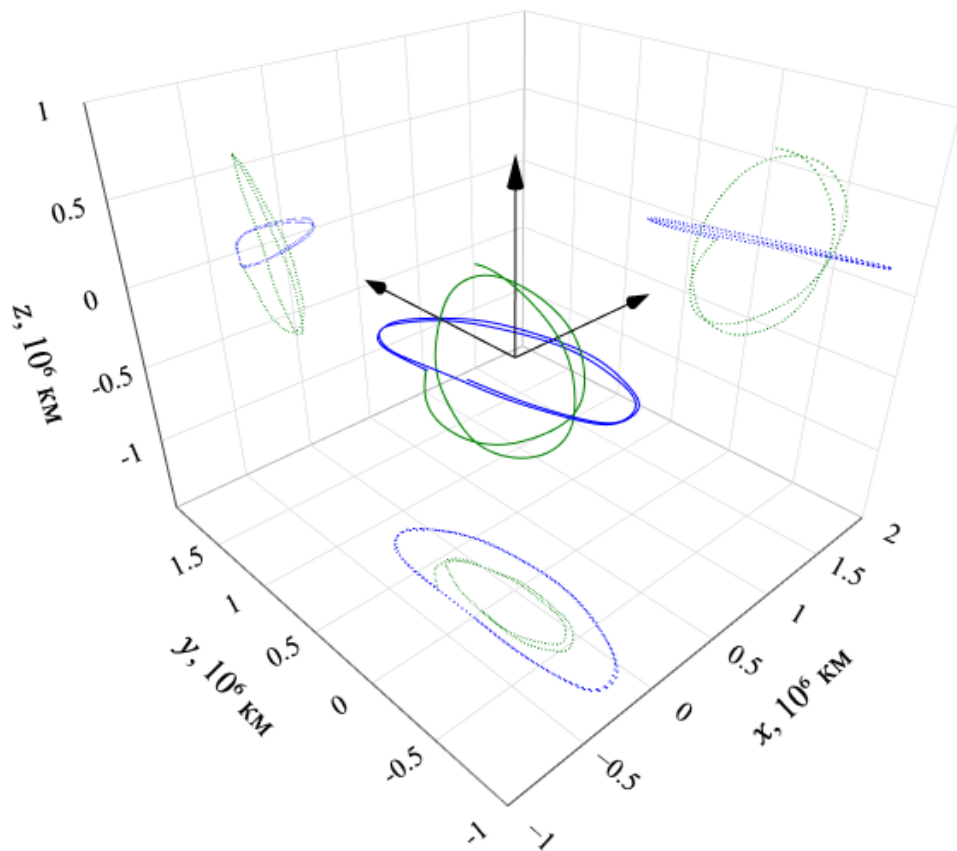


Рисунок 3.3 – Расчет орбиты, обеспечивающей сближение КА с Апофисом

Значения рассчитанных параметров, обеспечивающих перелет КА с орбиты «СРГ» к астероиду Апофис по предлагаемому алгоритму, для момента приложения импульса $t_{0max} = 12:19:25$ UTC 25.03.2029 приведены в таблице 3.1. На рисунке 3.4 показаны часть исходной и искомая орбиты. На рисунке 3.5 приведены зависимости $x_r(t)$, $y_r(t)$, $z_r(t)$ для полученной орбиты и для траектории движения Апофиса; в качестве начального момента времени на этих графиках ($t = 0$) принято значение t_{0max} .

Таблица 3.1 – Параметры перелета КА с орбиты «СРГ» к Апофису для t_{0max}

Параметр	Значение
ΔV_{xr} , м/с	104.5
ΔV_{yr} , м/с	-156.8
ΔV_{zr} , м/с	-219.2
$ \Delta \mathbf{V}_{xyr} $, м/с	188.4
$ \Delta \mathbf{V}_r $, м/с	289.1
t_{1fin} , дата и время (UTC)	11.04.2029, 02:38:20
$x_{rA}(t_{1fin})$, км	-187756
$y_{rA}(t_{1fin})$, км	456578
$z_{rA}(t_{1fin})$, км	-398885
$\alpha(t_{1fin})$, град.	247.6

Рисунок 3.4 – Исходная (синим) и искомая для t_{0max} (зеленым) орбиты

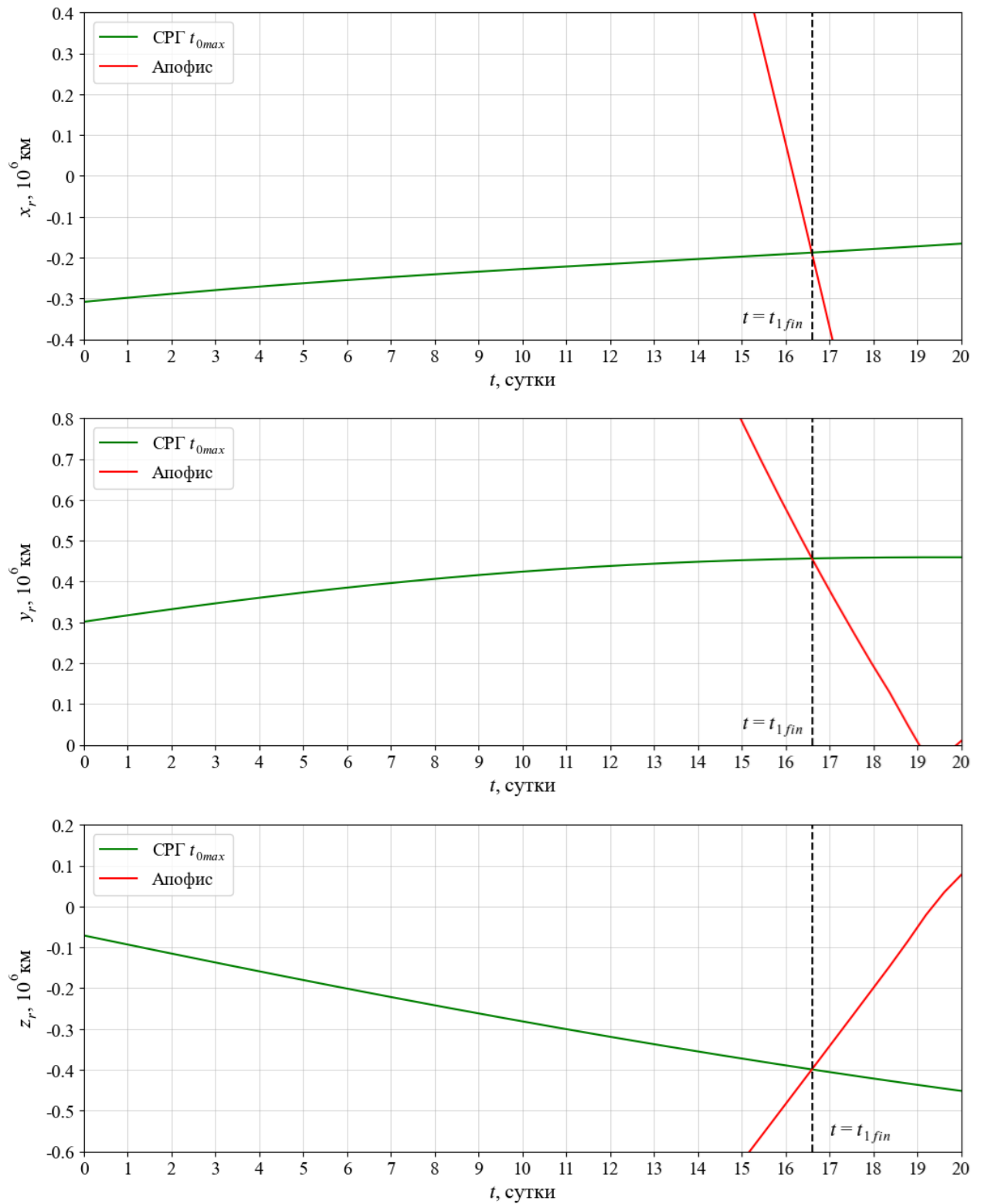


Рисунок 3.5 – Графики зависимостей $x_r(t)$, $y_r(t)$, $z_r(t)$ для искомой орбиты «СРГ t_{0max} » и для траектории движения Апофиса

Проведем анализ полученной орбиты. В первую очередь стоит отметить, что значение перелетного импульса превышает допустимое (а для КА СРГ – техническое) ограничение в 200 м/с, причем наибольшая составляющая этого

импульса приходится на направление вдоль оси OZ вращающейся СК. Во-вторых, новая орбита обладает совершенно иной геометрией по сравнению с исходной – это орбита Лиссажу с относительно малыми амплитудами вдоль осей OX и OY и с большой амплитудой вдоль оси OZ . В-третьих, значение фазового угла в момент встречи КА с ПОА практически совпадает со значением фазового угла аппарата на исходной орбите в этот же момент времени (см. рисунок 3.2), т. е. при таком перелете преимущественно компенсируется координата x_r , а не фазовый угол.

Сравним поведение фазовых углов для аппаратов, движущихся по исходной и новой орбитам. На рисунке 3.6 приведены зависимости $\alpha(t)$ для этих двух случаев. В качестве начального момента времени на этих графиках ($t = 0$) также принято значение t_{0max} . Из рисунка видно, что на интервале времени, соответствующем переходу КА с одной орбиты на другую ($t < 50$), фазовые углы не отличаются. Однако далее появляется сдвиг фазового угла, который приводит к тому, что достижение $\alpha = 0$ град. происходит практически на двадцать суток раньше в случае движения аппарата по новой орбите.

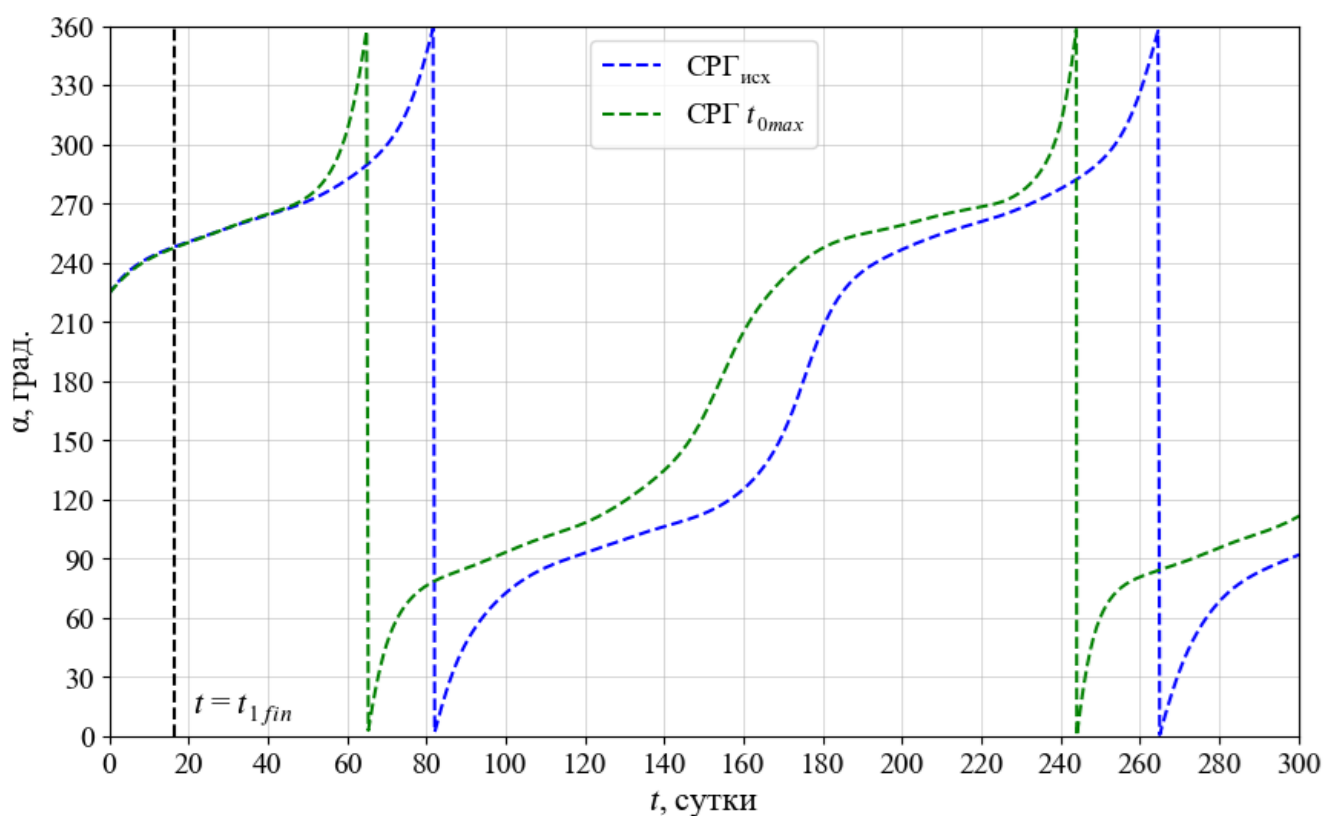


Рисунок 3.6 – Графики зависимости $\alpha(t)$ для КА, движущихся по исходной и искомой орбитам

Также отметим, что относительная скорость пролета в момент тесного сближения КА с ПОА составляет 6.05 км/с. Эта величина является сравнительно небольшой: так, например, во время пролета межпланетной станцией NEAR Shoemaker астероида Матильда в 1997 году ее относительная скорость составляла около 10 км/с [72].

Теперь рассмотрим случаи перелета КА с орбиты «СРГ» к астероиду Апофис для моментов времени $t_0 < t_{0max}$. В таблице 3.2 приведен диапазон дат приложения импульса $|\Delta V_r| < 200$ м/с. Из таблицы видно, что в течение 24 дней удовлетворяется требование по ограничению величины характеристической скорости. Причем для 11 из этих дней $|\Delta V_r| < 180$ м/с, а минимальное значение $|\Delta V_{r\ min}| = 175.2$ м/с приходится на 3 марта 2029 года. Отметим, что во всех случаях сближение КА с ПОА происходит 11 апреля 2029 года с относительной скоростью около 6 км/с.

Таблица 3.2 – Даты приложения и величины импульсов, необходимых для достижения аппаратом астероида Апофис на новых ограниченных орбитах

t_0 , дата	$ \Delta V_r $, м/с
19.02.2029	196.8
22.02.2029	187.0
25.02.2029	180.3
28.02.2029	176.4
02.03.2029	175.3
03.03.2029	175.2 (минимум)
04.03.2029	175.4
06.03.2029	176.7
08.03.2029	179.4
11.03.2029	185.9
14.03.2029	196.3

Более подробно рассмотрим три орбиты из рассчитанных – для двух крайних дат приложения импульса (19 февраля и 14 марта) и для даты его минимального значения: «СРГ_{19.02}», «СРГ_{14.03}» и «СРГ_{03.03}». На рисунке 3.7 показаны эти орбиты

вместе с частью исходной орбиты «СРГ», а также вместе с траекторией движения Апофиса. Из рисунка видно, что целевые орбиты имеют разные амплитуды вдоль каждой из трех осей, а координаты точек сближения КА с ПОА во всех случаях отличаются – чем раньше прикладывается перелетный импульс, тем позже происходит сближение аппарата с астероидом и, следовательно, тем преимущественней компенсируется фазовый угол по сравнению с координатой x_r .

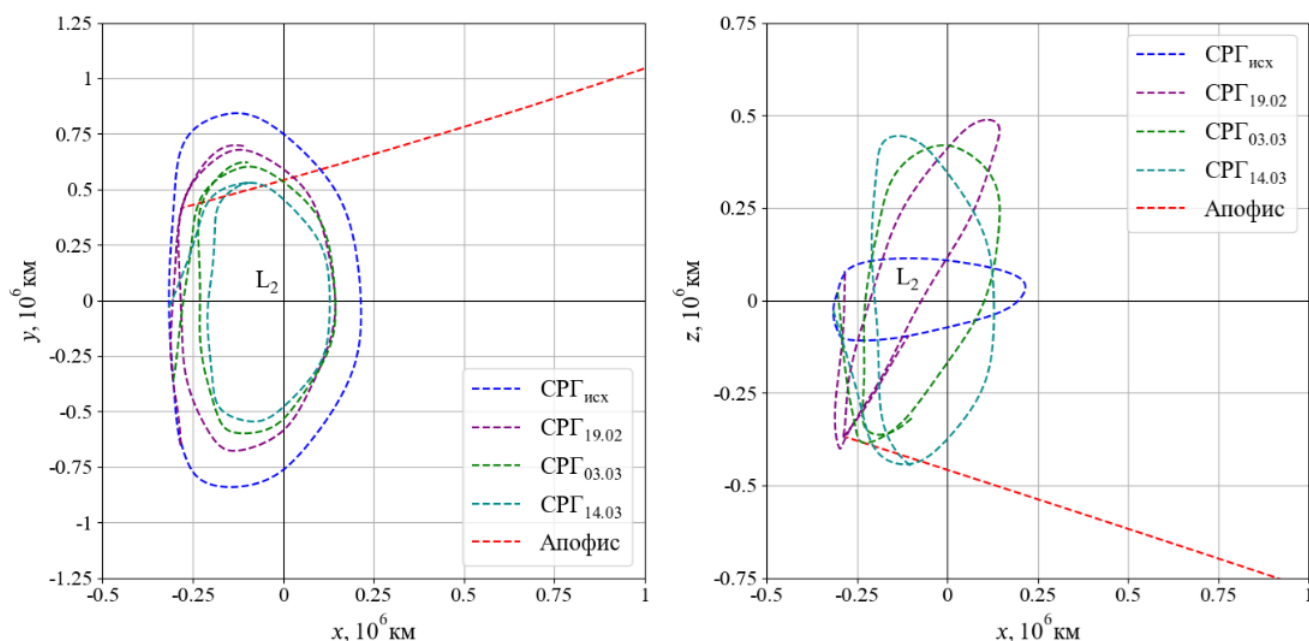


Рисунок 3.7 – Исходная орбита «СРГ» и три целевые орбиты, обеспечивающие сближение аппарата с Апофисом

На рисунке 3.8 приведены зависимости фазового угла от времени для исходной орбиты «СРГ», а также для рассчитанных орбит «СРГ_{19.02}», «СРГ_{14.03}» и «СРГ_{03.03}». Начальным моментом времени на этих графиках ($t = 0$) является 19 февраля 2029 года, а вертикальной линией отмечена дата 11 апреля 2029 года (t_1). Из рисунка видно, что в отличие от случая первой рассчитанной орбиты, полученной путем приложения импульса в момент времени t_{0max} , разница фазовых углов возникает на участках перехода КА на новые целевые орбиты. Отметим, что величина этой разности может достигать 50 град. Больше принципиальных отличий в поведении фазовых углов не наблюдается.

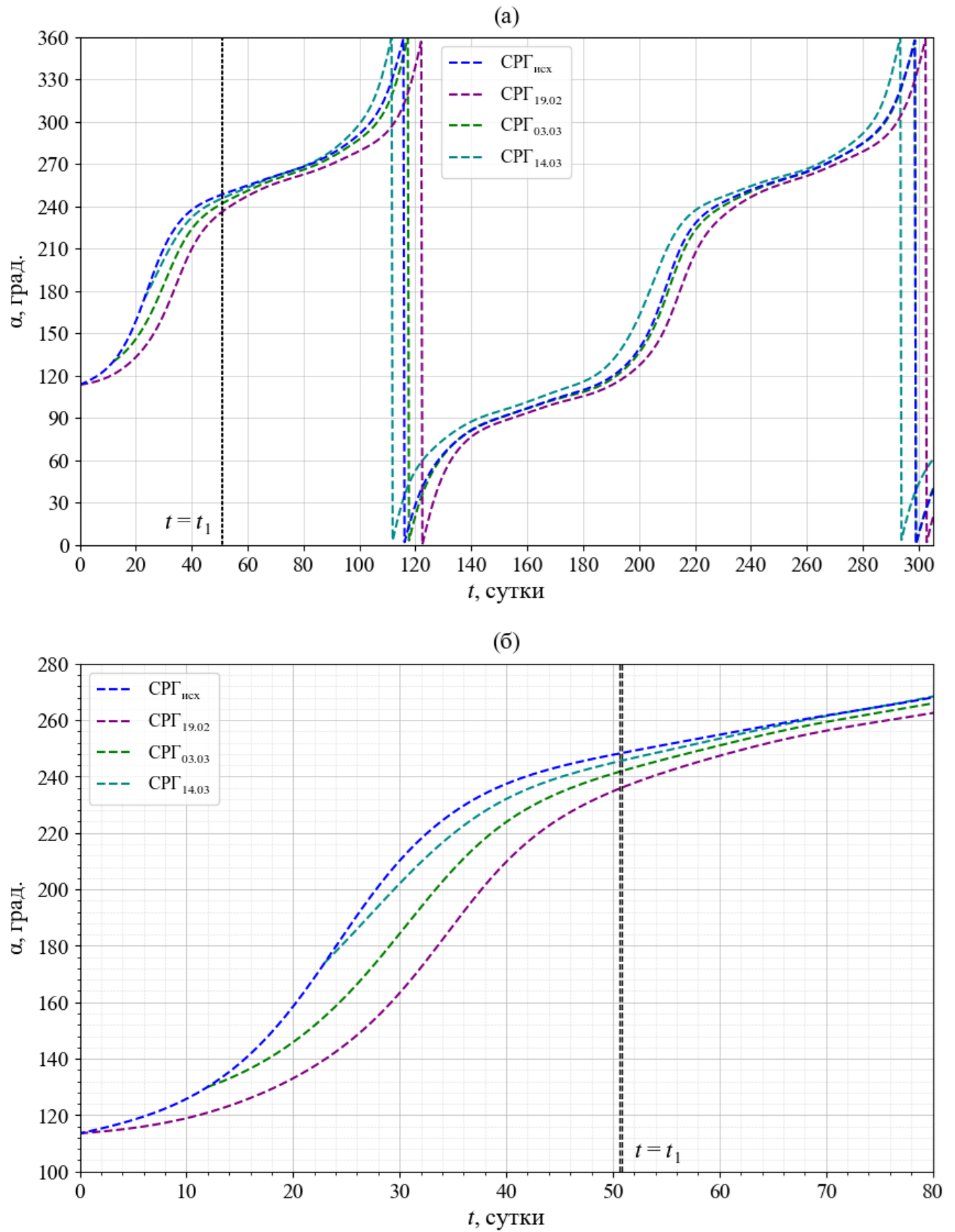


Рисунок 3.8 – Графики зависимости $\alpha(t)$ для КА, движущихся по исходной и целевым орбитам: а) для 305 суток полета; б) для 80 суток полета

Проведем анализ составляющих импульса $|\Delta V_r \min|$, переводящего КА на орбиту «СРГ_{03.03}»:

- $\Delta V_{xr} = 45.5$ м/с.
- $\Delta V_{yr} = -102.1$ м/с.
- $\Delta V_{zr} = -135$ м/с.
- $|\Delta V_{xyr}| = 111.8$ м/с.

Наибольшая составляющая импульса вновь приходится на направление вдоль оси OZ вращающейся СК. В случае исходной орбиты «СРГ» и орбиты «СРГ_{03.03}» значения координат КА z_r в момент времени t_1 составляют соответственно -105.6 тыс. км и -384.3 тыс. км, т. е. $|\Delta z_r| = 278.7$ тыс. км.

Отношение ΔV_{zr} (в км/с) к $|\Delta z_r|$ (в км) можно сопоставить с эмпирической формулой для расчета импульса ΔV_{zr} , изменяющего амплитуду орбиты вдоль оси OZ на величину ΔA_z [116]:

$$\Delta V_{zr} = \Delta A_z \cdot 3.952326 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}. \quad (3.6)$$

В нашем случае получаем:

$$\frac{\Delta V_{zr}}{|\Delta z_r|} = 4.843918 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}. \quad (3.7)$$

Отличие численных коэффициентов составляет около двадцати процентов. Если в формулу 3.6 подставить значение $\Delta V_{zr} = 0.2$ км/с, то получим $\Delta A_z = 506031$ км. А с учетом запаса двадцати процентов величина ΔA_z составляет около 400 тыс. км.

Выдвинем следующую гипотезу: если во время пролета ПОА около КА, находящегося на ограниченной орбите около солнечно-земной точки либрации L_1 или L_2 , $\min |\Delta z_r| > 400$ тыс. км, то можно сделать вывод о нерациональности применения предлагаемой методики построения траектории перелетов КА к этому ПОА ввиду потенциально большого значения ΔV_{zr} .

Для проверки этой гипотезы, а также для формулирования аналогичного заключения и о верхней границе разности фазовых углов КА и ПОА $|\Delta\alpha(t_{xr=xrA})|$ в момент $t_{xr=xrA}$ равенства координат x_r и x_{rA} рассмотрим остальные случаи перелетов.

3.3 Результаты расчета траекторий перелетов для других случаев

В этом разделе проведем анализ возможности проектирования ограниченных орбит, обеспечивающих переходы КА с исходной орбиты «СРГ» к астероидам 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁, а также переходы КА с исходных орбит «JWST» и «Euclid» к каждому из трех рассматриваемых ПОА, и приведем результаты соответствующих расчетов, сделанных по описанной выше методике.

Начнем со случая «СРГ» – 2001 WN₅. Из рисунка 2.9 видно, что траектория движения данного ПОА проходит намного ниже от КА: $\min |\Delta z_r| = 502$ тыс. км. Проверим выдвинутую ранее гипотезу о нерациональности применения методики на примере данного случая путем расчета минимального импульса, переводящего КА с орбиты «СРГ» на необходимую для сближения с ПОА 2001 WN₅ орбиту. Но перед этим оценим значения разностей фазовых углов.

На рисунке 3.9 представлены зависимости фазового угла и координаты x_r от времени для КА на орбите «СРГ» и для астероида 2001 WN₅. В качестве начального момента времени на этих графиках ($t = 0$) принят полдень по UTC 22 июня 2028 года. Из рисунка видно, что между моментами времени, которые соответствуют равенству фазовых углов (пересечение синих кривых) и равенству координат x_r (пересечение красных кривых), проходит практически полтора дня, причем разница фазовых углов во второй момент времени составляет около 25 град. Таким образом, по оценке конкретно этого параметра можно сделать вывод о том, что спроектировать траекторию перелета КА с орбиты «СРГ» к астероиду 2001 WN₅ по предлагаемой методике возможно.

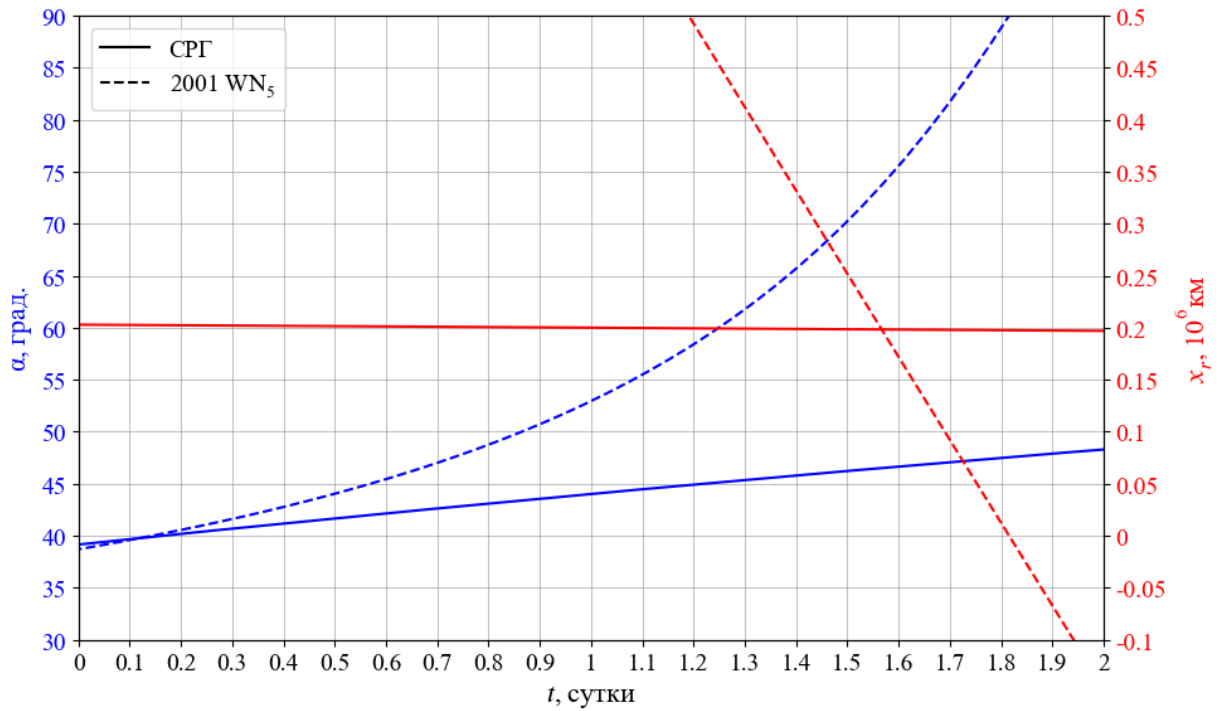


Рисунок 3.9 – Графики зависимостей $\alpha(t)$ и $x_r(t)$ для КА на орбите «СРГ» и для ПОО 2001 WN₅

Отметим, что для данного ПОО можно принять $\alpha_{Amin} = 60$ град. ($x_{rA} < 500$ тыс. км) и тогда в качестве t_{0max} может выступать упомянутая ранее дата 22 июня 2028 года. Но в этом случае значение перелетного импульса будет достигать крайне большой величины, а траектория перелета и вовсе не будет принадлежать устойчивому многообразию. Однако нам необходимо построить только одну орбиту для другой даты $t_0 < t_{0max}$, в которую значение импульса будет минимально.

Такой датой оказалось 1 мая 2028 года. Значение перелетного импульса составило $|\Delta V_{rmin}| = 230$ м/с:

- $\Delta V_{xr} = 73.2$ м/с.
- $\Delta V_{yr} = -123.7$ м/с.
- $\Delta V_{zr} = -179.6$ м/с.
- $|\Delta V_{xyr}| = 143.7$ м/с.

Несмотря на то что астероид 2001 WN₅ пролетает от КА, движущегося по исходной орбите «СРГ», намного дальше, чем Апофис, значение перелетного импульса составило всего на 55 м/с больше, а значение проекции импульса на ось OZ ΔV_{zr} – всего на 45 м/с больше.

С учетом полученных значений $|\Delta V_{r \min}|$ и ΔV_{zr} увеличим верхнюю границу $\min |\Delta z_r|$ для анализа близости пролета ПОА около КА с 400 тыс. км до 500 тыс. км. Следует отметить, что даже величина импульса $|\Delta V_r| = 200$ м/с уже является достаточно большой, поскольку для дальнейшего функционирования аппарата около солнечно-земной точки либрации L_1 или L_2 после сближения с ПОА необходимо ежегодно расходовать до 10 м/с на проведение соответствующих коррекций поддержания орбиты [45].

На рисунке 3.10 показаны часть исходной и искомая орбиты, а также траектория движения ПОА 2001 WN₅. Из рисунка видно, что тип новой орбиты близок к южной гало-орбите. Сближение КА с ПОА происходит 24 июня 2028 года, а относительная скорость пролета составляет 10.1 км/с.

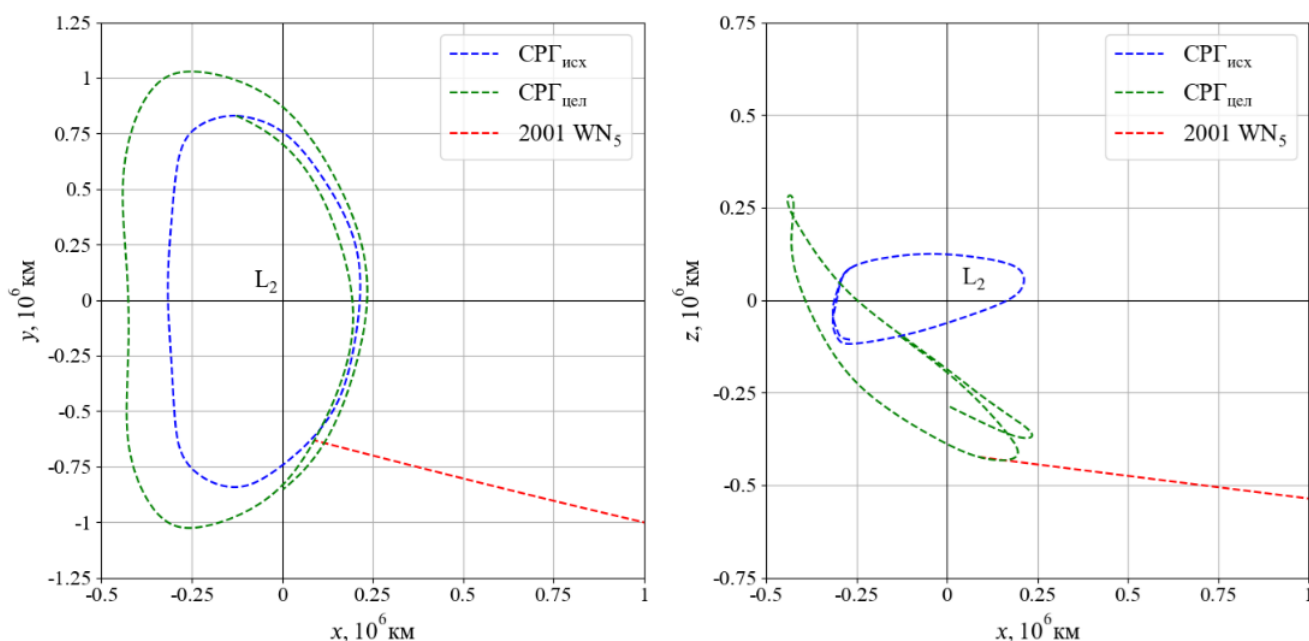


Рисунок 3.10 – Исходная орбита «СРГ» и целевая орбита, обеспечивающая сближение аппарата с ПОА 2001 WN₅

На рисунке 3.11 приведены зависимости $\alpha(t)$ для исходной и целевой орбит. В качестве начального момента времени на этих графиках ($t = 0$) принято значение t_0 . Из рисунка видно, что, как и в случае перелета КА с орбиты «СРГ» к Апофису при t_{0max} , появляется сдвиг фазового угла, благодаря которому и обеспечивается сближение аппарата с ПОА 2001 WN₅.

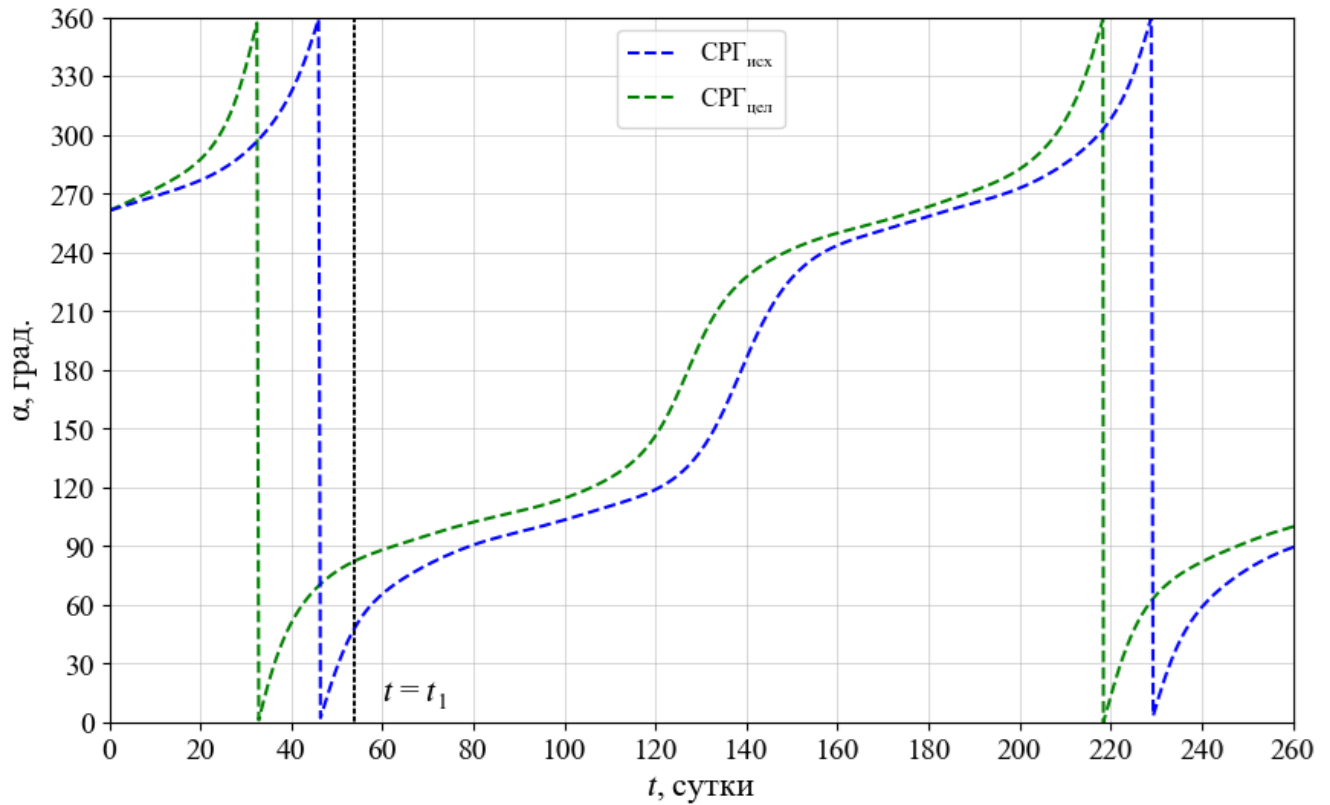


Рисунок 3.11 – Графики зависимости $\alpha(t)$ для КА, движущихся по исходной и целевой орбитам

Теперь рассмотрим случай перелета КА с орбиты «СРГ» к последнему из трех рассматриваемых ПОА – 1997 XF₁₁. Из рисунка 2.9 видно, что данное небесное тело во время своего прохождения около солнечно-земной точки либрации L₂ пролетит крайне близко от всех трех аппаратов. Поэтому проведем аналогичные случаю «СРГ» – Апофис расчеты и последующий анализ полученных орбит с целью проверки применимости предлагаемой методики и выявления новых закономерностей.

На рисунке 3.12 представлены зависимости фазового угла и координаты x_r от времени для КА на орбите «СРГ» и для ПОА 1997 XF₁₁. В качестве начального момента времени на этих графиках ($t = 0$) принята полночь по UTC 27 октября 2028 года. Из рисунка видно, что между моментами времени, соответствующих равенству фазовых углов (пересечение синих кривых) и равенству координат x_r (пересечение красных кривых), проходит меньше двух часов, а разница фазовых углов $|\Delta\alpha(t_{xr=xrA})| = 3$ град.

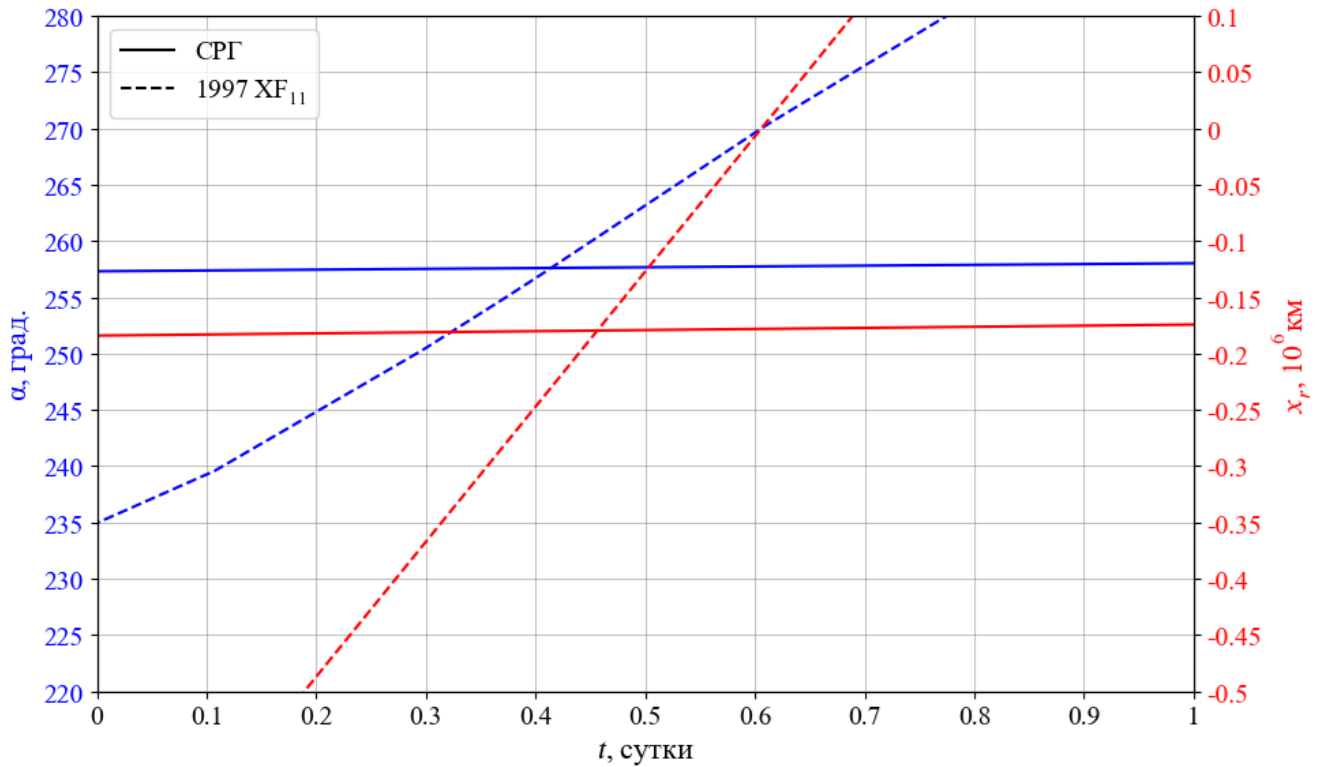


Рисунок 3.12 – Графики зависимостей $\alpha(t)$ и $x_r(t)$ для КА на орбите «СРГ» и для ПОО 1997 XF₁₁

В соответствии с рисунком 3.12 примем $\alpha_{Amin} = 245$ град. Тогда самой поздней датой приложения импульса t_{0max} будет являться 09.10.2028.

В ходе проведения вычислений по разработанному алгоритму был найден диапазон дат приложения импульса $|\Delta V_r| < 200$ м/с, который приведен в таблице 3.3. Из таблицы видно, что требование по ограничению величины характеристической скорости удовлетворяется в течение 52 дней. Отметим, что во всех случаях сближение КА с данным ПОО происходит 27 октября 2028 года с относительной скоростью около 14 км/с.

Таблица 3.3 – Даты приложения и величины импульсов, необходимых для достижения аппаратом астероида 1997 XF₁₁ на новых ограниченных орбитах

t_0 , дата	$ \Delta V_r $, м/с
19.08.2028	197.9
08.09.2028	91.6 (минимум)
09.10.2028	196.3

Проведем анализ трех рассчитанных орбит, параметры которых приведены в таблице 3.3: «СРГ_{19.08}», «СРГ_{08.09}» и «СРГ_{09.10}». На рисунке 3.13 показаны эти орбиты вместе с частью исходной орбиты «СРГ», а также вместе с траекторией движения ПОА 1997 XF₁₁. Из рисунка видно, что геометрия орбиты очень сильно изменяется в случае раннего момента приложения импульса. В свою очередь, орбиты «СРГ_{08.09}» и «СРГ_{09.10}» отличаются от исходной орбиты только большими амплитудами вдоль осей OX и OY .

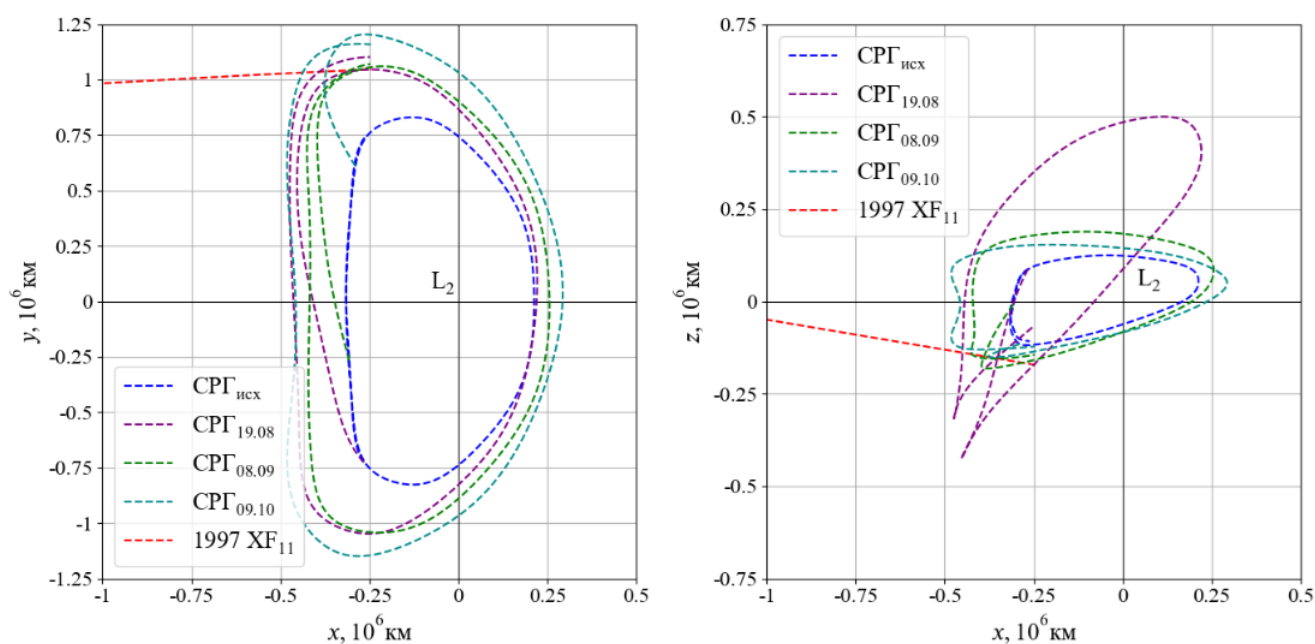


Рисунок 3.13 – Исходная орбита «СРГ» и три целевые орбиты, обеспечивающие сближение аппарата с ПОА 1997 XF₁₁

На рисунке 3.14 приведены зависимости фазового угла от времени для исходной орбиты «СРГ», а также для рассчитанных орбит «СРГ_{19.08}», «СРГ_{08.09}» и «СРГ_{09.10}». Начальным моментом времени на этих графиках ($t = 0$) является 19 августа 2028 года, а вертикальной линией отмечена дата 27 октября 2028 года (t_1). Из рисунка видно, что принципиально новых закономерностей в поведении фазового угла по сравнению со случаем «СРГ» – Апофис не наблюдается. На участке перехода КА на орбиту «СРГ_{19.08}» возникает разница фазовых углов, а в случае орбиты «СРГ_{09.10}» появляется сдвиг фазового угла.

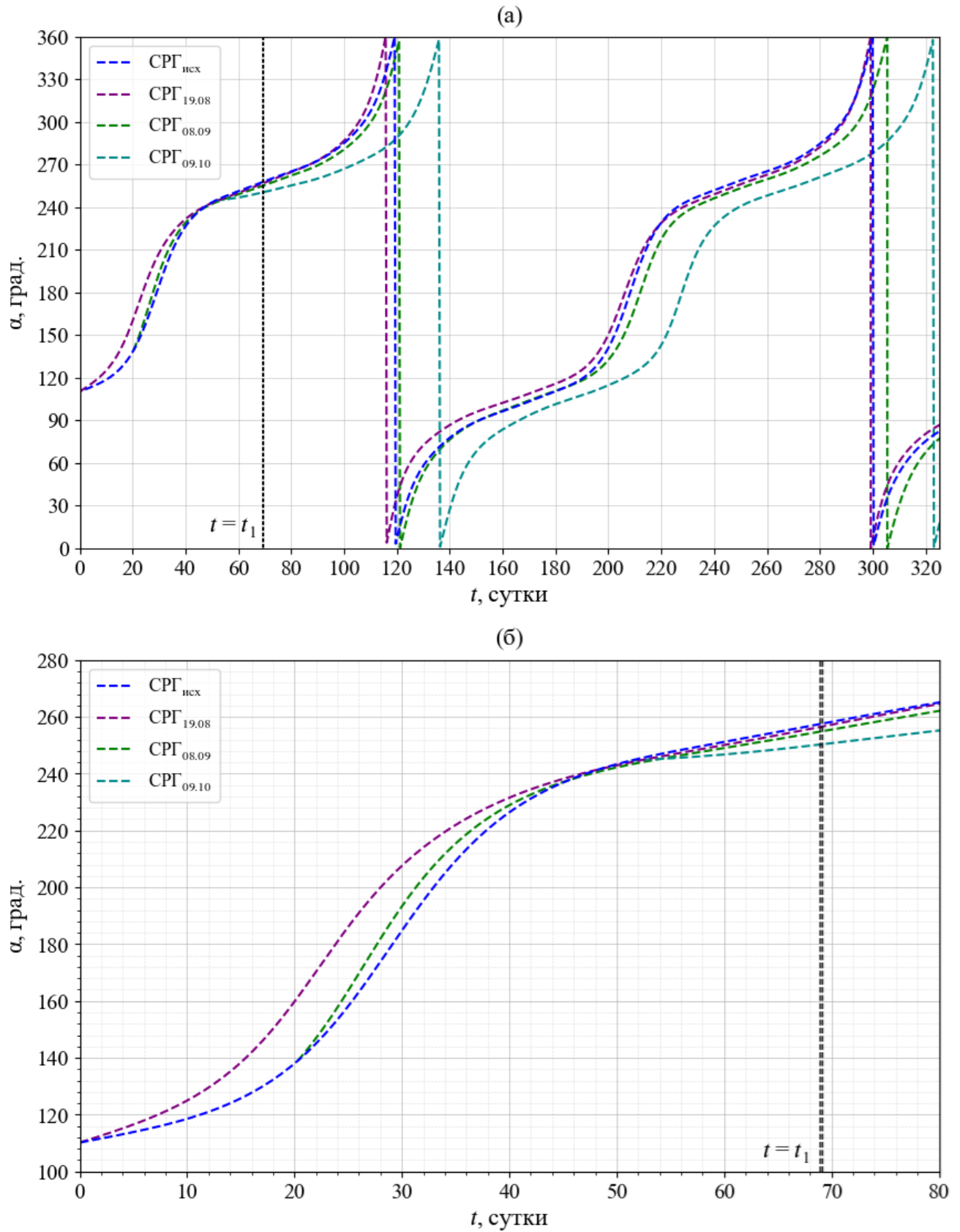


Рисунок 3.14 – Графики зависимости $\alpha(t)$ для КА, движущихся по исходной и целевым орбитам: а) для 325 суток полета; б) для 80 суток полета

Проведем анализ составляющих импульса $|\Delta V_{r \min}| = 91.6$ м/с, переводящего КА на орбиту «СРГ_{08.09}»:

- $\Delta V_{xr} = -57.6$ м/с.
- $\Delta V_{yr} = 62.4$ м/с.
- $\Delta V_{zr} = -34.4$ м/с.
- $|\Delta V_{xyr}| = 84.9$ м/с.

Поскольку в момент времени t_1 фазовые углы аппаратов, движущихся по исходной и целевой орбитам, практически совпадают, то основная составляющая импульса $|\Delta V_{xyr}|$ необходима лишь для увеличения амплитуд вдоль осей OX и OY . Составляющая импульса ΔV_{zr} является минимальной среди всех остальных.

Таким образом, все рассмотренные выше случаи на примере исходной орбиты «СРГ» подтвердили возможность применения предлагаемой методики проектирования новых ограниченных орбит, обеспечивающих сближение аппарата с различными ПОА.

Теперь выберем в качестве исходных орбиты «JWST» и «Euclid» и проведем аналогичные расчеты и анализ. Из рисунка 2.9 видно, что астероид Апофис пролетит ближе всего к КА Euclid и дальше всего от КА JWST. В обоих случаях $\min |\Delta z_r| < 500$ тыс. км.

На рисунках 3.15 и 3.16 представлены зависимости фазового угла и координаты x_r от времени для КА на орбитах «JWST» и «Euclid» соответственно, а также для астероида Апофис. В качестве начального момента времени на обоих рисунках ($t = 0$) принят полдень по UTC 10 апреля 2029 года. Из рисунков видно, что в обоих случаях в моменты времени, соответствующих равенству координат x_r (пересечение красных кривых), разница фазовых углов меньше 10 град. Таким образом, предлагаемая методика построения ограниченных орбит, при движении по которым аппарат сблизится с астероидом Апофис, может быть применена и для КА на орбитах «JWST» и «Euclid».

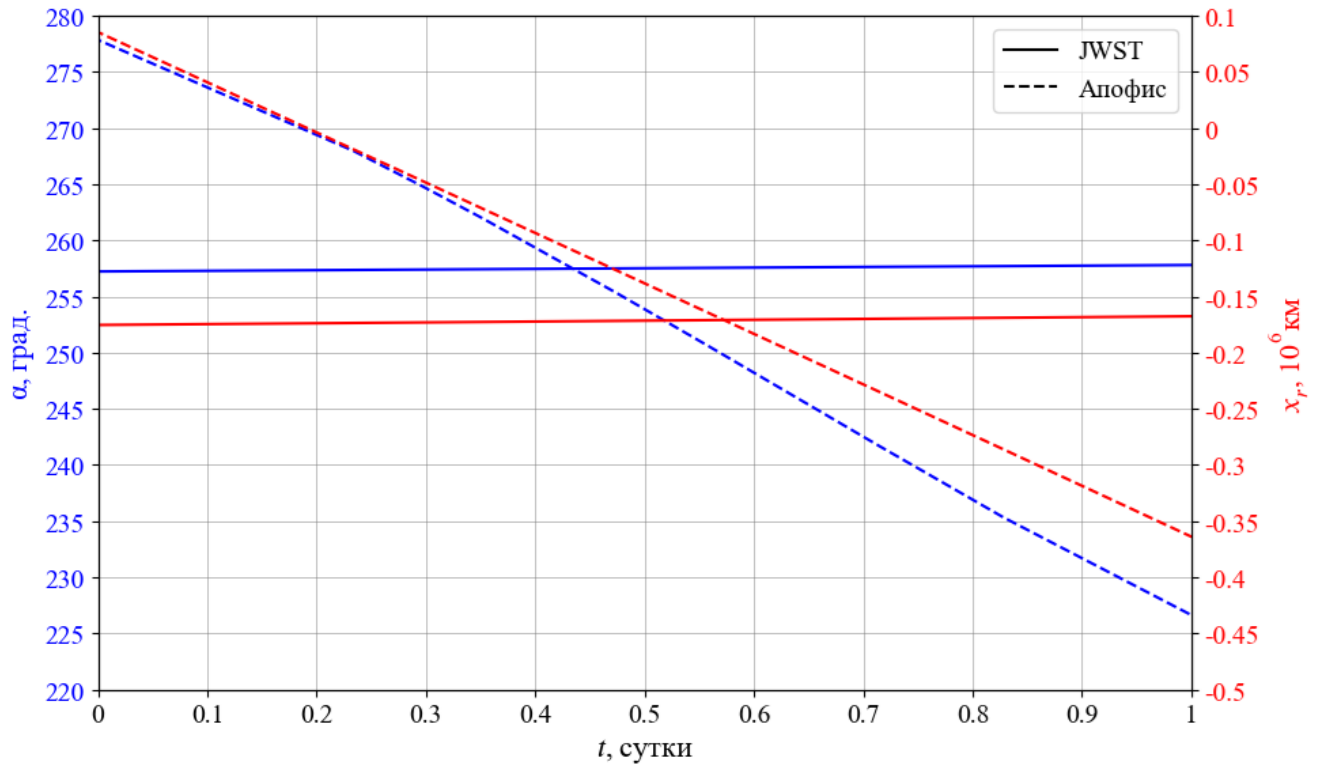


Рисунок 3.15 – Графики зависимостей $\alpha(t)$ и $x_r(t)$ для КА на орбите «JWST» и для ПОА Апофис

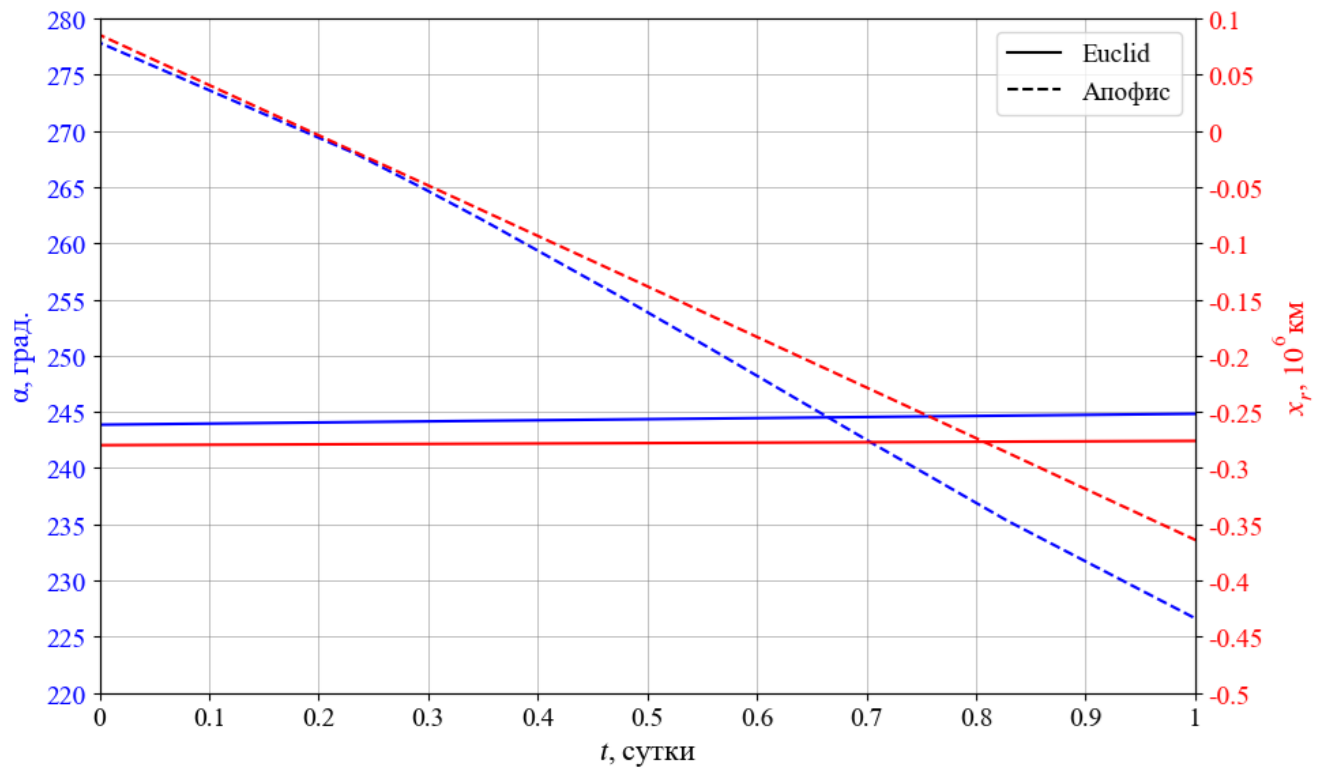


Рисунок 3.16 – Графики зависимостей $\alpha(t)$ и $x_r(t)$ для КА на орбите «Euclid» и для ПОА Апофис

Как было отмечено ранее, для Апофиса можно принять $\alpha_{Amin} = 225$ град. Тогда для КА на орбите «JWST» $t_{0max} = 12.03.2029$, а для КА на орбите «Euclid» $t_{0max} = 29.03.2029$.

В таблице 3.4 приведены даты приложения импульса $|\Delta V_r| < 200$ м/с для случаев перелетов КА с орбит «JWST» и «Euclid» к астероиду Апофис. Из таблицы видно, что в первом случае требование по ограничению величины характеристической скорости удовлетворяется всего в течение одной недели, в то время как во втором случае этот интервал заметно шире – почти два месяца. Отметим, что сближение КА с Апофисом в случае перелета аппарата с орбиты «JWST» происходит 10 апреля 2029 года, а в случае перелета КА с орбиты «Euclid» – 11 апреля 2029 года. Во всех случаях относительная скорость пролета составляет около 6 км/с.

Таблица 3.4 – Даты приложения и величины импульсов, необходимых для достижения аппаратом астероида Апофис на новых ограниченных орбитах

Исходная орбита	t_0 , дата	$ \Delta V_r $, м/с
«JWST»	27.02.2029	199.4
	02.03.2029	197.5 (минимум)
	05.03.2029	198.9
«Euclid»	31.01.2029	197.8
	01.03.2029	105.4 (минимум)
	26.03.2029	194

На рисунках 3.17 и 3.18 показаны рассчитанные орбиты «JWST_{27.02}», «JWST_{02.03}», «JWST_{05.03}» и «Euclid_{31.01}», «Euclid_{01.03}», «Euclid_{26.03}» соответственно. Среди этих орбит сильнее всего от исходной отличается орбита «Euclid_{31.01}». Такое изменение в геометрии связано со слишком ранней датой приложения импульса t_0 , поскольку в данный момент времени фазовый угол КА близок к 90 град.

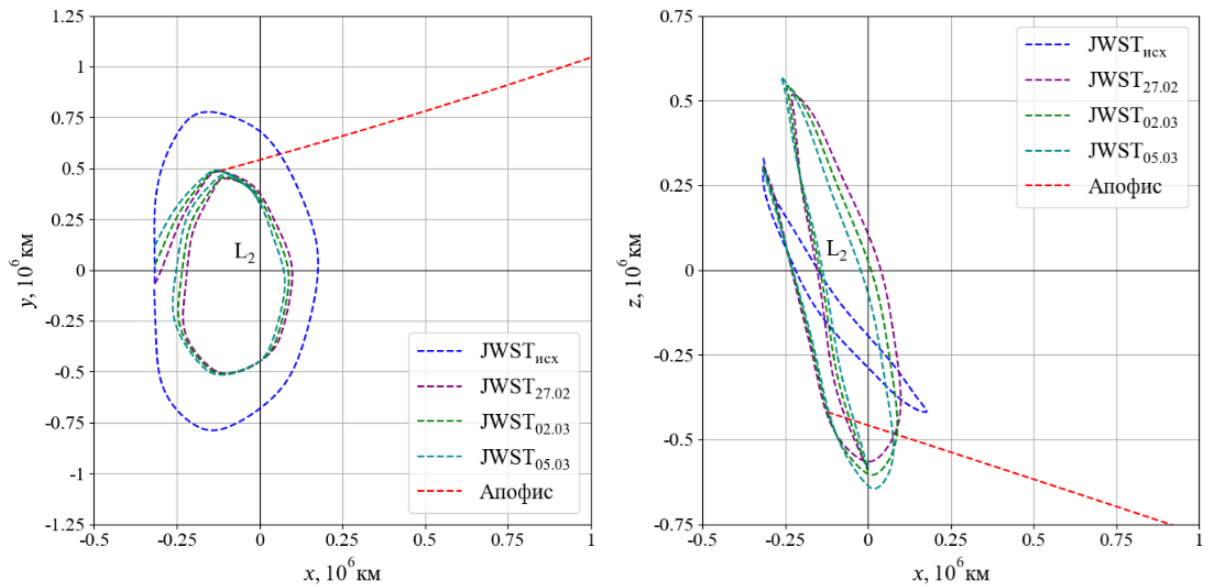


Рисунок 3.17 – Исходная орбита «JWST» и три целевые орбиты, обеспечивающие сближение аппарата с Апофисом

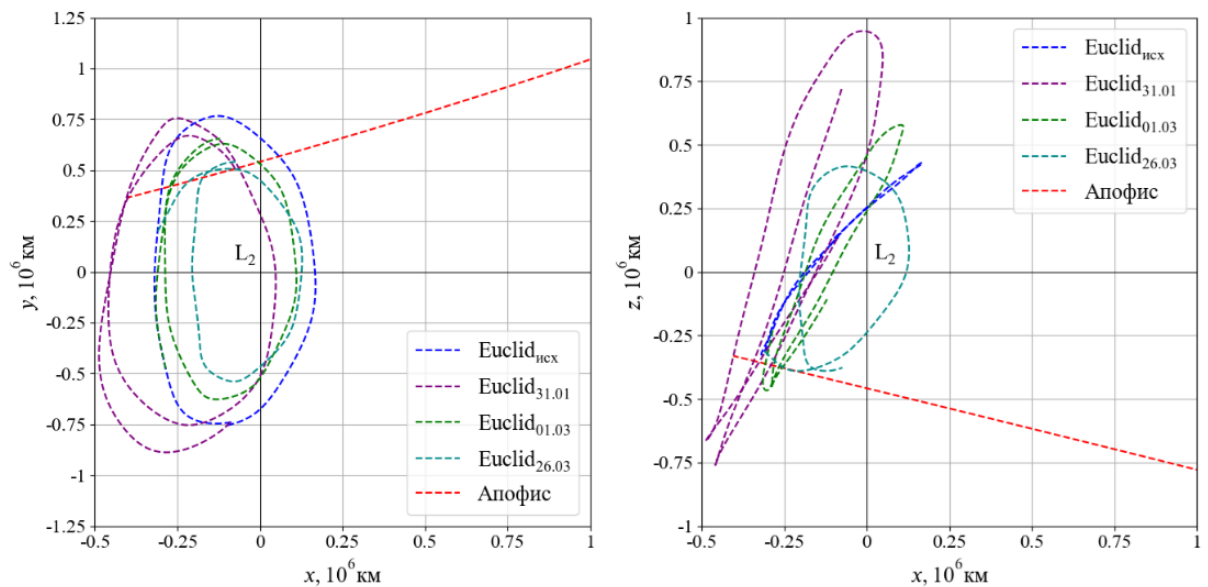


Рисунок 3.18 – Исходная орбита «Euclid» и три целевые орбиты, обеспечивающие сближение аппарата с Апофисом

На рисунках 3.19 и 3.20 приведены зависимости фазового угла от времени для исходных и целевых орбит для случаев «JWST» – Апофис и «Euclid» – Апофис соответственно. Начальным моментом времени ($t = 0$) на рисунке 3.19 является 27 февраля 2029 года, а на рисунке 3.20 – 31 января 2029 года. Вертикальными линиями отмечены даты t_1 : 10 и 11 апреля 2029 года соответственно. Из рисунка 3.20 видно, что для упомянутой ранее орбиты «Euclid_{31.01}» характерно и

возникновение разницы фазовых углов на участке перехода КА на эту орбиту, и появление сдвига фазового угла. В остальных случаях новых отличий в поведении фазового угла не наблюдается.

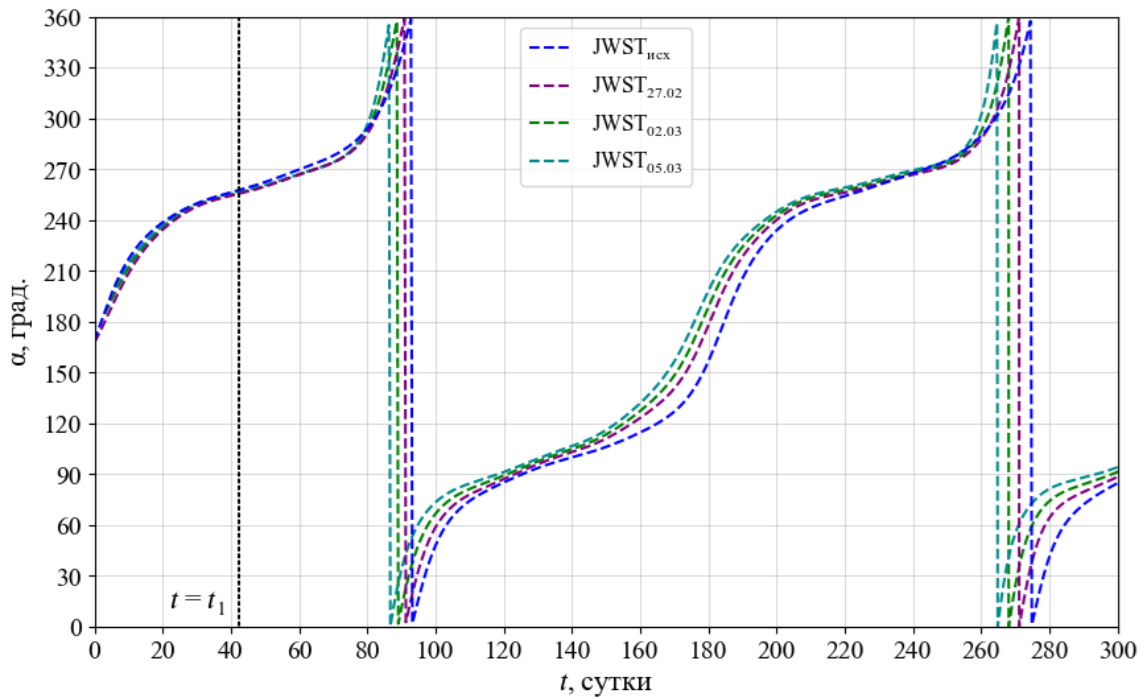


Рисунок 3.19 – Графики зависимости $\alpha(t)$ для КА, движущихся по исходной и целевым орбитам (случай «JWST» – Апофис)

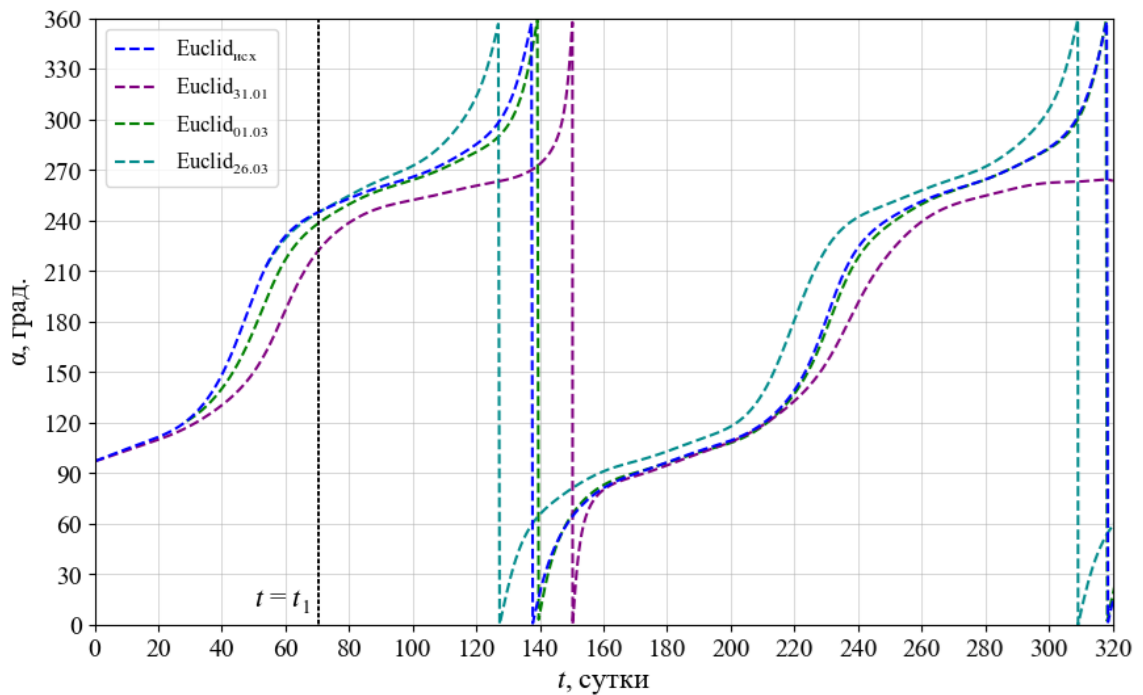


Рисунок 3.20 – Графики зависимости $\alpha(t)$ для КА, движущихся по исходной и целевым орбитам (случай «Euclid» – Апофис)

Далее рассмотрим случаи перелетов КА с орбит «JWST» и «Euclid» к ПОА 2001 WN₅. В отличие от Апофиса, данное небесное тело пролетит ближе всего к КА JWST и дальше всего от КА Euclid (см. рисунок 2.9). Отметим, что перелет аппарата с орбиты «Euclid» к ПОА 2001 WN₅ уже на данном этапе анализа можно назвать нерациональным из-за очень большого значения $\min |\Delta z_r|$. Однако следует проверить принципиальную возможность применения предлагаемой методики построения новой ограниченной орбиты и для этого случая.

На рисунках 3.21 и 3.22 представлены зависимости фазового угла и координаты x_r от времени для КА на орбитах «JWST» и «Euclid» соответственно, а также для ПОА 2001 WN₅. В качестве начального момента времени на обоих рисунках ($t = 0$) принят полдень по UTC 23 июня 2028 года. Из рисунка 3.21 видно, что между моментами времени, соответствующих равенству фазовых углов (пересечение синих кривых) и равенству координат x_r (пересечение красных кривых), проходит около двух часов, а разница фазовых углов $|\Delta\alpha(t_{x_r=x_{rA}})| = 5$ град.

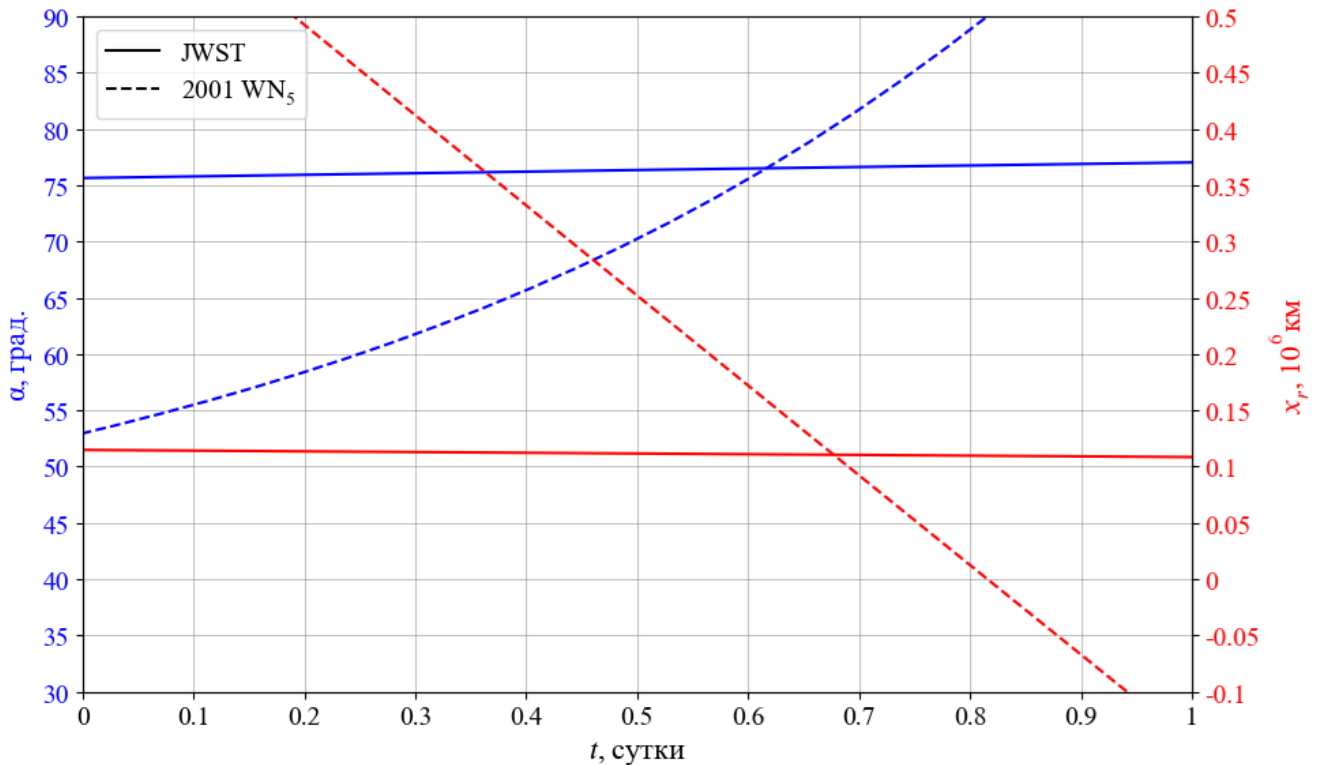


Рисунок 3.21 – Графики зависимостей $\alpha(t)$ и $x_r(t)$ для КА на орбите «JWST» и для ПОА 2001 WN₅

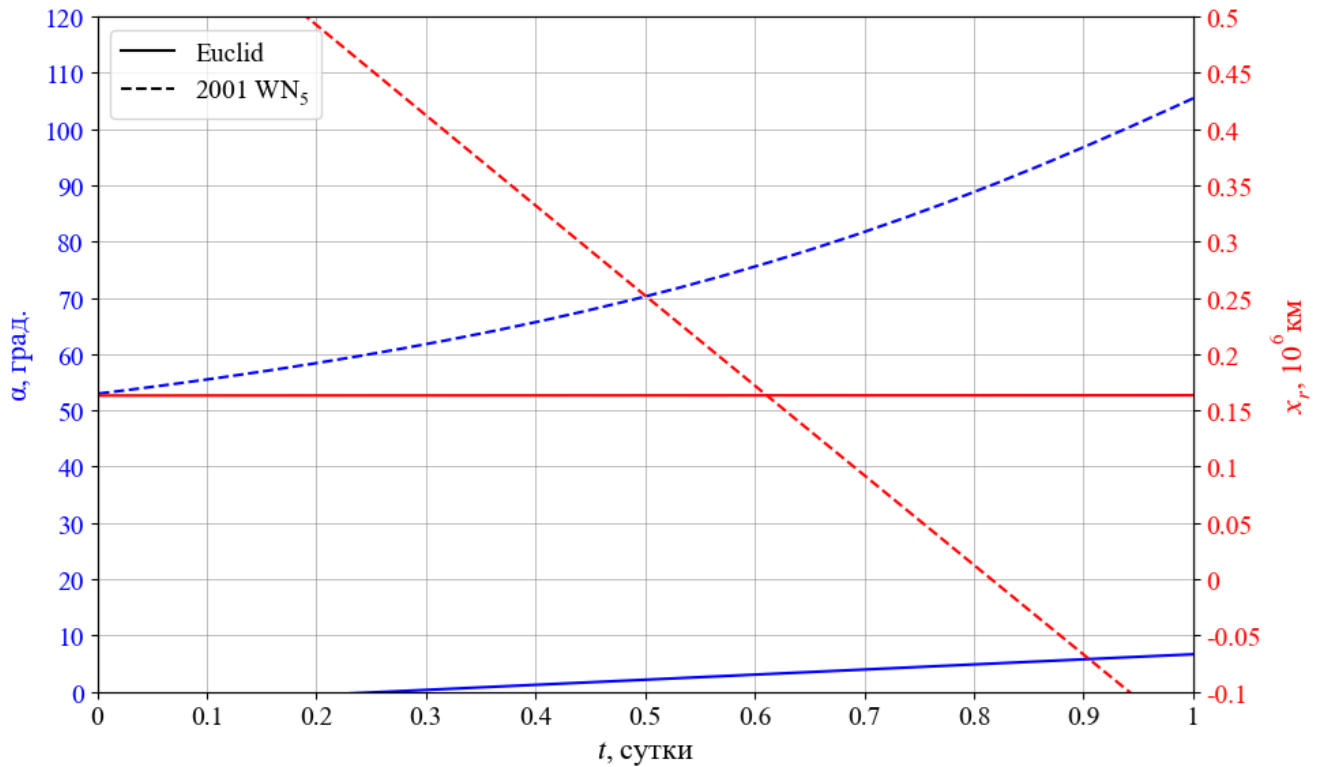


Рисунок 3.22 – Графики зависимостей $\alpha(t)$ и $x_r(t)$ для КА на орбите «Euclid» и для ПОА 2001 WN₅

В свою очередь, из рисунка 3.22 видно, что во время пролета ПОА 2001 WN₅ вблизи солнечно-земной точки либрации L₂ величина его фазового угла всегда больше величины фазового угла аппарата на орбите «Euclid» (синие кривые не пересекаются). А в момент времени, соответствующий равенству координат x_r (пересечение красных кривых), разница фазовых углов составляет свыше 70 град., что является достаточно большой величиной.

Как было отмечено ранее, для ПОА 2001 WN₅ можно принять $\alpha_{Amin} = 60$ град. Тогда для КА на орбите «JWST» самой поздней датой приложения импульса t_{0max} будет 16 июня 2028 года, а для КА на орбите «Euclid» – упомянутая выше дата 23 июня 2028 года.

В таблице 3.5 приведены даты приложения импульса $|\Delta V_r| < 200$ м/с для случая перелета КА с орбиты «JWST» к ПОА 2001 WN₅, а также дата приложения импульса $|\Delta V_{rmin}|$ для случая перелета КА с орбиты «Euclid» к этому же астероиду. Из таблицы видно, что в первом случае требование по ограничению величины характеристической скорости удовлетворяется в течение двух с половиной

месяцев. Отметим, что во всех случаях сближение КА с данным ПОА происходит 24 июня 2028 года, а относительная скорость пролета составляет около 10 км/с.

Таблица 3.5 – Даты приложения и величины импульсов, необходимых для достижения аппаратом ПОА 2001 WN₅ на новых ограниченных орбитах

Исходная орбита	t_0 , дата	$ \Delta V_r $, м/с
«JWST»	24.03.2028	188.7
	30.04.2028	65.7 (минимум)
	10.06.2028	189.6
«Euclid»	02.05.2028	360.6 (минимум)

На рисунках 3.23 и 3.24 показаны рассчитанные орбиты «JWST_{24.03}», «JWST_{30.04}», «JWST_{10.06}» и целевая орбита «Euclid_{цел}» соответственно. Из рисунка 3.23 видно, что орбита «JWST_{30.04}», полученная путем приложения импульса величиной всего $|\Delta V_{r \min}| = 65.7$ м/с, наиболее близка к исходной среди всех ранее рассчитанных орбит.

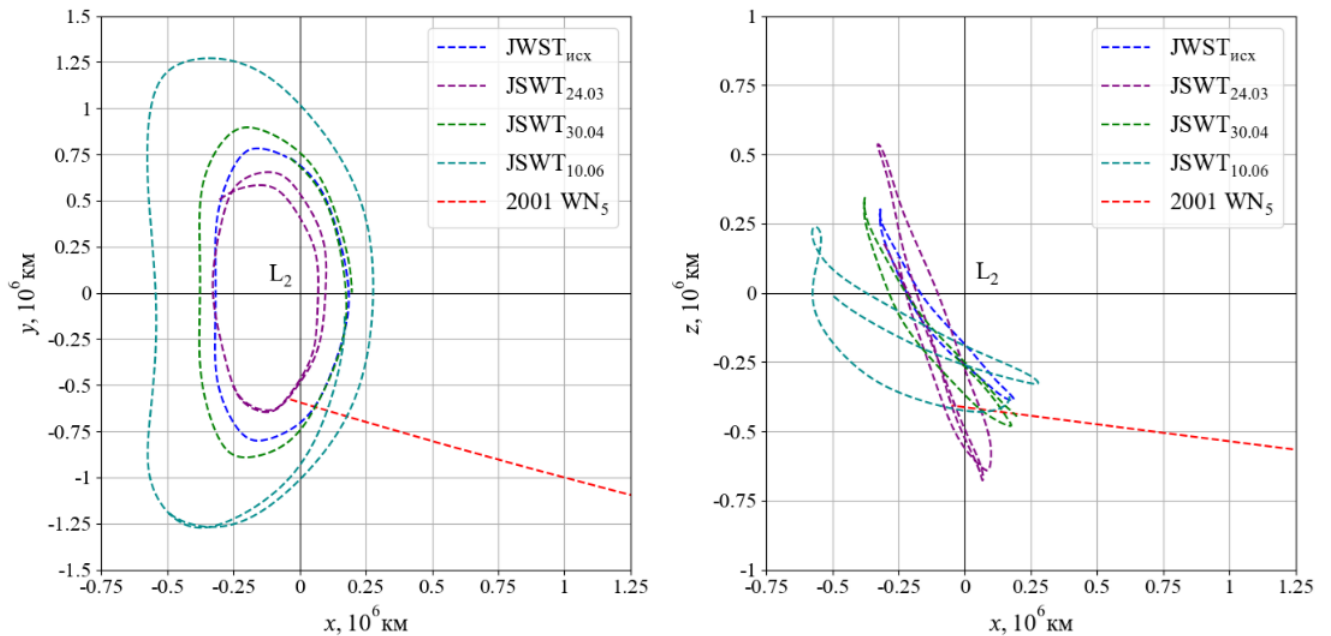


Рисунок 3.23 – Исходная орбита «JWST» и три целевые орбиты, обеспечивающие сближение аппарата с ПОА 2001 WN₅

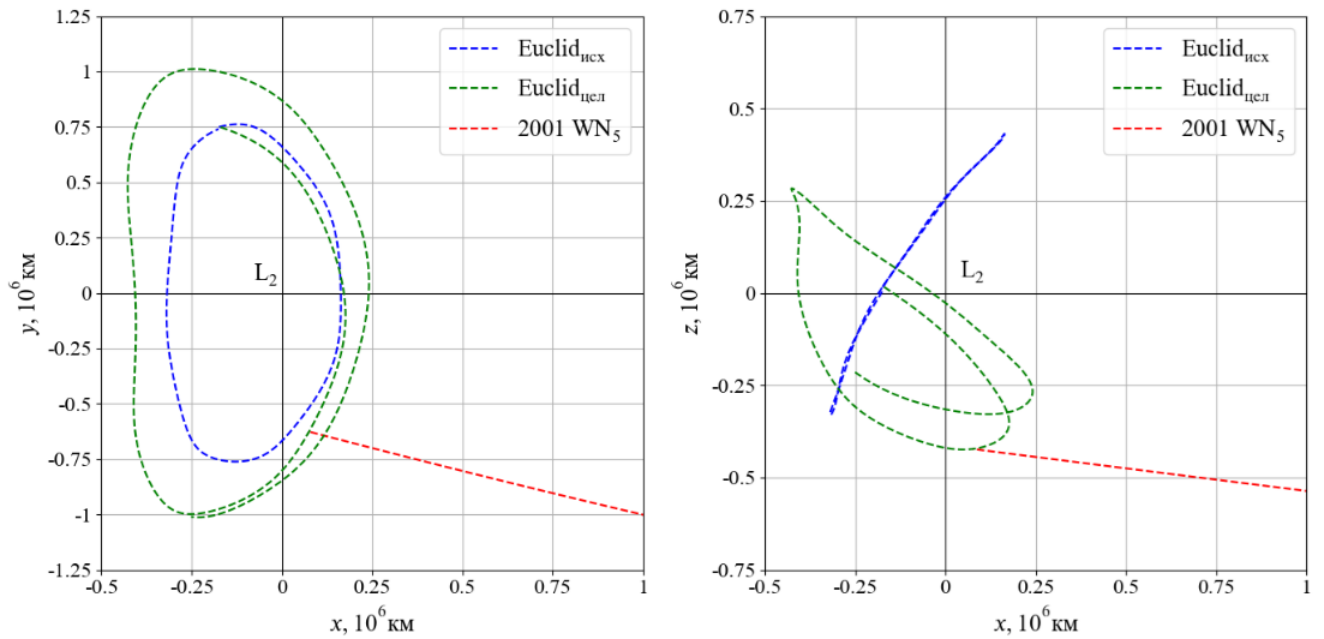


Рисунок 3.24 – Исходная орбита «Euclid» и целевая орбита, обеспечивающая сближение аппарата с ПОА 2001 WN₅

На рисунках 3.25 и 3.26 приведены зависимости фазового угла от времени для исходных и целевых орбит для случаев «JWST» – 2001 WN₅ и «Euclid» – 2001 WN₅ соответственно. Начальным моментом времени ($t = 0$) на рисунке 3.25 является 24 марта 2028 года, а на рисунке 3.26 – 2 мая 2028 года. Вертикальными линиями отмечена дата 24 июня 2028 года (t_1). Из обоих рисунков видно, что новых отличий в поведении фазового угла не наблюдается. Однако следует отметить, что во время сближения КА с ПОА 2001 WN₅ на орбите «Euclid_{цел}» величина фазового угла аппарата составляет $\alpha = 84$ град., тогда как в этот же момент времени значение фазового угла КА, движущегося по исходной орбите «Euclid», составляет $\alpha = 0$ град.

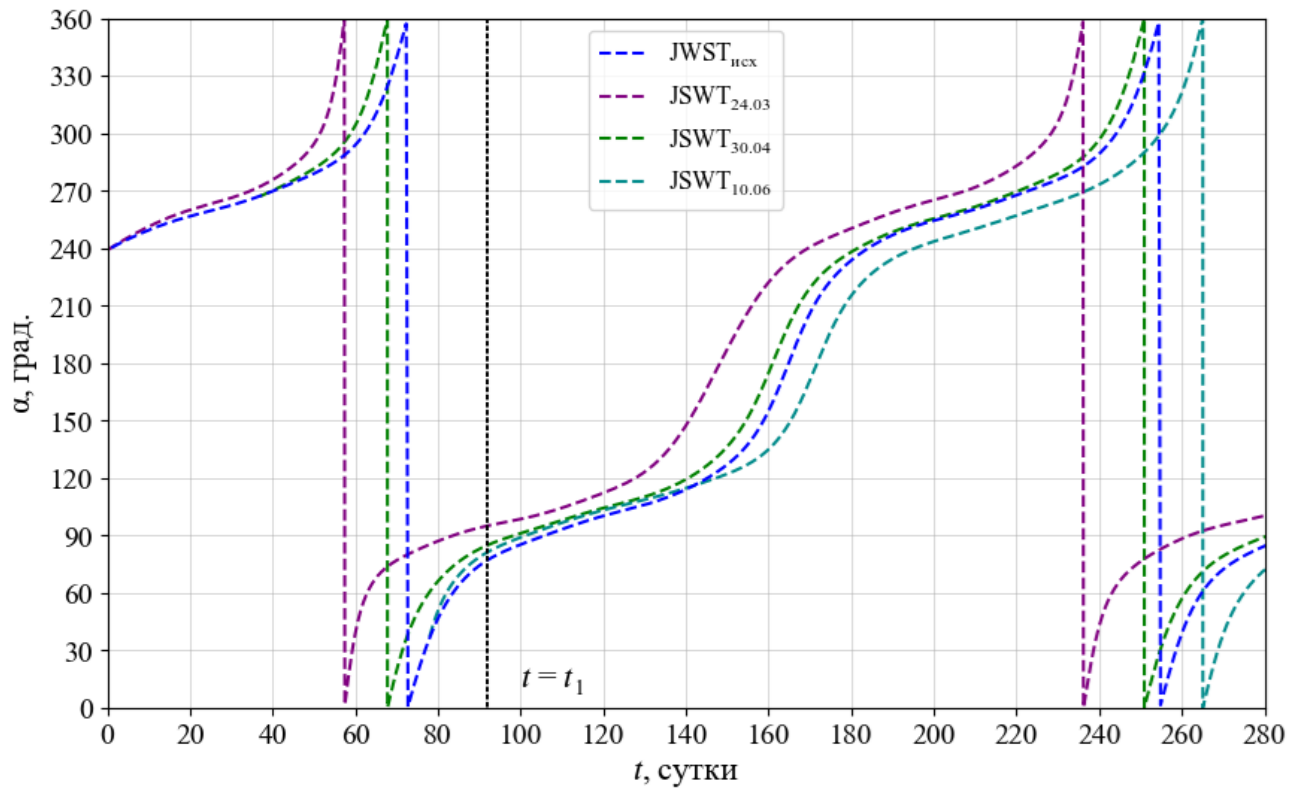


Рисунок 3.25 – Графики зависимости $\alpha(t)$ для КА, движущихся по исходной и целевым орбитам (случай «JWST» – 2001 WN₅)

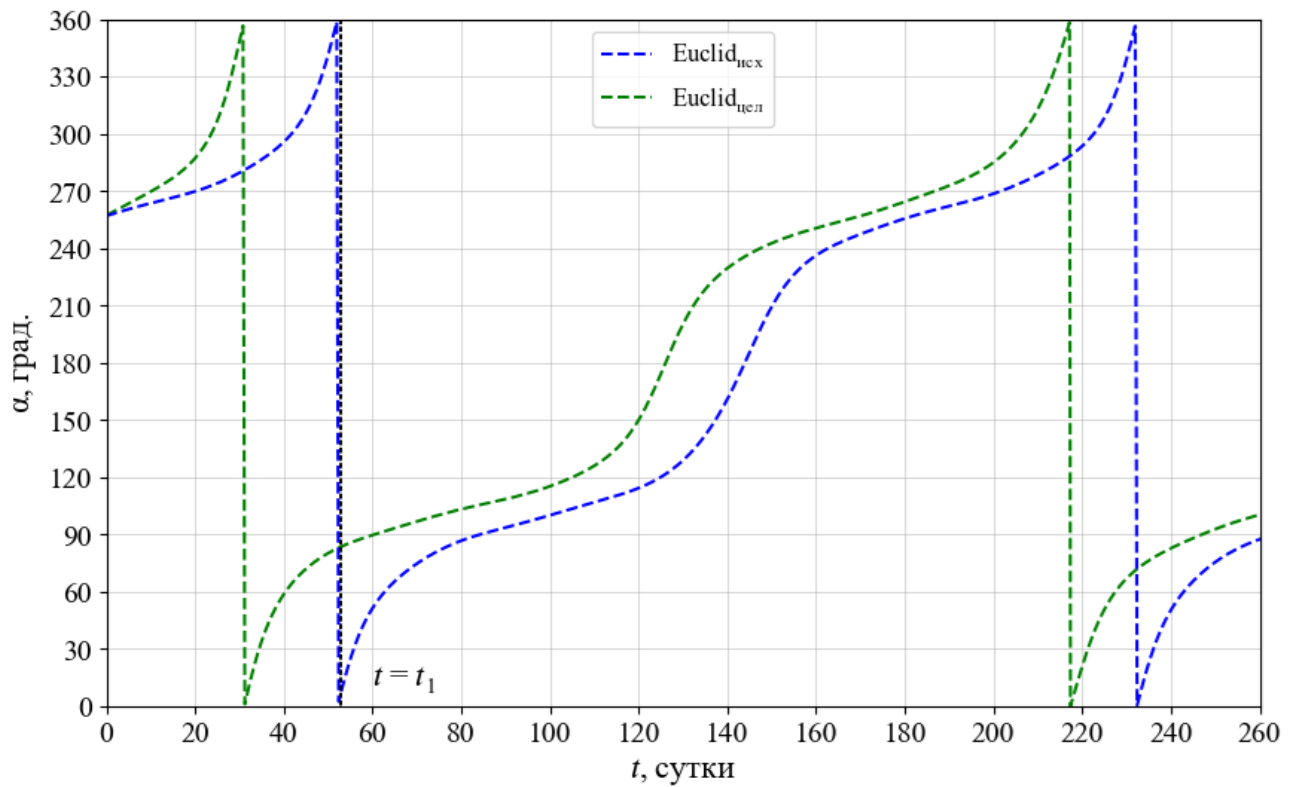


Рисунок 3.26 – Графики зависимости $\alpha(t)$ для КА, движущихся по исходной и целевой орбитам (случай «Euclid» – 2001 WN₅)

Проведем анализ составляющих импульса $|\Delta V_{r\min}| = 360.6$ м/с, переводящего КА на орбиту «Euclid_{цел}»:

- $\Delta V_{xr} = 119.5$ м/с.
- $\Delta V_{yr} = -168.5$ м/с.
- $\Delta V_{zr} = -295.6$ м/с.
- $|\Delta V_{xyr}| = 206.5$ м/с.

Для изменения фазового угла на 84 град. потребовалось чуть больше 200 м/с. Таким образом, случай перелета КА с орбиты «Euclid» к ПОА 2001 WN₅ показал, что даже близкая к 90 град. разница фазовых углов α и α_A может быть скомпенсирована при больших (но все еще разумных) топливных затратах.

Рассмотрим оставшиеся два случая перелетов: «JWST» – 1997 XF₁₁ и «Euclid» – 1997 XF₁₁. На рисунках 3.27 и 3.28 представлены зависимости фазового угла и координаты x_r от времени для КА на орбитах «JWST» и «Euclid» соответственно, а также для данного астероида. В качестве начального момента времени на обоих рисунках ($t = 0$) принята полночь по UTC 27 октября 2028 года. Из рисунков видно, что в обоих случаях в моменты времени, соответствующих равенству координат x_r (пересечение красных кривых), разница фазовых углов меньше 5 град.

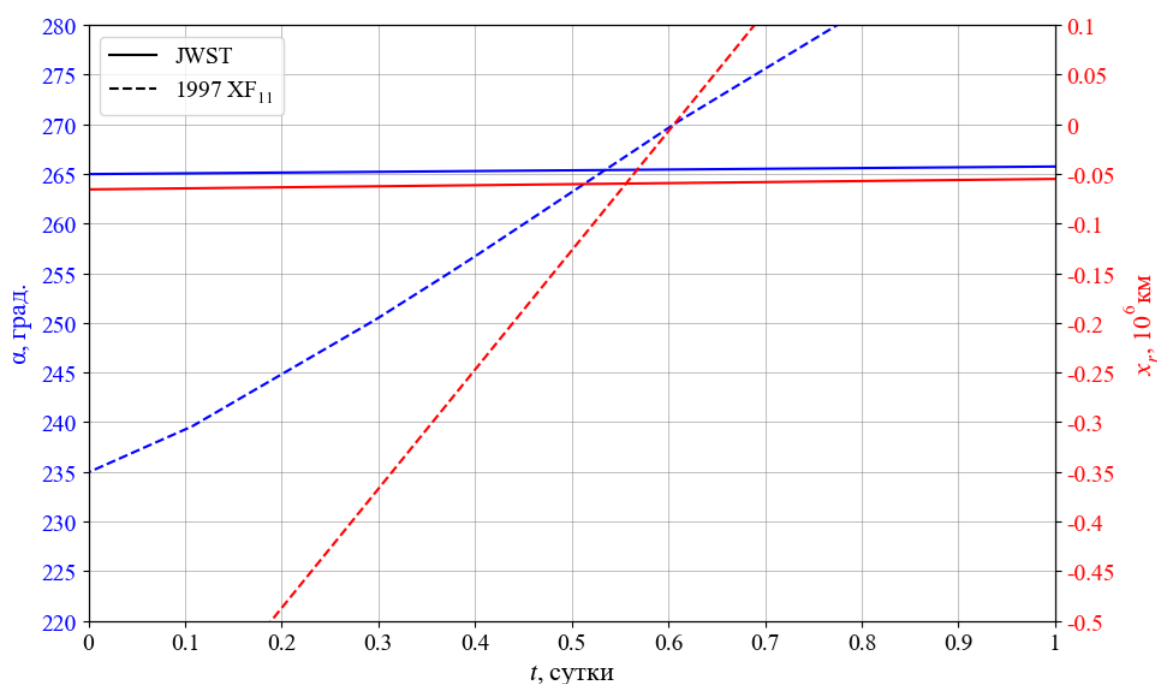


Рисунок 3.27 – Графики зависимостей $\alpha(t)$ и $x_r(t)$ для КА на орбите «JWST» и для ПОА 1997 XF₁₁

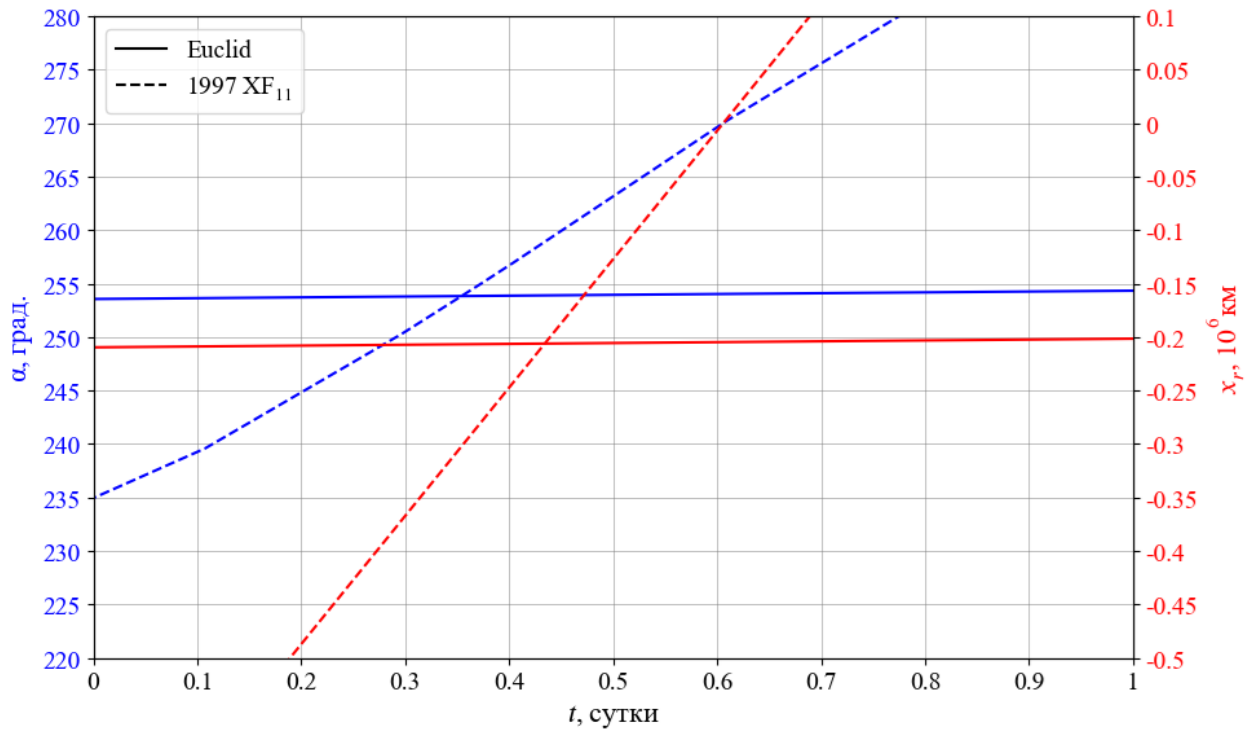


Рисунок 3.28 – Графики зависимостей $\alpha(t)$ и $x_r(t)$ для КА на орбите «Euclid» и для ПОО 1997 XF₁₁

Как было отмечено ранее, для ПОО 1997 XF₁₁ можно принять $\alpha_{Amin} = 245$ град. Тогда для КА на орбите «JWST» $t_{0max} = 28.09.2028$, а для КА на орбите «Euclid» $t_{0max} = 17.10.2028$.

В таблице 3.6 приведены даты приложения импульса $|\Delta V_r| < 200$ м/с для случаев перелетов КА с орбит «JWST» и «Euclid» к астероиду 1997 XF₁₁. Из таблицы видно, что в обоих случаях требование по ограничению величины характеристической скорости удовлетворяется в течение более чем одного месяца. Отметим, что во всех случаях сближение КА с ПОО 1997 XF₁₁ происходит 27 октября 2028 года с относительной скоростью около 14 км/с.

Таблица 3.6 – Даты приложения и величины импульсов, необходимых для достижения аппаратом ПОО 1997 XF₁₁ на новых ограниченных орбитах

Исходная орбита	t_0 , дата	$ \Delta V_r $, м/с
«JWST»	15.08.2028	184.1
	06.09.2028	113.7 (минимум)
	28.09.2028	155.1

Продолжение таблицы 3.6

Исходная орбита	t_0 , дата	$ \Delta V_r $, м/с
«Euclid»	24.08.2028	199.9
	11.09.2028	145.1 (минимум)
	30.09.2028	195.4

На рисунках 3.29 и 3.30 показаны рассчитанные орбиты «JWST_{15.08}», «JWST_{06.09}», «JWST_{28.09}» и «Euclid_{24.08}», «Euclid_{11.09}», «Euclid_{30.09}» соответственно.

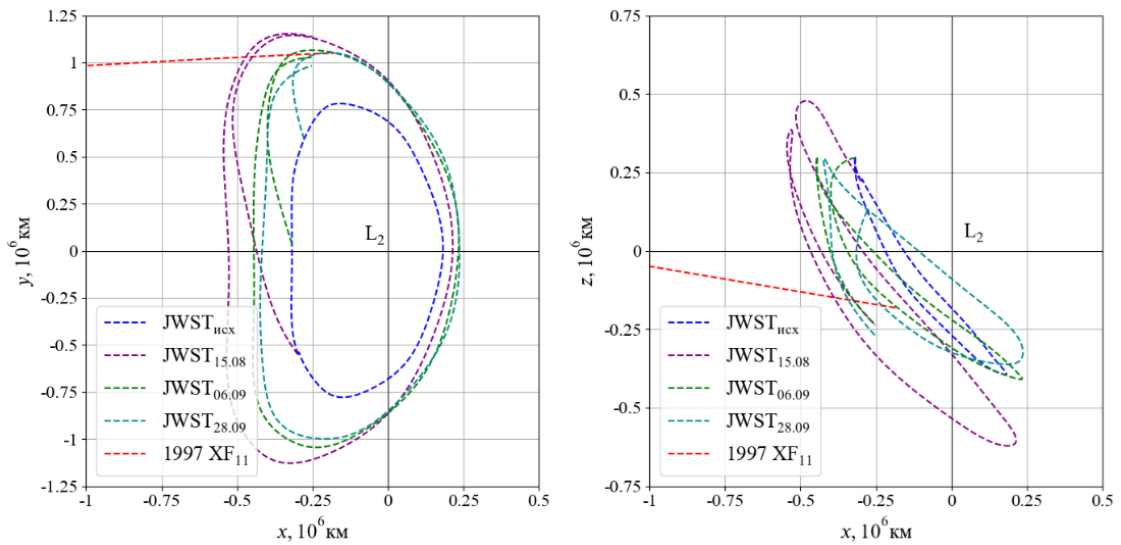


Рисунок 3.29 – Исходная орбита «JWST» и три целевые орбиты, обеспечивающие сближение аппарата с ПОА 1997 XF₁₁

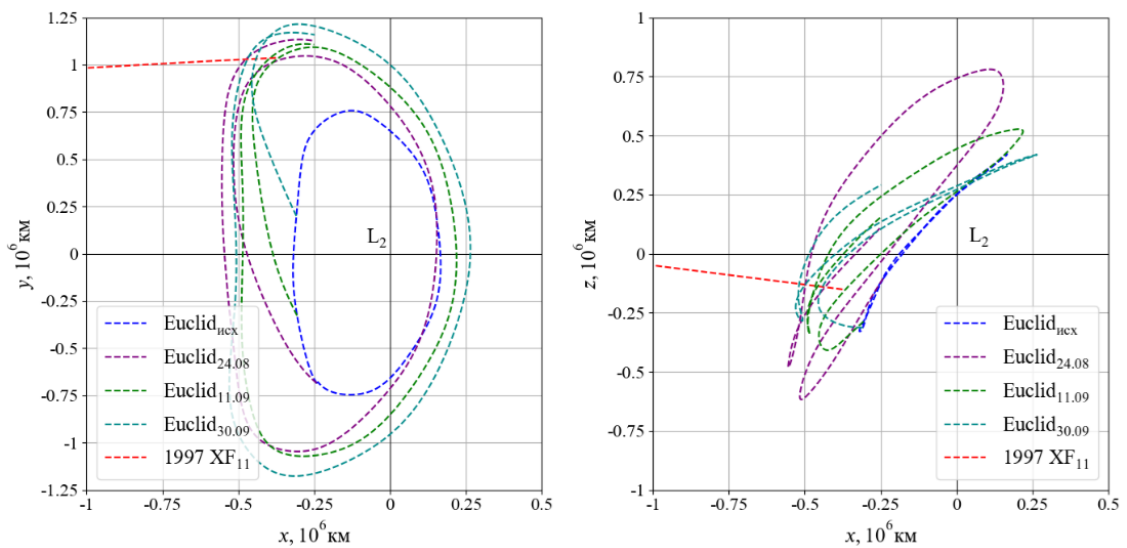


Рисунок 3.30 – Исходная орбита «Euclid» и три целевые орбиты, обеспечивающие сближение аппарата с ПОА 1997 XF₁₁

На рисунках 3.31 и 3.32 приведены зависимости фазового угла от времени для исходных и целевых орбит для случаев «JWST» – 1997 XF₁₁ и «Euclid» – 1997 XF₁₁ соответственно. Начальным моментом времени ($t = 0$) на рисунке 3.31 является 15 августа 2028 года, а на рисунке 3.32 – 24 августа 2028 года. Вертикальными линиями отмечена дата 27 октября 2028 года (t_1). Из обоих рисунков видно, что новых принципиальных отличий в поведении фазового угла не наблюдается.

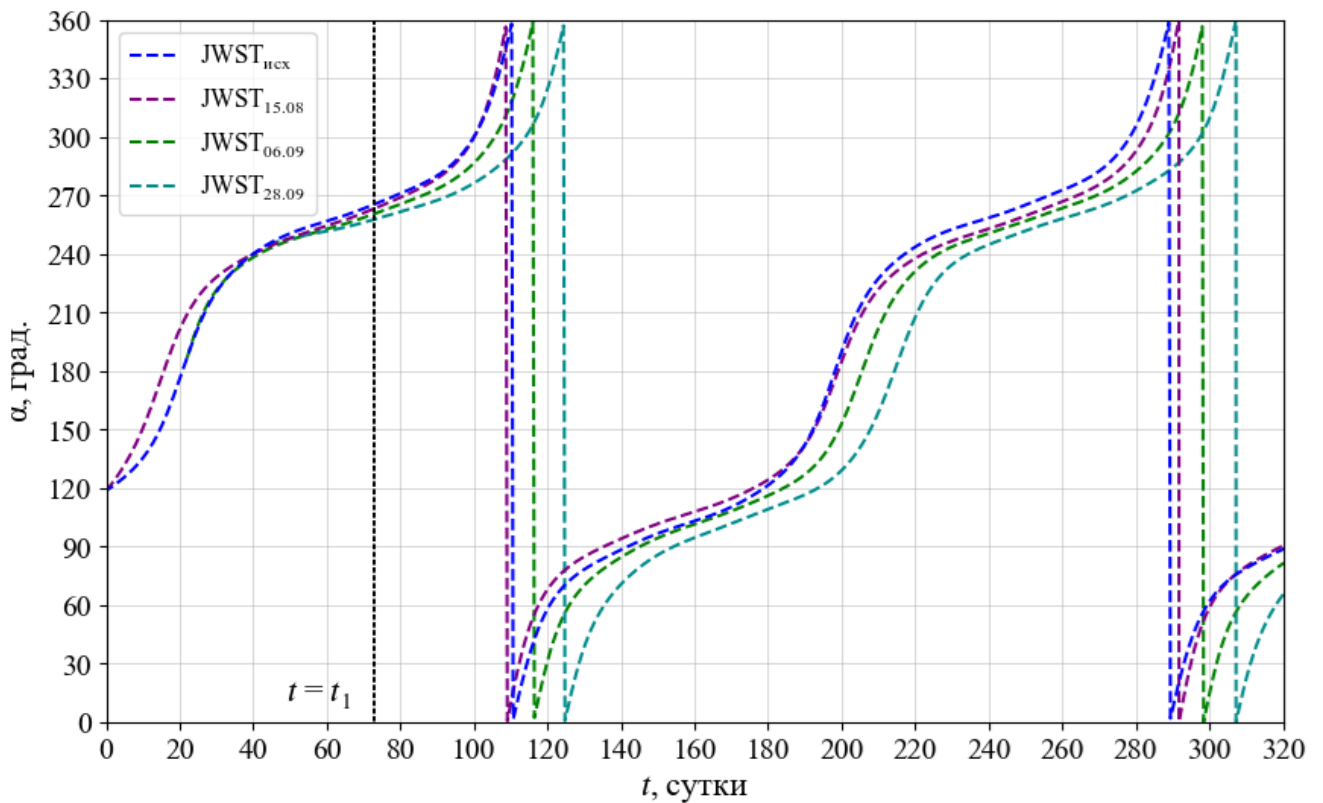


Рисунок 3.31 – Графики зависимости $\alpha(t)$ для КА, движущихся по исходной и целевым орбитам (случай «JWST» – 1997 XF₁₁)

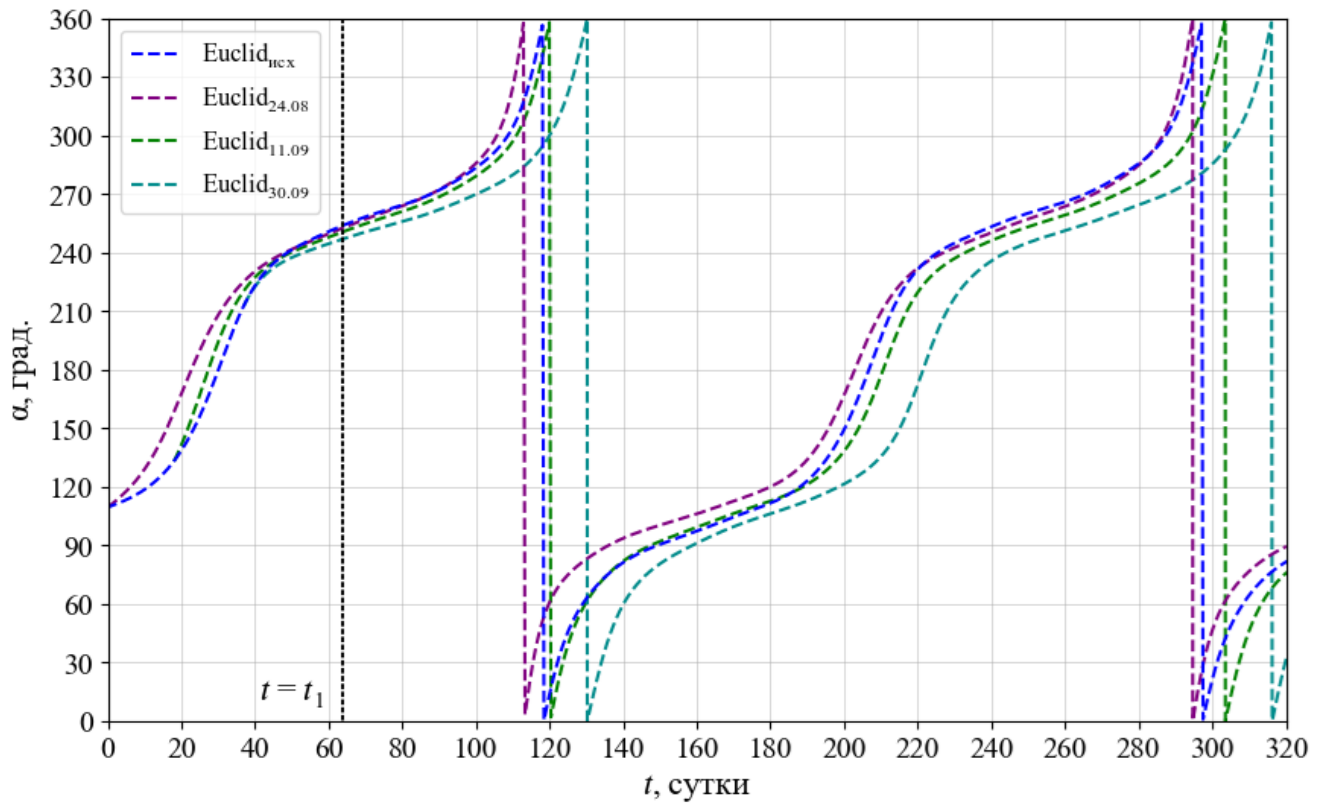


Рисунок 3.32 – Графики зависимости $\alpha(t)$ для КА, движущихся по исходной и целевым орбитам (случай «Euclid» – 1997 XF₁₁)

Таким образом, по предлагаемой методике оказалось возможным спроектировать и новые ограниченные орбиты для КА JWST и Euclid, обеспечивающие сближение этих аппаратов с каждым из трех ПОА.

3.4 Границы применимости разработанной методики проектирования траекторий перелетов

Как показали примеры выше, во всех девяти случаях (см. таблицу 3.7) разработанная методика проектирования ограниченных орбит, обеспечивающих сближение КА с ПОА, оказалась применима. Более того в семи из девяти случаев затраты характеристической скорости на осуществление необходимого маневра могут быть меньше 200 м/с, а в случае «JWST» – 2001 WN₅ и вовсе меньше 70 м/с. Отметим, что в этих семи случаях разница фазовых углов $|\Delta\alpha(t_{xr=xrA})| < 15$ град.

Таблица 3.7 – Минимальные величины импульсов, необходимых для достижения аппаратом ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁ на новых ограниченных орбитах

Исходная орбита	ПОА	$ \Delta V_{r \min} $, м/с
«СРГ»	Апофис	175.2
	2001 WN ₅	230
	1997 XF ₁₁	91.6
«JWST»	Апофис	197.5
	2001 WN ₅	65.7
	1997 XF ₁₁	113.7
«Euclid»	Апофис	105.4
	2001 WN ₅	360.6
	1997 XF ₁₁	145.1

Однако важные результаты были также получены и в случаях, в которых затраты характеристической скорости составили более 200 м/с, – перелеты КА с орбит «СРГ» и «Euclid» к ПОА 2001 WN₅. Случай «СРГ» – 2001 WN₅ показал, что даже при $\min |\Delta z_r| = 502$ тыс. км составляющая импульса ΔV_{zr} может быть меньше 200 м/с. А случай «Euclid» – 2001 WN₅ показал, что разница фазовых углов, близкая к 90 град., может быть скомпенсирована импульсом, составляющая ΔV_{xyr} которого чуть больше 200 м/с.

Таким образом, в результате проведения вычислений были определены граничные значения параметров $|\Delta \alpha(t_{xr=xrA})|$ и $\min |\Delta z_r|$, необходимые для оперативного анализа возможности пролета КА около ПОА. На рисунке 3.33 выделено три характерные области:

1. Зеленая – методика применима, ограничение на суммарные затраты характеристической скорости удовлетворяется;
2. Синяя – методика применима, но суммарные затраты характеристической скорости превышают ограничение;

3. Белая – применение методики нерационально, т. к. либо суммарные затраты характеристической скорости будут большими, либо искомой орбиты и вовсе не существует.

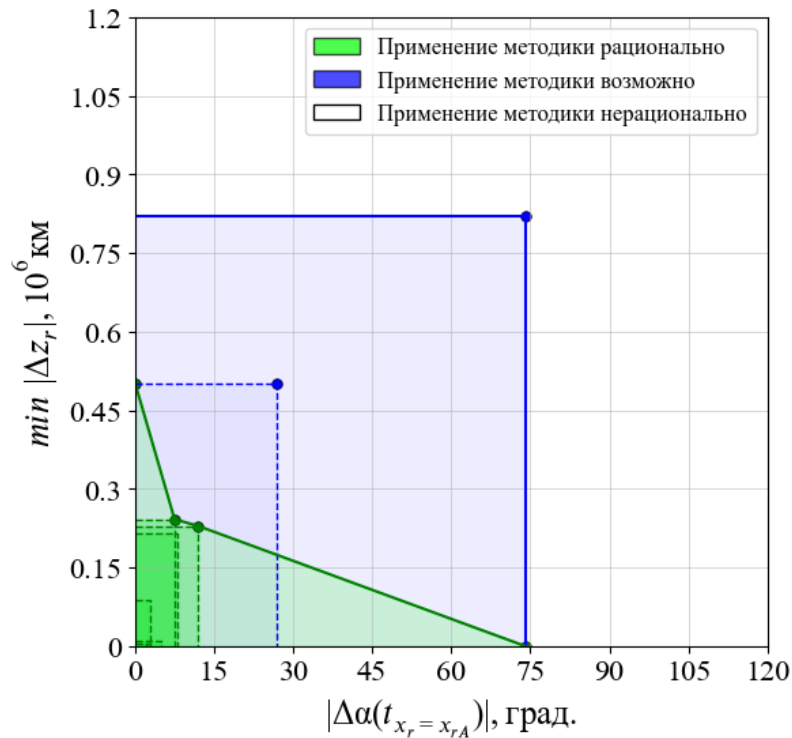


Рисунок 3.33 – Границы применимости методики проектирования одноимпульсного перелета

Выводы по третьей главе

1. Приведено описание разработанной методики формирования программного управления движением центра масс КА с целью изменения существующей ограниченной орбиты так, чтобы сближение с ПОА обеспечивалось на новой ограниченной орбите в окрестности исходной точки либрации.

2. Представлены результаты расчета траекторий перелетов КА с орбит «СРГ», «JWST» и «Euclid» к ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁, подтверждающие применимость разработанной методики проектирования схем перелетов. Показано, что:

- В семи из девяти рассмотренных случаев оказалось возможным по разработанной методике изменить исходную ограниченную орбиту таким образом,

чтобы обеспечивалось сближение КА с ПОА при затратах характеристической скорости менее 200 м/с.

- Продолжительность перелета такого типа может варьироваться от двух недель до трех месяцев в зависимости от даты приложения импульса.
- Относительные скорости пролета КА около ПОА при перелетах такого типа являются приемлемыми для получения новой научной информации о небесных телах.

3. Рассчитаны и показаны границы применимости разработанной методики проектирования схем перелетов. На основании результатов проведенных численных экспериментов установлено три области в фазовом пространстве параметров $|\Delta\alpha(t_{xr=xrA})|$ и $\min |\Delta z_r|$, в которых применение методики рационально, возможно и нерационально. Полученные граничные значения этих параметров легли в основу разработанной методики оперативного анализа возможности пролета КА около ПОА без ухода с ограниченной орбиты в окрестности исходной точки либрации.

4 Методика проектирования траектории перелета космического аппарата к потенциально опасному астероиду в пределах грависферы влияния Земли со сходом с существующей ограниченной орбиты и с возвращением на ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации

4.1 Описание предлагаемой методики проектирования траекторий перелетов

В рамках данной методики задача заключается в нахождении такого управляющего воздействия, т. е. времени приложения, величины и направления одного или нескольких импульсов ΔV_{ri} , чтобы выполнялись следующие условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} \exists t_{fin} > t_0: d_{min} < |\mathbf{r}_r(t_{fin}) - \mathbf{r}_{rA}(t_{fin})| < d, \\ \exists t_{m1} > t_0: \mathbf{r}_r(t) \notin M, \\ \exists t_{m2} > t_{fin}: \forall t > t_{m2} \mathbf{r}_r(t) \in M, \\ \forall t \mathbf{r}_r(t) \in S, \\ \sum_i^p |\Delta V_{ri}| < v, \end{array} \right. \quad (4.1)$$

где t_0 и t_{fin} – моменты приложения первого импульса и сближения КА с ПОА соответственно; t_{m1} и t_{m2} – некоторые моменты времени; $\mathbf{r}_r$ и $\mathbf{r}_{rA}$ – радиус-векторы центров масс КА и ПОА во вращающейся СК; d_{min} – минимальное расстояние для безопасного пролета; d – требуемое расстояние сближения; M – множество координат, соответствующих заданной окрестности исходной точки либрации; S – множество координат внутри грависферы влияния Земли; p – количество импульсов; v – допустимое значение требуемой суммарной характеристической скорости.

Иными словами, данная методика построения траектории перелета КА, находящегося на ограниченной орбите около солнечно-земной точки либрации L_1 или L_2 , к ПОА заключается в переводе аппарата сначала на траекторию множества неустойчивого многообразия, при движении по которой КА покинет окрестность точки либрации и в дальнейшем сблизится с исследуемым небесным телом в момент времени t_{fin} , а затем на траекторию множества устойчивого многообразия,

при движении по которой аппарат вернется в окрестность исходной точки либрации [118]. Для решения задачи в такой постановке может потребоваться определить от одного до трех импульсов, моменты приложения которых $t_0 < t_{fin} < t_1 < t_2$:

1. $\Delta V_r(t_0)$ – импульс, переводящий КА на траекторию неустойчивого многообразия и обеспечивающий сближение аппарата с ПОА. Если полученная траектория является частью гомоклинической траектории или такой гетероклинической траектории, при движении по которой аппарат не перейдет на орбиту вокруг противоположной точки либрации, то больше импульсов не потребуется;

2. $\Delta V_r(t_1)$ – импульс, переводящий КА на траекторию устойчивого многообразия, связанного с орбитой около солнечно-земной точки либрации L_1 или L_2 . Если полученная траектория связана с инвариантным многообразием исходной точки либрации, то больше импульсов не потребуется;

3. $\Delta V_r(t_2)$ – в случае, если после приложения импульса $\Delta V_r(t_1)$ КА движется к противоположной точке либрации, то данный импульс необходим для перевода КА на гетероклиническую траекторию, при движении по которой аппарат вернется в окрестность исходной точки либрации.

Таким образом, схемы перелетов КА к ПОА, рассчитанные по предлагаемой методике, могут быть многоимпульсными, причем количество необходимых импульсов может достигать трех. Подробно рассмотрим алгоритм расчета каждого из импульсов.

Для построения траектории множества неустойчивого многообразия необходимо приложить к находящемуся на орбите около коллинеарной точки либрации КА малый импульс $\Delta V_r(t_0)$ вдоль направления неустойчивости [116]. При приложении этого импульса в различные моменты времени t_0 получим так называемую трубку неустойчивого многообразия, пример которой показан на рисунке 4.1.

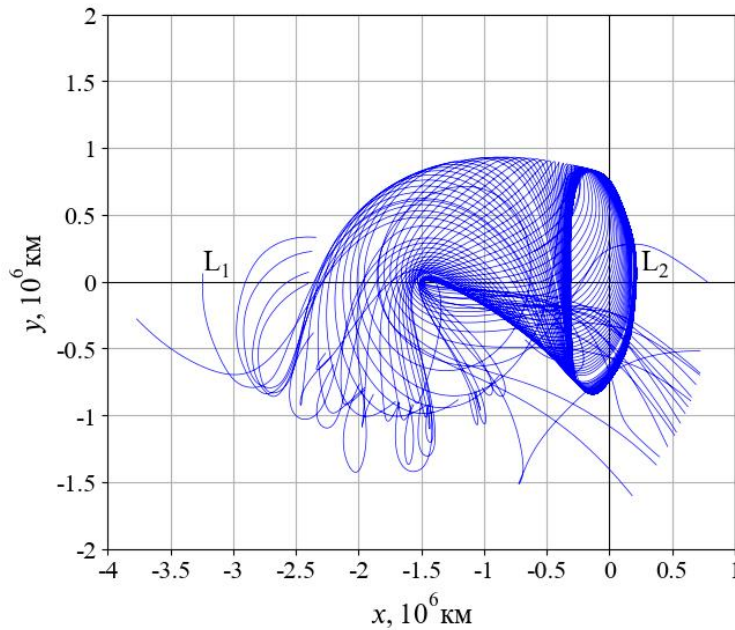


Рисунок 4.1 – Траектории множества неустойчивого многообразия

Отметим, что на одну и ту же траекторию неустойчивого многообразия КА может быть переведен с помощью приложения малых импульсов разной величины в разные моменты времени t_0 [119]. В таблице 4.1 приведено три момента времени t_0 , в которые были приложены импульсы $\Delta V_r(t_0)$ к КА на орбите «СРГ», а также координаты КА x_r , y_r , и z_r для некоторого фиксированного момента времени $t_f > t_0$. Рассчитанные траектории «СРГ_{28.08}», «СРГ_{19.10}» и «СРГ_{05.11}» показаны на рисунке 4.2. Из таблицы и рисунка видно, что полученные траектории практически не отличаются. Таким образом, для построения траектории множества неустойчивого многообразия может быть выбрано любое малое значение (например, до 20 м/с) импульса $\Delta V_r(t_0)$. В данной работе было принято значение $|\Delta V_r(t_0)| = 1$ м/с.

Таблица 4.1 – Даты приложения и величины импульсов, переводящие КА с орбиты «СРГ» на близкие траектории множества неустойчивого многообразия

t_0 , дата и время (UTC)	$ \Delta V_r $, м/с	t_f , дата и время (UTC)	$x_r(t_f)$, км	$y_r(t_f)$, км	$z_r(t_f)$, км
28.08.2028, 18:36:37	0.5	13.04.2029, 17:02:24	-1395024	-32629	-3346
19.10.2028, 02:10:13	5		-1392434	-31568	-3385
05.11.2028, 12:22:13	10		-1392054	-30533	-3336

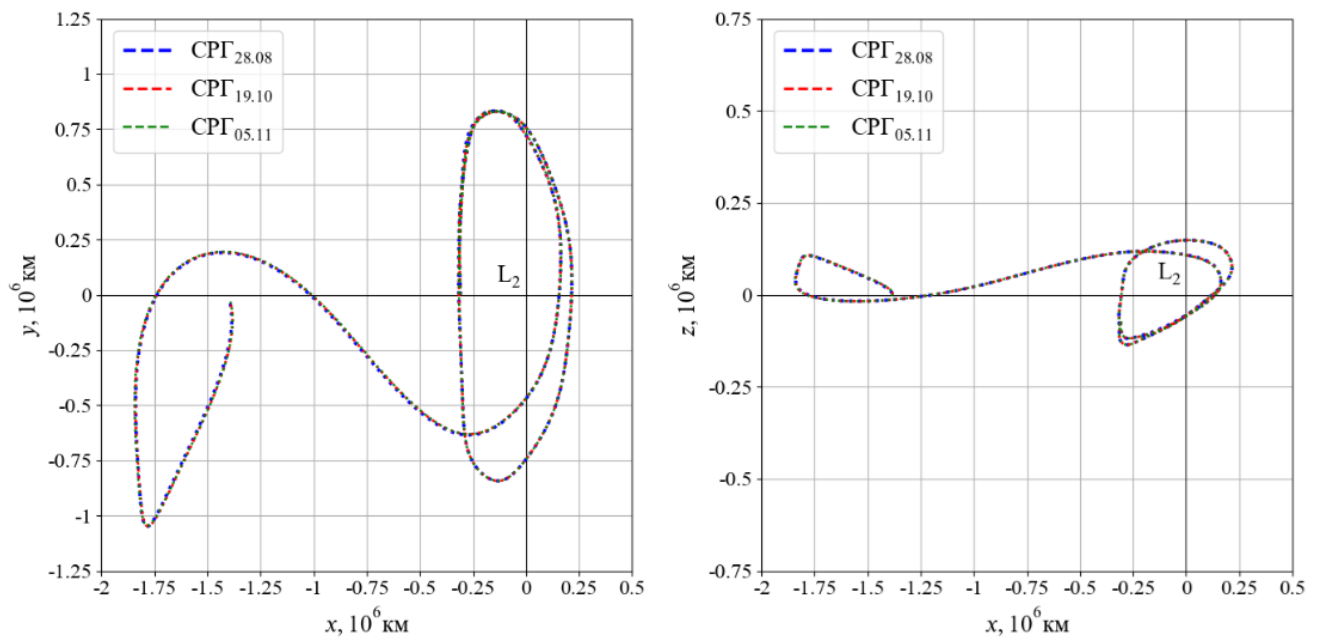


Рисунок 4.2 – Три близкие траектории множества неустойчивого многообразия

Траектории множества неустойчивого многообразия можно разделить на несколько типов [120]:

1. Траектории, при движении по которым КА выходит за пределы грависферы влияния Земли;
2. Траектории, при движении по которым КА сталкивается с Землей или Луной;
3. Все оставшиеся траектории, при движении по которым КА остается в пределах грависферы влияния Земли в течение длительного времени (например, несколько лет), в том числе участки гомоклинических и гетероклинических траекторий.

Таким образом, для построения схемы перелета КА к ПОА по предлагаемой методике подходят траектории неустойчивого многообразия последнего типа (см. рисунок 4.3).

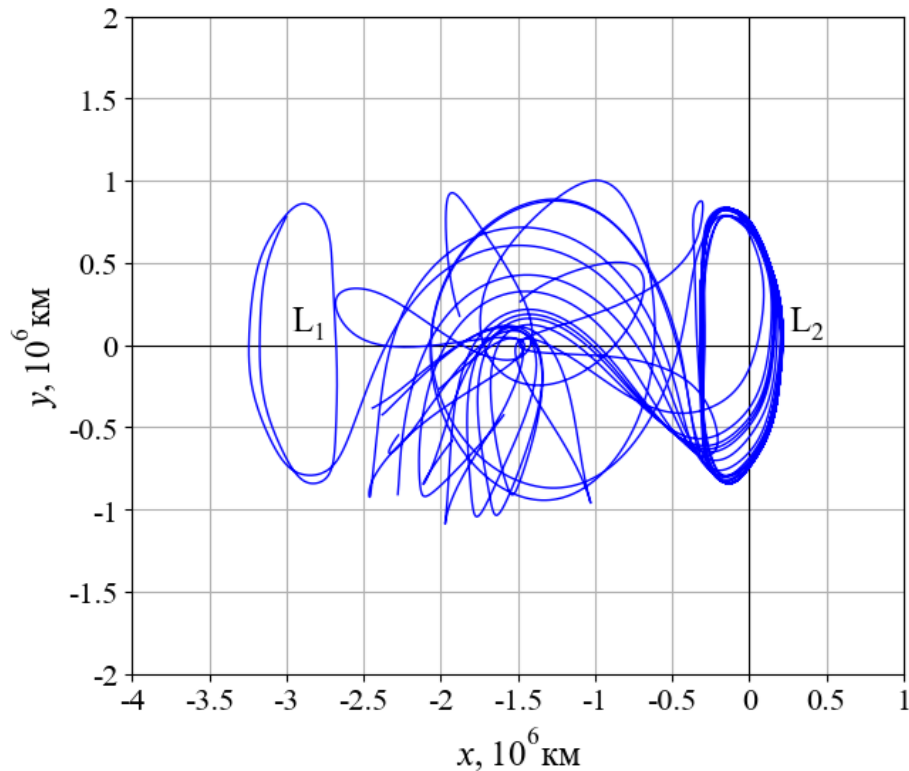


Рисунок 4.3 – Траектории неустойчивого многообразия, при движении по которым КА остается в пределах грависферы влияния Земли и не сталкивается с Землей или Луной

Для определения момента времени t_0 необходимо среди отобранных траекторий множества неустойчивого многообразия определить такую, которая обеспечивает пролет КА около ПОА на минимальном расстоянии в момент времени t_{fin} . Это может быть сделано любым численным методом. Отметим, что для рациональности осуществления перелета КА к ПОА по траектории, рассчитанной по предлагаемой методике, значение минимального расстояния между объектами должно быть меньше, чем аналогичное значение в случае пролета астероида около аппарата, движущегося по исходной орбите.

Как было отмечено ранее, если полученная траектория является частью гомоклинической траектории или такой гетероклинической траектории, при движении по которой аппарат не перейдет на орбиту вокруг противоположной точки либрации, то импульс $\Delta V_r(t_0)$ обеспечит и сближение КА с небесным телом, и возвращение аппарата в окрестность исходной точки либрации. Если же полученная траектория является частью такой гетероклинической траектории, при

движении по которой аппарат перейдет на орбиту вокруг противоположной точки либрации, то потребуется дополнительный импульс $\Delta V_r(t_1)$, обеспечивающий возвращение КА в окрестность исходной точки либрации по новой гетероклинической траектории. В этом случае момент времени t_1 также может быть определен численно, а величина необходимого импульса также может быть принята $|\Delta V_r(t_1)| = 1$ м/с (вдоль направления неустойчивости).

Однако в подавляющем большинстве случаев после сближения с астероидом аппарат будет двигаться по сильно эволюционирующей высокоэллиптической орбите. Тогда импульс $\Delta V_r(t_1)$ может быть приложен в перицентре орбиты вдоль направления движения КА (тормозной или разгонный) для его перевода на траекторию устойчивого многообразия, связанного с орбитой около солнечно-земной точки либрации L_1 или L_2 (что в свою очередь зависит от направления движения аппарата в перицентре орбиты). Отметим, что после прохождения перицентра орбиты КА может двигаться в направлении, перпендикулярном линии Солнце-Земля, поэтому необходимый момент времени прохождения перицентра орбиты t_1 должен быть определен исходя из условия последующего движения КА в сторону той или иной точки либрации. В свою очередь, величина импульса $\Delta V_r(t_1)$ может быть определена методом бисекции. И если после приложения импульса $\Delta V_r(t_1)$ аппарат будет двигаться к противоположной точке либрации, то для возвращения КА в окрестность исходной точки либрации потребуется импульс $\Delta V_r(t_2)$, который переведет аппарат на соответствующую гетероклиническую траекторию (аналогично рассмотренному выше случаю значение импульса может быть принято $|\Delta V_r(t_2)| = 1$ м/с; вдоль направления неустойчивости; момент времени t_2 может быть определен численно).

Блок-схема предлагаемой методики представлена на рисунке 4.4.

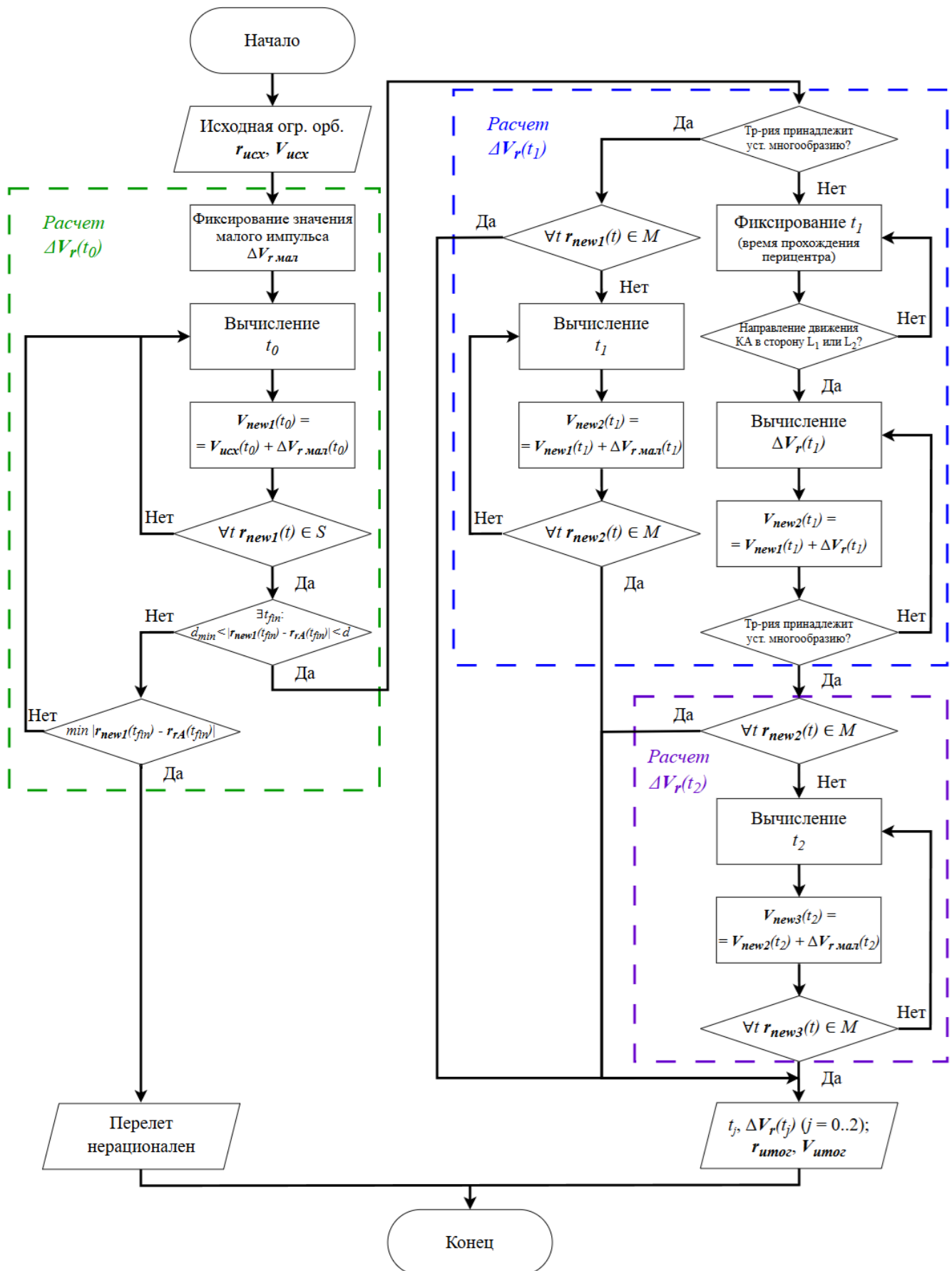


Рисунок 4.4 – Блок-схема методики проектирования многоимпульсного перелета

4.2 Результаты расчета траекторий перелетов космического аппарата с орбиты «Спектр-Рентген-Гамма» к астероидам Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁

Применение методики проектирования схем перелетов КА к ПОА с использованием траекторий, входящих в инвариантные многообразия, подробно рассмотрим на примере расчета траекторий перелетов КА с орбиты «СРГ» к астероидам Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁.

Отметим, что для уменьшения времени вычислений можно определить момент времени t_{0min} , начиная с которого следует строить трубку неустойчивого многообразия. В ходе проведения численных экспериментов было выявлено, что при величине импульса $|\Delta V_r(t_0)| = 1$ м/с момент t_{0min} должен наступить чуть более чем за год до момента сближения исследуемого ПОА с Землей. Поскольку все три рассматриваемых в данной работе небесных тела сблизятся с Землей в течение одного года (с июня 2028 года по апрель 2029 года), то в качестве момента t_{0min} для всех рассматриваемых в работе случаев была принята дата 1 марта 2027 года.

Среди рассчитанных для моментов времени $t_0 > t_{0min}$ траекторий неустойчивого многообразия, связанного с орбитой «СРГ», численно были определены такие, которые обеспечивают пролет аппарата мимо каждого из трех ПОА на минимальном расстоянии. В таблице 4.2 приведены соответствующие моменты времени t_0 , а также моменты сближения КА с ПОА t_{fin} , расстояния пролета $|\Delta r_{КА-ПОА}(t_{fin})|$, относительные скорости пролета $|\Delta V_{omn}(t_{fin})|$ и расстояния от КА до Земли $|\Delta r_{КА-З}(t_{fin})|$ в соответствующие моменты времени t_{fin} .

Таблица 4.2 – Параметры траекторий перелетов КА с орбиты «СРГ» к ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁

ПОА	t_0 , дата и время (UTC)	t_{fin} , дата и время (UTC)	$ \Delta r_{КА-ПОА}(t_{fin}) $, тыс. км	$ \Delta V_{omn}(t_{fin}) $, км/с	$ \Delta r_{КА-З}(t_{fin}) $, млн км
Апофис	13.09.2028, 15:58:13	13.04.2029, 17:10:47	16.9	6.8	0.113
2001 WN ₅	21.08.2027, 11:14:30	27.06.2028, 14:48:15	31.7	10.2	1.238
1997 XF ₁₁	22.09.2027, 23:00:06	26.10.2028, 20:28:19	60	14.2	1.135

Отметим, что перелеты КА с орбиты «СРГ» ко всем трем ПОА по траекториям, рассчитанным по предлагаемой методике, являются рациональными, поскольку полученные значения расстояний пролета $|\Delta \mathbf{r}_{КА-ПОА}(t_{fin})|$ во всех случаях меньше чем исходные значения (см. рисунок 2.9):

- Случай «СРГ» – Апофис: $\min |\Delta \mathbf{r}_{ucx}| = 384$ тыс. км.
- Случай «СРГ» – 2001 WN₅: $\min |\Delta \mathbf{r}_{ucx}| = 673$ тыс. км.
- Случай «СРГ» – 1997 XF₁₁: $\min |\Delta \mathbf{r}_{ucx}| = 247$ тыс. км.

На рисунках 4.5, 4.6 и 4.7 приведены рассчитанные траектории перелетов КА с орбиты «СРГ» к астероидам Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁ соответственно.

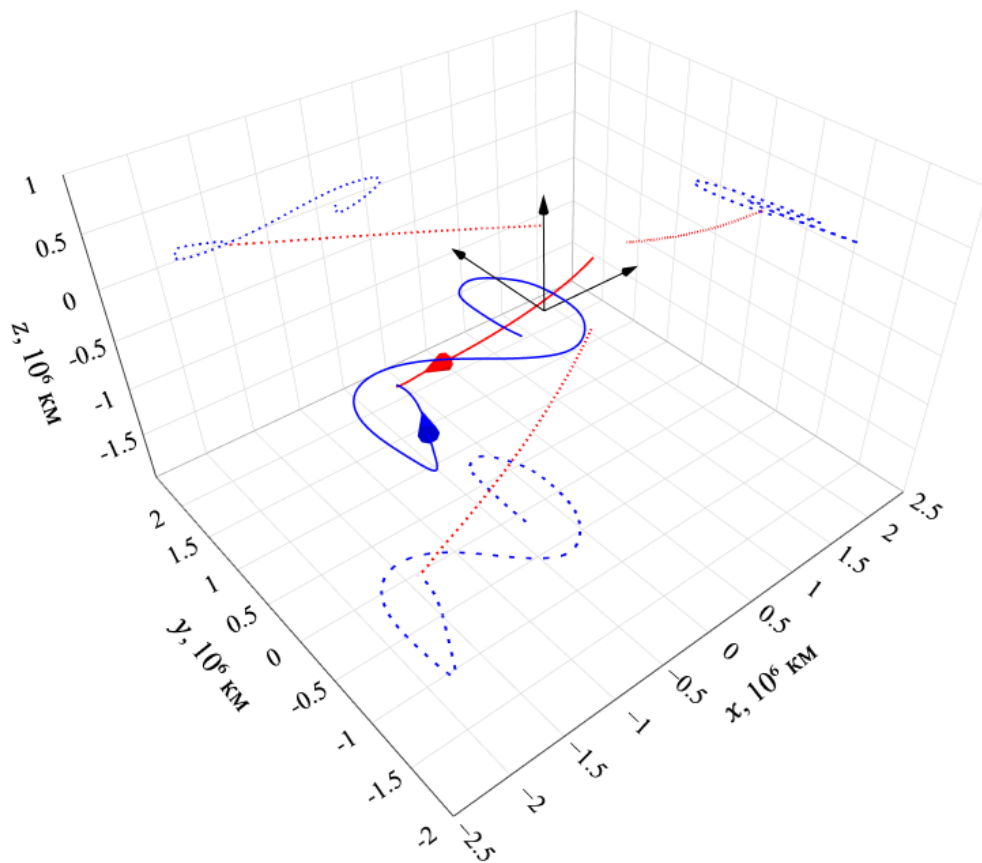


Рисунок 4.5 – Траектория перелета КА с орбиты «СРГ» (синим) к ПОА Апофис (красным)

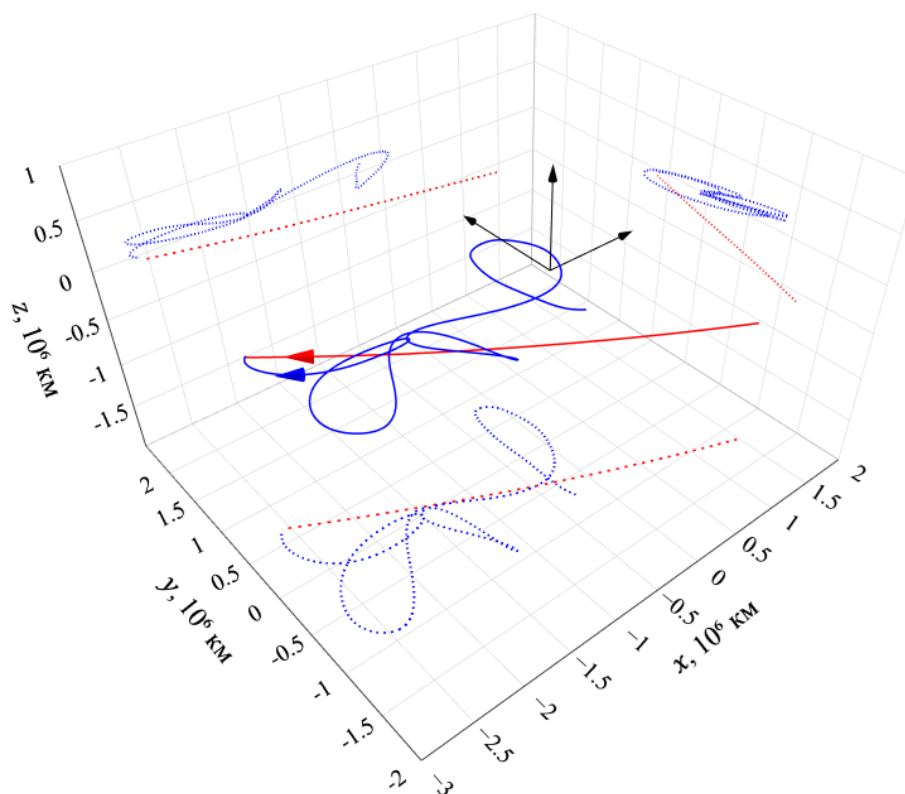


Рисунок 4.6 – Траектория перелета КА с орбиты «СРГ» (синим) к ПОА 2001 WN₅ (красным)

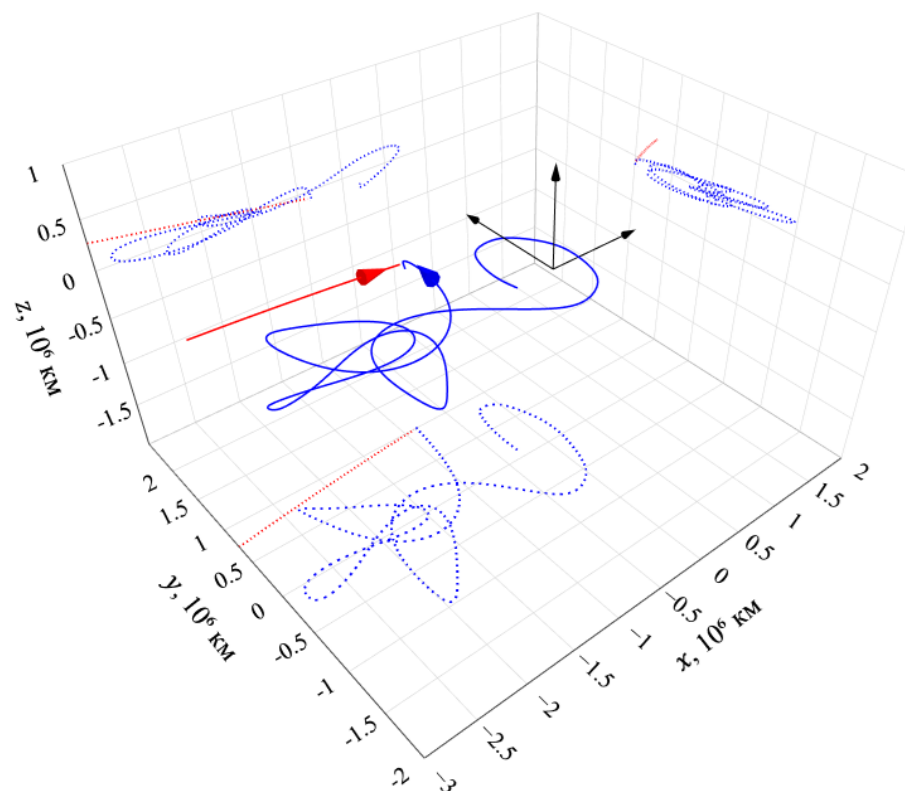


Рисунок 4.7 – Траектория перелета КА с орбиты «СРГ» (синим) к ПОА 1997 XF₁₁ (красным)

Как было сказано ранее, во всех случаях КА после сближения с ПОА будет двигаться к перигею орбиты. Для каждого такого случая моменты времени прохождения перигея t_1 следующие:

- После сближения с Апофисом: $t_1 = 03:53:55$ UTC 14.04.2029.
- После сближения с ПОА 2001 WN₅: $t_1 = 12:05:44$ UTC 25.07.2028.
- После сближения с ПОА 1997 XF₁₁: $t_1 = 21:25:49$ UTC 16.11.2028.

Отметим, что после сближения с Апофисом и после прохождения перигея орбиты КА будет двигаться в сторону солнечно-земной точки либрации L_1 , поэтому для возвращения аппарата в окрестность исходной точки либрации L_2 потребуется два импульса.

В свою очередь, после сближения с ПОА 2001 WN₅ и после прохождения перигея орбиты КА будет двигаться в направлении, перпендикулярном линии Солнце-Земля (см. рисунок 4.8). Поэтому в данном случае в качестве момента времени t_1 должен быть выбран один из следующих моментов прохождения перигея (t_{1new}). Следующий такой момент времени $t_1 = 16:20:46$ UTC 19.09.2028, после него КА будет двигаться в сторону солнечно-земной точки либрации L_2 . Таким образом, выберем данное значение t_1 для приложения импульса $\Delta V_r(t_1)$, который переведет аппарат на орбиту около исходной точки либрации L_2 .

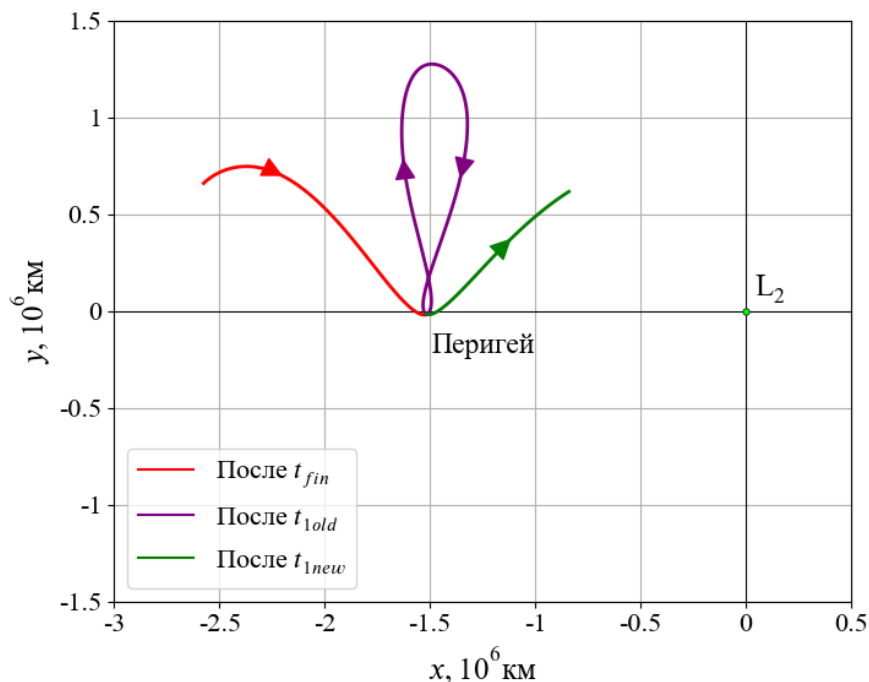


Рисунок 4.8 – Траектория движения КА после сближения с ПОА 2001 WN₅

В случае сближения с ПОА 1997 XF₁₁ после прохождения перигея орбиты КА будет двигаться в сторону солнечно-земной точки либрации L₂. Таким образом, итоговая схема перелета будет состоять из двух импульсов.

Как было отмечено ранее, для перевода КА на траекторию устойчивого многообразия, связанного с орбитой около солнечно-земной точки либрации L₁ или L₂, необходимо в перицентре орбиты приложить к аппарату вдоль его направления движения импульс $\Delta V_r(t_1)$, величина которого может быть определена численно, например, методом бисекции (см. рисунок 4.9).

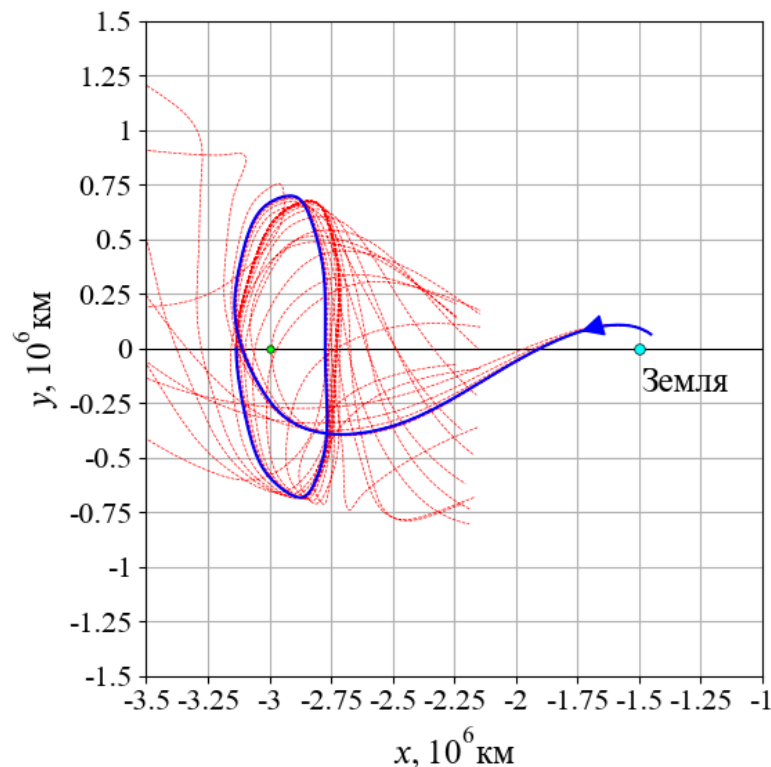


Рисунок 4.9 – Расчет траектории устойчивого многообразия

Значения полученных импульсов составляют:

- Случай «СРГ» – Апофис: $|\Delta V_r(t_1)| = 5.66$ м/с, разгонный.
- Случай «СРГ» – 2001 WN₅: $|\Delta V_r(t_1)| = 6.79$ м/с, тормозной.
- Случай «СРГ» – 1997 XF₁₁: $|\Delta V_r(t_1)| = 12.44$ м/с, тормозной.

Отметим, что для случая «СРГ» – Апофис необходим еще один импульс. Поэтому численно был определен момент времени $t_2 = 12:45:11$ UTC 03.10.2029 (аналогично алгоритму расчета момента времени t_0), такой что после приложении импульса $|\Delta V_r(t_2)| = 1$ м/с в этот момент времени КА перейдет на

гетероклиническую траекторию и в итоге вернется в окрестность исходной солнечно-земной точки либрации L_2 .

Полные схемы перелетов КА с орбиты «СРГ» к ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁ показаны на рисунках 4.10, 4.11 и 4.12 соответственно.

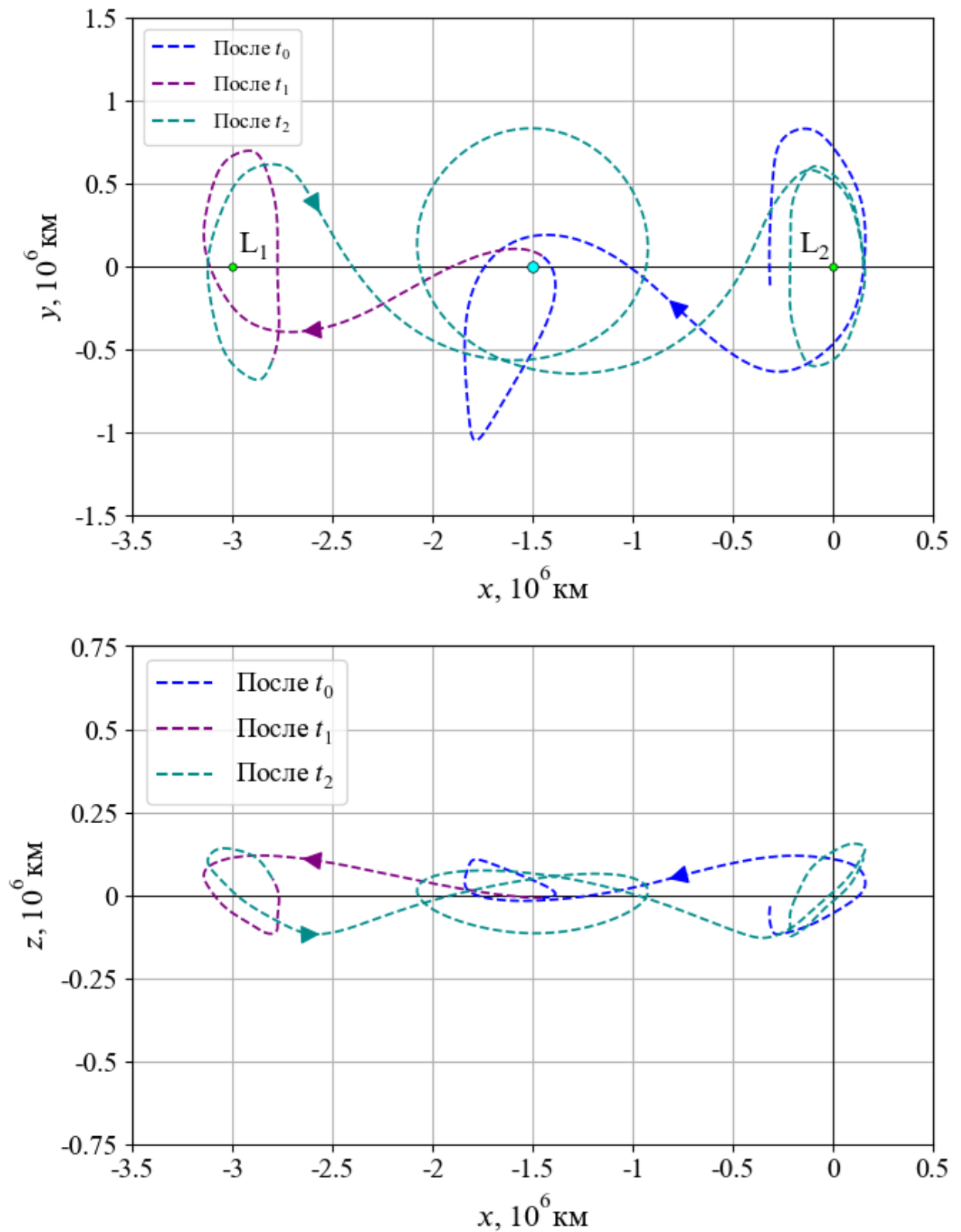


Рисунок 4.10 – Полная схема перелета КА с орбиты «СРГ» к ПОА Апофис

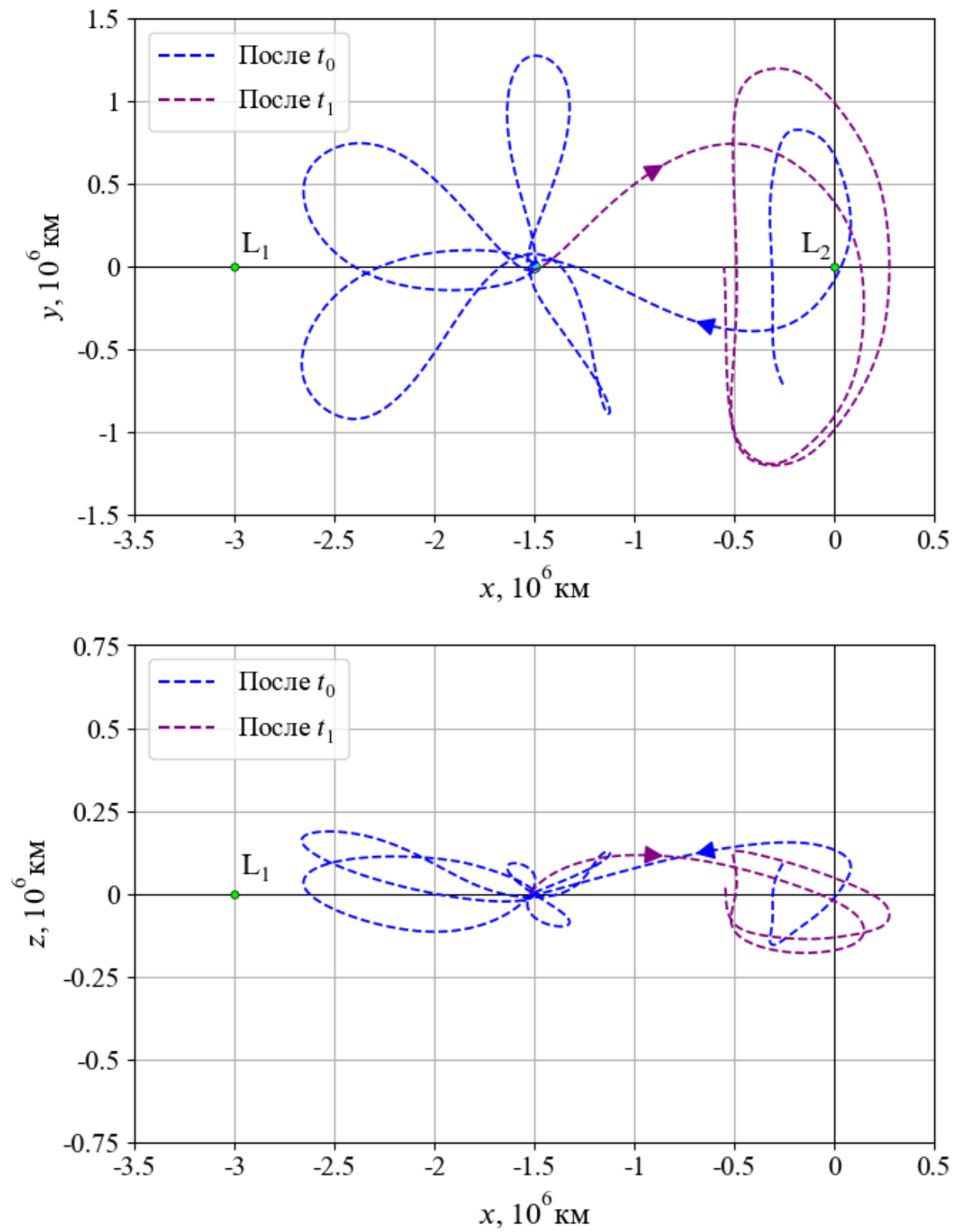


Рисунок 4.11 – Полная схема перелета КА с орбиты «СРГ» к ПОА 2001 WN₅

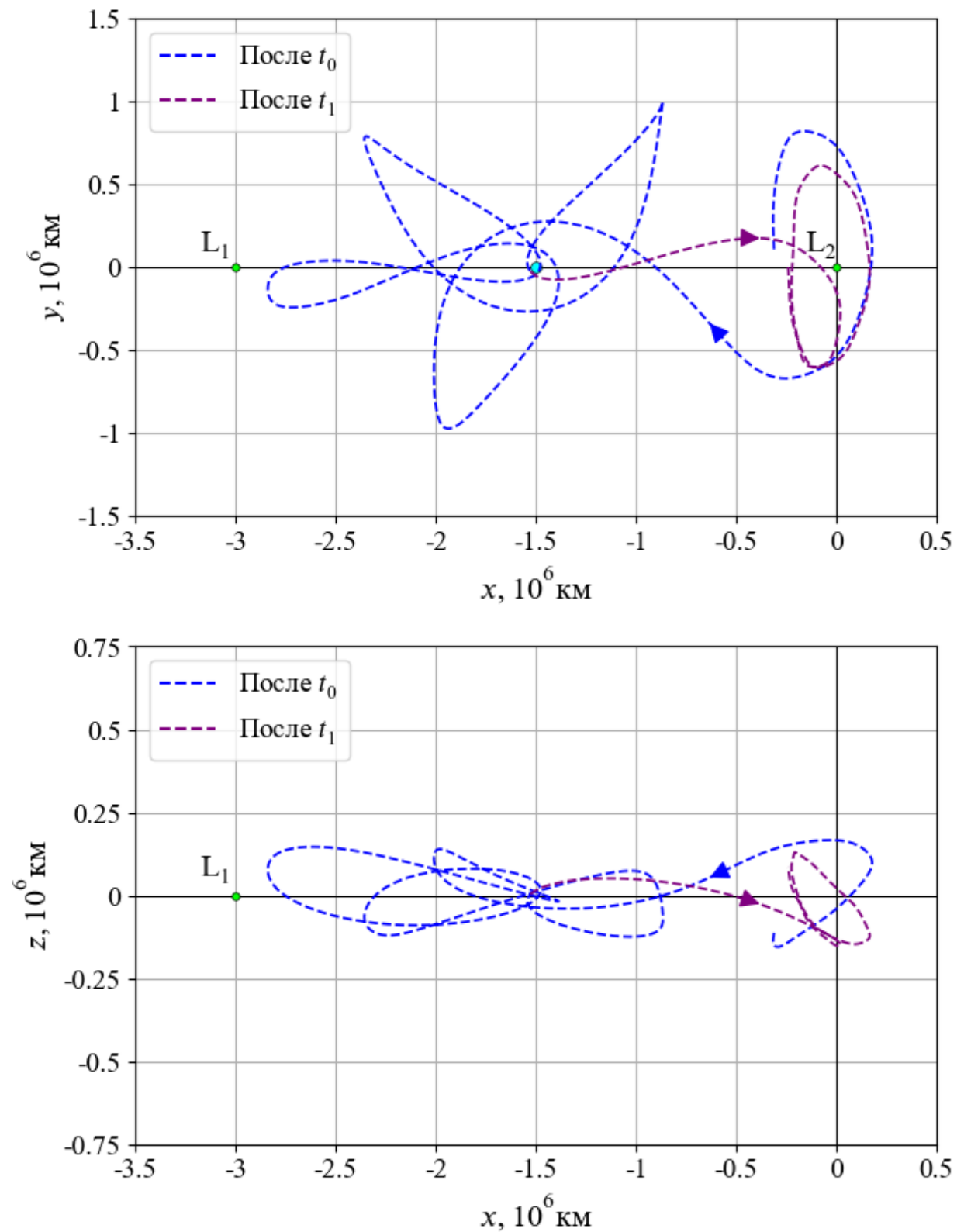


Рисунок 4.12 – Полная схема перелета КА с орбиты «СРГ» к ПОА 1997 XF₁₁

Таким образом, рассмотренные выше случаи на примере орбиты «СРГ» подтвердили возможность применения предлагаемой методики проектирования траекторий перелетов КА к ПОА с последующим возвращением аппарата на

ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации. Отметим, что во всех случаях затраты характеристической скорости оказались меньше 15 м/с, а в схеме перелета к Апофису итоговая ограниченная орбита оказалась наиболее близкой к исходной орбите «СРГ».

Отметим, что расстояние пролета $|\Delta \mathbf{r}_{КА-ПОА}(t_{fin})|$ можно минимизировать путем приложения к КА дополнительного импульса $\Delta \mathbf{V}_r(t_{don})$, который обеспечит сближения аппарата с ПОА:

$$\begin{cases} x_r(t_{fin}) = x_{rA}(t_{fin}), \\ y_r(t_{fin}) = y_{rA}(t_{fin}), \\ z_r(t_{fin}) = z_{rA}(t_{fin}), \end{cases} \quad (4.2)$$

где x_r, y_r, z_r и x_{rA}, y_{rA}, z_{rA} – координаты центров масс КА и ПОА во вращающейся СК.

Как и в случае первой методики, имеем краевую задачу с тремя граничными условиями (4.2). Однако в данном случае момент сближения КА с ПОА t_{fin} уже известен после определения момента времени t_0 , поэтому для вычисления импульса $\Delta \mathbf{V}_r(t_{don})$ необходимо лишь определить соответствующий момент времени t_{don} .

Например, для случая «СРГ» – Апофис в качестве момента приложения дополнительного импульса можно принять $t_{don} = 14:43:06$ UTC 17.01.2029, тогда величина импульса составит $|\Delta \mathbf{V}_r(t_{don})| = 35$ м/с. Полная схема такого перелета представлена на рисунке 4.13. Рассчитанные моменты времени t_1 и t_2 и соответствующие значения импульсов $|\Delta \mathbf{V}_r(t_1)|$ и $|\Delta \mathbf{V}_r(t_2)|$ следующие:

- $t_1 = 04:15:00$ UTC 14.04.2029; $|\Delta \mathbf{V}_r(t_1)| = 6.2$ м/с, разгонный.
- $t_2 = 10:12:30$ UTC 17.10.2029; $|\Delta \mathbf{V}_r(t_2)| = 1$ м/с.

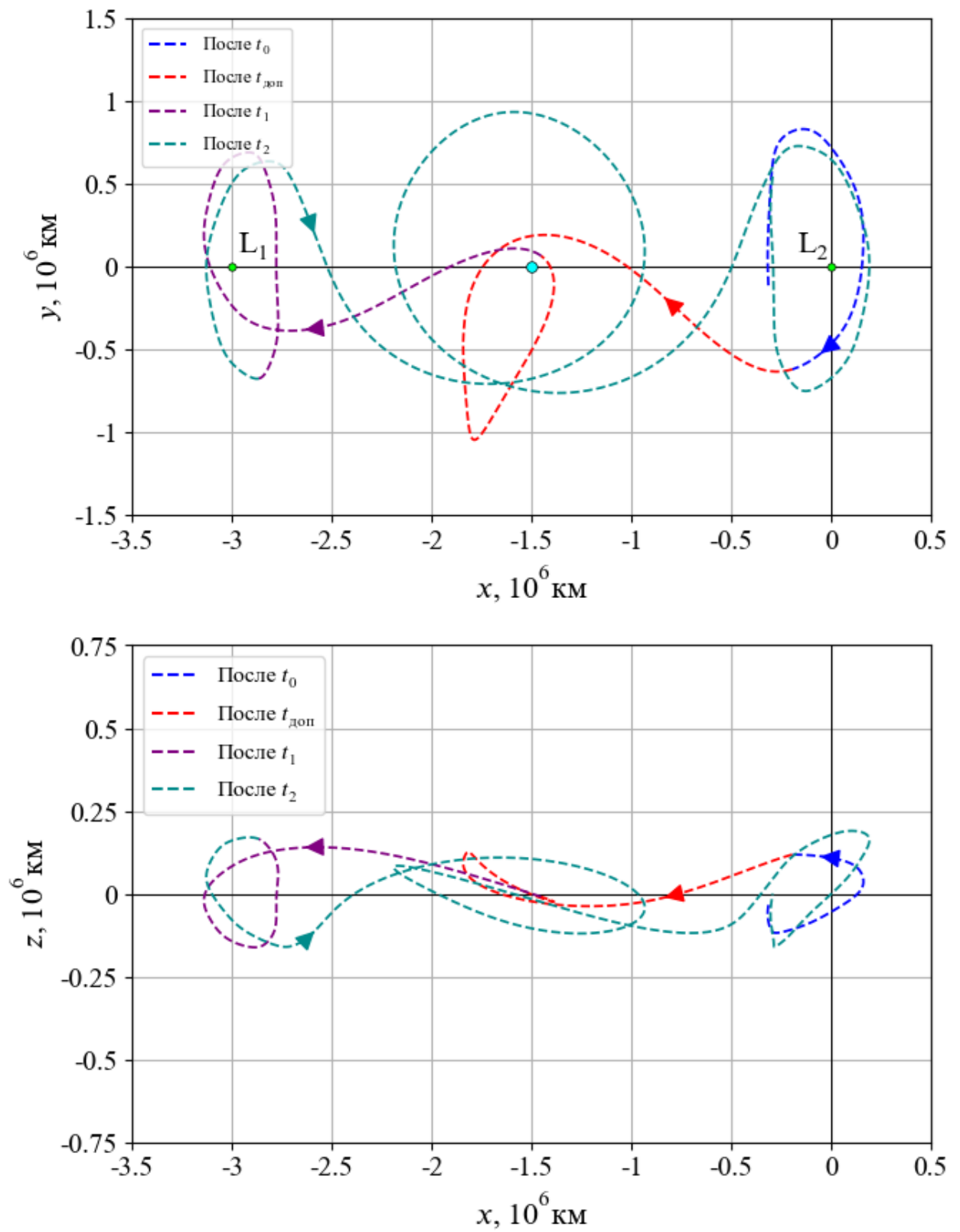


Рисунок 4.13 – Полная схема перелета КА с орбиты «СРГ» к ПОА Апофис с учетом дополнительного импульса для сближения

4.3 Результаты расчета траекторий перелетов для других случаев

В этом разделе приведем результаты аналогичных расчетов траекторий перелетов КА с орбит «JWST» и «Euclid» к каждому из трех ПОА с последующим возвращением аппаратов на орбиты около исходной солнечно-земной точки либрации L_2 , а также рассмотрим еще два особых случая для КА на орбите «СРГ». Начнем с орбиты «JWST».

Среди рассчитанных для моментов времени $t_0 > t_{0min}$ траекторий неустойчивого многообразия, связанного с орбитой «JWST», численно были определены такие, которые обеспечивают пролет аппарата мимо каждого из трех ПОА на минимальном расстоянии. В таблице 4.3 приведены параметры полученных траекторий.

Таблица 4.3 – Параметры траекторий перелетов КА с орбиты «JWST» к ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁

ПОА	t_0 , дата и время (UTC)	t_{fin} , дата и время (UTC)	$ \Delta \mathbf{r}_{КА-ПОА}(t_{fin}) $, тыс. км	$ \Delta \mathbf{V}_{омн}(t_{fin}) $, км/с	$ \Delta \mathbf{r}_{КА-З}(t_{fin}) $, млн км
Апофис	02.09.2028, 07:56:22	13.04.2029, 19:50:53	61.8	8	0.066
2001 WN ₅	18.08.2027, 21:03:34	27.06.2028, 17:58:34	9.8	9.9	1.356
1997 XF ₁₁	10.06.2027, 20:49:10	26.10.2028, 14:24:00	208.9	14.4	0.836

Отметим, что перелеты аппарата с орбиты «JWST» ко всем трем ПОА по рассчитанным траекториям также как и в случае с КА на исходной орбите «СРГ» являются рациональными, поскольку полученные значения расстояний пролета $|\Delta \mathbf{r}_{КА-ПОА}(t_{fin})|$ во всех случаях меньше чем исходные значения:

- Случай «JWST» – Апофис: $\min |\Delta \mathbf{r}_{ucx}| = 442$ тыс. км.
- Случай «JWST» – 2001 WN₅: $\min |\Delta \mathbf{r}_{ucx}| = 198$ тыс. км.
- Случай «JWST» – 1997 XF₁₁: $\min |\Delta \mathbf{r}_{ucx}| = 317$ тыс. км.

На рисунках 4.14, 4.15 и 4.16 приведены полученные траектории перелетов КА с орбиты «JWST» к астероидам Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁ соответственно.

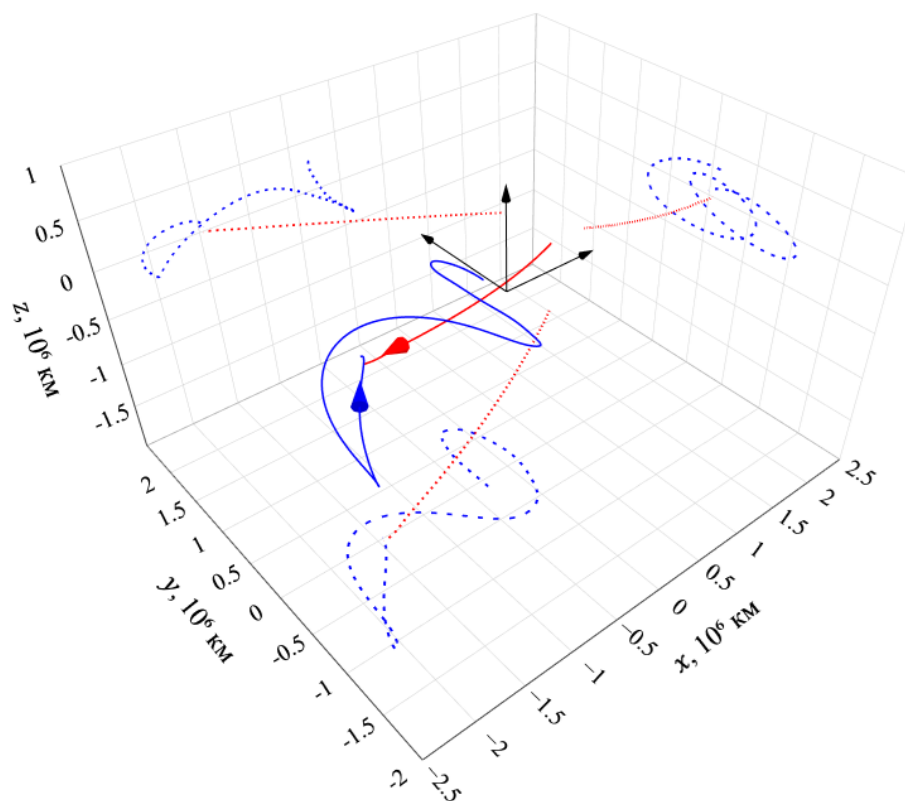


Рисунок 4.14 – Траектория перелета КА с орбиты «JWST» (синим) к ПОА Апофис (красным)

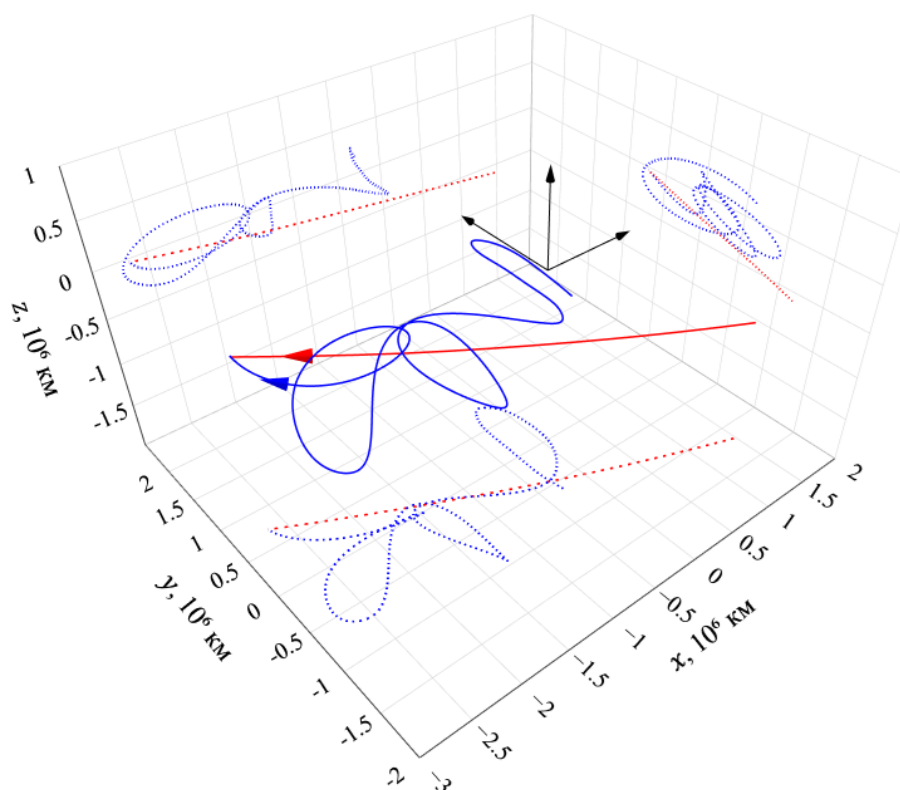


Рисунок 4.15 – Траектория перелета КА с орбиты «JWST» (синим) к ПОА 2001 WN₅ (красным)

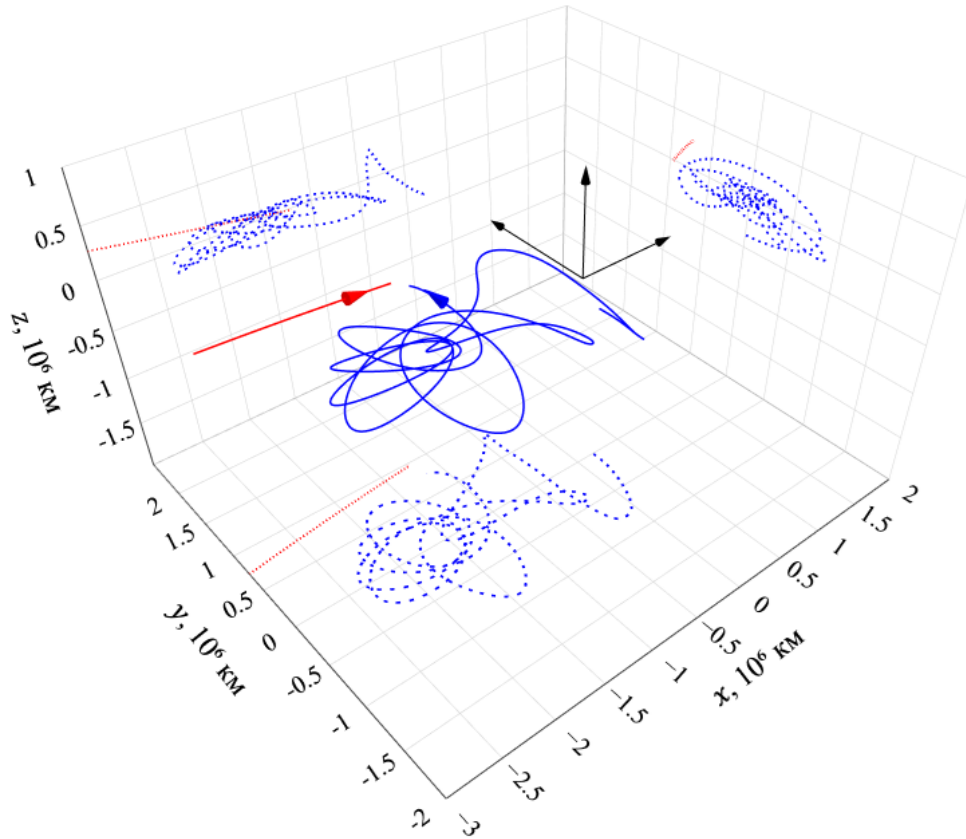


Рисунок 4.16 – Траектория перелета КА с орбиты «JWST» (синим) к ПОА 1997 XF₁₁ (красным)

В таблице 4.4 приведены рассчитанные моменты времени t_1 и t_2 и соответствующие импульсы $|\Delta V_r(t_1)|$ и $|\Delta V_r(t_2)|$ для всех трех случаев. Полные схемы перелетов КА с орбиты «JWST» к ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁ показаны на рисунках 4.17, 4.18 и 4.19 соответственно.

Таблица 4.4 – Параметры траекторий движения КА после пролета около ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁

ПОА	t_1 , дата и время (UTC)	$ \Delta V_r(t_1) $, м/с	Тип импульса $\Delta V_r(t_1)$	t_2 , дата и время (UTC)	$ \Delta V_r(t_2) $, м/с
Апофис	13.04.2029, 23:24:46	0.17	Тормозной	04.09.2029, 22:59:16	1
2001 WN ₅	10.09.2028, 16:53:58	15.55	Тормозной	-	-
1997 XF ₁₁	14.11.2028, 21:23:53	31.22	Разгонный	-	-

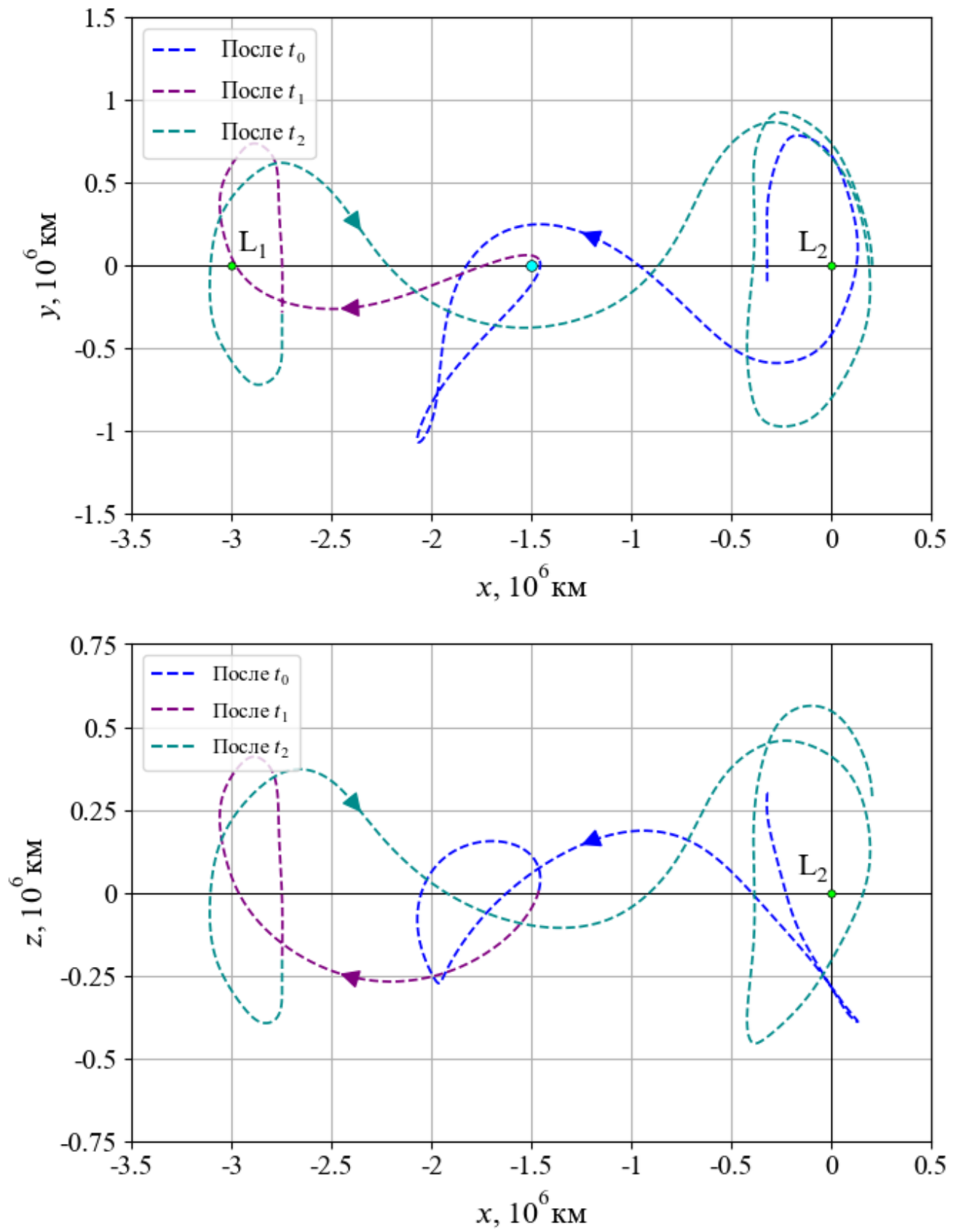


Рисунок 4.17 – Полная схема перелета КА с орбиты «JWST» к ПОА Апофис

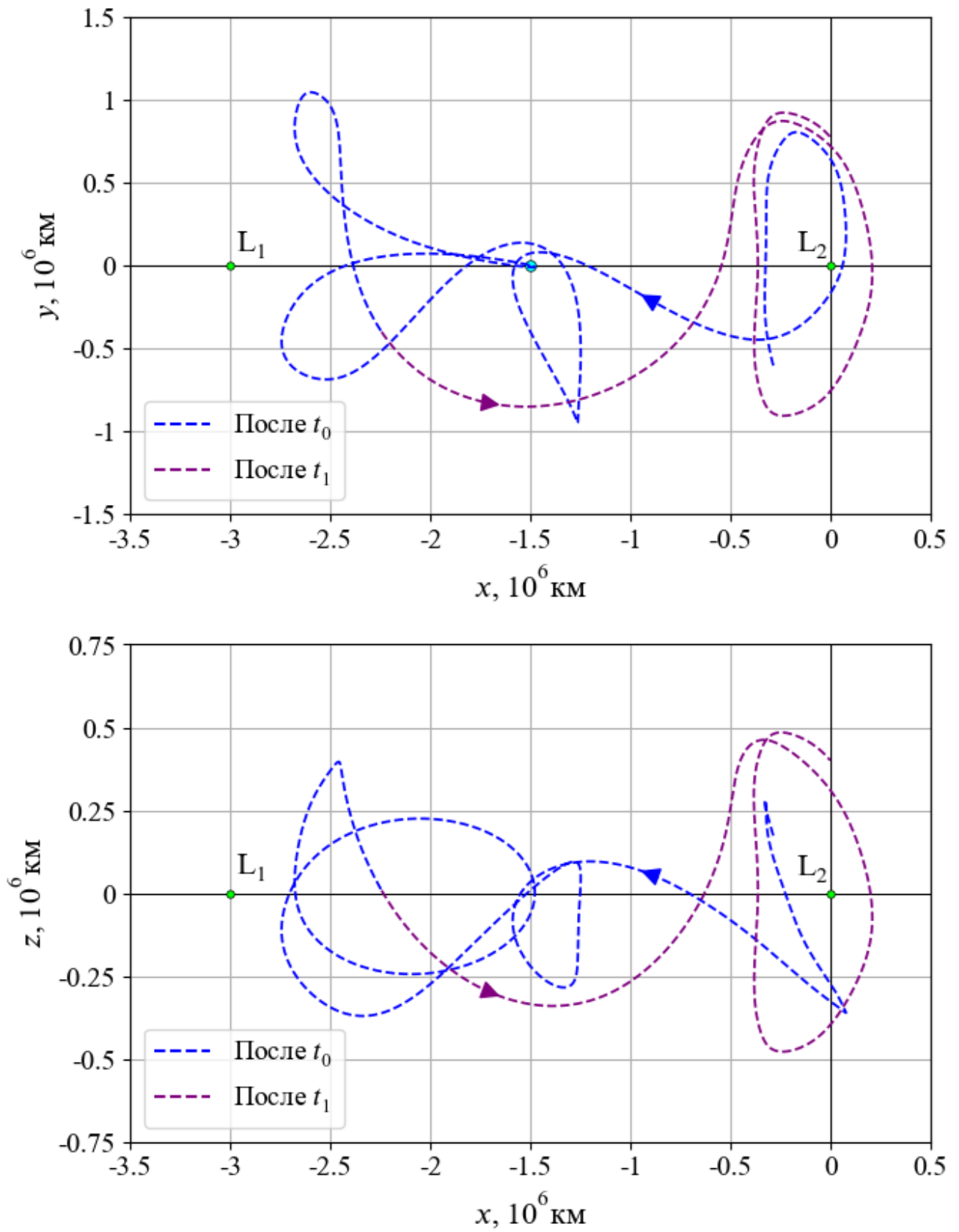


Рисунок 4.18 – Полная схема перелета КА с орбиты «JWST» к ПОА 2001 WN₅

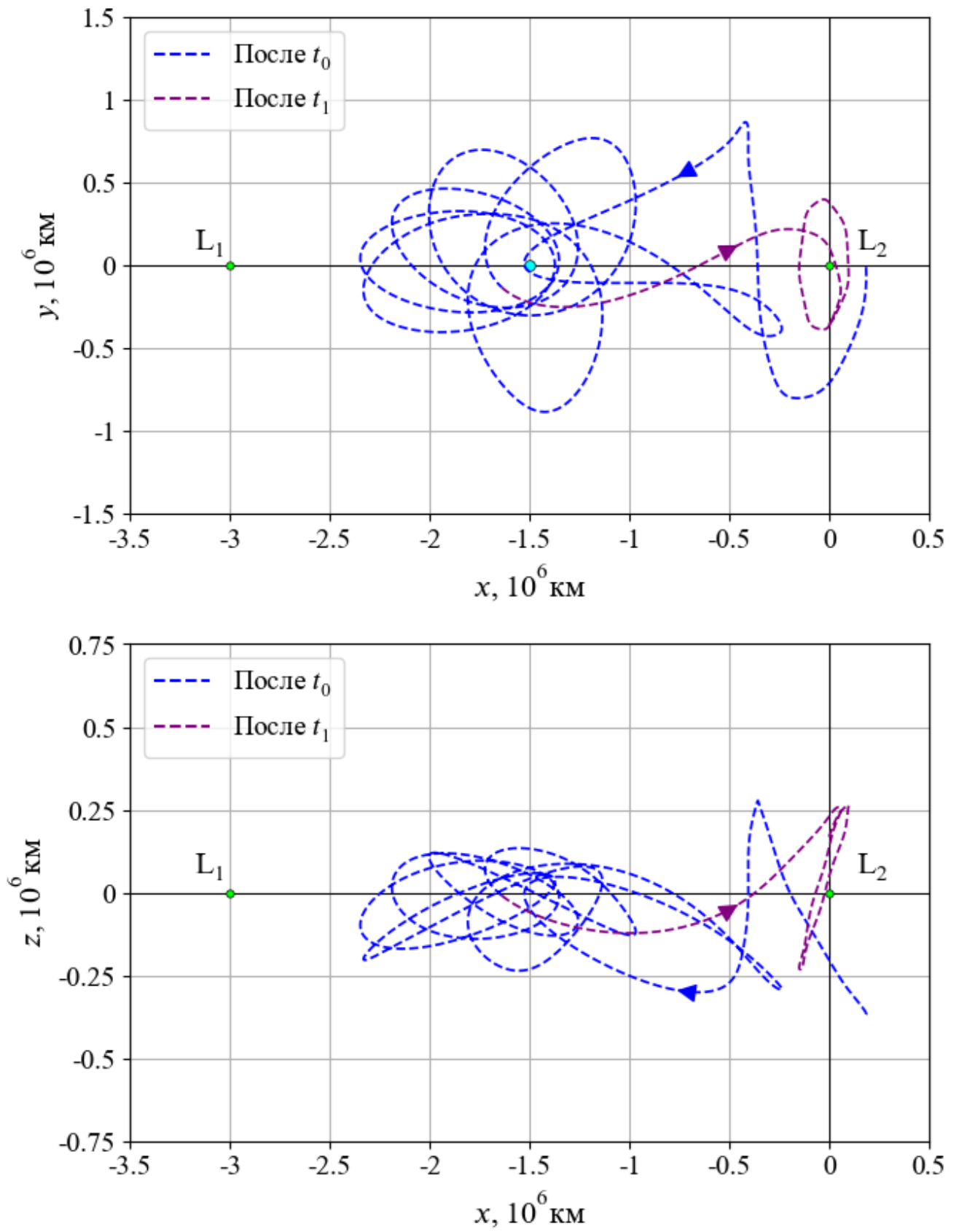


Рисунок 4.19 – Полная схема перелета КА с орбиты «JWST» к ПОА 1997 XF₁₁

Теперь рассмотрим случай КА на исходной орбите «Euclid». Среди рассчитанных для моментов времени $t_0 > t_{0min}$ траекторий неустойчивого многообразия, связанного с этой орбитой, численно были определены такие, которые обеспечивают пролет КА мимо каждого из трех ПОА на минимальном расстоянии. В таблице 4.5 приведены параметры полученных траекторий.

Таблица 4.5 – Параметры траекторий перелетов КА с орбиты «Euclid» к ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁

ПОА	t_0 , дата и время (UTC)	t_{fin} , дата и время (UTC)	$ \Delta \mathbf{r}_{КА-ПОА}(t_{fin}) $, тыс. км	$ \Delta \mathbf{V}_{omu}(t_{fin}) $, км/с	$ \Delta \mathbf{r}_{КА-З}(t_{fin}) $, млн км
Апофис	19.08.2028, 20:24:00	13.04.2029, 17:22:34	33.3	6.5	0.107
2001 WN ₅	16.05.2027, 05:16:48	26.06.2028, 22:13:26	94.4	10.2	0.653
1997 XF ₁₁	21.09.2027, 00:14:24	26.10.2028, 19:26:24	211.6	14.2	1.021

Отметим, что перелеты аппарата с орбиты «Euclid» ко всем трем ПОА по рассчитанным траекториям также являются рациональными, поскольку полученные значения расстояний пролета $|\Delta \mathbf{r}_{КА-ПОА}(t_{fin})|$ во всех случаях меньше чем исходные значения:

- Случай «Euclid» – Апофис: $\min |\Delta \mathbf{r}_{ucx}| = 250$ тыс. км.
- Случай «Euclid» – 2001 WN₅: $\min |\Delta \mathbf{r}_{ucx}| = 1.026$ млн км.
- Случай «Euclid» – 1997 XF₁₁: $\min |\Delta \mathbf{r}_{ucx}| = 362$ тыс. км.

На рисунках 4.20, 4.21 и 4.22 приведены полученные траектории перелетов КА с орбиты «Euclid» к астероидам Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁ соответственно.

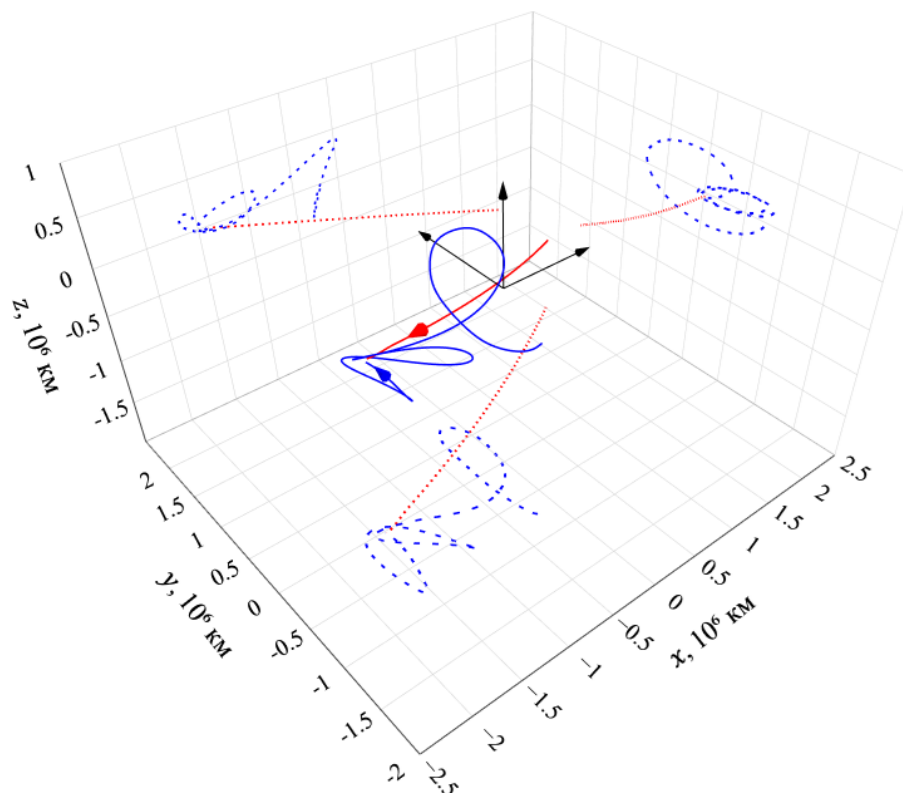


Рисунок 4.20 – Траектория перелета КА с орбиты «Euclid» (синим) к ПОА
Апофис (красным)

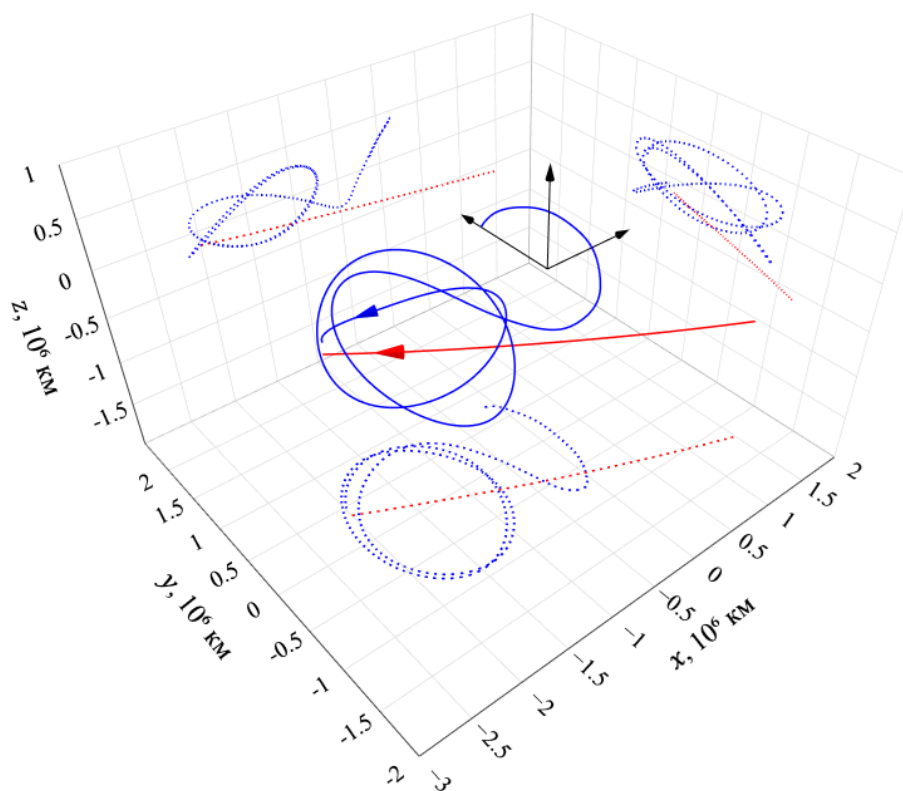


Рисунок 4.21 – Траектория перелета КА с орбиты «Euclid» (синим) к ПОА 2001
WN₅ (красным)

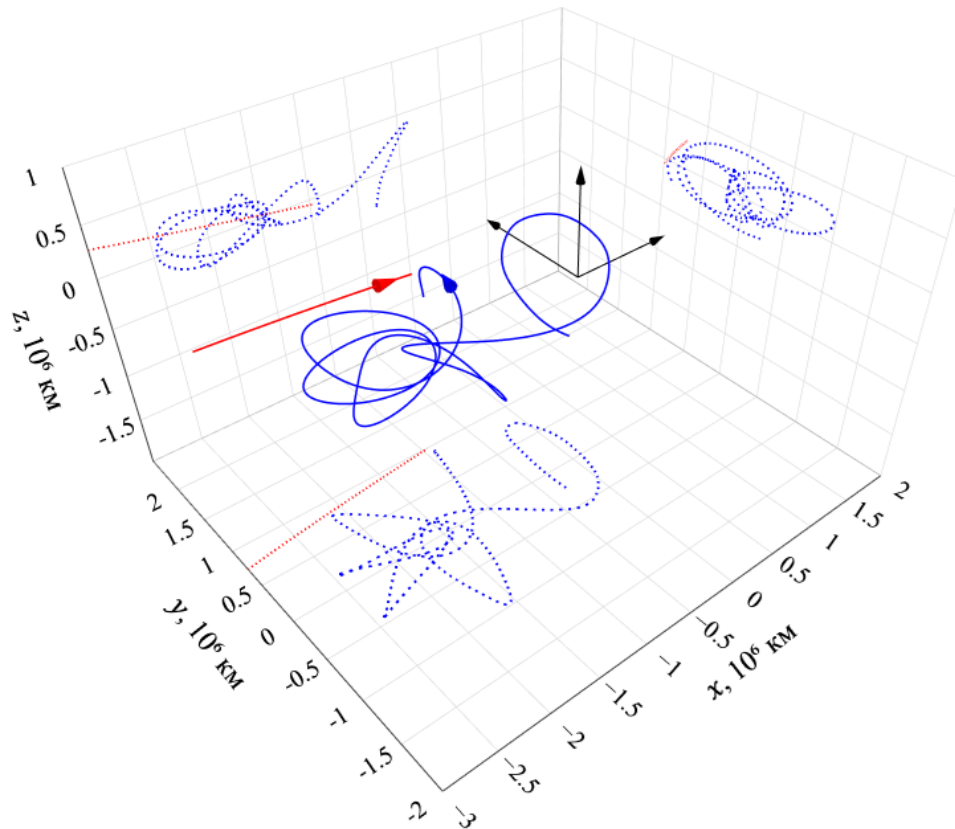


Рисунок 4.22 – Траектория перелета КА с орбиты «Euclid» (синим) к ПОА 1997 XF₁₁ (красным)

В таблице 4.6 приведены рассчитанные моменты времени t_1 и t_2 и соответствующие импульсы $|\Delta V_r(t_1)|$ и $|\Delta V_r(t_2)|$ для всех трех случаев. Полные схемы перелетов КА с орбиты «Euclid» к ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁ показаны на рисунках 4.23, 4.24 и 4.25 соответственно. Отметим, что в случае перелета аппарата к астероиду 2001 WN₅ траектория близка к гомоклинической.

Таблица 4.6 – Параметры траекторий движения КА после пролета около ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁

ПОА	t_1 , дата и время (UTC)	$ \Delta V_r(t_1) $, м/с	Тип импульса $\Delta V_r(t_1)$	t_2 , дата и время (UTC)	$ \Delta V_r(t_2) $, м/с
Апофис	14.04.2029, 04:17:03	52.68	Разгонный	14.09.2029, 06:00:23	1
2001 WN ₅	05.07.2028, 06:06:49	7.2	Тормозной	-	-
1997 XF ₁₁	13.11.2028, 04:10:3	14.92	Тормозной	-	-

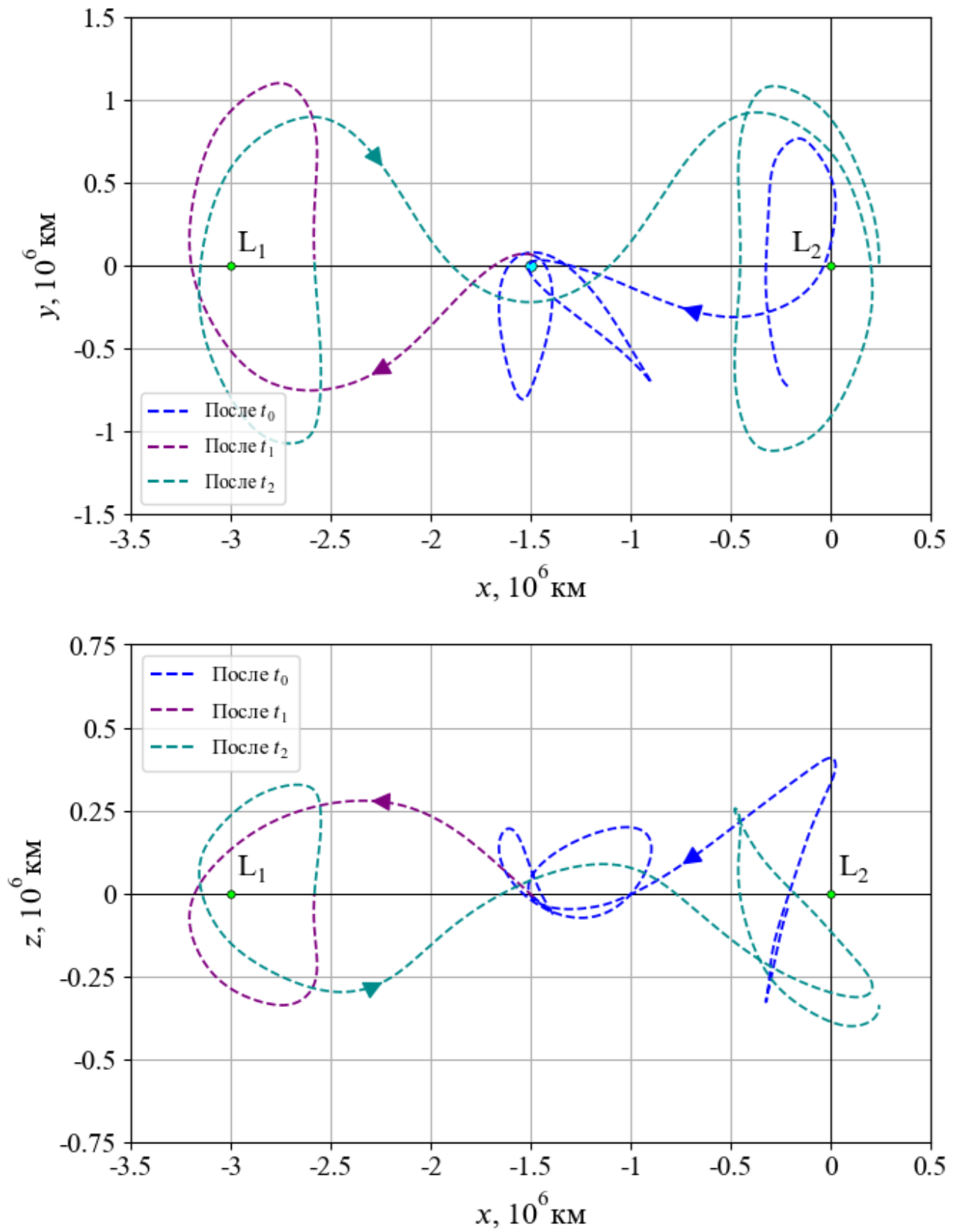


Рисунок 4.23 – Полная схема перелета КА с орбиты «Euclid» к ПОА Апофис

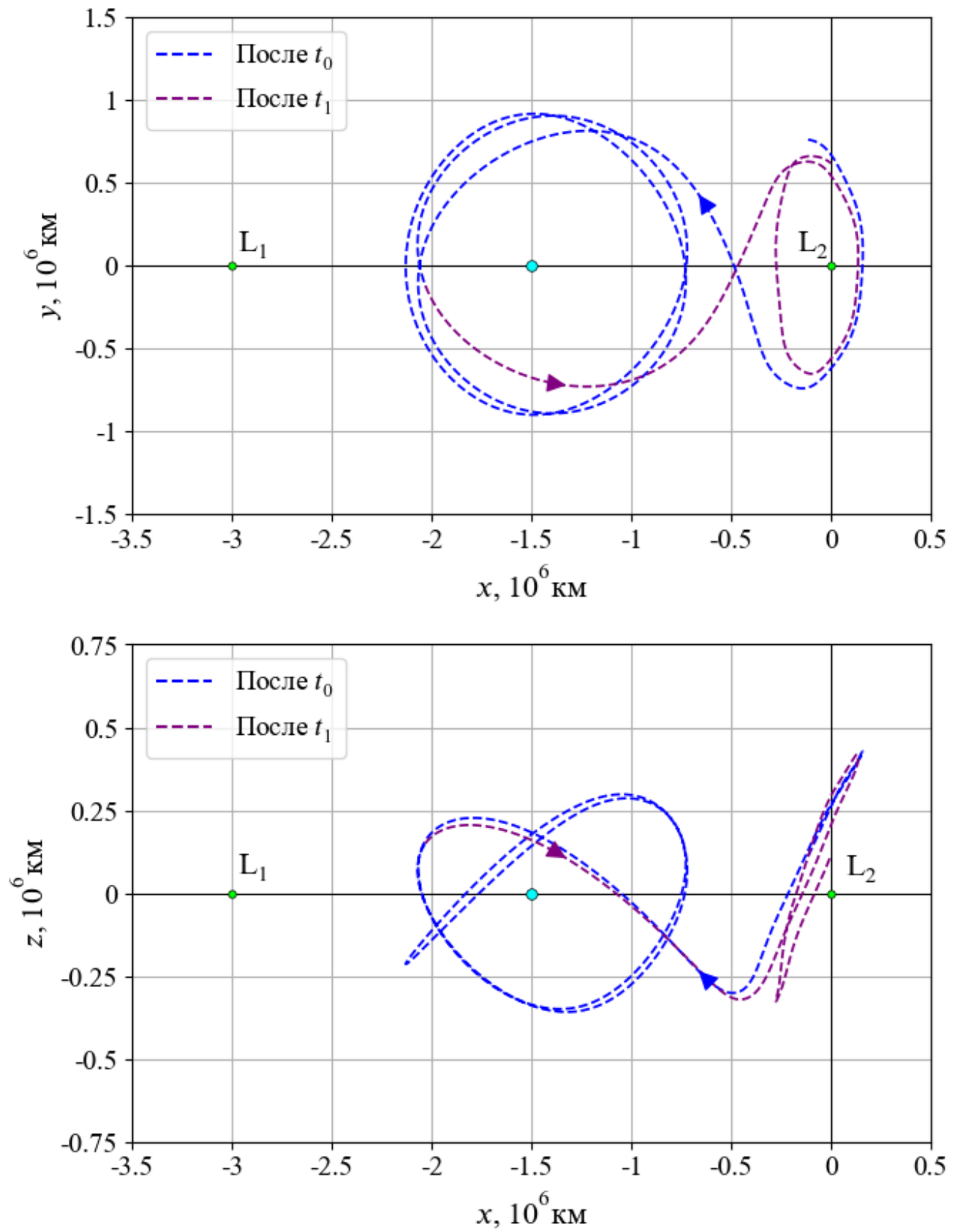


Рисунок 4.24 – Полная схема перелета КА с орбиты «Euclid» к ПОА 2001 WN₅

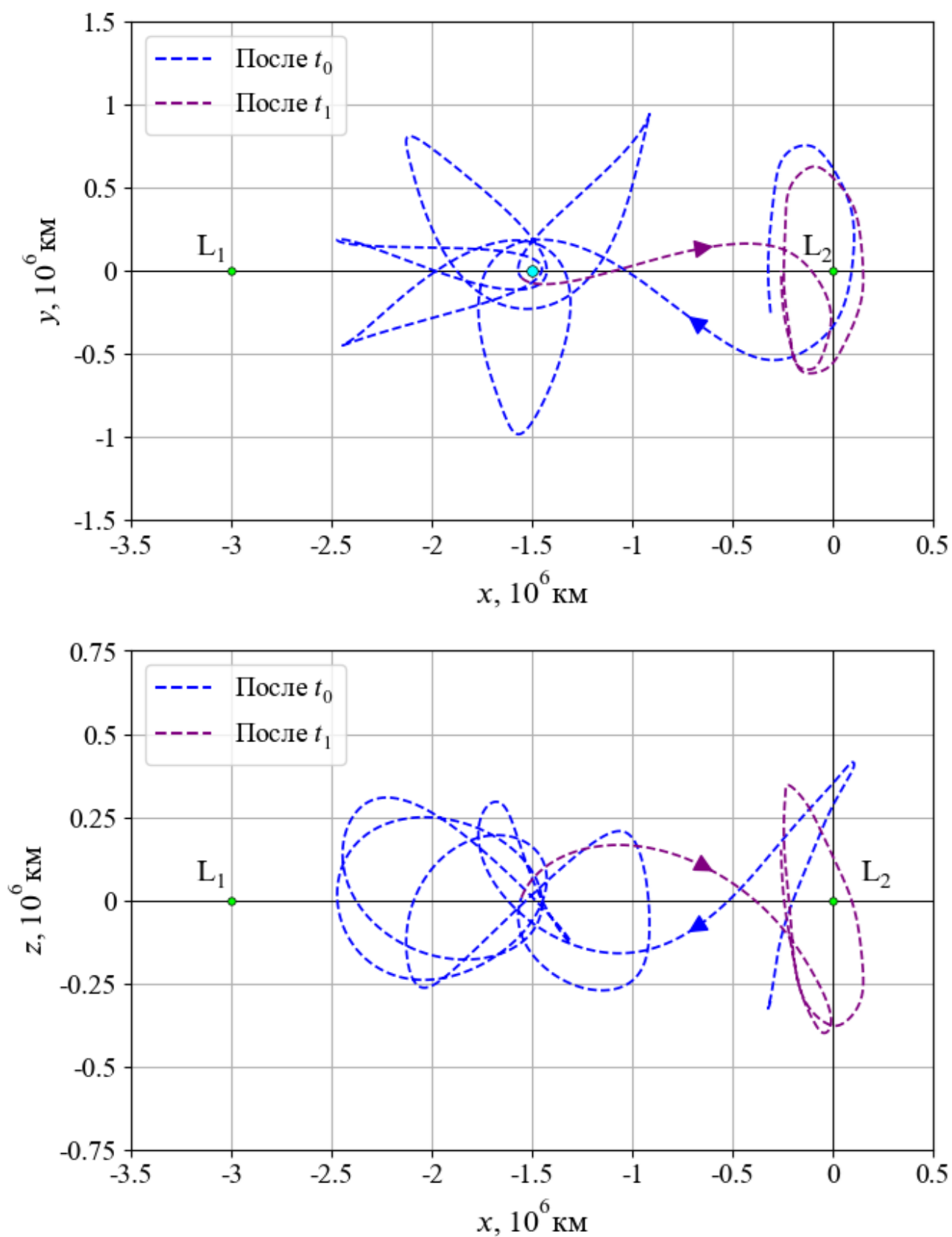


Рисунок 4.25 – Полная схема перелета КА с орбиты «Euclid» к ПОА 1997 XF₁₁

Таким образом, по предлагаемой методике оказалось возможным спроектировать и траектории перелетов к ПОА для КА JWST и Euclid.

Теперь рассмотрим еще два дополнительных случая перелета КА с орбиты «СРГ» к ПОА Апофис. Первый сценарий заключается в переводе аппарата на ограниченную орбиту около солнечно-земной точки либрации L_1 с последующим перелетом к Апофису и возвращением в окрестность точки либрации L_2 системы Солнце-Земля [121].

Для перевода КА с орбиты «СРГ» на необходимую гетероклиническую траекторию может быть приложен импульс $|\Delta V_r(t_{toL1})| = 1$ м/с в момент времени $t_{toL1} = 06:46:29$ UTC 03.04.2027. Таким образом, получим новую орбиту около солнечно-земной точки либрации L_1 , для которой можно провести аналогичные расчеты по предлагаемой методике. В качестве момента времени t_{0min} в данном случае может быть принята дата 1 декабря 2027 года.

Среди рассчитанных для моментов времени $t_0 > t_{0min}$ траекторий неустойчивого многообразия, связанного с новой орбитой, численно была определена такая, которая обеспечивает пролет КА мимо Апофиса на минимальном расстоянии (см. рисунок 4.26). Параметры полученной траектории оказались следующими:

- $t_0 = 12:46:43$ UTC 03.09.2028.
- $t_{fin} = 01:00:29$ UTC 14.04.2029.
- $|\Delta \mathbf{r}_{КА-ПОА}(t_{fin})| = 6.4$ тыс. км.
- $|\Delta \mathbf{V}_{отн}(t_{fin})| = 8.6$ км/с.
- $|\Delta \mathbf{r}_{КА-З}(t_{fin})| = 0.086$ млн км.

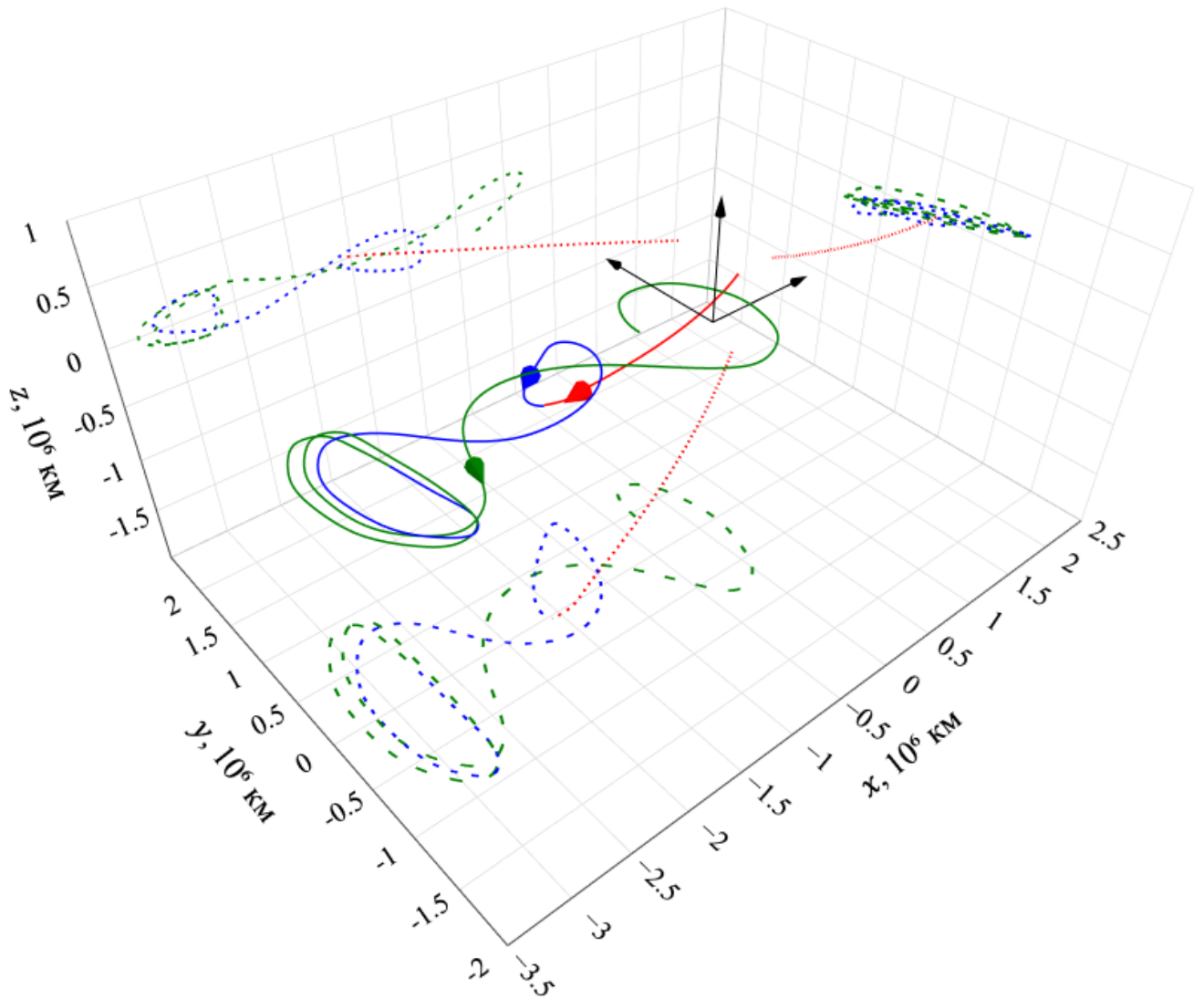


Рисунок 4.26 – Траектория перелета КА с орбиты «СРГ» (зеленым [после момента времени t_{toL1}] и синим [после момента времени t_0]) к ПОА Апофис (красным)

Для возвращения КА в окрестность солнечно-земной точки либрации L_2 необходимо в перицентре орбиты в момент времени $t_1 = 02:05:59$ UTC 14.04.2029 приложить тормозной импульс величиной $|\Delta V_r(t_1)| = 2.86$ м/с. Полная схема такого перелета КА с орбиты «СРГ» к Апофису показана на рисунке 4.27.

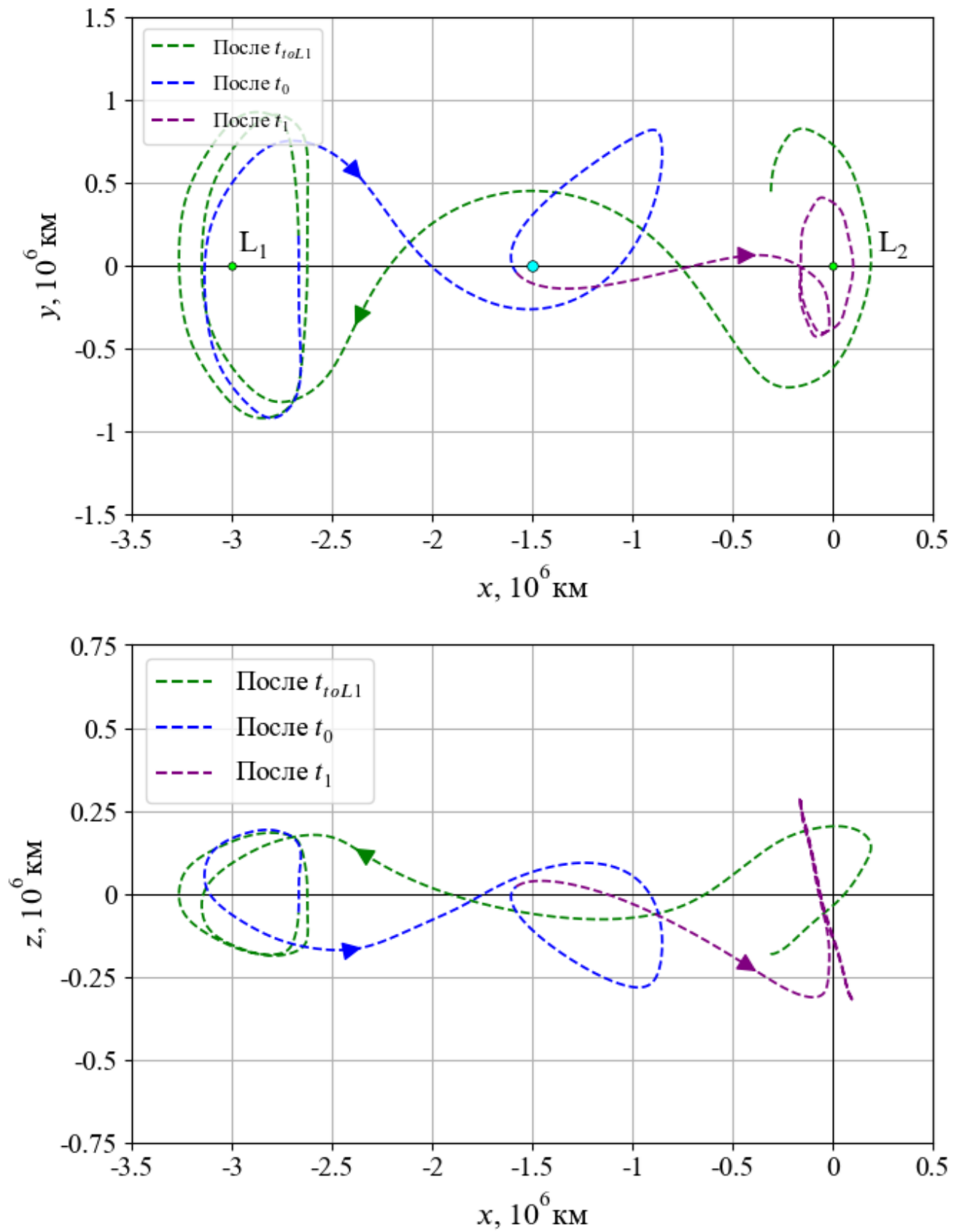


Рисунок 4.27 – Полная схема перелета КА с орбиты «СРГ» к ПОА Апофис через солнечно-земную точку либрации L_1

Второй дополнительный сценарий заключается в перелете КА с орбиты «СРГ» к Апофису после сближения аппарата с ПОА 1997 XF₁₁ [117]. В этом случае в качестве исходной выбрана орбита «СРГ_{08.09}», полученная путем приложения импульса величиной 91.6 м/с 8 сентября 2028 года (см. таблицу 3.3 и рисунок 3.13). Таким образом, в качестве момента времени t_{0min} в данном случае может быть принята дата сближения КА с ПОА 1997 XF₁₁ – 27 октября 2028 года. Отметим, что эта дата наступает позже, чем рассчитанная ранее дата t_0 – 13 сентября 2028 (см. таблицу 4.2), поэтому величина необходимого импульса $\Delta V_r(t_0)$ должна быть больше 1 м/с. Для такого случая было выбрано значение $|\Delta V_r(t_0)| = 20$ м/с.

Среди рассчитанных для моментов времени $t_0 > t_{0min}$ траекторий неустойчивого многообразия, связанного с новой орбитой, численно была определена такая, которая обеспечивает пролет КА мимо Апофиса на минимальном расстоянии (см. рисунок 4.28). Отметим, что для данного случая также был рассчитан дополнительный импульс, обеспечивающий сближение КА с ПОА. Параметры полученной траектории оказались следующими:

- $t_0 = 06:11:20$ UTC 17.11.2028.
- $t_{don} = 00:48:14$ UTC 20.01.2029.
- $|\Delta V_r(t_{don})| = 9$ м/с.
- $t_{fin} = 20:40:34$ UTC 13.04.2029.
- $|\Delta r_{КА-ПОА}(t_{fin})| < 1$ км.
- $|\Delta V_{отн}(t_{fin})| = 8.3$ км/с.
- $|\Delta r_{КА-3}(t_{fin})| = 0.046$ млн км.

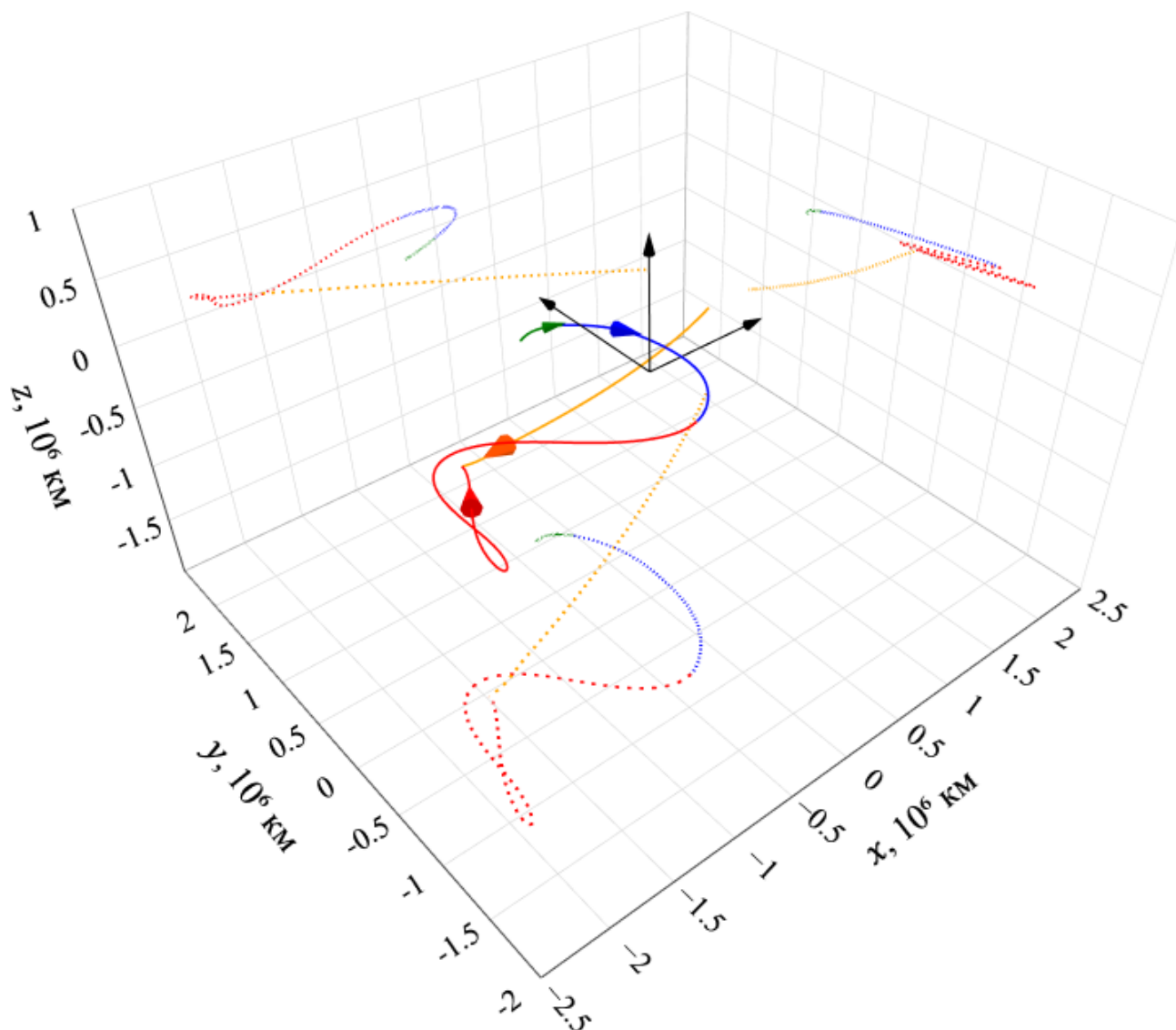


Рисунок 4.28 – Траектория перелета КА с орбиты «СРГ_{08.09}» (зеленым [после момента сближения КА с ПОА 1997 XF₁₁ t_{0min}], синим [после момента времени t_0] и красным [после момента времени t_{don}] к ПОА Апофис (оранжевым)

Для возвращения КА в окрестность солнечно-земной точки либрации L_2 потребуется еще два импульса. Полная схема такого перелета КА с орбиты «СРГ_{08.09}» к Апофису показана на рисунке 4.29. Рассчитанные моменты времени t_1 и t_2 и соответствующие значения импульсов $|\Delta V_r(t_1)|$ и $|\Delta V_r(t_2)|$ следующие:

- $t_1 = 23:38:11$ UTC 13.04.2029; $|\Delta V_r(t_1)| = 11.07$ м/с, тормозной.
- $t_2 = 08:27:29$ UTC 02.09.2029; $|\Delta V_r(t_2)| = 1$ м/с.

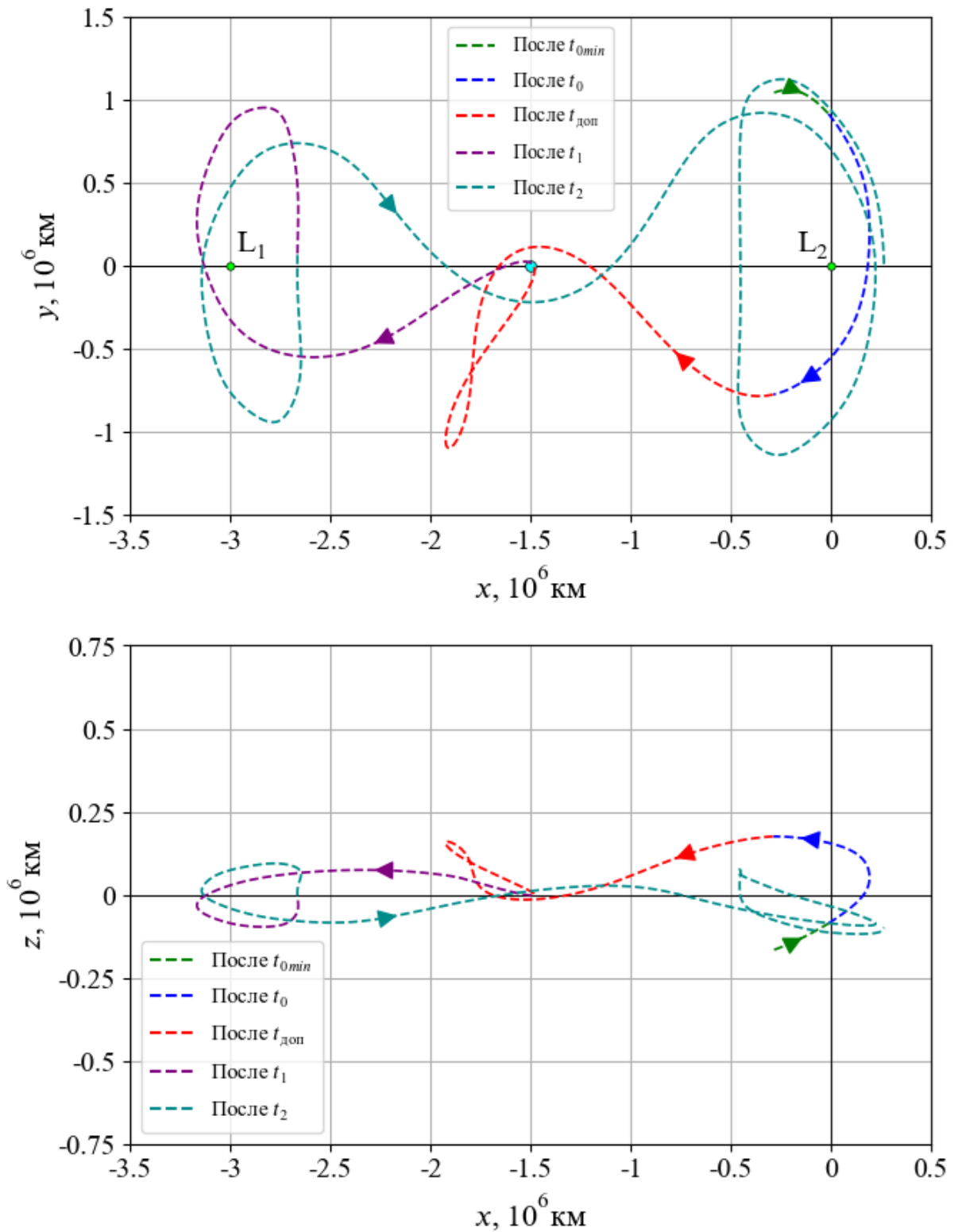


Рисунок 4.29 – Полная схема перелета КА к ПОА Апофис после сближения с ПОА 1997 XF₁₁ на орбите «СРГ_{08.09}»

Таким образом, по предлагаемой методике оказалось возможным спроектировать и траектории перелетов КА с орбиты «СРГ» к Апофису для еще двух случаев.

4.4 Заключение о применимости разработанной методики

Как показали примеры выше, во всех двенадцати случаях (см. таблицы 4.7 и 4.8) разработанная методика проектирования траекторий перелетов КА к ПОА с последующим возвращением аппарата на ограниченную орбиту около исходной точки либрации оказалась применима, а также и рациональна, поскольку значения расстояний пролета $|\Delta \mathbf{r}_{КА-ПОА}(t_{fin})|$ во всех случаях уменьшились по сравнению с исходными значениями. Отметим, что во всех случаях затраты характеристической скорости составляют менее 55 м/с, а в пяти из двенадцати случаев – менее 10 м/с.

Таблица 4.7 – Суммарные величины импульсов, необходимых для пролета КА около ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁ (основные случаи)

Исходная орбита	ПОА	Количество импульсов	$ \Delta \mathbf{V}_{r\text{ сум}} $, м/с	$ \Delta \mathbf{r}_{КА-ПОА}(t_{fin}) $, тыс. км
«СРГ»	Апофис	3	7.66	16.9
	2001 WN ₅	2	7.79	31.7
	1997 XF ₁₁	2	13.44	60
«JWST»	Апофис	3	2.17	61.8
	2001 WN ₅	2	16.55	9.8
	1997 XF ₁₁	2	32.22	208.9
«Euclid»	Апофис	3	54.68	33.3
	2001 WN ₅	2	8.2	94.4
	1997 XF ₁₁	2	15.92	211.6

Таблица 4.8 – Суммарные величины импульсов, необходимых для пролета КА около ПОА Апофис (дополнительные случаи)

Исходная орбита	ПОА	Количество импульсов	$ \Delta \mathbf{V}_{r\text{ сум}} $, м/с	$ \Delta \mathbf{r}_{КА-ПОА}(t_{fin}) $, тыс. км
«СРГ»	Апофис (сближение)	4	43.2	< 0.001
	Апофис (через L ₁)	3	4.86	6.4
«СРГ _{08.09} »	Апофис (после сближения с ПОА 1997 XF ₁₁)	4	41.07	< 0.001

Таким образом, данная методика проектирования траекторий перелетов является более универсальной по сравнению с рассмотренной в 3 главе методикой. К недостаткам можно отнести долгую продолжительность миссии подобного типа, а также относительно большое расстояние пролета КА мимо ПОА, которое, однако, может быть минимизировано за счет приложения дополнительного импульса.

Выводы по четвертой главе

1. Приведено описание разработанной методики проектирования траектории перелета КА к ПОА в пределах грависферы влияния Земли со сходом с существующей ограниченной орбиты и с возвращением на ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации с использованием траекторий, входящих в устойчивые и неустойчивые инвариантные многообразия, и формирования требуемого программного управления движением центра масс КА.

2. Представлены результаты расчета траекторий перелетов КА с орбит «СРГ», «JWST» и «Euclid» к ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁, подтверждающие применимость разработанной методики проектирования схем перелетов. Показано, что:

- Во всех рассмотренных случаях (девять основных и три дополнительных) оказалось возможным по разработанной методике спроектировать такие траектории перелетов КА к ПОА, чтобы аппарат все время находился в пределах грависферы влияния Земли и после пролета небесного тела возвращался на ограниченную орбиту около исходной точки либрации. Получившиеся значения суммарных затрат характеристической скорости во всех случаях не превышают 55 м/с.

- Продолжительность перелета такого типа может находиться в пределах от одного года до двух лет, причем диапазон дат приложения первого импульса может составлять около двух месяцев.

- Относительные скорости пролета КА около ПОА при перелетах такого типа также являются приемлемыми для получения новой научной информации о небесных телах, а расстояния пролета при необходимости могут быть уменьшены за счет приложения дополнительного импульса.

3. Представлено заключение о применимости разработанной методики проектирования схем перелетов. Показано, что с помощью данной методики можно рассчитать более длительные, однако более экономичные с точки зрения затрат характеристической скорости перелеты КА к ПОА.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения диссертационного исследования поставленная цель была достигнута. Были разработаны две методики проектирования низкоэнергетических перелетов КА с ограниченной орбиты около точки либрации L_1 или L_2 системы Солнце-Земля к ПОА, при выполнении которых сближение аппарата с небесным телом осуществляется в пределах грависферы влияния Земли, а также обеспечивается возвращение КА в окрестность исходной точки либрации.

Основные результаты диссертационной работы заключаются в следующем:

1. Разработана методика оперативного анализа возможности пролета КА около ПОА без ухода с ограниченной орбиты в окрестности исходной точки либрации при ограничении на суммарную характеристическую скорость маневра. Данная методика может быть применима для выявления целевых астероидов, мимо которых может пролететь КА, не покидая окрестность точки либрации и не затрачивая топлива больше заданного на единичный маневр.

2. Разработана методика формирования программного управления движением центра масс КА с целью изменения существующей ограниченной орбиты так, чтобы сближение с ПОА обеспечивалось на новой ограниченной орбите в окрестности исходной точки либрации. Данная методика может быть применена в случае необходимости оперативного перелета к ПОА.

3. Разработана методика проектирования траектории перелета КА к ПОА в пределах грависферы влияния Земли со сходом с существующей ограниченной орбиты и с возвращением на ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации с использованием траекторий, входящих в устойчивые и неустойчивые инвариантные многообразия, и формирования требуемого программного управления движением центра масс КА. Данная методика может быть применена в случае наличия относительно большого запаса времени для осуществления перелета КА к ПОА с последующим возвращением аппарата в окрестность исходной точки либрации с целью ожидания другого ПОА. Кроме того, данная

методика может быть применена на завершающем этапе миссии в случае наличия малого запаса топлива на борту КА.

4. Проведено моделирование траекторий перелетов КА, функционирующих в настоящий момент в окрестности точки либрации L_2 , к ПОА, рассчитанных по разработанным методикам. Результаты моделирования показывают, что каждый из функционирующих в данный момент КА около точки либрации L_2 может быть переведен на траектории сближения с ПОА. При этом суммарные затраты характеристической скорости на осуществление переходов такого типа могут находиться в пределах 200 м/с.

В рамках продолжения темы текущего исследования могут быть рассмотрены следующие вопросы:

1. Анализ возможности использования ограниченных орбит других типов (вертикальные орбиты Ляпунова, «лепестковые» резонансные орбиты) в качестве исходных.

2. Решение задачи расчета траекторий перелетов к ПОА с учетом параметров двигательной установки КА.

3. Использование траекторий неустойчивого многообразия, при движении по которым КА совершает гравитационный маневр у Луны, для пролета около ПОА на более близких расстояниях и с меньшими затратами характеристической скорости.

Автор выражает благодарность Институту космических исследований Российской академии наук и лично ведущему научному сотруднику отдела космической динамики и математической обработки информации Н.А. Эйсмонтту за предоставление ценных рекомендаций по теме исследования.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

АКО	Астероидно-кометная опасность
АСЗ	Астероид, сближающийся с Землей
КА	Космический аппарат
ПОА	Потенциально опасный астероид
СК	Система координат
СРГ	Спектр-Рентген-Гамма
GMAT	General Mission Analysis Tool
ICE	International Cometary Explorer
ISEE-3	the third International Sun-Earth Explorer
JPL	Jet Propulsion Laboratory
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NEAR	Near Earth Asteroid Rendezvous
JWST	James Webb Space Telescope

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Dunham, D. W. Libration point missions, 1978 – 2002 / D. W. Dunham, R. W. Farquhar // *Libration Point Orbits and Applications*. – 2003. – P. 45-73.
- [2] Canalias, E. Assessment of mission design including utilisation of libration points and weak stability boundaries / E. Canalias, G. Gomez, M. Marcote, J. J. Masdemont; European Space Agency, the Advanced Concepts Team. – 2004. – 173 p.
- [3] Ильин, И. С. Квазипериодические орбиты в окрестности точки либрации L1 системы Солнце-Земля / И. С. Ильин, А. Г. Тучин // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. – 2016. – № 6. – 28 с.
- [4] The 2014 Earth return of the ISEE-3/ICE spacecraft / D. W. Dunham, R. W. Farquhar, M. Loucks [et al.] // *Acta Astronautica*. – 2015. – Vol. 110. – P. 29-42.
- [5] Лысенко, Л. Н. Теоретические основы баллистического обеспечения межпланетных полетов с использованием орбит, проходящих в окрестностях точек либрации / Л. Н. Лысенко, Ф. В. Звягин // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*. – 2012. – № 3. – С. 12-29.
- [6] Аксенов, С. А. Низкоэнергетическая траектория для пилотируемой миссии к околоземному объекту с использованием точек либрации / С. А. Аксенов, Д. У. Данхэм, С. А. Бобер, Е. Н. Чумаченко // *Механика, управление и информатика*. – 2015. – Т. 7, № 1 (54). – С. 162-171.
- [7] Бобер, С. А. Исследование зависимости формы ограниченной орбиты КА от начального вектора состояния в окрестности точки либрации L2 системы Солнце-Земля / С. А. Бобер, С. А. Аксенов, Ю. А. Николаева // *Новые информационные технологии в автоматизированных системах*. – 2015. – № 18. – С. 154-163.
- [8] Маркеев, А. П. Точки либрации в небесной механике и космодинамике / А. П. Маркеев. – Москва: Наука, 1978. – 312 с.
- [9] Тарасов, Е. В. Космонавтика (механика полета и баллистическое проектирование КЛА) / Е. В. Тарасов. – Москва: Машиностроение, 1977. – 216 с.

- [10] Haapala, A. F. Trajectory design using periapse maps and invariant manifolds / A. F. Haapala; Purdue University. – West Lafayette, Indiana, 2010. – 157 p.
- [11] Аксенов, С. А. Расчет и исследование ограниченных орбит вокруг точки либрации L2 системы Солнце-Земля / С. А. Аксенов, С. А. Бобер // Космические исследования. – 2018. – Т. 56, № 2. – С. 160-167.
- [12] Richardson, D. L. A note on a Lagrangian formulation for motion about the collinear points / D. L. Richardson // Celestial Mechanics. – 1980. – Vol. 22, № 3. – P. 231-235.
- [13] Zazzera, F. B. Assessment of mission design including utilisation of libration points and weak stability boundaries / F. B. Zazzera, F. Topputo, M. Massari; European Space Agency, the Advanced Concepts Team. – 2004. – 151 p.
- [14] Parker, J. S. Low-energy lunar trajectory design / J. S. Parker, R. L. Anderson; Jet Propulsion Laboratory. – 2014. – 396 p.
- [15] Farquhar, R. W. The utilization of halo orbits in advanced lunar operations / R. W. Farquhar; National Aeronautics and Space Administration. – Washington, D.C.: NASA, 1971. – 101 p.
- [16] Howell, K. C. Three-dimensional, periodic, «halo» orbits / K. C. Howell // Celestial Mechanics. – 1984. – Vol. 32. – P. 53-71.
- [17] Компьютерное моделирование движения космического аппарата в окрестности точки либрации L2 системы Солнце-Земля / С. А. Аксенов, С. А. Бобер, Ю. А. Николаева [и др.]. – Королев: ЦНИИмаш, 2015. – 51 с.
- [18] Иванюхин, А. В. Низкоэнергетические квазиоптимальные траектории с малой тягой к точкам либрации и гало-орбитам / А. В. Иванюхин, В. Г. Петухов // Космические исследования. – 2020. – Т. 58, № 2. – С. 165–176.
- [19] Гуськова, М. С. Исследование возможности непрямого перелета на ограниченную орбиту вокруг точки либрации L2 системы Земля – Луна / М. С. Гуськова, С. А. Бобер, С. А. Аксенов // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2016. – № 3. – 10 с.
- [20] Баллистическое проектирование траекторий перелета с орбиты искусственного спутника Земли на гало-орбиту в окрестности точки L2 системы

Солнце-Земля / И. С. Ильин, Г. С. Заславский, С. М. Лавренов [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. – 2013. – № 006. – 32 с.

[21] Шайхутдинов, А. Р. Перспективы использования гало-орбиты в окрестности точки либрации L2 системы Солнце-Земля для наземно-космического радиоинтерферометра Миллиметр / А. Р. Шайхутдинов, В. И. Костенко // Космические исследования. – 2020. – Т. 58, № 5. – С. 434-442.

[22] Муртазин, Р. Ф. Схемы ускоренного доступа к орбитальной станции для современных космических кораблей / Р. Ф. Муртазин // Космические исследования. – 2014. – Т. 52, № 2. – С. 162-175.

[23] Farquhar, R. W. Station-keeping in the vicinity of collinear libration points with an application to a lunar communications problem / R. W. Farquhar // AAS Science and Technology Series: Space Flight Mechanics Specialist Symposium. – 1966. – Vol. 11. – P. 519-535.

[24] Николаева, Ю. А. Моделирование движения космического аппарата на гало-орбите вокруг точки либрации L2 системы Солнце-Земля / Ю. А. Николаева, С. А. Аксенов // Новые информационные технологии в автоматизированных системах. – 2015. – С. 164-173.

[25] Marsola, T. C. L. Stationkeeping controllers for Earth-Moon L1 and L2 libration points halo orbits / T. C. L. Marsola, S. da Silva Fernandes, J. M. Balthazar // Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. – 2021. – Vol. 43. – Art. 347.

[26] Охоцимский, Д. Е. Основы механики космического полета: учебное пособие / Д. Е. Охоцимский, Ю. Г. Сихарулидзе. – Москва: Наука, 1990. – 448 с.

[27] Мирер, С. А. Механика космического полета. Орбитальное движение: учебное пособие / С. А. Мирер. – Москва: Резолит, 2007. – 267 с.

[28] Howell, K. C. Representations of invariant manifolds for applications in three-body systems / K. C. Howell, M. Beckman, C. Patterson, D. Folta // The Journal of the Astronautical Sciences. – 2006. – Vol. 54, № 1. – P. 69-93.

[29] Invariant manifolds, the spatial three-body problem and space mission design / G. Gomez, W. S. Koon, M. W. Lo [et al.] // *Advances in the Astronautical Sciences*. – 2001. – Vol. 109. – 20 p.

[30] Rogov, K. Computation of libration point orbits and manifolds using collocation methods / Kirill Rogov; Polytechnic University of Catalonia. – Barcelona, 2016. – 113 p.

[31] Боярский, М. Н. Об одноимпульсном переходе с орбиты ИСЗ на условно-периодическую траекторию вокруг коллинеарной точки либрации системы Солнце-Земля / М. Н. Боярский, А. И. Шейхет // *Космические исследования*. – 1987. – Т. 25, № 1. – С. 152-154.

[32] Лидов, М. Л. Одноимпульсный перелет на условно-периодическую орбиту в окрестности точки L2 системы Земля–Солнце / М. Л. Лидов, В. А. Ляхова, Н. М. Тесленко // *Космические исследования*. – 1987. – Т. 25, № 2. – С. 163-185.

[33] Qi, Yi. Transfer from Earth to libration point orbit using lunar gravity assist / Yi Qi, Shijie Xu, Rui Qi // *Acta Astronautica*. – 2017. – Vol. 133. – P. 145-157.

[34] Olikara, Z. P. Dynamic mechanisms for spacecraft disposal from Sun-Earth libration points / Z. P. Olikara, G. Gomez, J. J. Masdemont // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. – 2015. – Vol. 38. – 14 p.

[35] McGehee, R. P. Some homoclinic orbits for the restricted three-body problem / R. P. McGehee; University of Wisconsin–Madison. – Madison, Wisconsin, 1969.

[36] Canalias, E. Homoclinic and heteroclinic transfer trajectories between planar Lyapunov orbits in the Sun-Earth and Earth-Moon systems / E. Canalias, J. J. Masdemont // *Discrete and Continuous Dynamical Systems*. – 2006. – Vol. 14, № 2. – P. 261-279.

[37] Canalias, E. Impulsive transfers between Lissajous libration point orbits / E. Canalias, J. Cobos, J. J. Masdemont // *The Journal of the Astronautical Sciences*. – 2003. – Vol. 51. – P. 361-390.

[38] Canalias, E. Eclipse avoidance for Lissajous orbits using invariant manifolds / E. Canalias, J. J. Masdemont // *55th International Astronautical Congress*. – 2004. – 11 p.

[39] Davis, K. E. The use of invariant manifolds for transfers between unstable periodic orbits of different energies / K. E. Davis, R. L. Anderson, D. J. Scheeres, G. H. Born // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. – 2010. – Vol. 107. – P. 471-485.

[40] Бобер, С. А. Исследование возможностей перелета между орбитами вокруг точек Лагранжа L2 и L1 в системе Солнце-Земля / С. А. Бобер, С. А. Аксенов // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. – 2019. – С. 461-463.

[41] Звягин, Ф. В. Двухимпульсные перелеты на гало-орбиты в задаче трех тел / Ф. В. Звягин // *Наука и образование*. – 2012. – 12 с.

[42] Sukhanov, A. A. Lambert problem solution in the hill model of motion / A. A. Sukhanov, A. F. B. A. Prado // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. – 2004. – Vol. 90. – P. 331-354.

[43] Космические миссии и планетарная защита / Д. У. Данхэм, Р. Р. Назиров, Р. У. Фаркуар [и др.]. – Москва: Физматлит, 2013. – 276 с.

[44] Farquhar, R. W. Trajectories and orbital maneuvers for the first libration-point satellite / R. W. Farquhar, D. P. Muhonen, C. R. Newman, H. S. Heuberger // *Journal of Guidance and Control*. – 1980. – Vol. 3, № 6. – P. 549-554.

[45] Colombo, G. The stabilization of an artificial satellite at the inferior conjunction point of the Earth-Moon system / G. Colombo. – Cambridge, Mass.: Smithsonian Institution, Astrophysical Observatory, 1961.

[46] Farquhar, R. W. The flight of ISEE-3/ICE: origins, mission history, and a legacy / R. W. Farquhar // *The Journal of the Astronautical Sciences*. – 2001. – Vol. 49, № 1. – P. 23-73.

[47] A quarter century of Wind spacecraft discoveries / L. B. Wilson III, A. L. Brosius, N. Gopalswamy [et al.] // *Reviews of Geophysics*. – 2021. – Vol. 59. – 70 p.

[48] Koon, W. S. Dynamical systems, the three-body problem and space mission design / W. S. Koon, M. W. Lo, J. E. Marsden, S. D. Ross; Marsden Books, 2006. – 317 p.

[49] Farquhar, R. W. A new trajectory concept for exploring the Earth's geomagnetic tail / R. W. Farquhar, D. W. Dunham // Journal of Guidance and Control. – 1981. – Vol. 4, № 2. – P. 192-196.

[50] Franz, H. WIND nominal mission performance and extended mission design / H. Franz, P. Sharer, K. Ogilvie, M. Desch // The Journal of the Astronautical Sciences. – 2001. – Vol. 49. – P. 145-167.

[51] Genesis mission design / M. W. Lo, B. G. Williams, W. E. Bollman [et al.] // The Journal of the Astronautical Sciences. – 2001. – Vol. 49. – 12 p.

[52] Heske, A. Herschel/Planck program – from complex mission design to verification and operations / A. Heske, T. Passvogel, G. Crone, P. Estaria // 2007 IEEE Aerospace Conference. – 2007. – 12 p.

[53] Herschel: an overview of the spacecraft / C. Jewell, T. Passvogel, U. Gageur [et al.] // AIP Conference Proceedings. – 2010. – Vol. 1218. – P. 1487-1493.

[54] Planck: an overview of the spacecraft / T. Passvogel, G. Crone, O. Piersanti [et al.] // AIP Conference Proceedings. – 2010. – Vol. 1218. – P. 1494-1501.

[55] Horizons system. – URL: [https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html/#/](https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html#/) (дата обращения 12.05.2026). – Текст : электронный.

[56] Beckman, M. Orbit determination issues for libration point orbits / M. Beckman // Libration Point Orbits and Applications. – 2003. – P. 1-43.

[57] Folta, D. Libration orbit mission design: applications of numerical and dynamical methods / D. Folta, M. Beckman // Libration Point Orbits and Applications. – 2003. – P. 85-113.

[58] Коваленко, И. Д. Гравитационный маневр у Луны как способ уменьшения амплитуды в проекте Спектр-Рентген-Гамма / И. Д. Коваленко, Н. А. Эйсмонт // Письма в Астрономический журнал. – 2018. – Т. 44, № 4. – С. 307-314.

[59] Задачи разработки миссии «Спектр–Рентген–Гамма» / Р. Назиров, Н. Эйсмонт, В. Арефьев [и др.] // Космические исследования. – 2019. – Т. 57, № 1. – С. 74-80.

[60] Управление орбитальным движением и ориентацией космической обсерватории Спектр-Рентген-Гамма / Н. А. Эйсмонт, И. Д. Коваленко, В. Н.

Назаров [и др.] // Письма в Астрономический журнал. – 2020. – Т. 46, № 4. – С. 292-303.

[61] Методика расчета параметров серии «больших» коррекций траектории полета КА «Спектр-РГ» для улучшения его радиовидимости / Е. А. Михайлов, С. А. Аксенов, Г. С. Заславский [и др.] // Письма в Астрономический журнал. – 2022. – Т. 48, № 1. – С. 61-74.

[62] Михайлов, Е. А. Баллистическое и навигационное обеспечение миссии «Спектр-РГ» : [неопубликованный доклад] // Астрофизика Высоких Энергий – 2025. – Москва, 2025.

[63] Астероидно-кометная опасность: вчера, сегодня, завтра / [Н. А. Артемьева, Е. С. Баканас, С. И. Барабанов и др.]; под редакцией Б. М. Шустова, Л. В. Рыхловой. – Москва: Физматлит, 2010. – 384 с.

[64] Шустов, Б. М. Астероидно-кометная опасность: о роли физических наук в решении проблемы / Б. М. Шустов // Успехи физических наук. – 2011. – Т. 181, № 10. – С. 1104-1108.

[65] Астероидно-кометная опасность: стратегия противодействия / [В. А. Акимов, Д. О. Глазачев, В. В. Емельяненко и др.]; под общей редакцией В. А. Пучкова. – Москва: ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), 2015. – 272 с.

[66] Ивашкин, В. В. О проблеме коррекции орбиты сближающегося с Землей астероида (99942) Apophis / В. В. Ивашкин, К. А. Стихно // Доклады Академии наук. – 2008. – Т. 419, № 5. – С. 624-627.

[67] Астероид Апофис – оценка опасных последствий ударов подобных тел / В. В. Шувалов, В. В. Светцов, Н. А. Артемьева [и др.] // Астрономический вестник. – 2017. – Т. 51, № 1. – С. 51-66.

[68] Perez-Hernandez, J. A. Non-zero Yarkovsky acceleration for near-Earth asteroid (99942) Apophis / J. A. Perez-Hernandez, L. Benet // Communications Earth & Environment. – 2022. – Vol. 3. – Art. 10.

[69] Бадюков, Д. Д. Распределение фрагментов Челябинского метеорита по массам / Д. Д. Бадюков, А. Е. Дудоров, С. А. Хайбрахманов // Вестник Челябинского государственного университета. – 2014. – № 1 (330). – С. 40-46.

[70] Boden, R. C. Target selection and mass estimation for manned NEO exploration using a baseline mission design / R. C. Boden, A. M. Hein, J. Kawaguchi // *Acta Astronautica*. – 2015. – Vol. 111. – P. 198-221.

[71] Meltzer, M. Mission to Jupiter: a history of the Galileo Project / M. Meltzer. – Washington, D.C.: National Aeronautics and Space Administration, NASA History Division, 2007. – 318 p.

[72] Estimating the mass of asteroid 253 Mathilde from tracking data during the NEAR flyby / D. K. Yeomans, J.-P. Barriot, D. W. Dunham [et al.] // *Science*. – 1997. – Vol. 278, № 5346. – P. 2106-2109.

[73] Small-body targets of spacecraft missions. – URL: <https://ssd.jpl.nasa.gov/sb/targets.html> (дата обращения 12.05.2026). – Текст : электронный.

[74] Multiple flybys of Venus co-orbital asteroids using resonant orbits and gravity assist maneuvers / V. A. Zubko, N. A. Eismont, K. S. Fedyaev [et al.] // *Solar System Research*. – 2026. – Vol. 60, № 2. – 17 p.

[75] Designing halo orbits passing through the trajectories of near-Earth asteroids / M. V. Pupkov, N. A. Eismont, O. L. Starinova [et al.] // *Solar System Research*. – 2026. – Vol. 60, № 2. – 10 p.

[76] Chang'e-2 spacecraft observations of asteroid 4179 Toutatis / J. Ji, Y. Jiang, Y. Zhao [et al.] // *Asteroids: new observations, new models: proceedings of the 318th Symposium of the International Astronomical Union*. – 2015. – 9 p.

[77] Liu, L. CHANG'E-2 lunar escape maneuvers to the Sun-Earth L2 libration point mission / L. Liu, Y. Liu, J. Cao [et al.] // *Acta Astronautica*. – 2014. – Vol. 93. – P. 390-399.

[78] NEO Earth close approaches. – URL: <https://cneos.jpl.nasa.gov/ca/> (дата обращения 12.05.2026). – Текст : электронный.

[79] Farnocchia, D. A recipe for estimating the frequency of asteroid close approaches to Earth / D. Farnocchia, P. W. Chodas // *Research Notes of the AAS*. – 2021. – Vol. 5. – 4 p.

[80] Canales, D. Design of optimal spatial low-energy trajectories to Near Earth Objects / D. Canales, E. Fantino, K. C. Howell [et al.] // 74th International Astronautical Congress: proceedings. – 2023. – 11 p.

[81] Direct low-energy trajectories to Near-Earth Objects / E. Fantino, R. Flores, G. Donnarumma [et al.] // *Acta Astronautica*. – 2025. – Vol. 229. – P. 333-344.

[82] Low-energy round-trip trajectories to Near-Earth Objects using low thrust / A. Beolchi, M. Pontani, K. Howell [et al.] // *Acta Astronautica*. – 2026. – Vol. 245. – P. 982-996.

[83] Marin, E. Rapid response trajectories from halo orbits to asteroids in the three-body problem / E. Marin, D. J. Scheeres // 2025 AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. – 2025. – 23 p.

[84] Farquhar, R. W. Utilization of libration points for human exploration in the Sun-Earth-Moon system and beyond / R. W. Farquhar, D. W. Dunham, Y. Guo [et al.] // *Acta Astronautica*. – 2004. – Vol. 55. – P. 687-700.

[85] Solar system human exploration aided by libration-point orbits, lunar gravity assists, and “phasing orbit rendezvous” / D. W. Dunham, R. W. Farquhar, N. Eismont [et al.] // IAC 2014: 65th International Astronautical Congress. – 2014. – 19 p.

[86] Wang, Y. Design of optimal impulse transfers from the Sun–Earth libration point to asteroid / Y. Wang, D. Qiao, P. Cui // *Advances in Space Research*. – 2015. – Vol. 56. – P. 176-186.

[87] Mereta, A. Target selection for a small low-thrust mission to near-Earth asteroids / A. Mereta, D. Izzo // *Astrodynamics*. – 2018. – Vol. 2. – P. 249-263.

[88] Chyba, M. Minimum fuel round trip from a L2 Earth-Moon halo orbit to Asteroid 2006 RH120 / M. Chyba, T. Haberkorn, R. Jedicke // *Recent advances in celestial and space mechanics*. – 2016. – 28 p.

[89] Brelsford, S. Rendezvous missions to temporarily-captured near Earth asteroids / S. Brelsford, M. Chyba, T. Haberkorn, G. Patterson // *Planetary and Space Science*. – 2016. – Vol. 123. – P. 4-15.

[90] Granvik, M. The population of natural Earth satellites / M. Granvik, J. Vaubaillon, R. Jedicke // *Icarus*. – 2012. – Vol. 218. – P. 262-277.

[91] Справочное руководство по небесной механике и астродинамике / [В. К. Абалакин, Е. П. Аксенов, Е. А. Гребеников и др.]; под редакцией Г. Н. Дубошина. – Москва: Наука, 1976. – 864 с.

[92] Суханов, А. А. Астродинамика / А. А. Суханов. – Москва: ИКИ РАН, 2010. – 204 с.

[93] Старинова, О. Л. Расчет межпланетных перелетов космических аппаратов с малой тягой / О. Л. Старинова. – Самара: Издательство СНЦ РАН, 2007. – 196 с.

[94] Aslanov, V. S. Advanced mission scenarios of the three-body problem / V. S. Aslanov. – Boca Raton: CRC Press, 2026. – 258 p.

[95] Овчинников, М. Ю. Введение в динамику космического полета / М. Ю. Овчинников. – Москва: МФТИ, 2016. – 208 с.

[96] An approach to study near-Earth asteroids by an operating spacecraft after the completion of its main mission / M. V. Pupkov, N. A. Eismont, K. S. Fedyaev [et al.] // Global Space Exploration Conference (GLEX 2021). – 2021. – 4 p.

[97] Investigation of the possibilities of using a spacecraft located in the vicinity of the libration point to observe potentially hazardous asteroids / M. V. Pupkov, N. A. Eismont, V. A. Zubko [et al.] // Integrated approaches to systems engineering, intelligent technology, and innovation in space exploration: proceedings of the XLVI, XLVII Academic Space Conference, dedicated to the memory of Academician S.P. Korolev and other outstanding Russian scientists – pioneers of space exploration, “Korolev Academic Space Conference” (Volume 1); editors V. I. Mayorova, A. I. Komkin. – 2026. – P 167-174.

[98] The concept of ballistic missions to redirect spacecraft from libration points to near-Earth asteroids / M. V. Pupkov, N. A. Eismont, O. L. Starinova [et al.] // Global Space Exploration Conference (GLEX 2025). – 2025. – 4 p.

[99] Xu, M. Research on the transfers to halo orbits from the view of invariant manifolds / M. Xu, T. Tan, S. Xu // Science China. Physics, Mechanics and Astronomy. – 2012. – Vol. 55, № 4. – P. 671-683.

[100] Sato, Y. Spacecraft rendezvous utilizing invariant manifolds for a halo orbit / Y. Sato, K. Kitamura, T. Shima // Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences. – 2015. – Vol. 58, № 5. – P. 261-269.

[101] Chen, H. Phasing trajectories for a CubeSat lunar far-side positioning mission / H. Chen, Y. Meng, J. Ma // 26th Workshop on JAXA Astrodynamics and Flight Mechanics. – 2016. – 8 p.

[102] Chen, H. Phasing trajectories to deploy a constellation in a halo orbit / H. Chen, J. Ma // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. – 2017. – Vol. 40. – 17 p.

[103] Qi, Y. Achievable halo phasing with short-range trajectories / Y. Qi, A. H. J. de Ruiter // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. – 2020. – Vol. 43. – 11 p.

[104] Fu, H. Phasing analysis on DRO with impulsive maneuver / H. Fu, M. Wang, H. Zhang // Frontiers in Astronomy and Space Sciences. – 2023. – Vol. 10. – 14 p.

[105] The James Webb Space Telescope mission / J. P. Gardner, J. C. Mather, R. Abbott [et al.] // Publications of the Astronomical Society of the Pacific. – 2023. – Vol. 135, № 1048. – 29 p.

[106] The Euclid mission design / G. D. Racca, R. Laureijs, L. Stagnaro [et al.] // Space Telescopes and Instrumentation 2016: Optical, Infrared, and Millimeter Wave: proceedings. – 2016. – Vol. 9904. – 23 p.

[107] Orbital and attitude control of Spectr-RG observatory under technical constraints / N. Eismont, I. Kovalenko, V. Nazarov [et al.] // Springer Aerospace Technology. – 2022. – P. 541-558.

[108] McCarthy, B. P. Characterization of families of low-energy transfers to cislunar four-body quasi-periodic orbits / B. P. McCarthy, K. C. Howell // AIAA SciTech Forum 2022. – 2022. – 17 p.

[109] McCarthy, B. P. Accessing the vicinity of the L1 libration point via low-energy transfers leveraging quasi-periodic orbits / B. P. McCarthy, K. C. Howell // AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference. – 2022. – 19 p.

[110] Корянов, В. В. Основы теории космического полета. Часть 1. Системы координат, расчет времени, невозмущенное движение / В. В. Корянов, В. П.

Казаковцев; Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана. – Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. – 62 с.

[111] Vallado, D. A. Fundamentals of astrodynamics and applications / D. A. Vallado; with technical contributions by W. D. McClain. – New York: The McGraw-Hill Companies, Inc., 1997. – 922 p.

[112] Pavlak, T. A. Mission design applications in the Earth-Moon system: transfer trajectories and stationkeeping / T. A. Pavlak; Purdue University. – West Lafayette, Indiana, 2010. – 119 p.

[113] Muralidharan, V. Orbit maintenance strategies for Sun-Earth/Moon libration point missions: parameter selection for target point and Cauchy-Green tensor approaches / V. Muralidharan; Purdue University. – West Lafayette, Indiana, 2017. – 205 p.

[114] General mission analysis tool. – URL: <https://sourceforge.net/projects/gmat/> (дата обращения 12.05.2026). – Текст : электронный.

[115] Методы построения и исследования орбит вокруг точек либрации круговой ограниченной задачи трех тел для баллистического проектирования космических миссий : [видеозапись доклада] / С. А. Аксенов, С. А. Бобер, М. С. Гуськова [и др.] // ИКИ РАН. – Москва, 2024. – URL: <http://www.iki.rssi.ru/seminar/20240126/abstract.php> (дата обращения: 12.05.2026). – Изображение (движущееся) : электронное.

[116] Hechler, M. Herschel, Planck and GAIA orbit design / M. Hechler, J. Cobos // Libration Point Orbits and Applications. – 2003. – P. 115–135.

[117] Пупков, М. В. Методики изменения гало-орбиты космического аппарата с целью сближения с астероидами / М. В. Пупков, Н. А. Эйсмонт, О. Л. Старинова [и др.] // Космические исследования. – 2025. – Т. 63, № 2. – С. 179-189.

[118] Pupkov, M. V. Construction of transfer trajectories of the spacecraft to asteroids passing near Sun-Earth libration points / M. V. Pupkov, N. A. Eismont, O. L. Starinova [et al.] // Solar System Research. – 2025. – Vol. 59, № 5. – 8 p.

[119] Chen, H. The phasing problem for Sun-Earth halo orbit to lunar encounter transfers / H. Chen, Y. Kawakatsu, T. Hanada // 25th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. – 2015. – P 815-831.

[120] Пупков, М. В. Изучение неустойчивого многообразия орбиты космической обсерватории «Спектр-Рентген-Гамма» с целью решения практических задач / М. В. Пупков, Н. А. Эйсмонт, О. Л. Старинова [et al.] // Фундаментальные и прикладные космические исследования: сборник трудов XXI Конференции молодых ученых. – Москва: ИКИ РАН, 2024. – С. 116-122.

[121] Пупков, М. В. Анализ возможных схем перелета к астероидам, сближающимся с Землей, из окрестности солнечно-земной точки либрации / М. В. Пупков, Н. А. Эйсмонт, О. Л. Старинова // Управление движением и навигация летательных аппаратов: сборник трудов XXVII Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. – Самара: Самарский университет, 2024. – С. 38-43.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Акт о внедрении результатов кандидатской диссертационной работы



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

№ 11204 /
на № _____ от _____



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИКИ РАН
Петрукович А.А.
20.26г.

АКТ

о внедрении результатов
кандидатской диссертационной работы
Пупкова Максима Владимировича

Комиссия в составе:

председатель Зисмонт Н.А.

члены комиссии: Зубов В.А., Федяев К.С., Беляев А.А.

составили настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы Пупкова Максима Владимировича «Проектирование траекторий перелетов космического аппарата из окрестности солнечно-земной точки либрации к сближающимся с Землей астероидам» на соискание учёной степени кандидата технических наук по специальности 2.5.16 «Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов» использованы в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН) при выполнении научно-исследовательских работ по теме «Управление».

Председатель комиссии: к.т.н., в.н.с. Зисмонт Н.А.

Члены комиссии:

к.т.н., в.н.с. Зубов В.А.

к.ф.м.н., н.с. Федяев К.С.

к.т.н., ч.н.с. Беляев А.А.

