

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

САМАРСКИЙ ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ НАУКИ ФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМЕНИ П.Н. ЛЕБЕДЕВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи



Ярунова Елизавета Андреевна

**СТАБИЛИЗАЦИЯ ОПТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ШИРОКОАПЕРТУРНЫХ
ЛАЗЕРОВ С ПОМОЩЬЮ ВНЕШНЕЙ ОПТИЧЕСКОЙ ИНЖЕКЦИИ**

1.3.6. Оптика

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

Молевич Нонна Евгеньевна,

доктор физико-математических наук,
профессор

Самара – 2024

Оглавление

Введение.....	4
Глава 1 Пространственно-временная динамика оптического поля широкоапертурных лазеров и математические модели для ее описания.....	12
1.1 Пространственно-временная динамика оптического поля широкоапертурных лазеров и ее особенности	12
1.1.1 Аналитический обзор численных и экспериментальных исследований динамики оптического поля широкоапертурных лазеров	12
1.1.2 Основные пространственно-временные неустойчивости оптического поля, возникающие в широкоапертурных лазерах.....	18
1.1.3 Методы стабилизации оптического излучения широкоапертурных лазеров	27
1.2 Модель Максвелла-Блоха с внешним оптическим излучением для широкоапертурного лазера в двухуровневом приближении.....	32
1.3 Эффективная модель Максвелла-Блоха, описывающая динамику оптического поля широкоапертурного VCSEL с учетом фактора Генри	41
1.4 Методика численного моделирования.....	52
1.5 Основные результаты первой главы	59
Глава 2 Стабилизация внешней оптической инжекцией оптического поля широкоапертурного лазера класса В.....	61
2.1 Подавление оптической неустойчивости Андронова-Хопфа в широкоапертурных лазерах класса В с помощью внешней оптической инжекции.....	61
2.2 Подавление оптической неустойчивости Фарадея в широкоапертурных лазерах класса В с помощью внешней оптической инжекции.....	64
2.3 Совместное подавление оптических неустойчивостей Фарадея и Андронова-Хопфа в широкоапертурных лазерах класса В внешним оптическим излучением.....	69

2.4 Основные результаты второй главы	73
Глава 3 Стабилизация оптического поля широкоапертурного VCSEL класса В с помощью резонансной внешней оптической инжекции.....	74
3.1 Подавление модуляционной неустойчивости оптического поля с помощью слабой внешней оптической инжекции в широкоапертурном VCSEL .	75
3.2 Формирование стационарных пространственных оптических структур в широкоапертурном VCSEL под воздействием внешней оптической инжекции ...	83
3.3 Учет влияния кривизны профиля тока накачки и формы пучка внешнего оптического излучения для подавления модуляционной неустойчивости оптического поля и формирования стационарных пространственных структур...	85
3.4 Основные результаты третьей главы	91
Глава 4 Эффекты нерезонансной внешней оптической инжекции в системе широкоапертурного VCSEL.....	93
4.1 Подавление неустойчивостей оптического поля в широкоапертурном VCSEL с помощью нерезонансной внешней оптической инжекции	94
4.2 Случай широкоапертурного VCSEL с нерезонансной внешней оптической инжекцией и положительным фактором Генри.....	96
4.3 Случай широкоапертурного VCSEL с нерезонансной внешней оптической инжекцией и отрицательным фактором Генри	103
4.4 Основные результаты четвертой главы	107
Заключение	110
Список литературы	113

Введение

Актуальность. Диссертация посвящена теоретическому исследованию стабилизации оптического поля широкоапертурных лазеров с помощью инъекции внешнего излучения, а также контролю и управлению пространственно-временными оптическими структурами, формируемыми в таких системах.

Говоря о востребованности широкоапертурных лазеров, стоит отметить, что современная тенденция в области оптических систем связи – это использование миниатюрных устройств. Данный запрос стимулирует активное развитие исследований, направленных на разработку ультракомпактных источников света [1–3]. В частности, в высокоскоростных оптических системах связи для этих целей используются твердотельные микрочиповые лазеры и полупроводниковые вертикально-излучающие лазеры. Короткая длина резонатора таких лазеров позволяет легко добиться работы на единственной продольной моде и небольшого времени отклика лазера на управляющее внешнее воздействие. В то же время, малая длина резонатора приводит к достаточно низкой выходной мощности, что ограничивает применимость лазера только для задач передачи данных на короткие расстояния. Простое увеличение уровня накачки с целью повышения мощности приводит к сильному термическому нагреву активной среды, её деградации и ухудшению качества излучения.

Наиболее естественный способ обойти это ограничение и повысить выходную мощность, не отказываясь от всех преимуществ конфигурации с коротким резонатором – это увеличить поперечное сечение активной среды лазера. Однако, ценой полученной выгоды является ухудшение характеристик излучаемого луча из-за возникающей конкуренции между поперечными пространственными модами. В связи с этим актуально исследовать как особенности нерегулярной динамики оптического поля широкоапертурных лазеров, так и методы улучшения пространственного и временного качества излучения таких устройств.

Степень разработанности темы.

Взаимодействие большого числа поперечных мод в широкоапертурном оптическом резонаторе приводит к развитию различных пространственно-временных поперечных неустойчивостей [4–13].

Твердотельные и полупроводниковые лазеры в основном относятся к лазерам динамического класса В, которым свойственна неустойчивость Андронова-Хопфа (волновая неустойчивость оптического поля). Развитие данной неустойчивости связывают с неустойчивостью режима пространственно-однородной генерации широкоапертурного лазера по отношению к малым пространственно-временным возмущениям оптического поля. Неустойчивость Андронова-Хопфа относится к неустойчивостям колебательного типа, так как определяется наличием положительной действительной части комплексного корня дисперсионного уравнения. Неустойчивость Андронова-Хопфа приводит к формированию сложных нестационарных пространственно-временных оптических структур, включая бегущие и стоячие волны, хаотические режимы.

Как уже было сказано выше, важнейшим применением широкоапертурных твердотельных и полупроводниковых лазеров являются оптические системы связи. Одним из наиболее распространенных методов передачи информации является прямая модуляция тока накачки. Известно, что модуляция накачки может приводить к возбуждению поперечных оптических структур [13–15]. В частности, в [16, 17] показано, что модуляция накачки в широкоапертурных лазерах приводит к неустойчивости Фарадея (параметрической неустойчивости) оптического поля.

Отдельно стоит сказать, что широкоапертурным полупроводниковым поверхностно излучающим лазерам с вертикальным резонатором (VCSEL) свойственна модуляционная неустойчивость оптического поля [18, 19]. В оптике данная неустойчивость может приводить к формированию оптических паттернов [20, 21], генерации оптических солитонов [22, 23], возникновению оптических волн-убийц [24], что имеет множество применений, но также может приводить к филаментациям [25] и ухудшению качества оптического излучения.

Модуляционная неустойчивость является частным случаем стационарной неустойчивости Тьюринга. Кроме того, в системе широкоапертурного VCSEL может развиваться еще один тип неустойчивостей – неустойчивость плоской волны.

Описанные типы неустойчивостей приводят к нерегулярной динамике в поперечном сечении оптического пучка, которую для практических приложений необходимо подавить. В связи с этим актуально исследовать методы улучшения пространственного и временного качества оптического излучения таких устройств.

Существует большое разнообразие методов стабилизации лазерного излучения. Например, в работе [26] исследуется способ подавления модуляционной неустойчивости с помощью пространственной модуляции тока накачки в полупроводниковых лазерах полосковой геометрии. В работах [12, 27] исследуется стабилизация излучения VCSEL, подверженного модуляционной неустойчивости, с помощью пространственно-временной модуляции накачки. Также существуют более сложные схемы стабилизации модуляционной неустойчивости, основанные на одновременной реализации пространственной модуляции тока накачки и изменения показателя преломления [28, 29]. Кроме того, свою эффективность доказали методы стабилизации, основанные на внешней обратной связи, как для подавления неустойчивости Андронова-Хопфа [30], так и для подавления оптических филаментаций иной природы [30–34].

Ранее было показано, что стабилизация оптического поля в широкоапертурных лазерах возможна с помощью дополнительного внешнего излучения высокой амплитуды [35–37], такой, что интенсивность внешнего излучения сравнима с генерируемой. Подобное соотношение интенсивностей хоть и позволяет достичь желаемого профиля излучения, но делает реализацию метода в массовом производстве достаточно затратным. В связи с этим возникает интерес к достижению аналогичного результата, но воздействием внешним дополнительным оптическим излучением слабой амплитуды. Кроме того, представляет интерес проверить эффективность метода оптической инъекции для

стабилизации динамики широкоапертурных лазеров по отношению к различным пространственно-временным оптическим неустойчивостям.

Можно заключить, что **актуальность** диссертационного исследования обусловлена запросом современных технологий на создание мощных компактных лазеров со стабильным пространственно-однородным оптическим пучком.

Цель диссертационной работы – определить особенности подавления различных типов пространственно-временных неустойчивостей оптических полей, генерируемых в широкоапертурных лазерах, с помощью метода внешней оптической инъекции. Рассчитать параметры внешнего когерентного излучения, позволяющего подавлять неустойчивости оптических полей.

Задачи диссертационной работы:

1. Определить области значений амплитуды внешнего излучения и частотной отстройки между генерируемым и инжектируемым излучением, в которых эффективно подавляются неустойчивости оптического поля типа Андронова-Хопфа и/или Фарадея в широкоапертурном лазере динамического класса В.
2. Описать особенности подавления модуляционной неустойчивости оптического поля, возникающей в широкоапертурных VCSEL (поверхностно-излучающих лазерах с вертикальным резонатором), с помощью резонансной внешней оптической инъекции. Изучить влияние формы профиля тока накачки и геометрии пучка внешнего оптического излучения на стабилизацию широкоапертурного VCSEL и формирование стационарных оптических структур.
3. Исследовать влияние значения фактора Генри и значения тока накачки на динамику и стационарную структуру оптического поля широкоапертурного VCSEL при наличии частотной отстройки между генерируемым и инжектируемым излучением. Определить области значений амплитуды внешнего излучения и частотной отстройки между генерируемым и инжектируемым излучением, в которых эффективно подавляются неустойчивости оптического поля в широкоапертурном VCSEL.

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. Показано, что неустойчивость Фарадея оптического поля

широкоапертурного лазера с модуляцией параметра накачки эффективно подавляется внешним оптическим излучением. Найдены области параметров внешнего оптического излучения, при которых возможно одновременное подавление неустойчивостей оптического поля типа Андронова-Хопфа и Фарадея, в том числе при наличии частотной отстройки между генерируемым и инжектируемым излучением.

2. Установлено, что модуляционная неустойчивость оптического поля эффективно подавляется резонансным внешним оптическим излучением в широкоапертурном VCSEL. Определено критическое значение амплитуды оптической инжекции, необходимой для генерации пространственного однородного профиля интенсивности. Показано, что учет кривизны форм профиля контакта тока накачки и пучка внешнего оптического излучения не разрушает эффект стабилизации оптического пучка, а лишь незначительно увеличивает значение пороговой амплитуды оптической инжекции. Получено, что изменение амплитуды и ширины пучка внешнего оптического излучения позволяет управлять типом наблюдаемых стационарных пространственных оптических структур.

3. Определена область значений амплитуды оптической инжекции и отстройки между генерируемым излучением и инжектируемым, в которой нерезонансная оптическая инжекция способна подавлять модуляционные неустойчивости оптического поля в широкоапертурном VCSEL. Для случая положительного фактора Генри при токах накачки выше пороговых построена кривая зависимости модуля амплитуды однородного стационарного оптического поля от модуля амплитуды внешнего нерезонансного оптического излучения и показано соответствие между ее бистабильностью и наличием в системе неустойчивостей различных типов. Для случая отрицательного фактора Генри обнаружено формирование стационарных пространственных оптических структур.

Область исследования соответствует следующим пунктам направлений исследований паспорта научной специальности 1.3.6 Оптика:

1. Развитие физических основ волновой оптики, включая физические процессы

интерференции, дифракции, поляризации и когерентности света.

2. Принципы формирования световых пучков и электромагнитных полей субволновых масштабов. Структурированный свет, в том числе спиральные пучки. Оптика анизотропных, движущихся, нестационарных сред, металлооптика и плазмоники.

13. Развитие физических основ квантовой и нелинейной оптики и спектроскопии. Самовоздействие света в среде.

Положения, выносимые на защиту:

1. Построенные диаграммы устойчивости определяют области параметров внешнего оптического излучения, при которых подавляются одновременно существующие неустойчивости оптического поля типа Андронова-Хопфа и Фарадея.
2. Полученное выражение для критического стационарного значения оптического поля позволяет рассчитать пороговую амплитуду резонансной оптической инжекции, необходимую для подавления модуляционной неустойчивости оптического поля VCSEL.
3. Результаты численных расчетов на основе эффективной модели Максвелла-Блоха определяют условия формирования и переключения между оптическими паттернами в поле излучения VCSEL, а также зависимости порогового значения оптической инжекции от ширины оптического пучка внешнего излучения, кривизны профиля тока накачки, частотной отстройки между генерируемым и инжектируемым излучением, величины и знака фактора Генри.

Таким образом, **практическая и теоретическая ценность** проведенных исследований заключается в том, что их результаты могут быть использованы для улучшения оптического качества широкоапертурных лазерных систем, а также формирования стационарных оптических паттернов.

Достоверность полученных научных результатов обеспечивается общепринятыми математическими моделями для широкоапертурных лазеров, а также отсутствием противоречий между аналитическими результатами и численными решениями. Проведена верификация численной схемы посредством

сравнения с известными результатами других авторов на тестовых задачах.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 28 научных работ, в том числе 9 статей в научных изданиях, рекомендованных ВАК и/или рецензируемых базами данных Scopus и Web of Science, 17 работ всероссийских и международных конференций, получено 2 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Апробация. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на научных семинарах Самарского Филиала Физического Института РАН им. П.Н. Лебедева. Результаты работы докладывались на XVI-XXI Всероссийском молодежном Самарском конкурсе-конференции научных работ по оптике и лазерной физике (Самара 2018-2023 гг.), XXXII Всероссийской школе-конференции «Волны» им. Сухорукова (МГУ, Москва, 2021 г.), Международной конференции Saratov Fall Meeting (Саратов, 2019, 2021, 2022, 2023 гг.), XVIII, XIX школах «Нелинейные волны» (Н. Новгород, 2018, 2020), Международной конференции International Conference Laser Optics (Санкт-Петербург, 2018, 2020 гг.), Международной конференции и молодёжной школе «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ- 2019-2021, 2023, 2024 гг.), IX-X Международной конференции «Лазерные, плазменные исследования и технологии» ЛаПлаз-2023, ЛаПлаз-2024, Международном молодежном научном форуме Ломоносов-2023.

Связь с государственными программами и НИР.

Работы по теме диссертации выполнялись в соответствии с планами фундаментальных научно-исследовательских работ по грантам и программам: государственное задание Минобрнауки РФ FSSS-2020-0014, FSSS-2023-0009, 0023-2019-0003, FFMR-2024-0017.

Авторский вклад. Все результаты, изложенные в диссертации, получены автором лично либо при его определяющем личном участии. Результаты, вошедшие в диссертацию, были отмечены дипломами Самарского конкурса-конференции научных работ по оптике и лазерной физике: 2018 г. – 2 место, 2022г. – интересный доклад, 2023 г. – 2 место; дипломом за 3 место в 2021 г. в

стендовой секции международной конференции и молодёжной школы «Информационные технологии и нанотехнологии»; стипендией Правительства Российской Федерации по приоритетному направлению за 2021/2022 гг.; премиями победителя в Самарском областном конкурсе «Молодой учёный» (номинация «студент» 2019 г., «аспирант» - 2021 г); премиями победителя областного конкурса по назначению денежных выплат молодым ученым и конструкторам в 2022г, в 2024г.

Структура и объём диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 127 страниц, включая 63 рисунка, список литературы содержит 144 наименования.

Благодарности. Автор выражает благодарности к.ф.-м.н. Кренцу Антону Анатольевичу, доценту кафедры физики Самарского университета, за консультации при написании диссертации, а также научному руководителю д.ф.-м.н., профессору Молевич Нонне Евгеньевне.

Глава 1 Пространственно-временная динамика оптического поля широкоапертурных лазеров и математические модели для ее описания

В разделе 1.1 приводится обзор исследований нерегулярной пространственно-временной динамики оптического поля в широкоапертурных лазерах и основных типов пространственно-временных оптических неустойчивостей. Кроме того, внимание уделено известным методам стабилизации лазерного излучения. В разделе 1.2 представлена математическая модель Максвелла-Блоха для описания динамики широкоапертурных твердотельных, газовых лазеров, а также полупроводниковых лазеров на квантовых точках. Раздел 1.3 посвящен описанию эффективной модели Максвелла-Блоха для полупроводниковых поверхностно-излучающих лазеров с вертикальным резонатором (VCSEL). Продемонстрирована методика исключения поляризации и доказывается применимость подобного приближения для описания динамики VCSEL. В разделе 1.4 приведена методика численных экспериментов, использованная для получения результатов данной диссертации.

1.1 Пространственно-временная динамика оптического поля широкоапертурных лазеров и ее особенности

1.1.1 Аналитический обзор численных и экспериментальных исследований динамики оптического поля широкоапертурных лазеров

Мощные полупроводниковые и твердотельные лазеры являются перспективными устройствами для различных приложений в качестве активного источника излучения с высокой мощностью. Такие устройства могут использоваться в лазерной сварке, лазерном синтезе, в системах передачи данных и оптических каналах связи. Для вышеперечисленных целей, хорошо подходят широкоапертурные лазеры, так как обладают компактностью и высокой мощностью излучения. Для широкоапертурных лазеров характерно большое

значение числа Френеля: $F_r = L_{\perp}^2 / \lambda L_{\parallel}$, где $L_{\perp}$ и $L_{\parallel}$ – характерные поперечный и продольный размер лазерного резонатора, соответственно. В теории оптических резонаторов доказывалось, что значение числа Френеля прямо пропорционально количеству поперечных мод, возбуждаемых в резонаторе при лазерной генерации [38]. В случае узкоапертурных лазеров, с числом Френеля $F_r \sim 1$, в резонаторе возбуждается лишь несколько поперечных мод, и тогда структура поля в поперечном сечении лазерного пучка в первую очередь определяется геометрией резонатора. Однако с увеличением числа Френеля лазерное поле становится менее зависимым от параметров резонатора и в большей степени определяется свойствами активной среды [39]. Для лазеров с большой апертурой $F_r \gg 1$ влияние геометрических свойств резонатора на лазерное поле полностью пренебрежимо, а основную роль играет взаимодействие мод всё более высоких порядков, что приводит к сложной пространственно-временной динамике и возникновению пространственно-временных неустойчивостей.

Оптическая филаментация в широкоапертурных полупроводниковых лазерах является типичной особенностью и значительно ухудшает качество излучения, что было показано как в результате численных расчетов, так и в ряде экспериментов.

Например, в работе [40] проводилось численное моделирование пространственно-временной динамики оптического поля широкоапертурного полупроводникового лазера на основе уравнений Максвелла-Блоха с исключенной поляризацией. В работе учитывалось взаимодействие оптического поля с активной средой, принимая во внимание учет фактора Генри. Филаментационный процесс возникает как вторичная неустойчивость стационарного однородного оптического поля (рисунок 1а). Образование множества филаментов также отражается и в дальней зоне: спектр расширяется и становится немонахроматическим (рисунок 1б).

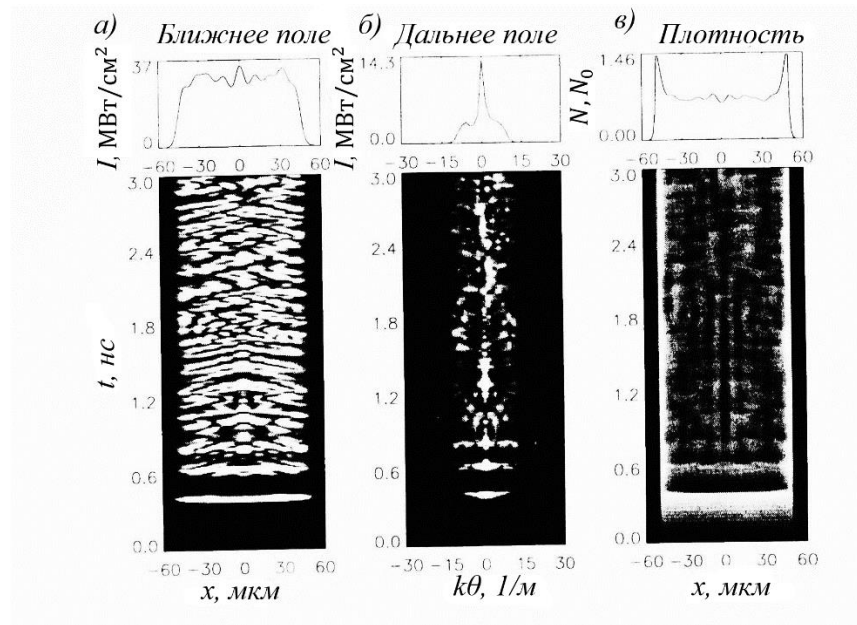


Рисунок 1 – Пространственно-временные филаментации, численно полученные для широкоапертурного полупроводникового лазера [40] а) ближняя зона б) дальняя зона в) пространственно-временное распределение плотности носителей

В работе Tachikawa и соавторов [34] численно исследовалась динамика широкоапертурного полупроводникового лазера на основе аналогичной модели, что и в предыдущей работе. В поперечном сечении оптического поля лазера наблюдаются нерегулярные филаментации, неравномерно распространяющиеся во времени, приведенные на рисунке 2.

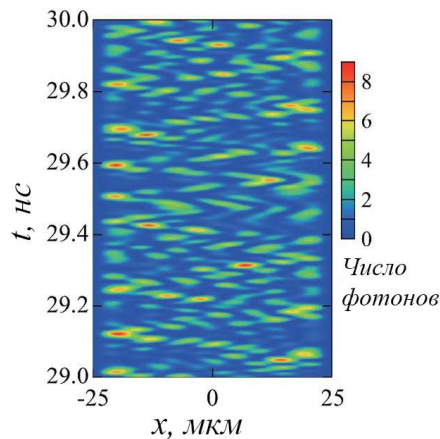


Рисунок 2 – Пространственно-временная эволюция ближней зоны оптического поля широкоапертурного лазера из работы [34]

Аналогичное зигзагообразное поведение было численно получено для широкоапертурного лазера в работе [41]. Из пространственно-временной динамики оптического поля, показанной на рисунке 3 видно, как филаменты перемещаются в поперечном сечении и случайным образом меняют направление, что приводит к характерным зигзагообразным оптическим узорам.

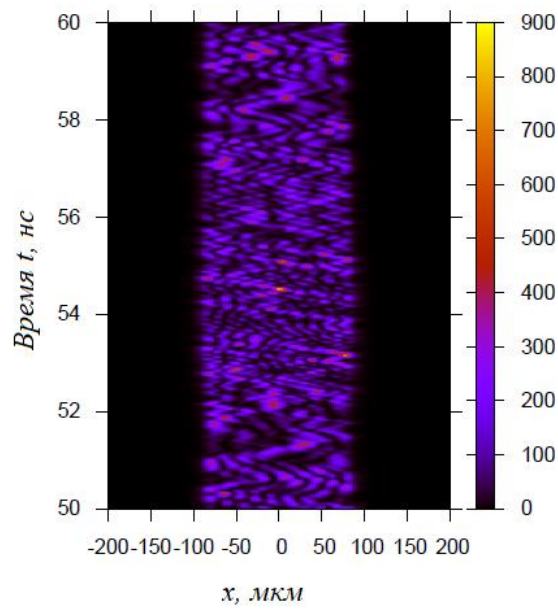


Рисунок 3 – Пространственно-временная динамика оптического поля широкоапертурного лазера [41]

Численные исследования подтверждаются результатами, полученными экспериментально. Например, на рисунке 4 показаны картины пространственно-временной эволюции оптического поля в ближней зоне в широкоапертурном лазере, полученные численно и экспериментально в работе [42]. Численные расчеты проводились на основе системы уравнений Максвелла-Блоха. Экспериментальные результаты получены с использованием GaAs/GaAlAs лазера (SDL-2430-C) с длиной волны 814 нм. Светло-красная заливка на изображениях рисунка 4 соответствует высокому значению интенсивности, а темная - низкому. В пространственно-временной динамике оптического поля наблюдается нерегулярное пульсирующее поведение и нитевидные структуры, перемещающиеся от одного края апертуры к противоположному.

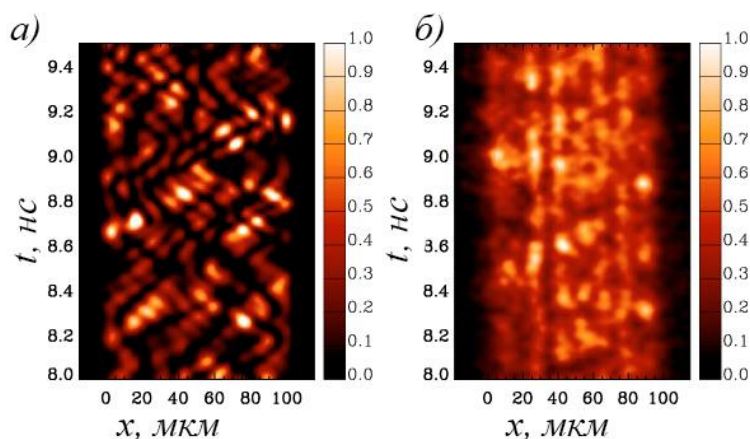


Рисунок 4 – Пространственно-временная динамика широкоапертурного лазера [42], полученная а) численно б) экспериментально в работе

На рисунке 5 показана экспериментально полученная пространственно-временная динамика свободно работающего широкоапертурного InGaAsP полупроводникового лазера полосковой геометрии [43]. Хорошо видно, что излучение лазера начинается с релаксационных колебаний, которые затухают на временном масштабе около 1000 пс. Можно заметить, что уже начиная со второго пика интенсивности релаксационного колебания динамика распадается на множество филаментов.

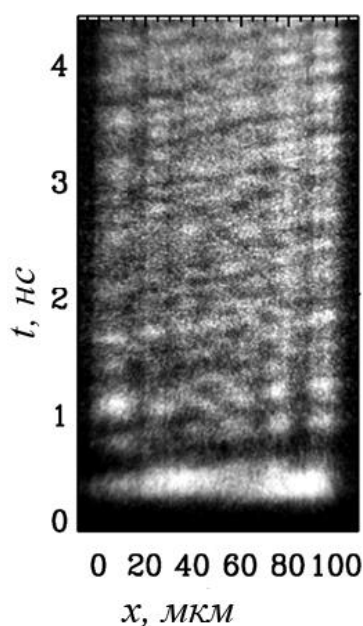


Рисунок 5 – Пример пространственно- временных оптических филаментаций экспериментально наблюдаемых в излучении свободно работающего

широкоапертурного полупроводникового лазера от момента включения до 4,4 нс [43]

В работе [44] использовался GaAs/AlGaAs лазер с длиной волны излучения $\lambda=814$ нм и шириной активной области $w=100$ мкм. Была получена картина филаментаций, представленная на рисунке 6 с мигрирующими оптическими нитями. Мигрирующие филаменты проявляются в виде пятен высокой или низкой интенсивности, и меняют свое положение за несколько сотен пикосекунд. Филаменты мигрируют от одной границы лазера к противоположной, отражаясь и, таким образом, несколько раз «проскакивают» туда и обратно. Авторы определили типичные размеры этих мигрирующих нитей – поперечная ширина 5-15 мкм и временная длительность импульса 50-100 пс.

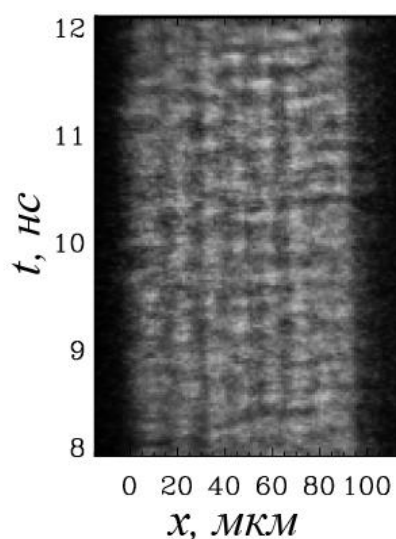


Рисунок 6 – Пространственно-временное распределение интенсивности GaAs/AlGaAs лазера через 8 нс после того, как ток накачки установили в два раза больше порогового значения

Математически возникновение нерегулярной динамики связано с развитием в системе пространственно-временных неустойчивостей. В следующем подразделе будут приведены наиболее распространенные типы неустойчивостей в широкоапертурных лазерах.

1.1.2 Основные пространственно-временные неустойчивости оптического поля, возникающие в широкоапертурных лазерах

В данном разделе будет дано краткое математическое описание отличительных особенностей пространственно-временных оптических неустойчивостей, исследуемых в диссертационной работе.

Рассмотрим автономные нелинейные динамические системы вида:

$$\partial_t \vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{F}(\vec{A}, \xi), \quad (1.1)$$

где $\vec{A}$ представляет собой вектор динамических переменных (размерность которого совпадает с размерностью системы) в пространственной $\vec{r}$ и временной t областях, компоненты вектора $\vec{F}$ являются произвольными нелинейными функциями или операторами, а ξ - управляющий параметр (или набор управляющих параметров). При превышении ξ определенного порогового значения ξ_{th} устойчивость решений системы (1.1) может качественно меняться.

Первый шаг в анализе любой динамической системы является анализ ее устойчивости. Для этого исследуется устойчивость однородного стационарного решения $\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}_0$ по отношению к малым возмущениям. Решение системы уравнений ищется в виде $\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}_0 + \vec{a}(\vec{r}, t)$, где малое возмущение записывается в виде $\vec{a}(\vec{r}, t) = \vec{a}_0 e^{i\vec{k}\vec{r} + \lambda t}$, при этом $a_0 \ll A_0$, $\vec{k}$ - волновой вектор. Поскольку возмущение малое, то в приближении первого порядка можно пренебречь нелинейными слагаемыми в системе, то есть провести линеаризацию системы уравнений (1.1). В результате получаем:

$$\partial_t \vec{a} = \tilde{J} \vec{A}, \quad (1.2)$$

где $\tilde{J}$ - это матрица линеаризации (якобиан) исходной системы вблизи стационарного решения $\vec{A}_0$. Откуда следует так называемое дисперсионное или характеристическое уравнение

$$\det(\tilde{J} - \lambda \tilde{E}) = 0, \quad (1.3)$$

где $\tilde{E}$ - единичная матрица, λ - собственные значения матрицы линеаризации, зависящие от волнового вектора. Количество собственных значений совпадает с размерностью исходной динамической системы. Каждому собственному значению $\lambda_i(k)$ соответствует собственный вектор матрицы линеаризации.

Действительная часть собственных значений представляет собой скорость роста собственных векторов $\lambda_{\text{Re}}(k) = \text{Re}[\lambda_i(k)]$. Самая быстро растущая экспонента $\lambda_0(k) = \max[\lambda_{\text{Re}}(k)]$ представляет собой значение собственного вектора, который растет быстрее всего и определяет «характерную длину волны» для возникающего паттерна или квазипериодического возмущения.

Собственные значения $\lambda_i(k)$ могут быть как чисто вещественными, то есть $\text{Im}(\lambda_i) = 0$, так и комплексными $\text{Im}(\lambda_i) \neq 0$, что приводит, соответственно, к стационарным типам неустойчивостей, либо к колебательным. В данной диссертации рассматривается несколько типов стационарных неустойчивостей: неустойчивость Тьюринга, модуляционная неустойчивость и неустойчивость плоской волны. Далее будет приводиться специфика указанных неустойчивостей при различных значениях нормированного управляющего параметра $\varepsilon = (\xi - \xi_{th})/\xi_{th}$.

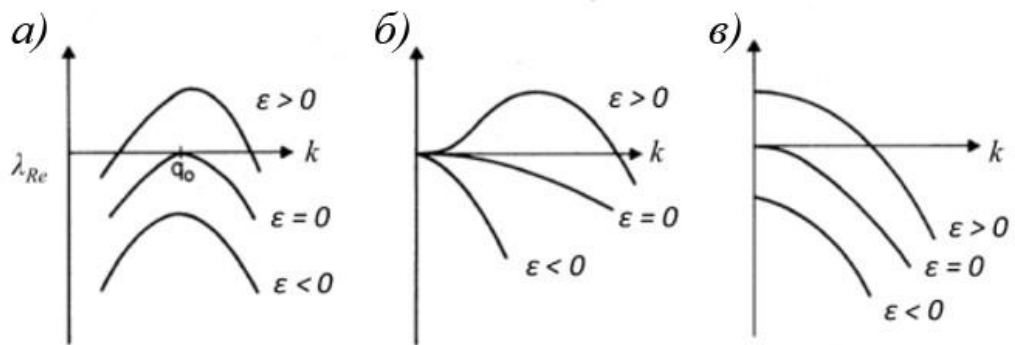


Рисунок 7 – Зависимость $\lambda_{\text{Re}}(k)$ от значения волновых чисел и управляющего параметра ε для трех различных типов неустойчивостей а) неустойчивость Тьюринга б) модуляционная неустойчивость (МН) в) неустойчивость плоской волны (НПВ) [45–47]

В работе [45] была представлена подробная классификация различных типов неустойчивостей. Тип неустойчивости Тьюринга соответствует дисперсионным кривым, представленным на рисунке 7а. Этот тип неустойчивости характеризуется следующими аспектами. В случае положительного управляющего параметра $\varepsilon > 0$ диапазон волновых чисел $k_{\min} < k < k_{\max}$ становится неустойчивым, то есть $\lambda_{\text{Re}}(k) > 0$ для этого диапазона. Зависимость $\lambda_{\text{Re}}(k)$ для данного типа неустойчивости показана на рисунке 7а (верхняя кривая). Если $\varepsilon = 0$, тогда $\lambda_{\text{Re}}(q_0) = 0$ и в системе происходит бифуркация (средняя кривая рисунка 7а). При $\varepsilon < 0$ однородное стационарное решение стабильно $\lambda_{\text{Re}}(k) < 0$ для любых k , что соответствует нижней кривой рисунка 7а. Данный тип неустойчивости наблюдается в системах реакция-диффузия, а также является причиной формирования паттернов в биологических тканях [48] и широко распространен в природе [49–54].

В оптических системах неустойчивость Тьюринга также может приводить к формированию паттернов [50, 53, 55, 56]. Например, в работе [57] рассматривается динамика широкоапертурного VCSEL диаметром 150 мкм с Брегговскими отражателями и длиной волны излучения 950 нм. Данный лазер управлялся внешнем оптическим излучением, при этом ток накачки устанавливался ниже порога лазерной генерации. Экспериментально зафиксировано формирование стационарных структур в результате наличия в системе неустойчивости Тьюринга, а также проводилось сравнение с численными результатами. На рисунке 8а показано экспериментально полученное распределение интенсивности для различных значений мощности внешнего оптического излучения, а на рисунке 8б распределение, полученное в результате численного решения системы дифференциальных уравнений для широкоапертурного VCSEL.

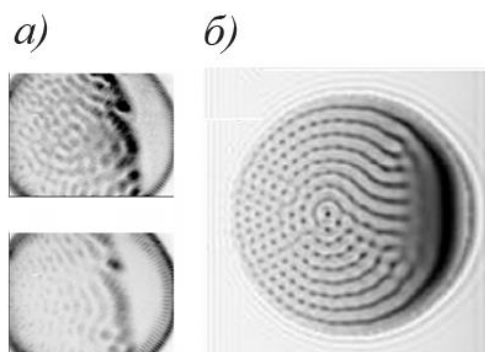


Рисунок 8 – Стационарные оптические паттерны, формируемые в результате неустойчивости Тьюринга [57] а) Поперечное распределение поля в широкоапертурном VCSEL для двух значений мощности внешнего излучения 1 Вт (нижний график), 8 Вт (верхний график) (эксперимент) б) поперечное распределение, полученное численно

На рисунке 9 приведены паттерны в виде полос и гексагонов, численно полученные с помощью модели широкоапертурного GaAs лазера с вертикальным резонатором в допороговом режиме, жестко управляемым внешним оптическим излучением [58]. Аналогичная динамика, показанная на рисунке 10, была получена экспериментально в работе [59].

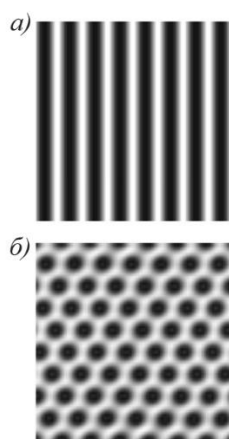


Рисунок 9 – Паттерны в виде полос (а) и гексагонов (б), численно полученные в результате развития неустойчивости Тьюринга в системе широкоапертурного VCSEL

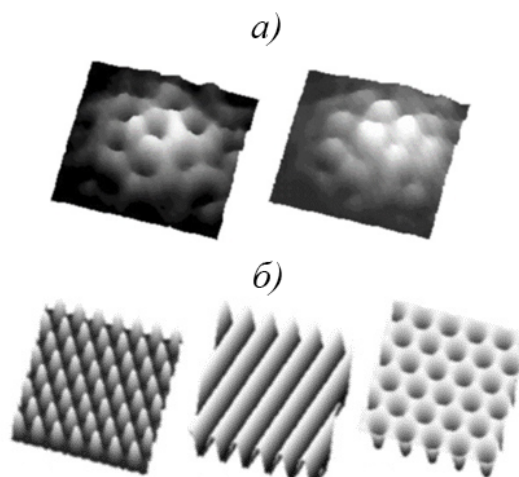


Рисунок 10 – Эксперимент (а) и численный счет (б) положительных и отрицательных гексагонов, полос, полученных в результате развития неустойчивости Тьюринга в системе полупроводникового широкоапертурного микрорезонатора на основе GaAs, управляемого внешним излучением [59].

Особо выделяют частный случай неустойчивости Тьюринга [60], когда $\lambda_{\text{Re}}(k) > 0$ для диапазона волновых чисел $0 < k < k_{\text{max}}$, при этом для нулевой моды инкремент всегда остается равным нулю, то есть $\lambda(k=0)=0$ во всех ситуациях (рисунок 7б). При этом, в частности, наблюдаются нерегулярные структуры, рождающиеся и исчезающие в разных областях однородного оптического профиля. Данный тип неустойчивости известен как модуляционная неустойчивость (МН) [12, 19, 27–29]. Она может возникнуть только в широкоапертурных лазерах с размерами апертуры большими $2\pi/k_{\text{max}}$ и является первопричиной их плохого оптического качества. Эта неустойчивость исследуется в разделе 3.1 настоящей диссертации.

Пример динамики, характерной для модуляционной неустойчивости приведен на рисунках 1-4 и определяется нерегулярными изменениями, как во времени, так и в поперечном сечении пучка. Кроме того, в этом случае могут спонтанно формироваться паттерны на стабильном постоянном фоне. Подобная неустойчивость может наблюдаться, например, в оптических системах с Керровской нелинейностью [61–63]. Её развитие может приводить к появлению

пространственных узоров с постоянной средней интенсивностью [61]. Во многих устройствах, таких как лазеры, МН приводит к серьезному ухудшению качества пучка при высоких рабочих мощностях [64]. Исследования в области модуляционной неустойчивости дали толчок к формированию новых направлений в оптике, таких как суперконтинуумные источники света [65], генерация сверхкоротких импульсов [66], а в последнее время – оптические волны-убийцы [67, 68].

Третий класс неустойчивости — это неустойчивость плоской волны (НПВ), которая определяется условием, что нулевая мода является наиболее неустойчивой, то есть $\lambda_0(k=0) = \max[\lambda_{\text{Re}}(k)]$. Дисперсионные кривые для этого случая показаны на рисунке 7в. Узоры в этих системах могут быть не видны, так как размер узоров будет ограничен размерами самой системы. Подробное описание этого типа неустойчивости будет рассмотрено в 3 и 4 главах диссертации. Анализ данного типа неустойчивости был подробно представлен в работах [22, 46, 47].

Существуют также неустойчивости, при которых собственные значения являются комплексными с $\text{Im}(\lambda_i) \neq 0$, что соответствует неустойчивостям колебательного типа. Примером такой неустойчивости является неустойчивость Андронова-Хопфа, известная также как волновая неустойчивость («traveling-wave instability») [6, 8, 10]. Данная неустойчивость приводит к формированию сложных нестационарных пространственно-временных структур, включая бегущие и стоячие волны, оптическую турбулентность [6]. Примеры таких структур показаны на рисунках 5 и 6. Дисперсионные кривые, характерные для этого типа неустойчивости, показаны на рисунке 11а [8], а соответствующая им пространственно-временная динамика показана на рисунке 11б. На рисунке 11а легко заметить существование диапазона волновых чисел $q_- < q < q_+$, для которых инкремент малых возмущений является положительной величиной $\lambda_{\text{Re}}(k) > 0$, но при этом мнимая часть комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения отлична от нуля $\text{Im}(\lambda_i) \neq 0$.

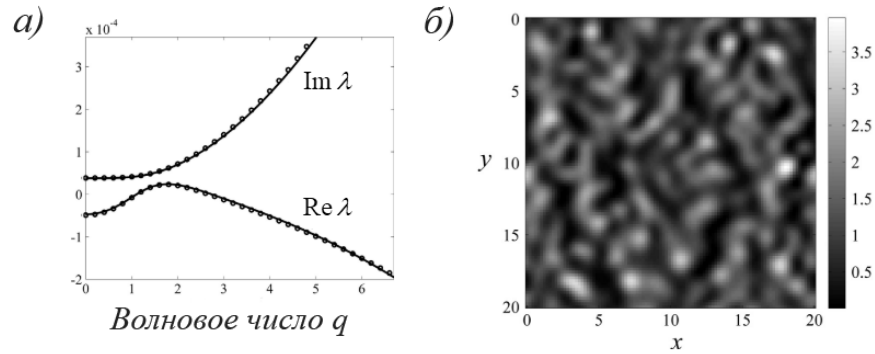


Рисунок 11 – а) Дисперсионные кривые в случае неустойчивости Андронова-Хопфа б) поперечное распределение интенсивности [8]

Другим источником нерегулярной динамики и паттернов в нелинейных системах является внешнее параметрическое воздействие. Например, вследствие внешнего возмущения может развиваться неустойчивость Фарадея, известная также как параметрическая неустойчивость [69–72]. Впервые образование структур за счет этой неустойчивости было зафиксировано при наблюдении капиллярной ряби, возникающей в результате вертикальных колебаний слоя жидкости. В этом случае внешние осцилляции системы с частотой ω_0 вызывают неустойчивость, которая приводит к формированию паттернов с волновым числом k , которое связано через дисперсионное соотношение с половиной частоты внешнего возмущения $\omega_0/2$. Было получено, что неустойчивость Фарадея может приводить к формированию полос, спиральных волн, гексагонов, структур с квадратной симметрией [73]. Например, на рисунке 12 показано изображение, демонстрирующее экспериментальное получение структуры в виде полос путем вынужденных колебаний контейнера, наполненного вязкой жидкостью.

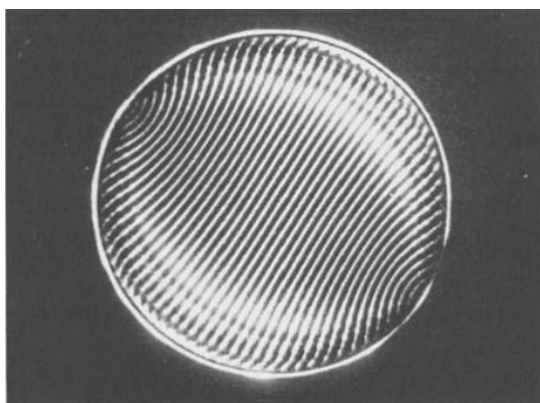


Рисунок 12 – Экспериментально полученная пространственно-временная структура ряби Фарадея в виде полос в вязкой жидкости [73]

Неустойчивость Фарадея также была обнаружена в различных физических системах, например, в конденсате Бозе-Эйнштейна. В работе [50] показано, что подобные структуры формируются при периодической модуляции параметра эффективной длины атомного s -рассеяния во времени. Численное моделирование показало, что параметрические неустойчивости в конденсате Бозе-Эйнштейна могут приводить как к образованию квазипаттернов, так и к пространственно-временному хаосу (рисунок 13).

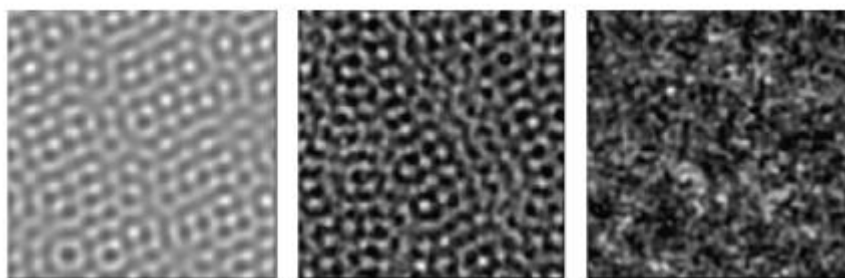


Рисунок 13 – Пространственно-временные структуры, возникающие в результате развития параметрической неустойчивости в конденсате Бозе-Эйнштейна

В работе [16] было численно продемонстрировано, что временная периодическая модуляция тока накачки может возбуждать регулярные поперечные пространственно-временные структуры оптического поля в широкоапертурных лазерах при определенных значениях глубины модуляции, при

этом частота модуляции должна быть кратна частоте релаксационных колебаний лазера. На рисунке 14 показано поперечное распределение интенсивности для осциллирующего паттерна в виде полос в момент формирования и через четверть периода. Численные расчеты выполнялись на основе системы дифференциальных уравнений Максвелла-Блоха.

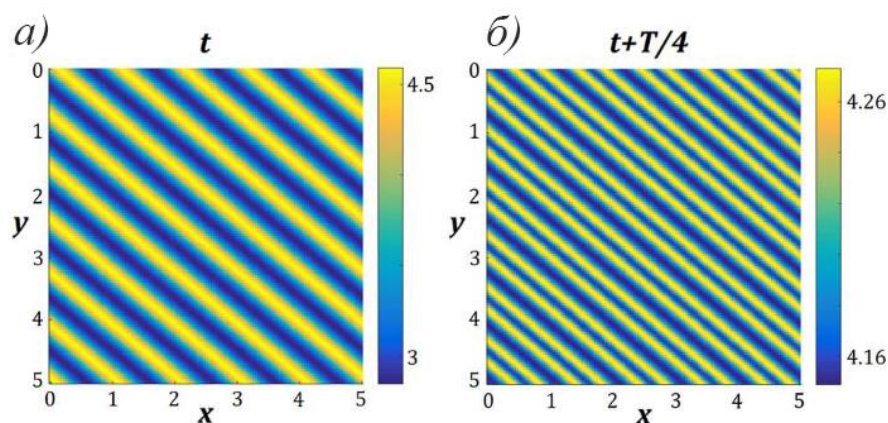


Рисунок 14 – Неустойчивость Фарадея оптического поля в широкоапертурном лазере с модуляцией параметра накачки [16] а) осциллирующий паттерн в виде полос б) этот же паттерн через четверть периода осцилляций

Таким образом, на излучение широкоапертурных лазеров большое влияние оказывают рассмотренные классы пространственно-временных неустойчивостей, которые в основном приводят к нерегулярной динамике и филаментациям, а также к стационарным оптическим паттернам. Формирование пространственно-временных оптических паттернов может быть полезно во многих приложениях, но в основном запрос современных технологий предполагает, что лазер излучает пространственно-однородный пучок. Из выше сказанного можно сделать вывод, что для эффективного использования широкоапертурных лазеров необходимо устранить перечисленные пространственно-временные неустойчивости. Такой запрос стимулирует поиск эффективных методов для улучшения пространственного и временного качества излучения широкоапертурных лазеров и подавления нежелательных пространственно-временных оптических неустойчивостей.

1.1.3 Методы стабилизации оптического излучения широкоапертурных лазеров

В последние годы были предложены различные методы стабилизации лазерного излучения. Некоторые из методов основаны на модификации структуры устройства и формы оптического резонатора [74–76], а другие – на внешнем контроле. Примеры последнего случая включают захват частоты оптической инъекции в конфигурации «ведущий-ведомый», оптическую обратную связь с частотной и пространственной фильтрацией, пространственно-временную модуляцию тока накачки и другие вариации подобных схем [31, 33, 35, 40, 43, 77, 78].

Существует достаточно исследований, в которых рассматривается управление излучением с использованием метода оптической обратной связи. В работе [33] экспериментально исследуется влияние оптической обратной связи на динамику широкоапертурного лазера. Обратная связь реализована с использованием выпуклого внешнего зеркала малого размера. Подбор параметров обратной связи приводит к ограниченной одно-лепестковой дальней зоне даже при высоких значениях тока накачки. Результаты эксперимента подтверждают ранее выполненное динамическое моделирование в работе [40], в котором показано, что такая оптическая обратная связь способна стабилизировать излучение лазеров с широким поперечным сечением. Численное моделирование показало, что оптическая обратная связь, имеющая временную задержку, реализованная с помощью внешнего выпуклого зеркала, может привести к стабилизации излучения широкоапертурного лазера. При сравнении рисунков 1 и 15 видно, что при введении в систему оптической обратной связи пространственно-временные структуры постепенно сглаживаются, а спектр в дальней зоне становится одно-лепестковым.

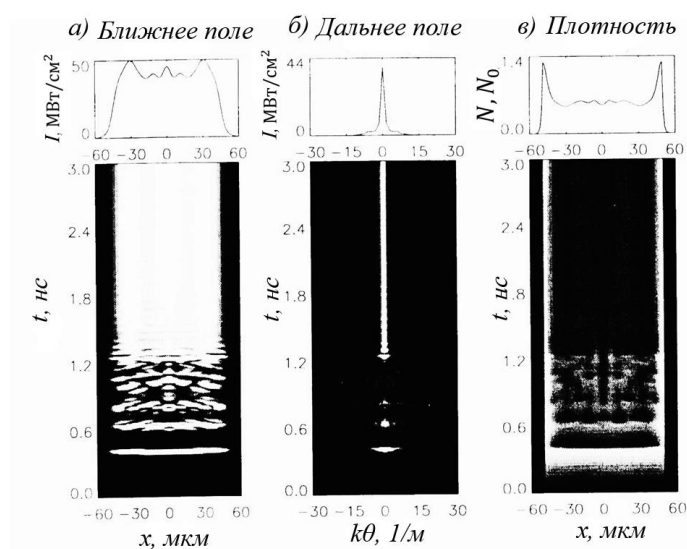


Рисунок 15 – Пространственно-временная динамика широкоапертурного лазера, стабилизированного оптической обратной связью [40] а) ближняя зона б) спектр в дальней зоне в) распределение плотности носителей

Также для стабилизации излучения предлагалось использовать моделирование параметра тока накачки различными способами. Например, в работе [12] для подавления модуляционной неустойчивости в поверхностно излучающем широкоапертурном лазере с вертикальным резонатором предложено использовать пространственно-временную модуляцию тока накачки. В работе используется модифицированный метод Флоке для линейного анализа устойчивости пространственно-однородного режима лазерной генерации. Построены диаграммы устойчивости, определяющие области полной и частичной стабилизации VCSEL в пространстве амплитуды модуляции и частоты модуляции для различных классов лазеров. В частности, показано, что данный метод стабилизации работает наиболее эффективно в лазере динамического класса А для относительно длинных резонаторов VCSEL, в то время как в лазере класса В он становится менее эффективным.

На рисунке 16 изображены дисперсионные кривые, на которых красная пунктирная линия соответствует наибольшему максимальному корню дисперсионного уравнения в случае без модуляции, а сплошные для старшего

показателя Ляпунова для различных параметров модуляции (амплитуды и частоты). Параметры модуляции, для которых возможна полная стабилизация для лазеров класса В занимают довольно узкую область, что показано на рисунке 17 в виде не закрашенной области.

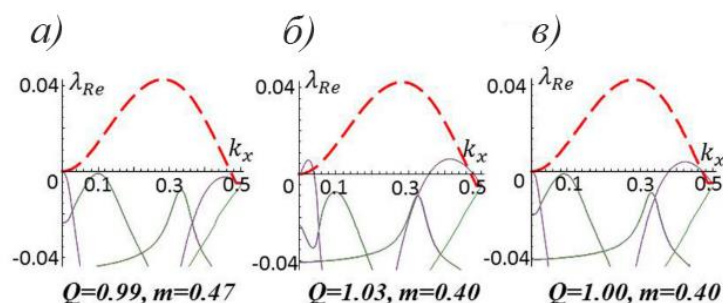


Рисунок 16 – Дисперсионные кривые для различных значений параметров модуляции. Красные кривые соответствуют показателю Ляпунова для лазера без модуляции, сплошные кривые – для случая с модуляцией а) $m = 0,99$ и $Q = 0,47$ – незакрашенная область бифуркационной диаграммы рисунка 17, соответствующая области стабильности б) $m = 1,03$ и $Q = 0,40$ в) $m = 1$ и $Q = 0,40$

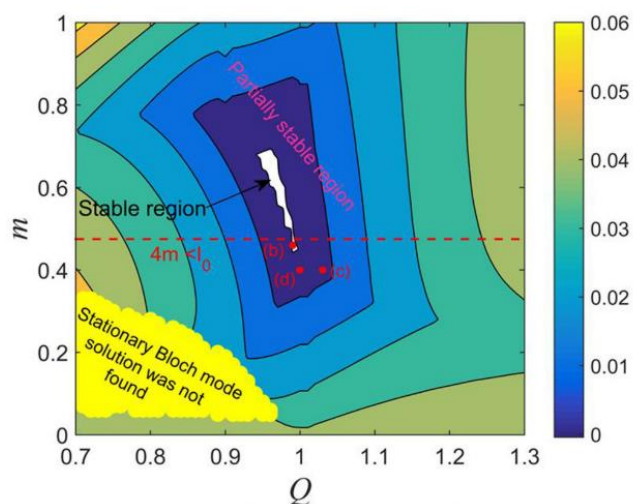


Рисунок 17 – Бифуркационная диаграмма для значений глубины m и частоты модуляции Q , представленная в работе [12], демонстрирующая область частичной стабилизации и полной стабилизации (незакрашенная область) широкоапертурного VCSEL. Буквами отмечены значения параметров для случаев с рисунка 16

Также в работе [25] был предложен метод пространственной модуляции тока накачки с целью фильтрации излучения и улучшения качества пучка. Кроме того, существуют более сложные схемы стабилизации, основанные на одновременной реализации пространственной модуляции тока накачки и изменения показателя преломления [28, 29, 79].

Проводились численные исследования, демонстрирующие, что качество пучка может быть улучшено, посредством фильтрации излучения, с помощью метазеркал [80], либо добавлением выносного профилированного зеркала [81]. Совсем недавно внимание было обращено на исследование влияния геометрии резонатора [76], в частности его кривизны, на пространственно-временную динамику широкоапертурных лазеров [74, 75]. Однако, все вышеперечисленные методы требуют изменения формы резонатора и как следствие создания нового устройства, что является существенным недостатком.

Метод внешнего оптического излучения на фоне всех перечисленных методов стабилизации представляет наибольший интерес, так как может быть применен к уже существующему лазеру. Например, в работе [37] проводятся численные расчеты с учетом сильной оптической инжекции с целью контроля пространственно-временной динамики широкоапертурного полупроводникового лазера. Получено, что с увеличением коэффициента инжекции $r_{inj} = |E_{inj}|/|E_0|$, где $|E_{inj}|$ – амплитуда инжекции и $|E_0|$ – стационарное поле генерации, оптические филаментации подавляются, и наблюдаются регулярные оптические структуры, что показано на рисунке 18. Результаты настоящей диссертации посвящены вопросам подавления различных пространственно-временных неустойчивостей в системах широкоапертурных лазеров с помощью малой амплитуды внешнего излучения, что более эффективно и экономически выгодно.

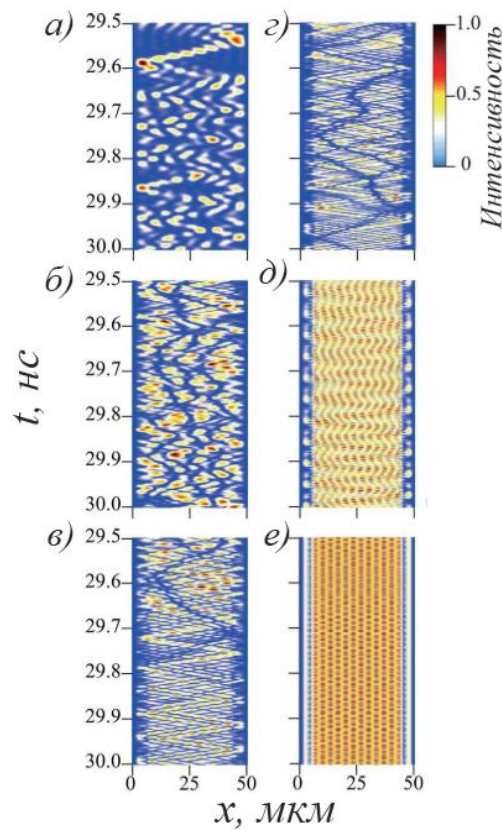


Рисунок 18 – Численно полученное пространственное распределение интенсивности для VCSEL с оптической инжекцией для различных значений амплитуды внешнего излучения r_{inj} а) $r_{inj} = 0$ б) $r_{inj} = 0,4$ в) $r_{inj} = 0,8$ г) $r_{inj} = 1,2$ д) $r_{inj} = 1,6$ е) $r_{inj} = 2$

Известен также эффект «захвата частоты», позволяющий запереть по фазе и частоте ведущий лазер с ведомым, что может приводить к улучшению характеристик устройства в отношении частотного чирпа и уменьшать шумы [82, 83]. Большой интерес представляет случай, когда внешнее дополнительное излучение позволяет получать пространственно-однородный оптический пучок, что и является предметом исследований в настоящей диссертации. Существуют различные схемы конфигурации оптической инжекции [84–87]. Типичная схема для инжектируемого VCSEL представлена на рисунке 19 [87]. В качестве ведущего лазера используется GaAlAs диодный лазер с длиной волны генерации 830 нм. Кроме того, ведущий лазер и поперечная мода VCSEL, которую требуется

стабилизировать, имеют одинаковую поперечную геометрию, что обеспечивает эффективное согласование мод с ведомым лазером.

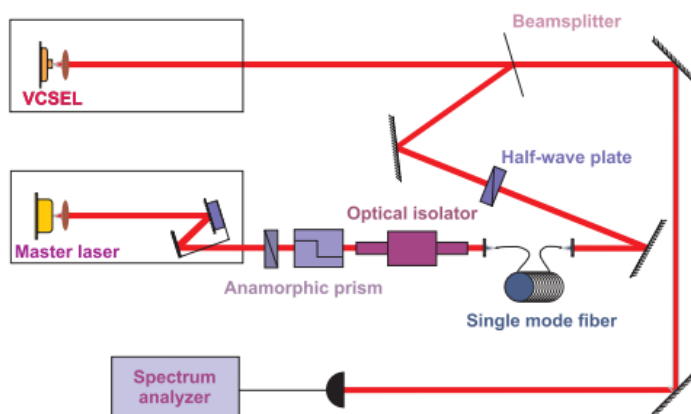


Рисунок 19 – Экспериментальная установка для инъекции VCSEL лазерным диодом [87]

Далее будут рассмотрены общепринятые математические модели широкоапертурных лазеров. Верификация данных моделей была проведена посредством сравнения численных и экспериментальных результатов, например, в следующих работах [57, 86].

1.2 Модель Максвелла-Блоха с внешним оптическим излучением для широкоапертурного лазера в двухуровневом приближении

В работах ряда авторов [8, 88–91] было показано, что динамика лазеров с большой шириной апертуры может быть адекватно описана системой дифференциальных уравнений Максвелла-Блоха. В данном разделе настоящей диссертации рассматривается система дифференциальных уравнений Максвелла-Блоха с учетом внешнего оптического излучения, которое характеризуется амплитудой E_{inj} и частотной отстройкой θ между свободно генерируемым и инжектируемым излучением [92–94].

Система Максвелла-Блоха с внешним оптическим излучением имеет вид:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E}{\partial t} &= ia\Delta_{\perp}E + \sigma(P - (1 - i\delta)E + E_{inj}e^{i\theta t}), \\
\frac{\partial P}{\partial t} &= -(1 + i\delta)P + DE, \\
\frac{\partial D}{\partial t} &= -\gamma \left[D - r + \frac{1}{2}(E^*P + P^*E) \right],
\end{aligned} \tag{1.4}$$

где E , P , D – безразмерные огибающие (медленно меняющиеся амплитуды) электрического поля, поляризации и инверсии населённости, соответственно. Обезразмеривание огибающих проводилось аналогично работе [90] следующим образом: $D = \frac{\omega N_0 \mu^2}{\hbar \varepsilon_0 k \gamma_{\perp}} \tilde{D}$, $P = i \frac{2\omega N_0 \mu^2}{\hbar \varepsilon_0 k \sqrt{\gamma_{\parallel} \gamma_{\perp}}} \tilde{P}$, $E = \frac{2\mu}{\hbar \sqrt{\gamma_{\parallel} \gamma_{\perp}}} \tilde{E}$, N_0 – концентрация резонансных атомов, μ – дипольный момент резонансного перехода, $\tilde{D}$, $\tilde{P}$, $\tilde{E}$ – размерные переменные; $\gamma = \gamma_{\parallel} / \gamma_{\perp}$ и $\sigma = k / \gamma_{\perp}$, где $\gamma_{\perp}$, $\gamma_{\parallel}$ и k – скорости релаксации поляризации среды, инверсии населённости и электрического поля в резонаторе соответственно; $\delta = (\omega_{21} - \omega_c) / (\gamma_{\perp} + k)$ – обезразмеренная отстройка между центром линии усиления и частотой резонатора ω_c , при этом несущая оптическая частота равна собственной частоте свободной генерации лазера, с учетом эффекта затягивания частоты $\omega = (\gamma_{\perp} \omega_c + k \omega_{21}) / (k + \gamma_{\perp})$; $\Delta_{\perp}$ – двумерный поперечный лапласиан, $a = c^2 / (2\omega \gamma_{\perp} d^2)$ – дифракционный параметр, где d – характерный пространственный размер задачи. Время обезразмеренно на $\gamma_{\perp}^{-1}$. r – накачка, нормированная на пороговое значение при нулевой отстройке.

Широкоапертурные лазеры, в свою очередь, могут быть разделены на динамические классы по характерным значениям скоростей релаксационных процессов (классы А, В, С) [90]. Для лазеров класса А характерно, что $k \ll \gamma_{\parallel}, \gamma_{\perp}$. К лазерам класса А относятся, например, гелий-неоновый лазер, а также лазеры на красителях. К лазерам класса С относятся лазеры с $k \sim \gamma_{\perp} \geq \gamma_{\parallel}$, примерами которых являются некоторые молекулярные газовые лазеры далёкого инфракрасного диапазона, такие как аммиачный лазер с оптической накачкой. Наиболее распространёнными и востребованными в многочисленных

приложениях являются лазеры динамического класса В, для которых характерно, что $\gamma_{\perp} \gg k \gg \gamma_{\parallel}$. Типичными представителями лазеров класса В являются твердотельные рубиновые и неодимовые лазеры, лазеры на углекислом газе, полупроводниковые лазеры. В рамках данного исследования будет рассматриваться именно этот класс лазеров. Для облегчения последующего анализа для лазеров класса А и В возможно понижения порядка системы уравнений путем адиабатического исключения тех или иных переменных.

В системе (1.4) предполагается, что лазер работает на единственной продольной моде, а активная среда имеет однородно уширенную линию. Система уравнений Максвелла-Блоха (1.4) применима при моделировании твердотельных и газовых лазеров, а также полупроводниковых лазеров на квантовых точках [91, 95]. Не учет в (1.4) фактора Генри [91] мотивируется симметричностью линии усиления таких лазеров [95] и, в результате, его малостью. Несмотря на то, что система (1.4) описывает лазер, работающий на единственной продольной моде, весь спектр поперечных мод учитывается автоматически за счет включения в модель двумерного лапласиана и надлежащих граничных условий на боковых поверхностях однородной активной среды и резонатора лазера.

Прежде чем перейти к исследованию стабилизации с помощью внешнего оптического излучения (что будет показано во второй главе), далее будет рассмотрена пространственно-временная динамика свободно генерирующего широкоапертурного лазера при $E_{inj} = 0$.

В модели (1.4) при $E_{inj} = 0$ динамика лазера критически зависит от параметра отстройки δ . При $\delta < 0$ система уравнений (1.4) имеет простейшее пространственно-однородное стационарное решение, существующее при накачке выше порогового значения $r_{thr} = 1 + \delta^2$:

$$|E_{st}| = \sqrt{(r - D_{st})}, D_{st} = 1 + \delta^2, P_{st} = (1 - i\delta)E_{st}, \quad (1.5)$$

физически соответствующее устойчивой продольной генерации лазера, то есть наименьший порог возбуждения имеет фундаментальная поперечная мода с $q = 0$

[6, 8, 10]. При $\delta > 0$ система выбирает решение в виде наклонных бегущих волн, что было показано в работе [6]. В данной диссертации этот случай рассматриваться не будет.

В свободно работающем широкоапертурном лазере в отсутствие инжекции режим пространственно-однородной приосевой генерации оказывается неустойчив по отношению к малым пространственно-временным возмущениям. Ранее в работах [8, 10] проводился стандартный аналитический анализ устойчивости стационарной пространственно-однородной генерации путем линеаризации системы (1.4) и показано, что в данной системе развивается неустойчивость Андронова-Хопфа. Для большей ясности полученных в данной работе результатов проведем его ниже. Для этого в систему уравнений (1.4) подставляется решение в виде:

$$\begin{cases} E = E_{st} \left(1 + e_1 e^{iqr + \lambda t} + e_2 e^{-iqr + \lambda^* t} \right) \\ P = P_{st} \left(1 + p_1 e^{iqr + \lambda t} + p_2 e^{-iqr + \lambda^* t} \right) \\ D = D_{st} \left(1 + d e^{iqr + \lambda t} + d e^{-iqr + \lambda^* t} \right), \end{cases} \quad (1.6)$$

где e_1, e_2, p_1, p_2, d малые возмущения электрического поля, поляризации и инверсии населённости, соответственно. Осуществляя подстановку решения (1.6) в систему (1.4) с последующей линеаризацией системы было получено дисперсионное (характеристическое) уравнение относительно λ :

$$\lambda^5 + a_1 \lambda^4 + a_2 \lambda^3 + a_3 \lambda^2 + a_4 \lambda + a_5 = 0, \quad (1.7)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= 2(1 + \sigma) + \gamma, \\ a_2 &= 1 + \delta^2 + 2\sigma + \sigma^2 - 2\sigma\delta^2 - 2\sigma\delta a q^2 + a^2 q^4 + \sigma^2 \delta^2 + \gamma(2 + 2\sigma + I_{st}), \\ a_3 &= -4\sigma\delta a q^2 + 2a^2 q^4 + \gamma(r + 2\sigma + \sigma^2 + 3\sigma I_{st} + a^2 q^4 - 2\sigma\delta^2 + \sigma^2 \delta^2 - 2\sigma\delta a q^2), \text{ Для} \\ a_4 &= a^2 q^4 (1 + \delta^2) + \gamma(2\sigma I_{st} + 2\sigma^2 I_{st} + 2a^2 q^4 + a^2 q^4 I_{st} - 4\sigma\delta a q^2 - \sigma\delta I_{st} a q^2), \\ a_5 &= \gamma(r a^2 q^4 - 2a q^2 \sigma \delta I_{st}). \end{aligned}$$

определения типа неустойчивости в системе необходимо найти корни дисперсионного уравнения (1.7), которое является полиномом пятой степени.

Корни такого полинома могут быть как действительными, так и комплексными. О развитии неустойчивости Андронова-Хопфа в системе будет говорить наличие положительных действительных частей комплексных корней $\lambda_{1,2} = \Lambda(q) \pm i\Omega(q)$ характеристического уравнения для некоторых волновых чисел q . То есть это означает, что существует диапазон волновых чисел $q_- < q < q_+$, для которых $\text{Re}(\lambda(q)) > 0$, при этом $\text{Im}(\lambda(q)) \neq 0$, поэтому данный тип неустойчивости определяют как колебательный. Действительная часть Λ определяет инкремент нарастания малых возмущений, а мнимая часть Ω определяет характерную частоту осцилляций нарастающих возмущений. Если $\text{Re}(\lambda(q)) < 0$ для всех значений q , малые возмущения экспоненциально затухают с течением времени и однородное стационарное решение устойчиво по отношению к малым возмущениям. Подробное описание данного типа неустойчивости было сделано в разделе 1.1.2. Для определения вида корней дисперсионного уравнения (1.7) в настоящей диссертации был использован математический пакет Matlab и результаты приведены далее.

В работах [8, 10] были получены аналитические выражения для неустойчивых гармоник с максимальным инкрементом нарастания с помощью разложения по малым параметрам:

$$\begin{aligned}\Omega^2(q) &= a^2 q^4 + \frac{2\gamma\sigma I_{st}}{1+\delta^2}, \\ \Lambda(q) &= \frac{1}{1+\delta^2} \left(2\sigma\delta a q^2 - \frac{\gamma r}{2} \right) + \frac{\gamma}{2} \frac{r a^2 q^4 - 2a q^2 \sigma \delta I_{st}}{a^2 q^4 (1+\delta^2) + 2\gamma\sigma I_{st}}.\end{aligned}\tag{1.8}$$

Тогда размер формируемых в результате волновой неустойчивости структур определяется волновым числом $q_{\max} = 4 \sqrt{\frac{2\gamma\sigma I_{st}}{(1+\delta^2)a^2}}$, для которого инкремент имеет максимальное значение, с частотой колебаний $\Omega_{\max} = \sqrt{\frac{4\gamma\sigma I_{st}}{1+\delta^2}}$, где $I_{st} = |E_{st}|^2 = r - 1 - \delta^2$ – стационарное значение интенсивности. Тогда, частота

релаксационных колебаний, характерных именно для лазеров класса В, определяется как:

$$\Omega(q=0) = \omega_{rel} = \sqrt{\frac{2\gamma\sigma I_{st}}{1+\delta^2}} \quad (1.9)$$

Известно, что динамика системы (1.4) зависит от значений параметров накачки r и частотной отстройки δ и может демонстрировать как филаментации, так и пространственно-однородную динамику [8, 10, 89]. На рисунке 20а построена бифуркационная диаграмма (диаграмма устойчивости) на плоскости двух параметров (уровня накачки r и отстройки δ), где закрашенная серым область соответствует неустойчивости Андронова-Хопфа однородного стационарного решения ($\Lambda > 0$), а область, закрашенная черным, это область устойчивости ($\Lambda < 0$). Белая область, соответствует области параметров ниже порога лазерной генерации. Для двух различных отрицательных значений отстройки δ , одно из которых соответствует устойчивой области $\delta = -0,05$, а другое неустойчивой $\delta = -0,15$ показаны дисперсионные кривые на рисунке 20б. Сплошными линиями показаны зависимость действительной части корня Λ , а пунктирными мнимой части корня Ω от волнового вектора q поперечных мод. Кривые, показанные синим цветом, соответствуют области устойчивости, а показанные красным – неустойчивости Андронова-Хопфа.

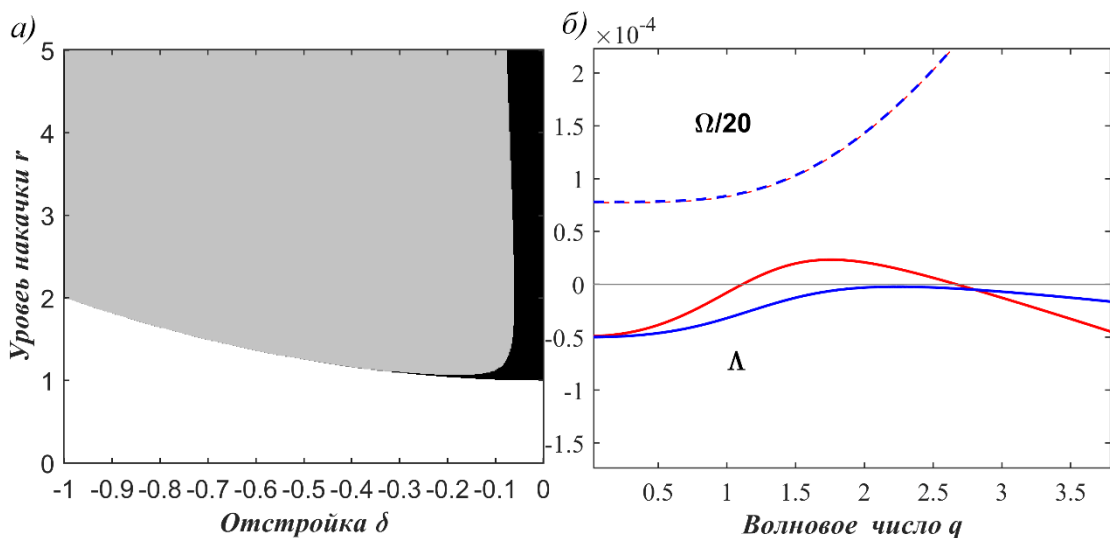


Рисунок 20 – а) Бифуркационная диаграмма, рассчитанная для следующих параметров $\sigma = 0,025$, $\gamma = 5 \cdot 10^{-5}$, $a = 10^{-4}$ б) дисперсионные кривые, построенные для указанных параметров, при $r = 2$ и $\delta = -0,15$ – красные кривые, $r = 2$ и $\delta = -0,05$ – синие кривые [8, 10, 89]

Как видно из диаграммы устойчивости, показанной на рисунке 20, область параметров частотной отстройки δ , для которых система является устойчивой, занимает достаточно узкую область. Нерегулярная динамика, как следствие развития неустойчивости Андронова-Хопфа, и пространственно-однородная динамика, советуемая области устойчивых параметров, может быть продемонстрирована путем численного интегрирования дифференциальных уравнений (1.4) [8, 10, 89].

Результат численного моделирования (1.4) для параметров из серой области бифуркационной диаграммы показан на рисунке 21, который демонстрирует временную динамику в центре лазерной апертуры. Временная зависимость позволяет выделить несколько стадий развития генерации в этой области параметров. Сначала происходит выход на режим стационарной генерации (релаксационные колебания). После этого развивается вторичная неустойчивость – неустойчивость Андронова-Хопфа пространственно-однородной приосевой генерации, где наблюдаются волны близкие к гармоническим с волновым вектором q , при котором инкремент неустойчивости Λ имеет максимум [6–8, 10, 96]. Эта неустойчивость приводит затем к сильно нелинейной стадии – лазер переходит к режиму пространственно-временного хаоса и филаментации излучения, что и наблюдается на численных экспериментах.

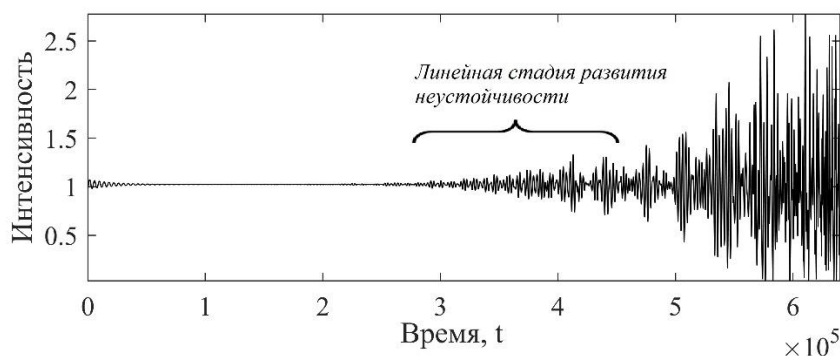


Рисунок 21 – Зависимость интенсивности от времени в центре лазерной апертуры при параметрах $\sigma = 0,025$, $\gamma = 5 \cdot 10^{-5}$, $a = 10^{-4}$, $r = 2$ и $\delta = -0,15$, соответствующие неустойчивости Андронова-Хопфа [8, 10, 89]

Ранее уже было показано в работе [89], что резонансная внешняя оптическая инжекция малой амплитуды подавляет неустойчивость Андронова-Хопфа в системе широкоапертурного лазера. С помощью результатов линейного анализа системы (1.4) была построена бифуркационная диаграмма с учетом резонансного внешнего излучения, демонстрирующая уменьшение области неустойчивости Андронова-Хопфа [88]. На рисунке 22а хорошо видно, что добавление внешней оптической инжекции даже малой амплитуды сдвигает область неустойчивости Андронова-Хопфа, которая закрашена серым цветом. Теперь точка бифуркационной диаграммы, соответствующая $r = 2, \delta = -0,15$, находится в области устойчивости (черная область). На рисунке 22б показаны две дисперсионные кривые для случая лазерной системы (1.4) с внешней инжекцией и ее отсутствием. Красная кривая рисунка соответствует $E_{inj} = 0$. Хорошо видно, что для красной кривой существует область волновых чисел с положительным инкрементом, что соответствует неустойчивости Андронова-Хопфа. Однако уже при небольшом значении инжектируемого излучения $E_{inj} = 0,01$ (черная кривая) возмущения с любым поперечным волновым числом затухают, о чем говорят отрицательные инкременты, то есть режим приосевой пространственно-однородной генерации оказывается устойчив. Таким образом, внешнее резонансное оптическое излучение позволяет полностью устранить поперечную

неустойчивость [88, 89].

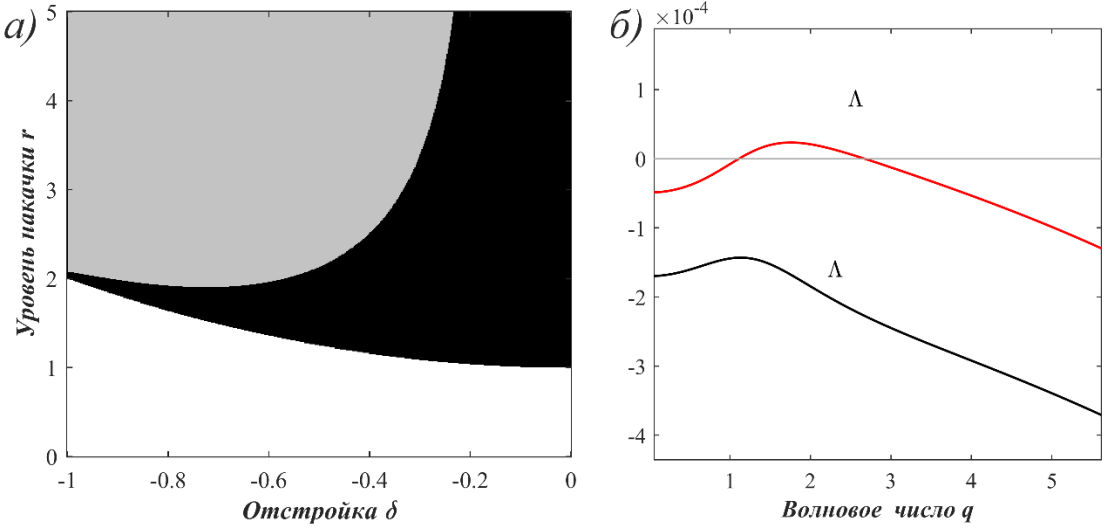


Рисунок 22 – а) Бифуркационная диаграмма при параметрах $\sigma = 0,025$, $\gamma = 5 \cdot 10^{-5}$, $a = 10^{-4}$, $E_{inj} = 0,01$ б) дисперсионные кривые, построенные для указанных параметров, при $r = 2$, $\delta = -0,15$ и $E_{inj} = 0$ для красной кривой и $E_{inj} = 0,01$ для черной кривой [88]

В настоящей диссертации, в главе 2 приведены результаты исследования динамики системы (1.4) с учетом внешнего нерезонансного оптического излучения. В таком случае, с учетом частотной отстройки θ интенсивность, соответствующая режиму пространственно-однородной приосевой генерации, с учетом инжектируемого излучения будет определяться неявным выражением [92]:

$$E_{inj} = \frac{-r E_{st}(1 - i(\theta + \delta))}{|E_{st}|^2 + 1 + (\theta + \delta)^2} + E_{st} \left(1 - i \left(\delta - \frac{\theta}{\sigma} \right) \right). \quad (1.10)$$

Важно заметить, что модель Максвелла – Блоха (1.4) не учитывает фактор Генри, характерный для полупроводниковых сред. В следующем разделе будет представлена эффективная система уравнений Максвелла-Блоха, позволяющая адекватно описывать динамику полупроводниковых лазеров с большими значениями фактора Генри, в частности VCSEL.

1.3 Эффективная модель Максвелла-Блоха, описывающая динамику оптического поля широкоапертурного VCSEL с учетом фактора Генри

Приведенная в предыдущем разделе система уравнений (1.4) была получена для двух-уровневых твердотельных лазеров, но иногда использовалась для описания пространственно-временной динамики широкоапертурных полупроводниковых лазеров [97, 98]. Система (1.4) не учитывает зонную структуру полупроводников (рисунок 23) [99], поэтому результаты, полученные для широкоапертурных полупроводниковых лазеров, не всегда могут соответствовать действительности, так как, например, определенные оптические неустойчивости в полупроводниковых лазерах могут играть более важную роль чем в двух-уровневых [64].

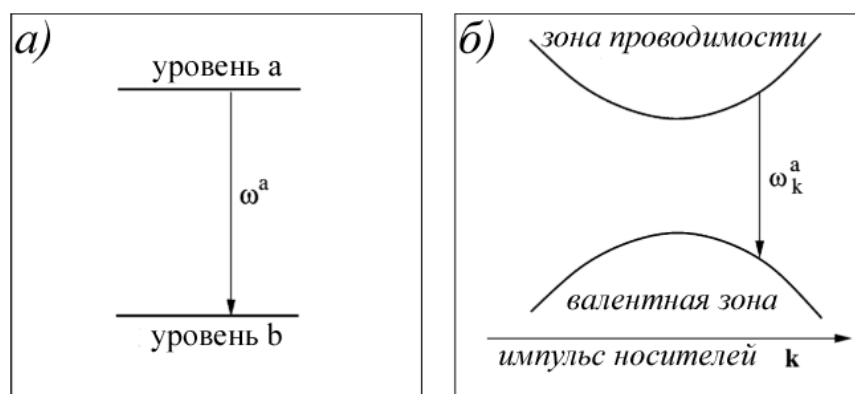


Рисунок 23 – Оптический переход между двумя дискретными энергетическими уровнями а) в однородно уширенной двухуровневой среде б) между двумя энергетическими полосами (зонами носителей) в неоднородно уширенной полупроводниковой среде [99]

Существуют различные подходы для получения, так называемой эффективной системы уравнения Максвелла-Блоха [98, 100, 101]. В рамках текущего диссертационного исследования будет использоваться подход, описанный в работе [100], основанный на формализме матриц плотности. Согласно результатам, представленным в данной работе зональную структуру полупроводника можно учитывать в модифицированной системе уравнений

Максвелла-Блоха с помощью двух параметров: фактора Генри α и выражения $\xi = \xi_r(N) + i\xi_i(N)$, где $\xi_r(N)$ и $\xi_i(N)$ – эффективные скорость затухания и отстройка для макроскопической поляризации, соответственно. Численные значения данных параметров могут быть получены экспериментально путем подгонки измеренных данных для конкретных полупроводников. Уравнение Блоха для матрицы плотности, учитывающее особенности полупроводников будет иметь вид: $\frac{dp}{dt} = -\frac{1+i\delta}{\tau_d} p + \frac{\mu E}{2i\hbar}(n_e + n_p - 1)$, где p – медленно меняющаяся амплитуда недиагонального элемента p_{12} матрицы плотности, τ_d – скорость дефазировки микроскопических диполей, $n_e = \rho_{11}$, $n_h = 1 - \rho_{22}$ – вероятности заселения уровней электронами и дырками, соответственно, μ – дипольный момент. $\delta = (\omega - \omega_0)/\tau_d$ – отстройка от собственной частоты генерации лазера. Интегрирование по состояниям зоны эквивалентно интегрированию по значениям этой отстройки. Состояния 1 и 2 соответствуют электронным Блоховским состояниям в зонах проводимости и валентной зоне, соответственно. Авторами в работе [100] были введены следующие обозначения для усреднения по Блоховским состояниям: $\left\langle \frac{n_e + n_p - 1}{1 + i\delta} \right\rangle = \alpha N$, $\left\langle \frac{p}{1 + i\delta} \right\rangle = \frac{P}{2\mu\xi}$, которые позволяют получить уравнение для поляризации в виде $\frac{dP}{dt} = -\frac{\xi}{\tau_d} P + \frac{\xi\alpha\mu^2 EN}{2i\hbar}$. Основное отличие последнего уравнения от уравнения для поляризации системы (1.4) – это учет параметра α , также в литературе известного как фактор Генри, фактор амплитудно-фазовой связи или фактор увеличения ширины линии. Данный параметр был введен для учета уширения ширины линии при одночастотной лазерной генерации по сравнению со значениями, предсказанными по формуле Шавлова-Таунса [101]. Измерения показали, что для полупроводниковых лазеров значение ширины спектральной линии значительно отличается, от значений, полученных по формуле Шавлова-Таунса. Это несоответствие было объяснено Генри, который в работе [102] показал, что показатель преломления активной

среды меняется при изменении концентрации носителей, вследствие чего резонансная частота меняется при изменении коэффициента усиления среды. Актуальность исследования фактора Генри связана с тем, что он является причиной нежелательной динамики в широкоапертурных полупроводниковых лазерах [30, 103–107].

Отметим, что фактор Генри может также быть выражен, как $\alpha = \frac{\partial[\text{Re}(\chi)] / \partial N}{\partial[\text{Im}(\chi)] / \partial N}$, где χ – восприимчивость среды, а N – плотность инверсии населенности [99]. Величина фактора Генри в основном определяется материалом. Он, в частности, определяет, насколько изменяется показатель преломления n лазерной среды и профиль усиления g с изменением плотности населенностей при разных частотах (рисунок 24). Данный параметр принимает значения от 0 до 1 для твердотельных лазеров и газовых лазеров и от 1 до 10 или даже больше для типичных полупроводниковых лазеров, где влияние фактора Генри становятся очень важными. Так на рисунке 24 продемонстрированы зависимости усиления g и показателя преломления n для атомного лазера (рисунок 24а) и типичного полупроводникового лазера (рисунок 24б). Если резонансная частота Ω резонатора равна частоте атомного перехода ω^a , лазер излучает свет на частоте $\omega_{las} = \omega^a = \Omega$, соответствующая максимуму усиления. Это также точка, где все δn трех кривых для различных N пересекаются друг с другом. Изменение инверсии населенности при ω_{las} не вызывает изменения в δn , что означает, что фактор Генри равен нулю. Для случая лазера класса В частота генерации близка к резонансной частоте резонатора Ω (известный эффект затягивания частоты). Эта точка уже не соответствует максимуму усиления g (что видно из рисунка 24б) и, что более важно, кривые, соответствующие разным значениям инверсии N , не пересекаются друг с другом на ω_{las} . Из рисунка 24б видно, что на любой частоте изменение в инверсии населенности приведет к изменению показателя преломления, что приведет к не нулевому значению фактора Генри α .

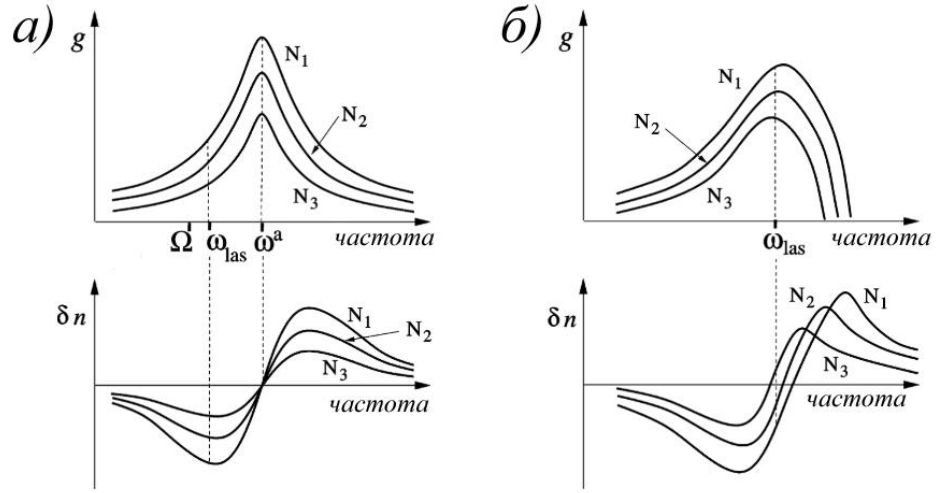


Рисунок 24 – Графики зависимости коэффициента усиления g и изменения показателя преломления δn для а) двух уровневой среды б) полупроводникового лазера при различных значениях инверсии населенности $N_1 > N_2 > N_3$ [99]

С учетом вышесказанного эффективная модель Максвелла-Блоха для безразмерных огибающих электрического поля E , поляризации P и инверсии населённости N , подходящая для описания динамики работы полупроводникового поверхностно-излучающего лазера с вертикальным резонатором, будет иметь вид [85, 108]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial t} &= -\frac{1}{\tau_p}[(1+i\vartheta)E - P - ia\Delta_{\perp}E - E_{inj}], \\ \frac{\partial P}{\partial t} &= -\frac{1}{\tau_d}[\xi_r + i\xi_i][P - 2C(1-i\alpha)NE], \\ \frac{\partial N}{\partial t} &= -\frac{1}{\tau_c}[N - I + \frac{1}{2}(E^*P + P^*E) - d\nabla_{\perp}^2 N].\end{aligned}\tag{1.11}$$

Здесь $\Delta_{\perp}$ – двумерный поперечный Лапласиан, описывающий дифракцию и диффузию носителей в поперечном направлении. Носители в активной области генерируются током накачки I ; τ_d – скорость дефазировки микроскопических диполей; τ_p – время жизни фотона в резонаторе; τ_c – скорость рекомбинации носителей; ϑ – частотная отстройка между частотой генерации и частотой резонатора.

Как уже было сказано, основной методикой для исследования динамики широкоапертурных лазеров является исследование устойчивости режима пространственно-однородной генерации. Тогда, однородное стационарное решение системы уравнений с учетом внешнего оптического излучения (1.11) будет иметь вид:

$$P_s = 2C(1 - i\alpha)N_s E_s, \quad (1.12)$$

$$N_s = \frac{I}{1 + 2C|E_s|^2}, \quad (1.13)$$

$$|E_{inj}|^2 = |E_s|^2 [(2CN_s\alpha + 9)^2 + (1 - 2CN_s)^2]. \quad (1.14)$$

Линейная устойчивость однородного стационарного решения (1.12)-(1.14) анализируется путем изучения реакции системы на малые возмущения вблизи стационарных значений. Будем искать решение в виде:

$$\begin{cases} E = E_s + \delta E_s \exp(\lambda t + i(q_x x + q_y y)), \\ P = P_s + \delta P_s \exp(\lambda t + i(q_x x + q_y y)), \\ N = N_s + \delta N_s \exp(\lambda t + i(q_x x + q_y y)), \end{cases} \quad (1.15)$$

где $\delta E_s, \delta P_s, \delta N_s$ – малые возмущения соответствующих величин, q – двумерный волновой вектор возмущения. Подставляя выражения (1.15) в систему (1.11) получим дисперсионное уравнение, которое является полиномом пятой степени:

$$\lambda^5 + a_4 \lambda^4 + a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0 \quad (1.16)$$

В зависимости от поведения корней характеристического уравнения (1.16) можно определить типы неустойчивостей, которые развиваются в системе (1.11). Обнаружено, что в системе могут развиваться два типа неустойчивостей: неустойчивость Тьюринга и неустойчивость Андронова-Хопфа. В работах [22, 46, 47, 85, 108–110] было показано, что можно определить границы областей неустойчивостей в пространстве стационарных значений поля $|E_s|$ и волновых чисел q . Далее будет описана методика определения границ областей неустойчивостей.

Неустойчивость Тьюринга является стационарной неустойчивостью и определяется условием, что к неустойчивости приводит действительный корень. Это означает, что существуют такие волновые числа, для которых корень дисперсионного уравнения обращается в ноль. Тогда, при подстановке $\lambda = 0$ в дисперсионное уравнение (1.16) было получено, что граница этой неустойчивости определяется выражением $a_0 = 0$.

Неустойчивость Андронова-Хопфа относится к колебательному типу и в свою очередь определяется комплексным корнем вида $\lambda = \Lambda + i\Omega$. Тогда при подстановке $\lambda = i\Omega$ в характеристическое уравнение (1.16) и отделяя действительную часть от мнимой, область неустойчивости Андронова-Хопфа будет определяться выражением $-(a_4 a_1 - a_0)^2 + (a_4 a_3 - a_2)(a_1 a_2 - a_3 a_0) = 0$. В работе [109] построены диаграммы областей неустойчивостей в пространстве однородных стационарных значений поля $|E_s|$ и волновых чисел q и показаны здесь на рисунке 25. Отметим, что неустойчивые области по критерию Рауса-Гурвица [111, 112] находятся внутри областей, ограниченных кривыми.

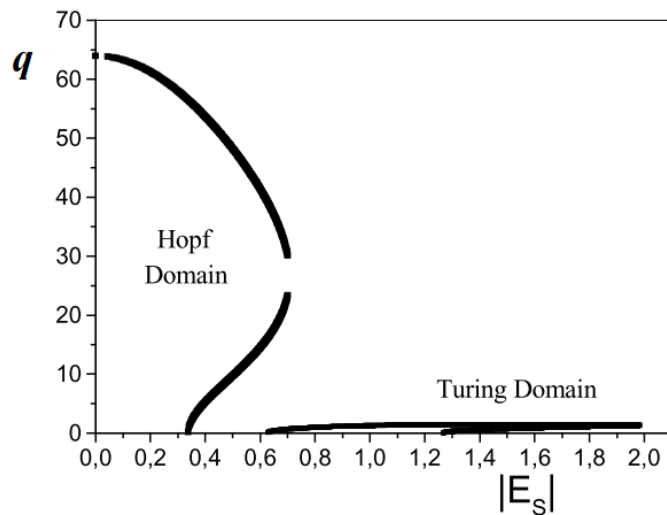


Рисунок 25 – Диаграмма областей неустойчивостей в пространстве волновых чисел q и однородных стационарных значений поля $|E_s|$ из работы [109] для параметров $\vartheta = -2, \alpha = 5, C = 0,45, d = 0,052$

Можно заметить, что уравнения (1.13) и (1.14) не зависят от выражения $\xi = \xi_r + i\xi_i$. Фактически, полученные выше выражения совпадают с теми, которые можно получить из модели (1.11), в которой адиабатически устранена поляризация P [6]. Стандартная процедура для исключения поляризации включает в себя установку равенства нулю производной $\frac{\partial P}{\partial t} = 0$ и замену $P = 2C(1 - i\alpha)NE$ в оставшихся уравнениях. Тогда удобно привести систему уравнений (1.11) к виду [47]:

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial t} = -[1 + i\vartheta + 2C(i\alpha - 1)(N - 1)]E + i\Delta_{\perp}E + E_{inj}, \\ \frac{\partial N}{\partial t} = -\gamma \left[N - I + |E|^2(N - 1) \right] + \gamma d\Delta_{\perp}N, \end{cases} \quad (1.17)$$

В полученной системе (1.17) время t нормировано на время жизни фотона в резонаторе $\tau_p = 2L/vT = 11,7 \text{ нс}$, где $T = 4 \times 10^{-3}$ – коэффициент пропускания зеркал, $v = c/n$, а $n = 3,5$ – коэффициент преломления среды, $L = 2 \text{ мкм}$ – длина полости резонатора. Пространственные координаты (x, y) нормированы на $\sqrt{a} = \sqrt{L\lambda_0/2\pi T} = 4,39 \text{ мкм}$, где $\lambda_0 = 850 \text{ нм}$ – центральная длина волны. Коэффициент диффузии определяется $d = l_D^2/a$, где $l_D = 1 \text{ мкм}$ – характерная длина диффузии. Удобно ввести величину $\gamma = \tau_p/\tau_c$. Обезразмеривание

огигающих проводилось следующим образом: $E = \sqrt{\frac{\epsilon n c \tau_c A}{\hbar \omega}} \tilde{E}$, $N = \frac{\tilde{N}}{\tilde{N}_0}$, $I = \frac{\tilde{I} \tau_c}{e V_a \tilde{N}_0}$, где $\tilde{E}, \tilde{N}, \tilde{I}$ – размерные переменные; V_a – объем активной среды, $\tilde{N}_0$ – плотность носителей, при которых активная среда становится прозрачной. A – коэффициент усиления. Полученная система уравнений (1.17) позволяет описывать динамику широкоапертурных полупроводниковых поверхностно излучающих лазеров с вертикальным резонатором VCSEL.

Для исследования устойчивости генерации VCSEL в настоящей диссертации был выполнен стандартный линейный анализ. В отсутствии внешнего оптического излучения $E_{inj} = 0$ однородное решение системы уравнений (1.17) будет искажаться в виде:

$$\begin{cases} E_s = E_0, \\ N_s = N_0, \\ \mathfrak{D} + \alpha = 0, \end{cases} \quad (1.18)$$

где

$$N_0 = 1 + 1/2C, \quad (1.19)$$

$$E_0 = \sqrt{\frac{I - N_0}{N_0 - 1}} \quad (1.20)$$

В системе (1.18) последнее выражение является следствием затягивания частоты в резонаторе с учетом фактора Генри.

Порог лазерной генерации в системе (1.17) определяется выражением

$$I_p = 1 + 1/2C. \quad (1.21)$$

Линейная устойчивость однородного стационарного решения (1.19), (1.20) анализируется путем изучения реакции системы на малые возмущения вблизи стационарных значений. Допустим, что

$$\begin{cases} E = E_0 + \delta E_0 \exp(\lambda t + i(q_x x + q_y y)), \\ N = N_0 + \delta N_0 \exp(\lambda t + i(q_x x + q_y y)), \end{cases} \quad (1.22)$$

где $\delta E_0, \delta N_0$ – малые возмущения соответствующих величин, q – двумерный волновой вектор возмущения. Подставляя выражения (1.22) в систему (1.17) получим следующее дисперсионное уравнение:

$$\lambda^3 + b_2 \lambda^2 + b_1 \lambda + b_0 = 0, \quad (1.23)$$

где

$$\begin{aligned}
b_2 &= 2(1 - 2C(N_0 - 1)) + \gamma(1 + |E_0|^2 + dq^2), \\
b_1 &= (1 - 2C(N_0 - 1))^2 + 2\gamma(1 + |E_0|^2 + dq^2)(1 - 2C(N_0 - 1)) + \\
&\quad + (\vartheta + q^2 + 2C\alpha(N_0 - 1))^2 + \gamma(N_0 - 1)4C|E_0|^2, \\
b_0 &= \gamma[(1 - 2C(N_0 - 1))^2 + (\vartheta + 2C\alpha(N_0 - 1) + q^2)^2](1 + |E_0|^2 + dq^2) - \\
&\quad - 4C\gamma|E_0|^2(N_0 - 1)[(\vartheta + 2C\alpha(N_0 - 1) + q^2)\alpha - (1 - 2C(N_0 - 1))].
\end{aligned}$$

Аналогично описанной ранее процедуре определения областей неустойчивостей было получено, что для системы (1.17) область неустойчивости Тьюринга ограничена выражением $b_0 = 0$, а область неустойчивости Андронова-Хопфа $-b_2b_1 + b_0 = 0$. Отметим, что аналогично по критерию Рауса-Гурвица неустойчивые области находятся внутри указанных кривых [111, 112].

Полученное выражение $b_0 = 0$ для неустойчивости Тьюринга эквивалентно кубическому уравнению:

$$d(q^2)^3 + c_2(q^2)^2 + c_1q^2 + c_0 = 0, \quad (1.24)$$

где

$$\begin{aligned}
c_2 &= 1 + |E_0|^2 + 2d(\vartheta + 2C\alpha(N_0 - 1)), \\
c_1 &= d[(1 - 2C(N_0 - 1))^2 + (\vartheta + 2C\alpha(N_0 - 1))^2] + \\
&\quad + 2(1 + |E_0|^2)(\vartheta + 2C\alpha(N_0 - 1)) - 4C\alpha|E_0|^2(N_0 - 1), \\
c_0 &= (1 + |E_0|^2)[(1 - 2C(N_0 - 1))^2 + (\vartheta + 2C\alpha(N_0 - 1))^2] + \\
&\quad + 4C|E_0|^2(N_0 - 1)[(1 - 2C(N_0 - 1)) - \alpha(\vartheta + 2C\alpha(N_0 - 1))].
\end{aligned}$$

Как было показано в разделе 1.1.2 для неустойчивости плоской волны характерно, что максимальный инкремент нарастания соответствует волновому числу $q = 0$. Тогда накладывая последнее условие на выражение (1.24) для неустойчивости Тьюринга получим, что область неустойчивости плоской волны (НПВ) будет находиться внутри кривой $c_0 = 0$.

Для системы уравнений с исключенной поляризацией (1.17) области неустойчивости продемонстрированы на следующем рисунке 26, для параметров из работы [109]. Полученная область неустойчивости Тьюринга для системы с

исключенной поляризацией (1.17) полностью совпадает с диаграммой, показанной в работе [109] для случая системы трёх уравнений (1.11) с поляризацией.

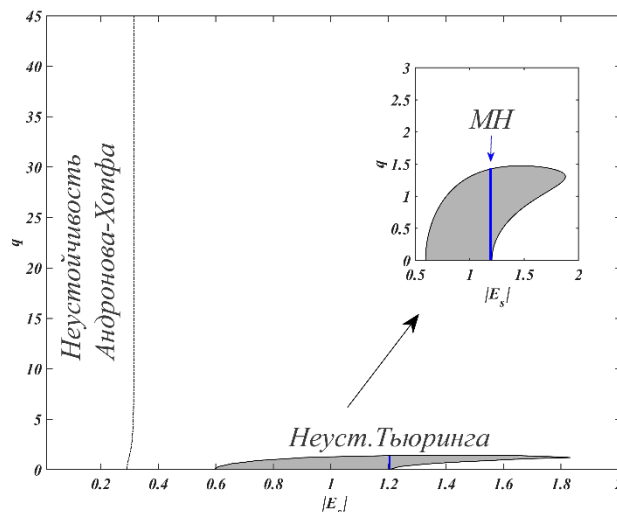


Рисунок 26 – Области неустойчивости Андронова-Хопфа и Тьюринга для параметров системы $\mathfrak{G} = -2, \alpha = 5, C = 0,45, d = 0,052$ из работы [109]

Из рисунка 25, полученного в работе [109] и рисунка 26 представленного в настоящей диссертации видно, что исключение поляризации не влияет на область неустойчивости Тьюринга. В тоже время, можно заметить, что волновые числа для неустойчивости Андронова-Хопфа нефизичны, так как область неустойчивости уходит в бесконечность, что связано с исключенной поляризацией. Кроме того, можно заметить, что модуляционная неустойчивость (МН) будет соответствовать однородному стационарному значению $|E_0| \approx 1,2$ и отмечена на рисунке 26 синей линией, так как является частным случаем неустойчивости Тьюринга.

Таким образом, в настоящей диссертации показано, что адиабатическое исключение поляризации не влияет на область неустойчивости Тьюринга, что позволяет использовать систему из двух уравнений (1.17) для исследования вопросов подавления модуляционной неустойчивости в широкоапертурных VCSEL.

При добавлении внешнего оптического излучения в систему (1.17) однородное стационарное решение принимает неявный вид и зависит от амплитуды E_{inj} :

$$\begin{cases} |E_{inj}|^2 = |E_s|^2 \left[\left(\vartheta + 2C\alpha(N_s - 1) \right)^2 + \left(1 - 2C(N_s - 1) \right)^2 \right], \\ N_s = \frac{I + |E_s|^2}{|E_s|^2 + 1}, \\ \vartheta + \alpha = \delta_i, \end{cases} \quad (1.25)$$

где δ_i - частотная отстройка между собственной частотой лазерной генерации и инжектируемым излучением.

Для полученного нового стационарного решения (1.25) характеристическое уравнение (1.23) по-прежнему остается кубическим, но коэффициенты b_i будут зависеть теперь от N_s, E_s вместо N_0, E_0 , которые определяются (1.19) и (1.20). При этом в случае $\vartheta + \alpha = 0$ внешнее излучение находится в резонансе с собственной частотой лазерной генерации [113, 114].

Предыдущие работы [22, 46, 47] по системе (1.11) и (1.17) проводились ниже порога лазерной генерации, поэтому для получения излучения необходимо было учитывать внешнюю инжекцию. Данное ограничение использовалось для получения оптических солитонов и пространственных паттернов, а также позволяло исключить развитие неустойчивостей, характерных для поверхностно излучающих широкоапертурных лазеров при токе накачки выше порога лазерной генерации.

В результатах представленной в настоящей диссертации значение тока накачки будет устанавливаться выше порога генерации лазера, что позволяет исследовать неустойчивости, возникающие в VCSEL и рассмотреть исключительно вопросы стабилизации внешним оптическим пучком.

1.4 Методика численного моделирования

В настоящем разделе будут описаны, численные методы решения систем уравнений с частными производными, которые были использованы для решения поставленных задач диссертационного исследования.

Представленные в предыдущих разделах системы уравнений (1.4) и (1.17) относятся к параболическому типу. В одномерном по пространству случае уравнения параболического типа имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = f(u) + D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial w}{\partial t} = f(w) + D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \end{cases} \quad 0 < x < l, t > 0 \quad (1.26)$$

Для решения системы уравнений (1.26) построим численную схему. Для этого нанесем на пространственно-временную область $0 < x < l, 0 < t < T$ конечно-разностную сетку $\omega_{th} = \{x_j = jh, j = \overline{0, N}, t^k = k\tau, k = \overline{0, K}\}$ с пространственным шагом $h = l/N$ и шагом по времени $\tau = T/K$.

Введем два временных слоя: нижний $t^k = k\tau$, на котором распределение искомой функции $u(x_j, t^k), j = \overline{0, N}$ и верхний временной слой $t^{k+1} = (k+1)\tau$, на котором распределение искомой функции $u(x_j, t^{k+1}), j = \overline{0, N}$ подлежит определению. Тогда сеточной функцией будем считать $u_j^k = u(x_j, t^k)$. На введенной сетке u_j^k будет известна, а u_j^{k+1} подлежит определению. Для ее определения аппроксимируем дифференциальные операторы отношением конечных разностей:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_j^k &= \frac{u_j^{k+1} - u_j^k}{\tau} + O(\tau) \\ \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_j^k &= \frac{u_{j+1}^k - 2u_j^k + u_{j-1}^k}{h^2} + O(h^2) \end{aligned} \quad (1.27)$$

Подставляя полученные выражения в систему, получим явную конечно-разностную схему:

$$\frac{u_j^{k+1} - u_j^k}{\tau} = f(u_j^k) + D \frac{u_{j+1}^k - 2u_j^k + u_{j-1}^k}{h^2} + O(\tau + h^2), \quad (1.28)$$

$$j = \overline{1, N-1}, k = \overline{0, K-1}$$

Если дифференциальный оператор по пространственной переменной аппроксимировать отношением конечных разностей на верхнем временном слое:

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_j^{k+1} = \frac{u_{j+1}^{k+1} - 2u_j^{k+1} + u_{j-1}^{k+1}}{h^2} + O(h^2), \quad (1.29)$$

то после подстановки в систему уравнений получим неявную конечно-разностную схему:

$$\frac{u_j^{k+1} - u_j^k}{\tau} = f(u_j^k) + D \frac{u_{j+1}^{k+1} - 2u_j^{k+1} + u_{j-1}^{k+1}}{h^2} + O(\tau + h^2) \quad (1.30)$$

$$j = \overline{1, N-1}, k = \overline{0, K-1}$$

Записанная явная конечно-разностная схема обладает тем достоинством, что решение на верхнем временном слое получается без решения СЛАУ по значениям сеточных функций на нижнем временном слое t^{k+1} , где решение известно, так как при $k=0$ значения сеточной функции формируются из начального условия. Но эта же схема обладает существенным недостатком, поскольку она является условно устойчивой. С другой стороны, использование неявной конечно-разностной схемы приводит к необходимости решать СЛАУ, но данная схема обладает абсолютной устойчивостью.

В связи с этим удобно использовать более точную неявно-явную конечно-разностную схему с весами:

$$\frac{u_j^{k+1} - u_j^k}{\tau} = f(u_j^k) + \theta D \frac{u_{j+1}^{k+1} - 2u_j^{k+1} + u_{j-1}^{k+1}}{h^2} +$$

$$+(1-\theta) D \frac{u_{j+1}^k - 2u_j^k + u_{j-1}^k}{h^2}, \quad (1.31)$$

где θ – вес неявной части конечно-разностной схемы, $(1-\theta)$ – вес для явной части, причем $0 \leq \theta \leq 1$. При $\theta=1$ имеем полностью неявную схему, при $\theta=0$ – полностью явную схему, и при $\theta=1/2$ – схему Кранка-Николсона [115].

Таким образом, схема Кранка-Николсона при $\theta=1/2$ абсолютно устойчива и имеет второй порядок аппроксимации по времени и пространственной переменной x . Перепишем выражение (1.31) в виде:

$$\begin{aligned} -\frac{1\tau}{2h^2}u_{j+1}^{k+1} + (1-\frac{\tau}{h^2})u_j^{k+1} - \frac{1\tau}{2h^2}u_{j-1}^{k+1} = \\ = u_j^k + \tau f(u_j^k) + \tau \frac{1}{2} D \frac{u_{j+1}^k - 2u_j^k + u_{j-1}^k}{h^2}. \end{aligned} \quad (1.32)$$

В результате получаем СЛАУ вида $Ax=B$, где A – трехдиагональная матрица, а B содержит правую часть уравнения (1.32) СЛАУ может быть решена встроенной функцией «`linsolve`» математического пакета Matlab.

В качестве начальных условий будет использоваться однородное стационарное решение системы уравнений с добавлением Гауссова шума малой амплитуды, то есть $u_j^0 = u_0 + G, j = \overline{0, N}$. Генерирование шума малой амплитуды осуществлялось встроенной функцией «`randn`» математического пакета Matlab, которая создаёт массив случайных величин, распределенных по нормальному закону с математическим ожиданием 0 и среднеквадратическим отклонением 1.

В качестве граничных условий будем использовать периодический граничные условия, которые предполагают $u_0^k = u_N^k, k = \overline{0, K}$. Такие условия позволяют рассматривать пространство как бесконечное, что позволяет моделировать динамику широкоапертурных лазеров. Последнее утверждение применимо, так как в случае лазеров с большим числом Френеля нелинейность активной среды играет решающую роль в развитии нерегулярной динамики, а не форма резонатора.

Корректность построенных численных схем подтверждалась сравнением с численными решениями системы дифференциальных уравнений модели Максвелла-Блоха, полученными другими численными методами. В работе [116]

были проведены расчеты для «переключательного» режима в системе Максвелла-Блоха, который наблюдается в области неустойчивости Андронова-Хопфа при параметрах $\sigma = 0,01$, $\gamma = 0,2$, $\delta = -3$, $r = 25$. Динамика, соответствующая «переключательному» режиму, полученная с использованием модифицированного метода Пикара (псевдоспектральный метод) в работе [116], представлена на рисунке 27. На рисунке 28 показана временная зависимость интенсивности, численно полученная с помощью схемы Кранка-Николсона для тех же параметров системы Максвелла-Блоха. При сравнении рисунков видно, что получена аналогичная динамика.

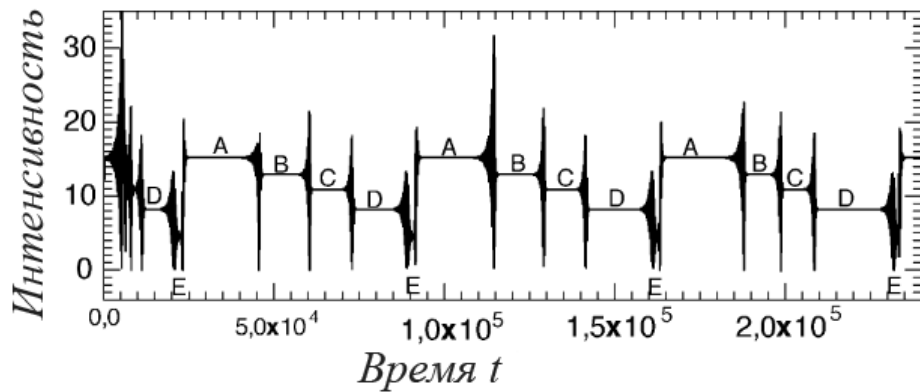


Рисунок 27 – Переключательный режим, рассчитанный с помощью численного метода Пикара при параметрах $\sigma = 0,01$, $\gamma = 0,2$, $\delta = -3$, $r = 25$

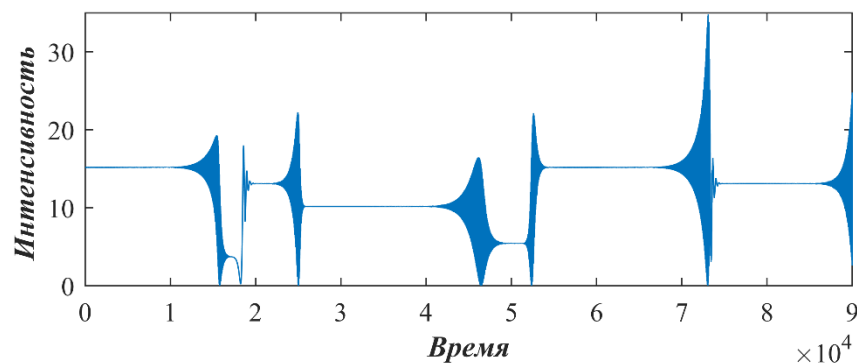


Рисунок 28 – Переключательный режим, рассчитанный с помощью схемы Кранка-Николсона при параметрах $\sigma = 0,01$, $\gamma = 0,2$, $\delta = -3$, $r = 25$

На рисунке 29 показана временная зависимость интенсивности, демонстрирующая формирование паттерна в результате параметрической неустойчивости Фарадея, построенная с помощью Фурье-метода расщепления по физическим факторам (split-step Fourier method-SSFM) из работы [16]. На рисунке 30 получена аналогичная динамика с помощью схемы Кранка-Николсона. Образующаяся структура осциллирует с частотой $\Omega/2$, где Ω частота модуляции параметра накачки.

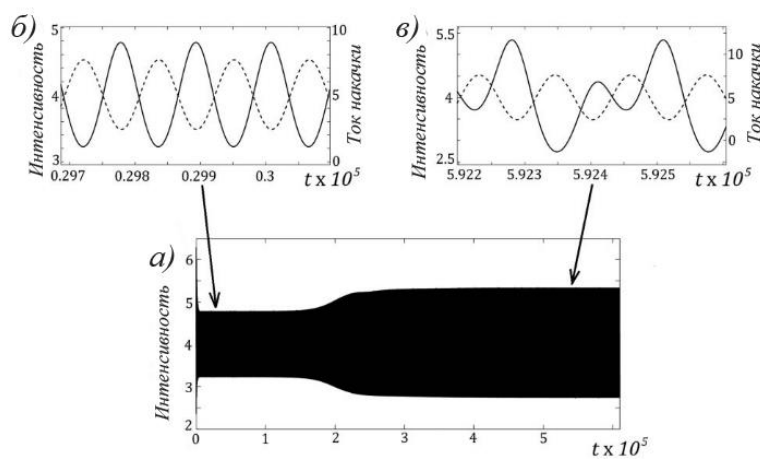


Рисунок 29 – Временная зависимость интенсивности (а)-(в), демонстрирующая переход от осцилляций квазиоднородного пространственного профиля к «страйп» паттерну для параметров $\sigma = 0,1, \gamma = 0,001, a = 0,0001, r_0 = 5, \delta = -0,25$ из работы [16] с глубиной модуляции $m = 0,52$ и частотой $\Omega = 2\omega_{rel}$, полученная с использованием SSFM метода. Сплошной линией показана интенсивность излучения. Пунктирная линия соответствует профилю тока накачки

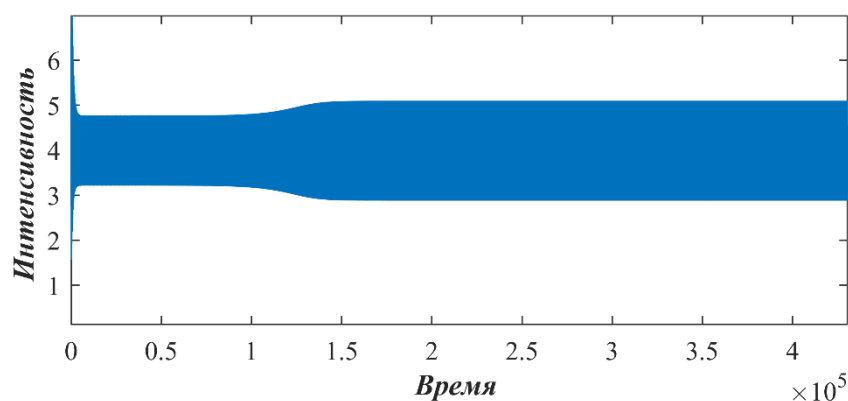


Рисунок 30 – Временная зависимость интенсивности, демонстрирующая формирование «страйп» паттерна для параметров $\sigma = 0,1, \gamma = 0,001, a = 0,0001, r_0 = 5, \delta = -0,25$ с глубиной модуляции $m = 0,52$ и частотой $\Omega = 2\omega_{rel}$, полученная с использованием неявной схемы Кранка-Николсона

Указанные выше «псевдоспектральный» метод и метод расщепления по физическим факторам (SSFM) основаны на использовании быстрого преобразования Фурье, поэтому предполагают использование только периодических граничных условий [117, 118]. Кроме того, их применение оправдано только для однородных задач, когда коэффициенты в уравнениях не зависят от пространственных координат. Важным разделом данной диссертационной работы является исследование пространственно-временной динамики лазера с инжекцией внешнего оптического излучения на конечной апертуре. Эта задача предполагает зависимость параметра накачки и амплитуды инжектируемого излучения от пространственных координат (x, y) . Таким образом, для данного диссертационного исследования был выбран более универсальный неявный конечно-разностный метод Кранка-Николсона.

Далее рассмотрим двумерную задачу для системы двух уравнений в частных производных параболического типа в общем виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = f(u, w) + D\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right), \\ \frac{\partial w}{\partial t} = f(u, w) + D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right). \end{cases} \quad (1.33)$$

Для решения систем такого вида удобно использовать метод переменных направлений [115]. Особенность данного метода — это использование вспомогательного временного слоя.

Нанесем на пространственно-временную область $0 < x < l, 0 < y < l, 0 < t < T$ конечно-разностную сетку: $\omega_{th} = \{x_n = nh_x, n = \overline{0, N}, y_m = mh_y, m = \overline{0, N}, t^k = k\tau, k = \overline{0, K}\}$ с пространственным шагом $h_x = h_y = l/N$ и шагом по времени $\tau = T/K$.

Заменяем операторы $\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ их разностными аналогами:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{u_{n+1,m} - 2u_{n,m} + u_{n-1,m}}{h_x^2}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{u_{n,m+1} - 2u_{n,m} + u_{n,m-1}}{h_y^2}.\end{aligned}\tag{1.34}$$

Будем осуществлять переход со слоя k на слой $k+1$ в два этапа. Введем вспомогательный промежуточный слой, который условно обозначим $k+1/2$. Пусть значения на слое k уже известны, так как на самом первом шаге значения искомой функции известны из начального условия. Перейдем на вспомогательный слой $k+1/2$, используя неявную схему по переменной x и явную по переменной y , то есть, заменяя выражения $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ его разностным аналогом, взятым на новом слое $k+1/2$, а выражение $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$ заменим разностным аналогом, взятым на слое k . При этом функцию $f(u, w)$ в правой части уравнения аппроксимируем на полуцелом слое. В результате придем к разностному уравнению:

$$\begin{aligned}\frac{u_{n,m}^{k+1/2} - u_{n,m}^k}{0.5\tau} &= f(u_{m,n}^{k+1/2}) + \frac{(u_{n+1,m}^{k+1/2} - 2u_{n,m}^{k+1/2} + u_{n-1,m}^{k+1/2})}{h_x^2} + \\ &+ \frac{(u_{n,m+1}^k - 2u_{n,m}^k + u_{n,m-1}^k)}{h_y^2}.\end{aligned}\tag{1.35}$$

Рассмотрим теперь переход со слоя $k + 1/2$ на новый целый слой $k + 1$. Будем осуществлять этот переход по явной схеме по направлению x и по неявной по направлению y . В результате придем к следующей системе:

$$\begin{aligned} \frac{u_{n,m}^{k+1} - u_{n,m}^{k+1/2}}{0.5\tau} = & f(u_{m,n}^{k+1/2}) + \frac{(u_{n+1,m}^{k+1/2} - 2u_{n,m}^{k+1/2} + u_{n-1,m}^{k+1/2})}{h_x^2} + \\ & + \frac{(u_{n,m+1}^{k+1} - 2u_{n,m}^{k+1} + u_{n,m-1}^{k+1})}{h_y^2}. \end{aligned} \quad (1.36)$$

Полученные СЛАУ решались численно.

Численные схемы были реализованы в виде программных пакетов, получивших свидетельства о регистрации программы ЭВМ [119, 120].

1.5 Основные результаты первой главы

Таким образом, в первой главе приведен обзор теоретических и экспериментальных работ, в которых продемонстрировано, что динамика широкоапертурных лазеров естественным образом подвержена пространственно-временным неустойчивостям. Развитие пространственно-временных неустойчивостей связано с вовлечением в динамику большого числа поперечным мод в широкоапертурных лазерах. Описаны основные типы пространственно-временных неустойчивостей, возникающих в широкоапертурных лазерах, подавление которых с помощью внешнего оптического излучения будет исследоваться во 2 и 3 главах.

Динамика широкоапертурного полупроводникового лазера класса В с малым фактором Генри описывается моделью Максвелла-Блоха. Линейный анализ устойчивости режима пространственно-однородной генерации подтверждает развитие неустойчивости Андронова-Хопфа (волновой) в такой системе. Для стабилизации динамики широкоапертурного лазера класса В в систему Максвелла-Блоха добавляется нерезонансное внешнее оптическое излучение. Показано, что интенсивность, соответствующая режиму

пространственно-однородной продольной генерации, с учетом инжектируемого излучения будет определяться неявным выражением и зависеть от амплитуды внешнего излучения и частотной отстройки между генерируемым и инжектируемым излучением.

Для описания динамики полупроводниковых VCSEL с большим фактором Генри вводится эффективная модель Максвелла-Блоха, учитывающая особенности полупроводниковых сред. В широкоапертурном VCSEL класса В может развиваться два типа неустойчивостей: неустойчивость Тьюринга и Андронова-Хопфа (волновая). Показано, что можно провести процедуру адиабатического исключения поляризации, что позволяет упростить аналитическое и численное исследование системы уравнений. Продемонстрировано, что исключение поляризации не влияет на область неустойчивости Тьюринга, что позволяет рассматривать систему двух уравнений для исследования вопросов стабилизации динамики широкоапертурного VCSEL.

Глава 2 Стабилизация внешней оптической инжекцией оптического поля широкоапертурного лазера класса В

Вторая глава посвящена вопросам стабилизации динамики широкоапертурных лазеров класса В с помощью дополнительного нерезонансного внешнего оптического излучения. Известно, что в отсутствии внешнего оптического излучения в системе широкоапертурного лазера класса В развивается неустойчивость Андронова-Хопфа (волновая неустойчивость), которая приводит к хаотической пространственно-временной динамике лазера и филаментации излучения в поперечном профиле пучка. В разделе 2.1 исследуется эффективность нерезонансной внешней оптической инжекции для подавления данного типа неустойчивости. В разделе 2.2 в систему уравнений Максвелла-Блоха вводится модуляция параметра тока накачки, что приводит к развитию неустойчивости Фарадея (параметрической неустойчивости). Демонстрируется, что неустойчивость Фарадея может приводить как к формированию поперечных структур, так и к нерегулярной динамике. Проверяется эффективность метода внешней оптической инжекции для подавления неустойчивости Фарадея. В разделе 2.3 исследуются вопросы стабилизации динамики для параметров системы, при которых развивается как неустойчивость Андронова-Хопфа, так и неустойчивость Фарадея. Рассматривается возможность и условия стабилизации нерезонансным внешним оптическим излучением.

Основные результаты главы опубликованы в работах [92–94, 96, 121–125].

2.1 Подавление оптической неустойчивости Андронова-Хопфа в широкоапертурных лазерах класса В с помощью внешней оптической инжекции

Чтобы исследовать механизм стабилизации оптических неустойчивостей широкоапертурных лазеров класса В будем использовать модель Максвелла-

Блоха, которая описывается системой уравнений (1.4). Для определенности будут приняты следующие значения релаксационных констант $\gamma_{\perp} \approx 10^{13} \text{с}^{-1}$, $k \approx 2.5 \cdot 10^{11} \text{с}^{-1}$, $\gamma_{\parallel} \approx 5 \cdot 10^9 \text{с}^{-1}$ характерных для полупроводниковых лазеров, тогда безразмерные параметры модели (1.4) равны $\sigma = 0,025$ и $\gamma = 5 \cdot 10^{-5}$ [8, 126]. При выборе характерного пространственного размера $d = 10 \text{мкм}$ дифракционный параметр равен $a = 10^{-4}$.

Исследуем влияние частотной отстройки θ между генерируемым и инжектируемым излучением на эффективность подавления неустойчивых поперечных мод методом оптической инъекции. На рисунке 31а построена бифуркационная диаграмма, где серым цветом показана область параметров инжектируемого сигнала, при которых происходит эффективное подавление неустойчивых поперечных мод, и режим пространственно-однородной приосевой генерации становится устойчив. На рисунках 31б, 31в показан вид мгновенного распределения интенсивности при параметрах, соответствующих точкам 1 и 2 бифуркационной диаграммы рисунка 31а, соответственно.

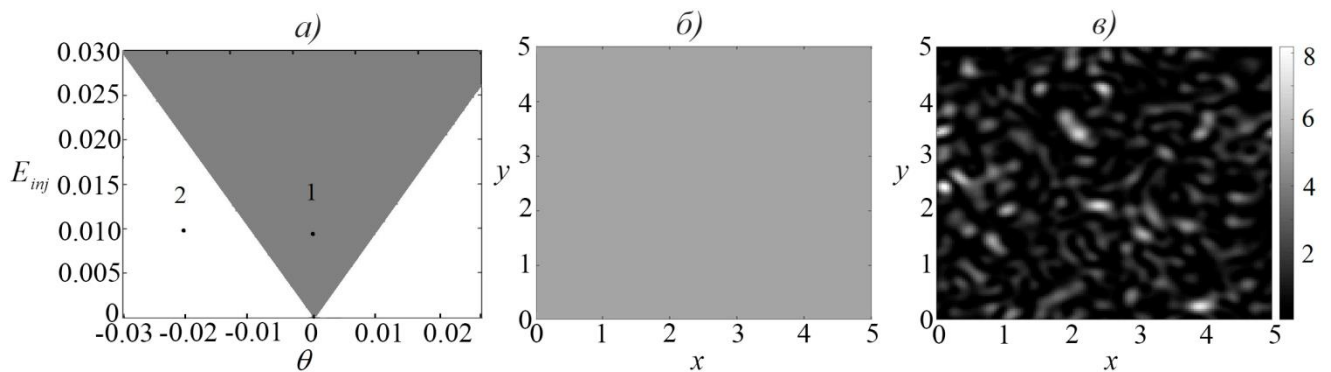


Рисунок 31 – а) Бифуркационная диаграмма (диаграмма устойчивости) для случая с параметрами $\sigma = 0,025$, $\gamma = 5 \cdot 10^{-5}$, $a = 10^{-4}$, $r = 2$, $\delta = -0,15$; б) мгновенное распределение интенсивности при $E_{inj} = 0,01$ и отстройке $\theta = 0$ (точка 1) в) мгновенное распределение интенсивности при $E_{inj} = 0,01$ и отстройке $\theta = -0,02$ (точка 2)

На основе построенной бифуркационной диаграммы рисунка 31а легко видеть, что в случае резонансной инъекции для стабилизации динамики лазера достаточно даже малого значения амплитуды инжектируемого излучения, по сравнению с генерируемым. Например, для параметров $\sigma = 0,025$, $\gamma = 5 \cdot 10^{-5}$, $a = 10^{-4}$, $r = 2$, $\delta = -0,15$, $\theta = 0$ для стабилизации достаточно интенсивности инжектируемого излучения равного $|E_{inj}|^2 = 0,0001$, что гораздо меньше генерируемого лазером излучения $|E_{st}|^2 = 0,988$ [93].

Кроме того, с помощью бифуркационной диаграммы было установлено, что частотная отстройка между частотой генерируемого и инжектируемого излучения не разрушает обнаруженный эффект стабилизации оптического поля, а лишь вводит порог на уровень инъекции (граница серой области на рисунке 31а), выше которого наблюдается стабилизация динамики системы. Видно, что увеличение отстройки приводит к увеличению порогового значения оптической инъекции. При этом легко видеть, что величина порога с достаточно высокой точностью может быть аппроксимирована линейной зависимостью. Сам механизм стабилизации лазерного излучения заключается в том, что фундаментальная поперечная мода выигрывает конкуренцию у поперечных оптических мод высшего порядка, это и является основным механизмом подавления поперечных оптических неустойчивостей с помощью инъекции.

На основе полученных результатов можно сделать вывод, что нерезонансная инъекция внешнего излучения наравне с резонансной инъекцией может применяться для подавления оптической неустойчивости Андронова-Хопфа в широкоапертурных лазерах и наличие отстройки лишь вводит ограничение на пороговое значение инъекции, при превышении которого достигается стабилизация.

В следующем разделе будет рассматриваться подавление неустойчивости Фарадея в области параметров широкоапертурных лазеров, для которых неустойчивость Андронова-Хопфа не развивается.

2.2 Подавление оптической неустойчивости Фарадея в широкоапертурных лазерах класса В с помощью внешней оптической инжекции

В данном разделе рассматриваются вопросы, связанные с возникновением поперечных неустойчивостей, вызванных периодической модуляцией уровня накачки. Для передачи полезного сигнала удобно использовать модуляцию тока накачки в виде гармонической функции $r(t) = r_0(1 + m \cdot \cos(\Omega t))$, где m - глубина модуляции, Ω - частота модуляции, r_0 - амплитуда. В работе [16] было показано, что модуляция параметра тока накачки в указанном выше виде приводит к развитию в системе широкоапертурного лазера класса В оптической неустойчивости Фарадея и формированию характерных стационарных оптических паттернов (рисунки 14 и 29) при параметрах полупроводниковых лазеров $\sigma = 0,1$, $\gamma = 0,001$, $a = 0,0001$. Рассмотрим в данном разделе именно этот набор параметров. Как и ранее, начнем с описания поведения лазерной системы (1.4) в случае отсутствия внешней инжекции.

Для случая без модуляции тока накачки $r(t) = r_0$ для выбранных параметров была построена бифуркационная диаграмма на рисунке 32а, на которой серым цветом отмечена область развития неустойчивости Андронова-Хопфа. Как уже было сказано неустойчивость Андронова-Хопфа приводит к динамике, характеризующейся нерегулярными изменениями интенсивности излучения, как во времени, так и в поперечном профиле выходного пучка.

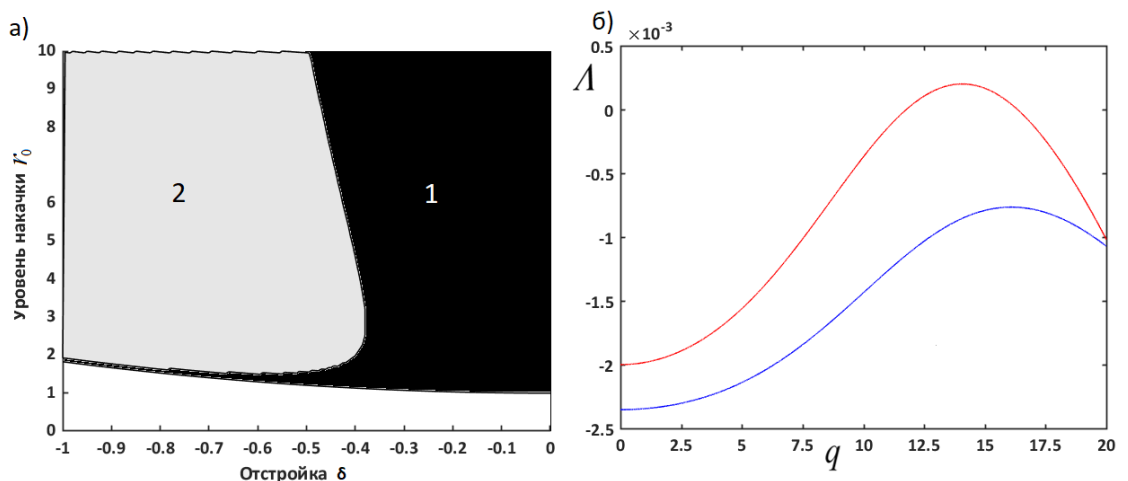


Рисунок 32 – а) Бифуркационная диаграмма (диаграмма устойчивости) при параметрах $\sigma = 0,1$, $\gamma = 0,001$, $a = 0,0001$; б) дисперсионные кривые для тех же параметров при $r_0 = 5$ и $\delta = -0,5$ – для красных кривых, $\delta = -0,25$ и $r_0 = 5$ – для синих кривых. Область устойчивой стационарной однородной генерации отмечена цифрой 1. В области 2 – развивается волновая неустойчивость Андронова-Хопфа.

Для демонстрации развития оптической неустойчивости Фарадея выберем параметры тока накачки r_0 и отстройки δ из области 1 рисунка 32а, для которых построена синяя дисперсионная кривая, показанная на рисунке 32б, и при которых исключено спонтанное возникновение пространственно-временных структур в результате развития неустойчивости Андронова-Хопфа.

Для исследования устойчивости периодических пространственно-однородных колебаний, вызванных модуляцией тока накачки, используется метод Флоке [127]. Для этого рассматривается эволюция малого возмущения некоторой пространственной моды, используя для этого достаточно длинную реализацию аттрактора системы. Этот подход позволяет рассчитать показатели Флоке для каждого такого возмущения. Показатели Флоке представляют собой инкременты этих возмущений. Колебания амплитуды лазерного излучения устойчивы, если показатели Флоке для всех пространственных мод оказываются отрицательными. Положительные показатели определяют спектр (область волновых векторов q) неустойчивых пространственных мод.

В работе [16] с помощью анализа Флоке были построены бифуркационные границы областей параметров на плоскости $(\Omega/\Omega_{rel}, m)$, при которых возникает неустойчивость Фарадея (рисунок 33).

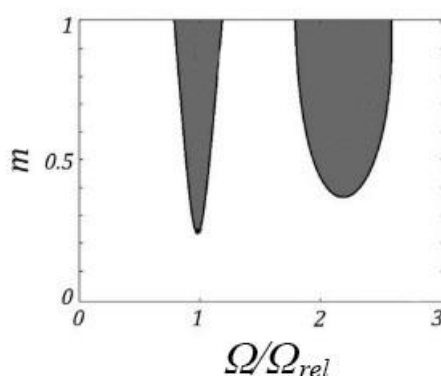


Рисунок 33 – Бифуркационная диаграмма границ областей неустойчивостей (области, окрашенные серым цветом), полученная в работе [16] при параметрах $\sigma = 0,1$, $\gamma = 0,001$, $a = 0,0001$ для различных значений глубины модуляции m и частоты модуляции Ω/Ω_{rel}

Обнаружено, что модуляция параметра накачки может приводить к возбуждению пространственно-временных структур, если частота модуляции Ω близка к частоте релаксационных колебаний $\Omega_{rel} = \sqrt{2\sigma\gamma|E_{st}|^2 / D_{st}}$ (резонанс 1:1) или её удвоенному значению (резонанс 2:1). Так вблизи порога неустойчивости Фарадея формируются упорядоченные пространственно-временные структуры интенсивности: при резонансе 2:1 формируются полосы, осциллирующие с частотой $\Omega/2$ (рисунок 34а), а при резонансе 1:1 гексагоны, осциллирующие с частотой модуляции накачки Ω (рисунок 34б).

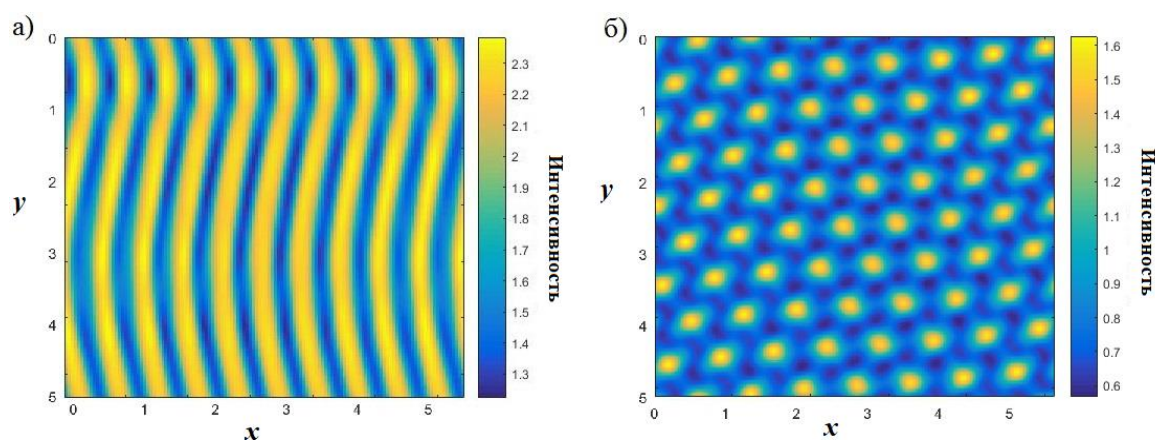


Рисунок 34 – Пространственно-временные структуры интенсивности, формирующиеся в результате оптической неустойчивости Фарадея при

параметрах $\sigma = 0,1$, $\gamma = 0,001$, $a = 0,0001$, $\delta = -0,25$, $r_0 = 5$: а) полосы при резонансе 2:1 ($m = 0,38$ и $\Omega = 2\Omega_{rel}$) б) гексагоны при резонансе 1:1 ($m = 0,3$ и $\Omega = \Omega_{rel}$)

При увеличении глубины модуляции m наблюдается переход лазера в режим пространственно-временного хаоса, что продемонстрировано на рисунках 35 (динамика, обозначенная черным цветом) и 36. Для расчета использовались вышеупомянутые параметры системы из области 1 рисунка 32а.

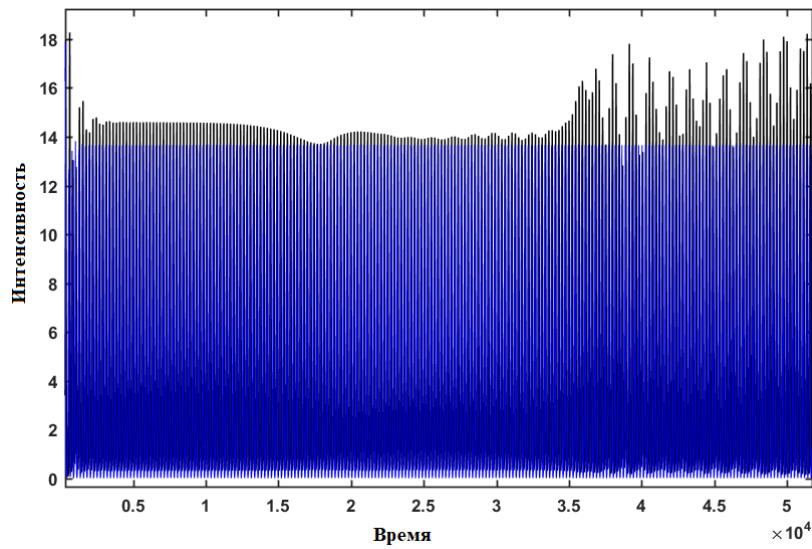


Рисунок 35 – Временная зависимость интенсивности в центре лазерной апертуры при параметрах $\sigma = 0,1$, $\gamma = 0,001$, $a = 0,0001$, $\delta = -0,25$, $r_0 = 5$, $m = 0,5$, $\Omega = \Omega_{rel}$ при $E_{inj} = 0$ – черным цветом и при $E_{inj} = 0,02$ – синим цветом

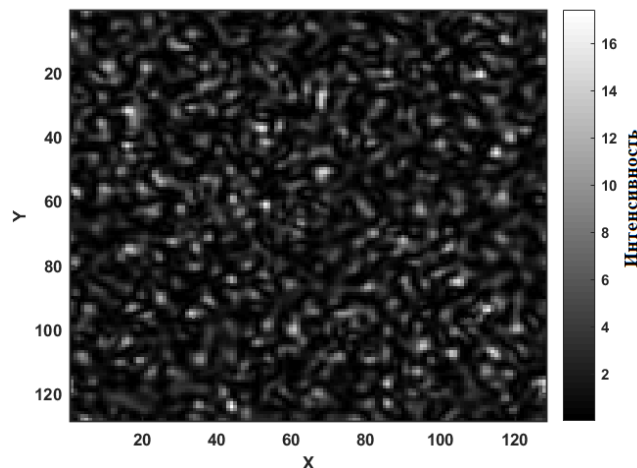


Рисунок 36 – Пространственный профиль интенсивности при параметрах $\sigma = 0,1$, $\gamma = 0,001$, $a = 0,0001$, $\delta = -0,25$, $r_0 = 5$, $m = 0,5$, $\Omega = \Omega_{rel}$

Теперь покажем возможность стабилизации оптической неустойчивости Фарадея путем введения в систему дополнительной внешней инъекции малой амплитуды.

На рисунке 35 синим цветом показана динамика оптического поля для случая, когда в систему добавлена резонансная оптическая инъекция с амплитудой $E_{inj} = 0,02$. Как можно видеть, введение в систему оптической инъекции, позволяет полностью устранить поперечную неустойчивость и получить периодические колебания однородной амплитуды лазерного излучения.

Для демонстрации влияния оптической инъекции на лазерную систему проанализируем поведение показателей Флоке при наличии и отсутствии инъекции. На рисунке 37 показаны дисперсионные кривые для случая лазерной системы (1.4) с внешней инъекцией и без, при значениях m отличных от нуля. Видно, что в отсутствие инъекции $E_{inj} = 0$ (красные кривые) существует область волновых чисел с положительным старшим показателем Флоке, что приводит к формированию пространственно-временных оптических структур (рисунок 34), характерный размер которых определяется положением максимума дисперсионных кривых. Уже при слабой инъекции $E_{inj} = 0,02$ (синие кривые) значения показателей Флоке отрицательны для всех значений поперечных волновых векторов q , то есть возмущения с любым волновым числом поперечной моды затухают, и режим приосевой пространственно-однородной генерации оказывается устойчив. Для определенности было взято два значения глубины модуляции m и резонансные частоты модуляции 1:1 и 2:1, соответственно. Как видно из рисунка 33, Фарадеевская неустойчивость при большей глубине модуляции m возникает также и при частотах близких к резонансным [16], однако и в таком случае было получено, что инъекция эффективно подавляет неустойчивые поперечные моды широкоапертурного лазера.

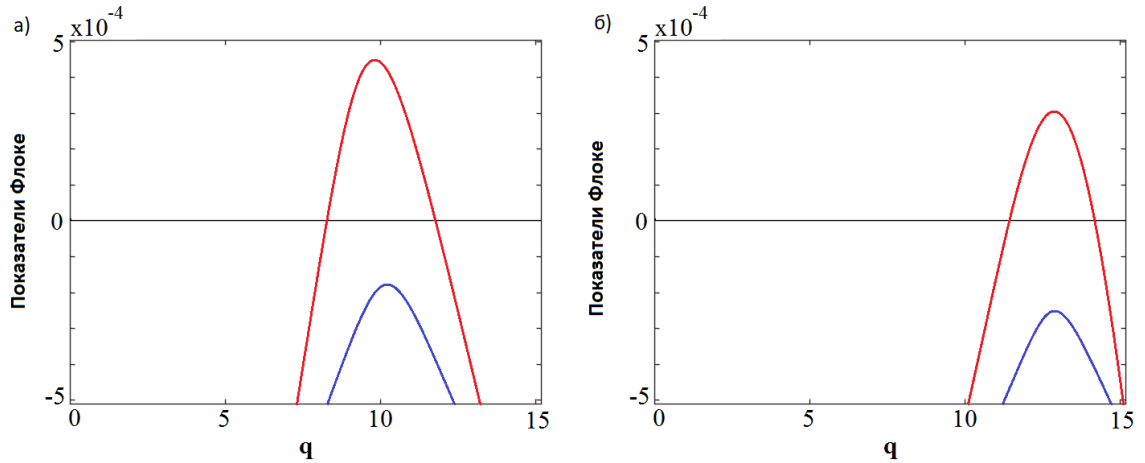


Рисунок 37 – Зависимость старшего показателя Флоке от волнового числа возмущения. Кривые построены для параметров $\sigma = 0,1$, $\gamma = 0,001$, $a = 0,0001$, $\delta = -0,25$, $r_0 = 5$ и $\Omega_{rel} = 2,72 \cdot 10^{-2}$. Красным цветом кривая без инъекции, синим цветом кривая с $E_{inj} = 0,02$. а) случай резонанса 2:1 ($m = 0,38$, $\Omega = 2\Omega_{rel}$), б) случай резонанса 1:1 ($m = 0,3$, $\Omega = \Omega_{rel}$)

На основе показанных результатов можно сделать вывод, что резонансное внешнее оптическое излучение успешно подавляет оптическую неустойчивость Фарадея, вызванную модуляцией параметра тока накачки.

2.3 Совместное подавление оптических неустойчивостей Фарадея и Андронова-Хопфа в широкоапертурных лазерах класса В внешним оптическим излучением

В данном разделе будет исследована возможность совместного подавления, как неустойчивости Фарадея, так и неустойчивости Андронова-Хопфа в широкоапертурном лазере с помощью внешнего оптического излучения.

Как и ранее, начнем с описания поведения системы в отсутствии воздействия внешней оптической инъекции. Для этого выберем область лазерных параметров, при которых будут развиваться оба типа неустойчивостей. Вернемся к диаграмме устойчивости с рисунка 32 и будем использовать параметры из

области волновой неустойчивости Андронова-Хопфа (серая область, отмеченная номером 2). Для моделирования неустойчивости Фарадея будем использовать модуляцию параметра тока накачки при $m = 0,5$, $\Omega = \Omega_{rel}$.

На рисунке 38 красным цветом показана дисперсионная кривая для случая лазерной системы (1.4) в отсутствие внешней оптической инжекции. Наличие модуляции накачки, в области параметров реализации неустойчивости Андронова-Хопфа, приводит к появлению на дисперсионной кривой более резкого дополнительного максимума, соответствующего Фарадеевской неустойчивости. Нерегулярная динамика лазерной системы в случае реализации в системе двух неустойчивостей показана на рисунке 39 черным цветом.

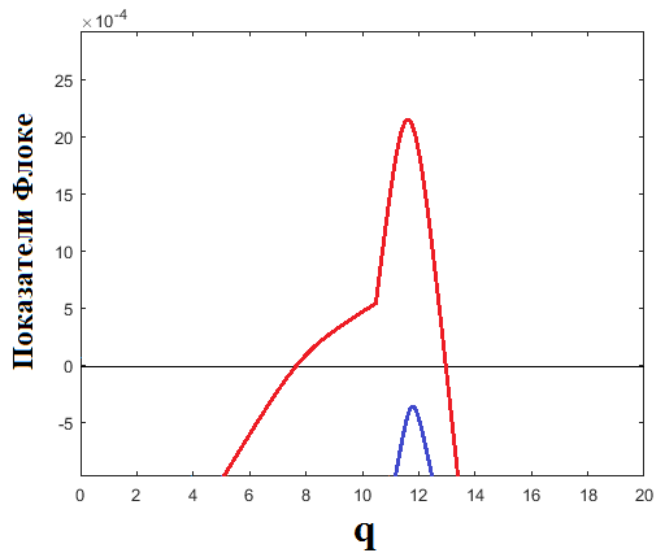


Рисунок 38 – Зависимость старшего показателя Флоке от волнового числа возмущения. Кривые построены для параметров $\sigma = 0,1$, $\gamma = 0,001$, $a = 0,0001$, $r_0 = 5$, $\delta = -0,8$, $m = 0,5$, $\Omega = \Omega_{rel}$ и $\Omega_{rel} = 2,02 \cdot 10^{-2}$. Красным цветом кривая без инжекции, синим цветом кривая с $E_{inj} = 0,2$

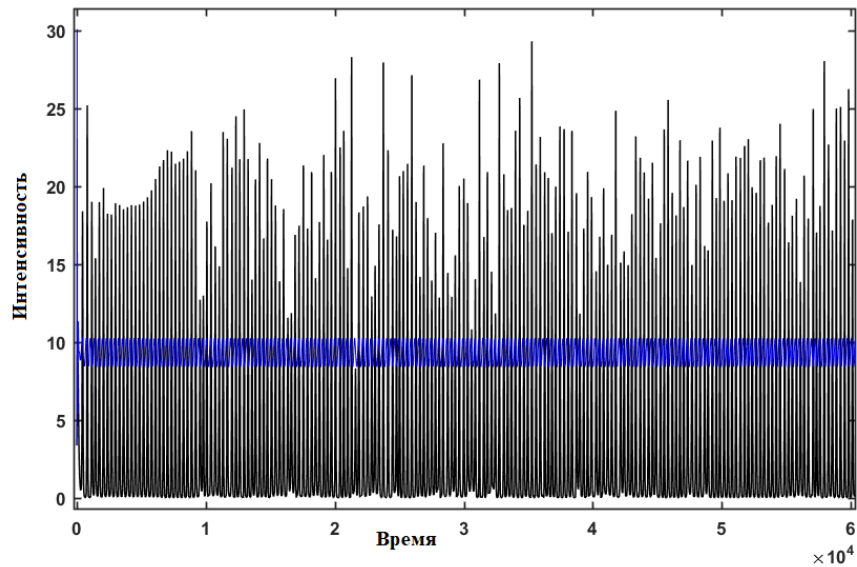


Рисунок 39 – Временная зависимость интенсивности в центре лазерной апертуры при параметрах $\sigma = 0,1$, $\gamma = 0,001$, $a = 0,0001$, $r_0 = 5$, $\delta = -0,8$, $m = 0,5$, $\Omega = \Omega_{rel} = 2,02 \cdot 10^{-2}$ при $E_{inj} = 0$ - черным цветом и при $E_{inj} = 0,2$ - синим цветом

Теперь покажем возможность стабилизации совместной динамики двух неустойчивостей путем введения в систему дополнительной внешней резонансной инжекции малой амплитуды. На рисунке 39, синим цветом, показана стабилизация динамики излучения, достигнутая путем введения инжекции амплитуды $E_{inj} = 0,2$. При наличии внешнего оптического излучения происходят периодические колебания пространственно-однородной интенсивности излучения во времени, так как периодически меняется накачка.

Как и ранее изучим поведение показателей Флоке. На рисунке 38, синим цветом, показана дисперсионная кривая для случая лазерной системы (1.4) с оптической инжекцией. Как можно видеть, даже в случае реализации нескольких неустойчивостей возможно достичь ситуации, когда все старшие показатели Флоке становятся отрицательными [94].

Существенным отличием случая стабилизации двух неустойчивостей резонансной инжекцией от ранее рассмотренного случая стабилизации исключительно неустойчивости Андронова-Хопфа является тот факт, что для

стабилизации необходимо достижение порогового значения, который зависит от глубины модуляции.

Исследовалось, как глубина модуляции влияет на стабилизацию с помощью нерезонансной оптической инжекцией. Построенные бифуркационные диаграммы (рисунок 40), определяют пороговые границы инжектируемого сигнала, начиная с которых при данном m и θ будет наблюдаться стабилизация излучения широкоапертурного лазера (для определенности выбрано три значения $m=0$, $m=0,25$ и $m=0,5$). Рост m приводит к росту порогового значения. Эффективное подавление неустойчивых поперечных мод при $m=0,5$ происходит при параметрах, находящихся в области рисунка 40 выше кривой с точками, при $m=0,25$ – в области выше пунктирной кривой, при $m=0$ – в области выше сплошной кривой.

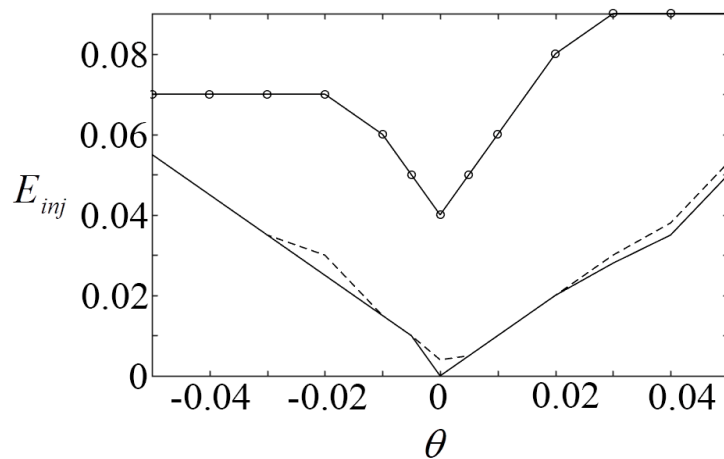


Рисунок 40 – Бифуркационная диаграмма (диаграмма устойчивости) для параметров $\sigma = 0,025$, $\gamma = 5 \cdot 10^{-5}$, $a = 10^{-4}$, $\delta = -0,15$, $r = 2$, определяющая границу пороговых значений амплитуды инжекции в зависимости от глубины модуляции m и частотной отстройки θ . $m = 0,5$ (кривая с точками), $m = 0,25$ (пунктирная кривая), $m = 0$ (сплошная кривая)

Таким образом, метод нерезонансного внешнего оптического излучения позволяет стабилизировать нерегулярную динамику оптического поля, вызванную одновременно оптическими неустойчивостями Фарадея и Андронова-Хопфа [92].

2.4 Основные результаты второй главы

Проведенный анализ системы уравнений Максвелла-Блоха аналитическими и численными методами показал, что внешняя нерезонансная инжекция слабого сигнала является эффективной для подавления как неустойчивости Андронова-Хопфа, присущей полупроводниковым и твердотельным лазерам, так и Фарадеевской неустойчивости, возникающей в результате модуляции параметра накачки в этих лазерах. Внешнее оптическое излучение малой амплитуды подавляет перечисленные оптические неустойчивости и позволяет получать пространственно-однородное излучение даже в случае одновременного развития обеих неустойчивостей.

Численно обнаружено, что наличие неустраняемой частотной отстройки (часто практически сложно устранить) между генерируемым и инжектируемым излучением не разрушает эффект стабилизации. Построены бифуркационные диаграммы, определяющие пороговые границы инжектируемого сигнала. При глубине периодической модуляции параметра накачки $0 < m < 0,5$ и частотной отстройке $-0,4 < \theta < 0,4$ (θ нормирована на ширину линии усиления), стабилизирующая интенсивность внешнего оптического излучения находится в пределах 0,01% - 0,8% от интенсивности насыщения.

Глава 3 Стабилизация оптического поля широкоапертурного VCSEL класса В с помощью резонансной внешней оптической инъекции

В третьей главе рассматривается динамика полупроводникового поверхностно излучающего лазера с вертикальным резонатором (VCSEL) с широкой апертурой и резонансным внешним оптическим излучением.

Раздел 3.1 посвящен исследованию механизма стабилизации пространственно-временной динамики широкоапертурного VCSEL с помощью слабой внешней резонансной оптической инъекции. В отсутствии внешнего излучения широкоапертурный VCSEL генерирует нерегулярную динамику в результате развития модуляционной неустойчивости. Построена бифуркационная диаграмма (диаграмма устойчивости) в пространстве волновых чисел и однородных стационарных значений поля, позволяющая определить границы оптических неустойчивостей Андронова-Хопфа и Тьюринга, которые также могут развиваться в системе. Кроме того, показано, что модуляционная неустойчивость является частным случаем неустойчивости Тьюринга и находится внутри границ области. Полученная формула для критического стационарного значения оптического поля позволяет рассчитать пороговую амплитуду оптической инъекции, необходимую для стабилизации излучения. Численно показано, что внешнее оптическое излучение малой амплитуды позволяет подавить оптические неустойчивости и стабилизировать излучение широкоапертурного VCSEL.

В разделе 3.2 описывается возможность формирования стационарных пространственных оптических структур в виде полос (страйпов) и гексагонов в системе широкоапертурного VCSEL под воздействием внешнего оптического излучения.

В разделе 3.3 приводятся численные расчеты динамики оптического поля VCSEL с учетом формы профиля тока накачки и геометрии пучка внешнего оптического излучения. Исследуется, как влияет ширина пучка внешнего оптического излучения на пороговое значение амплитуды внешнего резонансного

излучения, необходимое для стабилизации. Также рассматривается процесс переключения между стационарными пространственными оптическими структурами различной формы с помощью изменения ширины пучка внешнего излучения. Исследуется влияние кривизны профиля тока накачки на эффективность стабилизации внешним оптическим пучком.

Основные результаты третьей главы опубликованы в работах [128–131].

3.1 Подавление модуляционной неустойчивости оптического поля с помощью слабой внешней оптической инжекции в широкоапертурном VCSEL

В данном разделе исследуются вопросы стабилизации оптического поля широкоапертурного поверхностно-излучающего лазера с вертикальным резонатором с помощью внешней резонансной оптической инжекции. Для описания динамики широкоапертурного VCSEL будем использовать систему дифференциальных уравнений (1.17).

В отсутствии внешнего оптического излучения динамика широкоапертурного VCSEL является нерегулярной в пространстве и времени в результате развития модуляционной неустойчивости [12, 18, 19, 27]. Для того чтобы исследовать подавление оптических неустойчивостей в VCSEL сначала рассмотрим режим свободной генерации и воспользуемся линейным анализом устойчивости, выполненным в разделе 1.3.

Для исследования вопроса устойчивости однородного стационарного решения численно найдем корни дисперсионного уравнения (1.23). В качестве базовых параметров системы, в данном разделе были выбраны параметры, приведенные в работах [12, 27]: $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 1,5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$. Ток накачки был установлен незначительно выше порога лазерной генерации (1.21), что позволяет подробно рассмотреть линейную стадию развития неустойчивостей.

При выбранных параметрах системы дисперсионное уравнение (1.23) имеет три корня $\lambda_{1,2} = \Lambda_{1,2} \pm i\Omega_{1,2}, \lambda_3 = \Lambda_3$. На рисунке 41а построены дисперсионные кривые, показывающие как корни характеристического уравнения ведут себя в пространстве волновых чисел q . Действительные части корней показаны сплошными кривыми, а мнимые части – штриховыми кривыми. Хорошо видно, что существует диапазон волновых чисел $0 < q < q_{\text{limit}}$, для которых действительный корень Λ_3 больше нуля, и определяет инкремент нарастания малых возмущений, что свидетельствует о неустойчивости решения (1.19)-(1.20). Такой вид дисперсионной кривой соответствует наличию стационарного типа неустойчивости, в литературе известного как модуляционная неустойчивость [18, 19, 114].

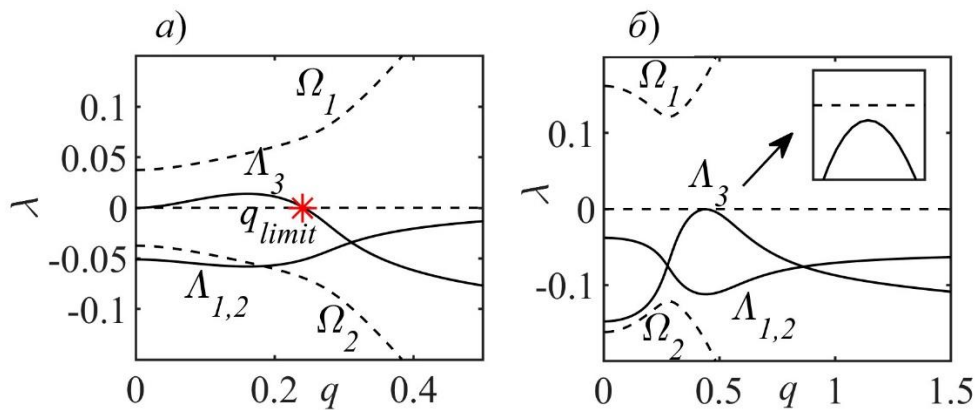


Рисунок 41 – Дисперсионные кривые без (а) и при наличии оптической инжекции $E_{inj} = 0,03$ (б) при параметрах $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 1,5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$ широкоапертурного VCSEL

Далее будут представлены результаты численного моделирования пространственно-временной динамики для выбранных параметров системы, а также построен пространственный Фурье спектр и проведено сопоставление с результатами проведенного линейного анализа устойчивости.

Для численного решения системы уравнений (1.17) использовалась неявная схема Кранка-Николсона с периодическими граничными условиями, которая является безусловно устойчивой. В качестве начальных условий был выбран

пространственно-однородный режим лазерной генерации (1.19)-(1.20) с добавлением Гауссова шума малой амплитуды. Интегрирование проводилось с временным шагом $\tau = 0,01$, использовалась однородная пространственная сетка из 1000 элементов.

С помощью обратного преобразования Фурье был получен пространственный спектр для волновых чисел. На рисунке 42 хорошо видно, что до 17 нс пространственный спектр имеет только нулевую компоненту, то есть поперечный профиль остается однородным, а затем появляются дополнительные компоненты с волновыми числами $q_{\max} \approx 0,16$, что соответствует линейной стадии развития неустойчивости. Это волновое число, соответствует точке, в которой корень характеристического уравнения Λ_3 имеет максимум на рисунке 41а. В дальнейшем развитие возмущений приводит к нерегулярной динамике, которая показана на рисунке 43. Наблюдаемая динамика характеризуется нерегулярными изменениями интенсивности, как во времени, так и в поперечном профиле выходного пучка.

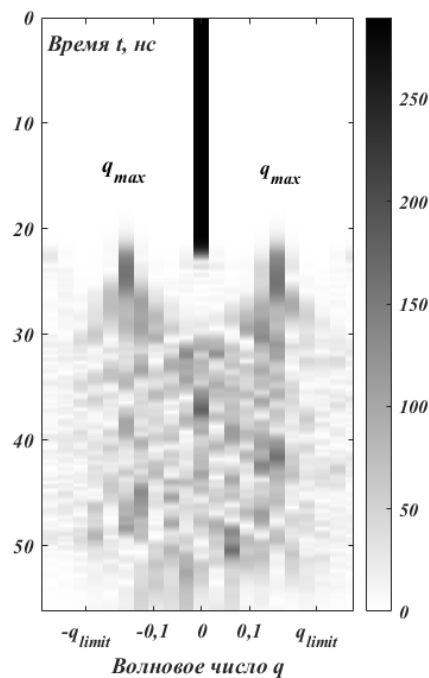


Рисунок 42 – Пространственно-временная динамика в дальней зоне лазера при $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 1,5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$ и $E_{inj} = 0$

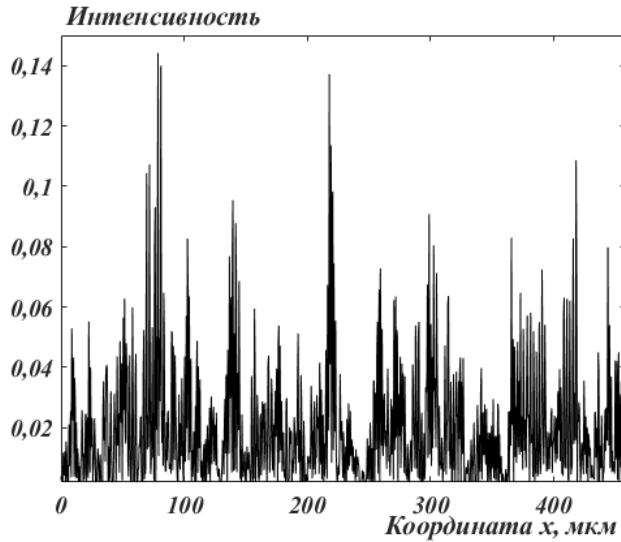


Рисунок 43 – Распределение интенсивности генерации $|E|^2$ в момент времени 46,8 нс при $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 1,5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$ и $E_{inj} = 0$

Известно, что модуляционная неустойчивость является частным случаем неустойчивости Тьюринга. Как уже было показано в разделе 1.3 в данной системе (1.17) представляется возможным выделить области неустойчивостей в осях волнового числа q и стационарных значений поля $|E_s|$, которые показаны на бифуркационной диаграмме (рисунок 44б). Используя условие $b_0 < 0$, полученное в разделе 1.3, была построена область неустойчивости Тьюринга, закрашенная серым цветом. Каждая точка этой границы представляет собой положительное решение кубического уравнения (1.24), когда $|E_s|$ варьируется. Граница неустойчивости Андронова-Хопфа показана на рисунке 44б пунктирной кривой на основании полученного ранее условия $-b_2b_1 + b_0 < 0$ (см. раздел 1.3). Справа от указанных областей находится незакрашенная область, соответствующая области, где не возникает ни неустойчивости Андронова-Хопфа, ни Тьюринга, то есть однородное стационарное решение будет устойчивым.

Для указанных параметров системы, в отсутствии внешней оптической инжекции, стационарное значение оптического поля, согласно уравнению (1.19), имеет значение $E_0 \approx 0,14$. Таким образом, можно видеть на рисунке 44б, что в отсутствии инжекции неустойчивыми будут волновые числа от нуля до

$q_{\text{limit}} \approx 0,24$, обозначенные синей сплошной линией. Другими словами, стационарное значение $E_0 \approx 0,14$ подвержено модуляционной оптической неустойчивости, которая в данном случае находится внутри неустойчивости Тьюринга.

Определим далее аналитически q_{limit} – верхнюю границу неустойчивых волновых чисел. Путем подстановки в уравнение (1.24) условия, что в точке q_{limit} корень характеристического уравнения равен нулю $\lambda = 0$ было получено:

$$q_{\text{limit}} = \sqrt{\frac{C}{d} - \frac{CI}{d} + \frac{\sqrt{(-2C + 2CI)^2 - 4d(2\alpha + 4\alpha C - 4\alpha CI)}}{2d}}. \quad (3.1)$$

Значение $q_{\text{limit}} \approx 0,24$, полученное аналитически и рассчитанное для выбранных параметров системы, хорошо согласуется со значением, полученным графически на рисунке 41а.

Как можно видеть из выражения (3.1), q_{limit} не зависит от параметра γ , то есть диапазон неустойчивых волновых чисел будет одинаковым для различных динамических режимов работы VCSEL.

В результате численных расчетов было получено, что динамика системы зависит от размеров пространственной области. Моделирование пространственно-временной динамики при $L < L_{\text{min}}$, $L_{\text{min}} = 2\pi / q_{\text{limit}}$ показало, что режим пространственно-однородной генерации оказывается устойчивым, несмотря на наличие неустойчивых мод. Неустойчивые моды начинают развиваться только в случае $L > L_{\text{min}}$. Тогда для лазера с длиной волны генерации равной 850 нм, ширина активной области, на которой возможно развитие модуляционной неустойчивости при выбранных ранее параметрах системы, должна быть больше $L_{\text{min}} \approx 115$ мкм.

Рассмотрим, как наличие внешнего оптического излучения влияет на динамику системы широкоапертурного VCSEL. Для этого обратимся к выражению (1.25). С помощью этого выражения построена S-кривая определяющая зависимость стационарного значения $|E_s|$ от амплитуды внешнего

оптического излучения $|E_{inj}|$ и показана на рисунке 44а. Из графика хорошо видно, что в отсутствии внешнего оптического излучения могут существовать только два стационарных значения. Одно из них тривиальное решение $|E_0|=0$ и другое $|E_0|=0,14$, соответствующее однородному стационарному решению (1.19). Данная зависимость коррелирует с областями неустойчивостей (рисунок 44б), построенных в пространстве $(q, |E_s|)$.

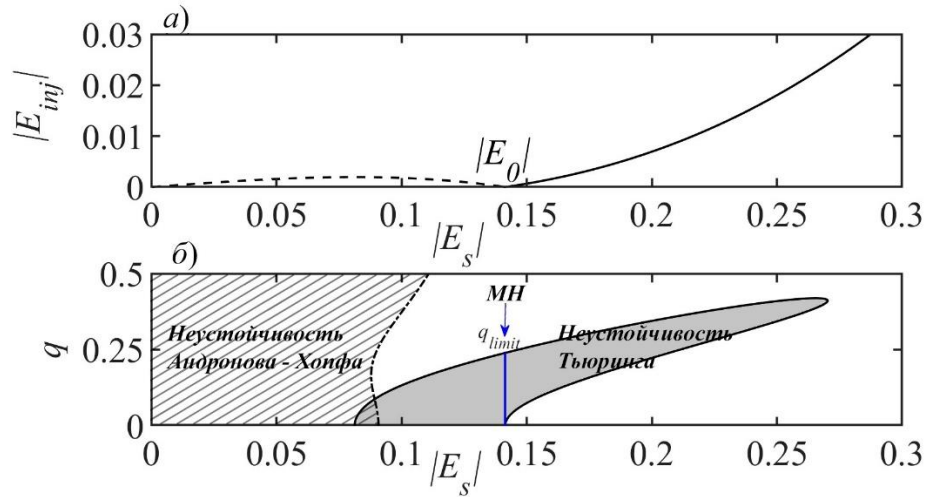


Рисунок 44 – а) Кривая однородного стационарного решения б) Область неустойчивости Андронова-Хопфа и Тьюринга. Незакрашенная область соответствует устойчивой генерации. Параметры системы $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 1,5$,

$$C = 0,6, d = 0,052, I = 1,85, \gamma = 0,1$$

Поскольку стационарное значение $|E_s|$ зависит от инъекции $|E_{inj}|$ через уравнение (1.25), возможно подобрать инъекцию таким образом, что стационар переместится в область устойчивости. Численно было получено из (1.25), что, выбирая малую амплитуду внешнего оптического излучения $E_{inj} = 0,03$, мы получаем новое стационарное значение $|E_0| \approx 0,28$, которое находится в устойчивой области диаграммы рисунка 44б.

Дисперсионные кривые с учетом внешнего оптического излучения представлены на рисунке 41б, где хорошо видно, что все пространственные

гармоники теперь оказываются устойчивы, то есть все действительные части корней являются отрицательными во всем пространстве волновых чисел.

Важно заметить, что уже слабая инжекция, то есть $|E_{inj}|^2/|E_0|^2 \approx 0,011$, позволяет полностью подавить неустойчивости в системе. Это подтверждается также численным моделированием системы (1.17) с таким же уровнем инжекции (рисунки 45 и 46).

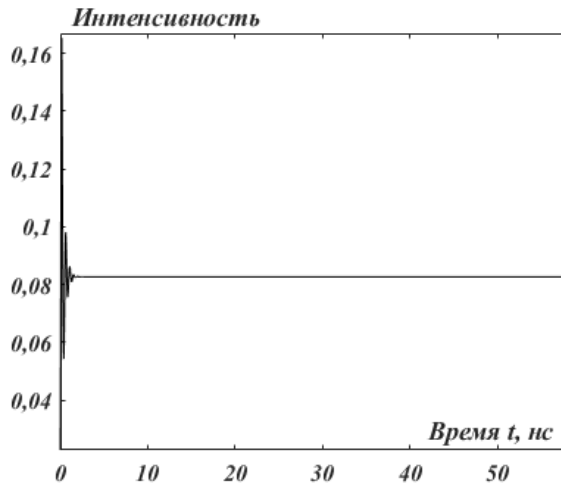


Рисунок 45 – Распределение интенсивности лазерной генерации во времени при $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 1,5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$ и наличии оптической инжекции $E_{inj} = 0,03$

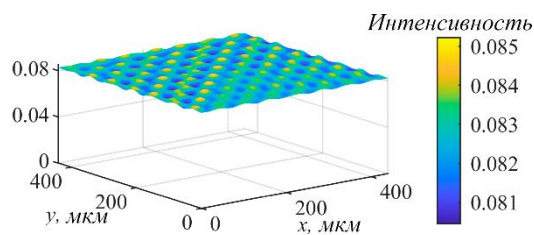


Рисунок 46 – Распределение интенсивности лазерной генерации в поперечном сечении при $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 1,5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$ и наличии оптической инжекции $E_{inj} = 0,03$

Важно отметить, что стабилизация с помощью внешней оптической инжекции имеет пороговую природу. Нахождение производной выражения (1.25),

позволяет определить критическое стационарное значение, соответствующее неустойчивости Тьюринга:

$$|E_{cr}| = \sqrt{-1 + \mu\beta/2 + \sqrt{\mu(\mu\beta^2 - 4(\beta - 1))}}/2, \quad (3.2)$$

где $\mu = 2C(I - 1)$ и $\beta = \sqrt{1 + \alpha^2}$. Для стационарных значений $|E_s| > |E_{cr}|$ будет наблюдаться высококогерентный нефиламентированный выходной пучок. Так как $|E_{inj}|$ является однозначной функцией $|E_s|$, выражение (3.2) позволяет численно определить минимум амплитуды внешнего оптического излучения необходимого для стабилизации оптического поля.

Кроме того, полученное выражение (3.2) позволяет вычислить критическое стационарное значение оптического поля для различных значений фактора Генри. Хорошо видно, что увеличение фактора Генри α приводит к увеличению минимального стационарного значения, необходимого для стабилизации. Таким образом, используя выражение (3.2), можно предсказать, для каких параметров системы стабилизация оптического поля методом внешней оптической инжекции будет наиболее эффективной.

В данном разделе продемонстрировано, что при превышении некоторого определенного порога оптической инжекции оптические неустойчивости полностью подавляются и достигается высококогерентный нефиламентированный выходной луч. В следующем разделе будет рассмотрен механизм формирования стационарных пространственных оптических структур в системе широкоапертурного VCSEL под воздействием внешнего оптического излучения.

3.2 Формирование стационарных пространственных оптических структур в широкоапертурном VCSEL под воздействием внешней оптической инжекции

Как уже было показано в разделе 3.1, в рассматриваемой лазерной системе в отсутствии внешнего оптического излучения развивается модуляционная оптическая неустойчивость. Задавая оптическое излучение отличное от нуля, мы можем двигать значение стационарного оптического поля вдоль диаграммы областей неустойчивостей (рисунок 44б), в результате чего изменяется генерируемая пространственно-временная динамика.

Добавляя в систему внешнее оптическое излучение амплитудой $|E_{inj}| = 0,01$, было численно получено новое стационарное значением $|E_s| = 0,21$, используя выражение (1.25). Стационарное значение $|E_s| = 0,21$ в соответствии с диаграммой рисунка 44б будет подвержено неустойчивости Тьюринга, и теперь область неустойчивых волновых чисел будет занимать интервал $0,24 \leq q \leq 0,35$. Таким образом, произошло редуцирование области неустойчивых волновых чисел коротковолновую область. Дисперсионные кривые, построенные на рисунке 47, подтверждают эти результаты. Действительный корень достигает своего максимального значения в точке с $q = 0,31$.

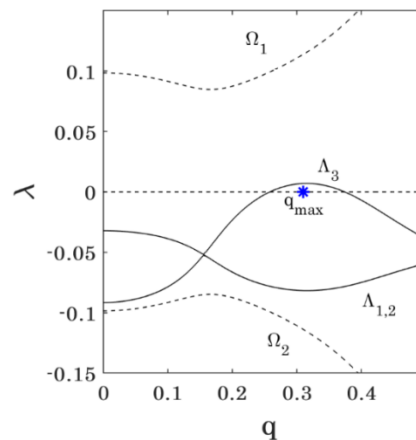


Рисунок 47 – Дисперсионные кривые при наличии внешнего оптического излучения $|E_{inj}| = 0,01$. Параметры системы $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 1,5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$,

$$I = 1,85, \gamma = 0,1$$

В результате изменения значения однородного стационарного решения под воздействием внешней инжекции в поперечном профиле интенсивности формируется стационарный оптический паттерн в виде полос (страйпов) (рисунок 48а). Распределение интенсивности в дальней зоне на вставке на этом рисунке показывает, что помимо нулевой моды с $q = 0$, развивается две моды с $q = 0,31$ и $q = -0,31$, что хорошо согласуется линейным анализом. Данный результат позволяет определить пространственный размер формируемых структур $\lambda = 2\pi/q \approx 89$ мкм. Также было получено стационарное распределение интенсивности в виде гексагональной структуры при $|E_{inj}| = 0,02$ (рисунок 48б).

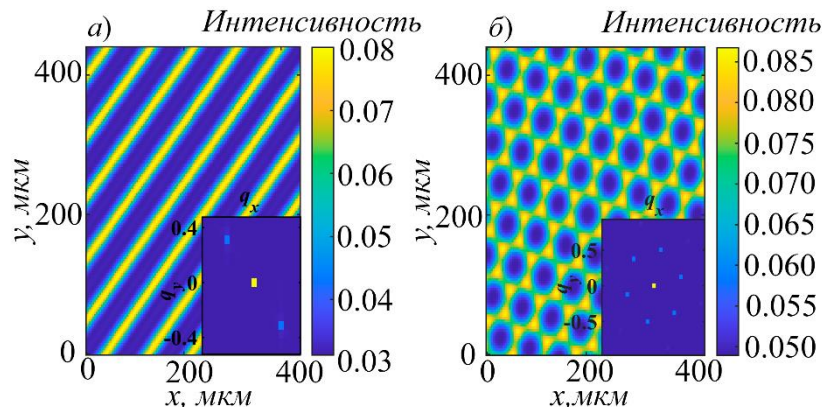


Рисунок 48 – Пространственное распределение интенсивности и спектр в дальней зоне для случая а) страйп паттерна при наличии внешнего оптического излучения $|E_{inj}| = 0,01$ и б) гексагонального паттерна при наличии внешнего оптического излучения $|E_{inj}| = 0,02$. Параметры системы $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 1,5$,

$$C = 0,6, d = 0,052, I = 1,85, \gamma = 0,1$$

Таким образом, стационарные пространственные оптические структуры были получены, когда в систему добавлялось внешнее оптическое излучение

различной амплитуды, что позволяет «двигать» значение стационарного оптического поля вдоль области неустойчивости Тьюринга и варьировать диапазон неустойчивых волновых чисел.

3.3 Учет влияния кривизны профиля тока накачки и формы пучка внешнего оптического излучения для подавления модуляционной неустойчивости оптического поля и формирования стационарных пространственных структур

Результаты, представленные в разделах 3.1 и 3.2 были выполнены в приближении, что ток накачки однородный в поперечной плоскости. Однако на практике, добиться профиля накачки в достаточной мере близкому к однородному профилю достаточно затруднительно. Также, в работе [8] в ходе анализа динамики широкоапертурных лазеров класса В была обнаружена высокая чувствительность динамики системы к резкости границ области накачки. Авторами [8] было показано, что в отсутствие достаточного сглаживания профиля накачки, наличие резкого спада тока накачки может приводить к филаментациям, индуцированным именно границами в широкоапертурных лазерах класса В. Ранее в работе [88] также было показано, что в случае оптической инжекции в виде пучка Гаусса метод оптической инжекции не теряет эффективности в модели для широкоапертурного полупроводникового лазера класса В, подавляя как развитие неустойчивости Андронова-Хопфа, так и филаментации, связанные с влиянием границ. Таким образом, для практической оценки эффективности метода внешней оптической инжекции в широкоапертурных лазерах класса В важно также учитывать неоднородность формы профиля тока накачки и геометрию пучка внешнего излучения.

В предыдущих разделах 3.1 и 3.2 было показано, что в широкоапертурных VCSEL метод внешней оптической инжекции весьма эффективен для подавления оптических неустойчивостей. Однако, влияние оптической инжекции на

одновременное подавление модуляционной неустойчивости и неустойчивостей, вызванных влиянием границ в широкоапертурном VCSEL ранее не изучалось.

В данном разделе будет показано как нерегулярная динамика оптического поля широкоапертурного VCSEL, вызванная модуляционной неустойчивостью и неустойчивостями на границах профиля тока накачки, может эффективно подавляться внешним пучком оптической инжекции слабой амплитуды, что позволяет получить пространственно-однородный лазерный пучок.

В широкоапертурных лазерах форма профиля тока накачки обычно близка к однородной в центральной части с относительно медленным (сглаженным) убыванием к краям апертуры. Для моделирования динамики VCSEL будем использовать профиль тока накачки, удовлетворяющий данным критериям. В частности, им хорошо соответствует супер Гауссовский профиль, который имеет вид:

$$I = I_0 \exp(-0,5((x^2 + y^2)/w_0^2)^n), \quad (3.3)$$

для которого выберем амплитуду тока накачки $I = 1,85$, w_0 – определяет расстояние, на котором ток накачки уменьшается в $\sqrt{e}$ раз, а величина n – скорость (резкость) спада амплитуды профиля на краях апертуры по сравнению со значением на оси.

Для практической оценки эффективности метода оптической инжекции желательно учесть как профиль токовой накачки лазера, так и геометрию пучка внешнего излучения. Другими словами, для инжектируемого внешнего оптического излучения также необходимо учитывать более реальную форму пучка, например, в виде:

$$E_{inj} = E_{inj0} \exp(-(x^2 + y^2)/w^2), \quad (3.4)$$

где w - ширина пучка.

В результате численного решения системы дифференциальных уравнений (1.17) с учетом формы пучка внешнего оптического излучения и профиля тока накачки было показано, что неустойчивости по-прежнему эффективно

подавляются и достигается нефиламентируемый выходной оптический пучок. Учет реалистичных форм контакта тока накачки и пучка внешнего излучения не разрушает эффект стабилизации, и возникает устойчивое во времени распределение интенсивности, которое в поперечном сечении близко к однородному со слабой модуляцией (рисунок 49б).

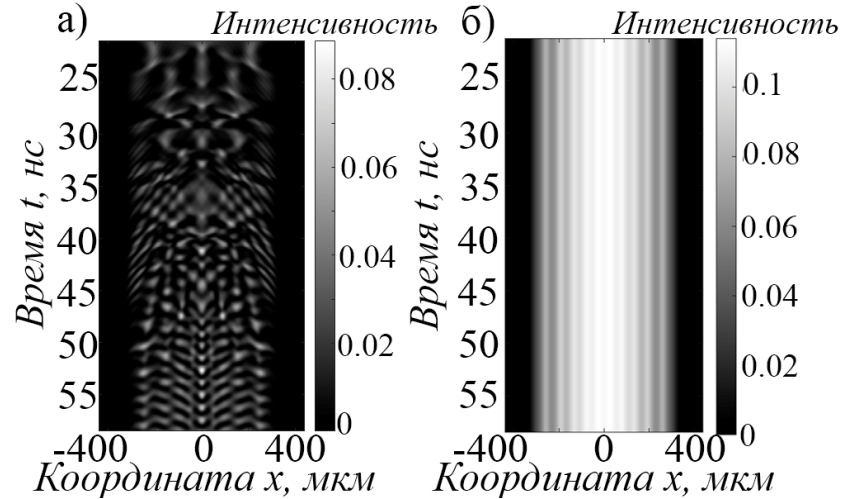


Рисунок 49 – Пространственно-временная динамика с учетом профиля накачки (3.3) с $I_0 = 1,85$, $n=10$ и $w_0 = 350$ мкм а) без внешнего оптического излучения б) с внешнем оптическим излучением виде Гауссова пучка (3.4) с амплитудой $E_{inj0} = 0,05$ и шириной пучка $w = 263$ мкм. Параметры системы

$$\vartheta = -1,5, \alpha = 1,5, C = 0,6, d = 0,052, I = 1,85, \gamma = 0,1$$

В ходе исследования было обнаружено, что пороговое значение амплитуды инжекции, при которой наблюдается стабилизация, существенно зависит от формы профиля накачки. В частности, при сглаживании острых краев профиля накачки (уменьшении показателя n) пороговое значение оптической инжекции уменьшается, что свидетельствует о снижении чувствительности к краевым эффектам. Полученная зависимость показана на рисунке 50а. При больших значениях n пучок принимает форму с более плоской вершиной и острыми краями. При уменьшении степени n обнаружено общее снижение порога амплитуды оптической инжекции примерно в 2 раза.

На основе анализа результатов численного моделирования, также была определена зависимость пороговой амплитуды инжекции от ширины

инжекционного пучка (рисунок 50б). Как и следовало ожидать для оптической неустойчивости, вызванной границами, порог стабилизирующей оптической инъекции сильно зависит от амплитуды инжекционного пучка вблизи краев накачки. При увеличении ширины пучка инъекции пороговая амплитуда внешнего излучения быстро уменьшается и стремится к предельному значению $E_{inj0} = 0,03$, соответствующему плоскому фронту оптической инъекции.

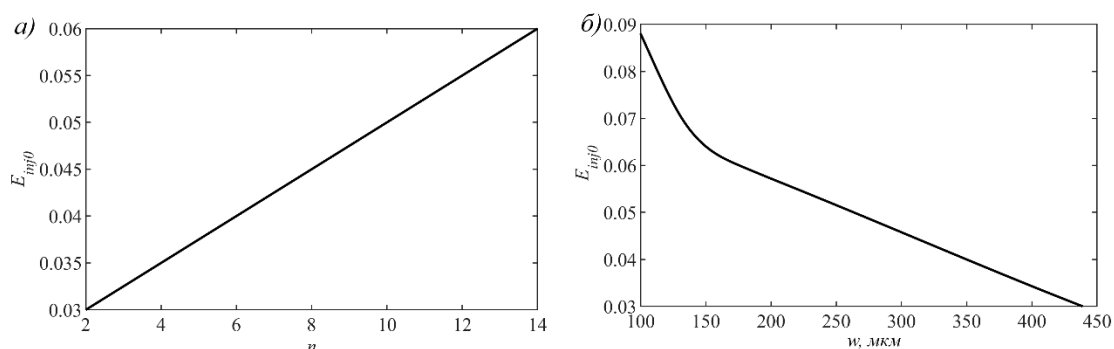


Рисунок 50 – а) Зависимость пороговой амплитуды E_{inj0} оптической инъекции (при ширине пучка $w = 263$ мкм) от степени кривизны n профиля накачки, который задан в виде (3.3) с $I = 1,85$ и шириной $w_0 = 350$ мкм б) зависимость пороговой амплитуды E_{inj0} от ширины пучка w внешнего излучения для профиля тока накачки в виде (3.3) с $I = 1,85$, $n=10$ и $w_0 = 350$ мкм. Параметры системы $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 1,5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$

Кроме того, результаты численного моделирования показали, что учет форм профиля тока накачки (3.3) и пучка внешней оптической инъекции (3.4) не препятствует формированию стационарных регулярных пространственных оптических структур. В рассматриваемой геометрии вместо оптических структур в виде полос были получены кольца.

С помощью численного моделирования впервые обнаружено, что, изменяя ширину пучка внешнего оптического излучения, можно осуществлять переключение между кольцами и гексагонами. Например, было показано, что для пучка внешней оптической инъекции с амплитудой $E_{inj0} = 0,02$ и шириной $w = 263$ мкм формируется распределение интенсивности в виде пяти колец, что

показано на рисунке 51а. Увеличивая ширину пучка внешней оптической инъекции до $w = 439$ мкм, можно получить стационарное распределение в виде гексагонов, что показано на рисунке 51б. Механизмы возникновения таких структур и переключений между ними заслуживают дальнейшего изучения.

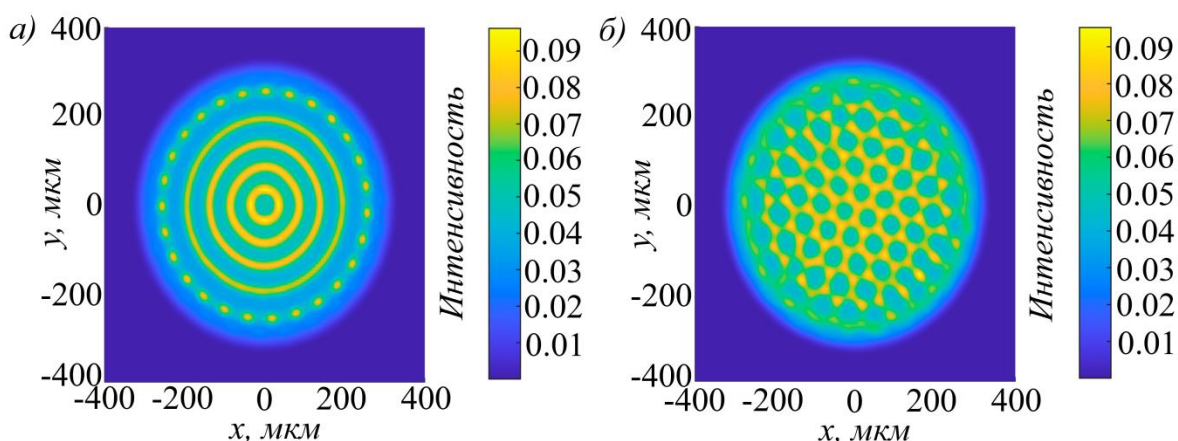


Рисунок 51 – а) Стационарное распределение интенсивности в виде 5 колец при наличии внешнего оптического излучения в виде пучка Гаусса с амплитудой

$E_{inj0} = 0,02$ шириной $w = 263$ мкм б) Стационарное распределение

интенсивности в виде гексагонов при наличии внешнего оптического излучения в виде пучка Гаусса с амплитудой $E_{inj0} = 0,02$ и шириной $w = 439$ мкм. Параметры

системы $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 1,5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$

Можно утверждать, что пространственный размер полученных оптических структур коррелирует с результатами линейного анализа устойчивости динамической системы (1.17). Действительно, на рисунке 52а построена дисперсионная кривая для случая с инъекцией $E_{inj0} = 0,02$. На ней отмечено волновое число $q_{\max} \approx 0,38$, для которого значение действительного корня максимальное. Пространственная мода с наибольшим собственным значением приводит к её усилению за счет подавления всех остальных растущих мод по схеме «победитель получает все». Для случая пяти колец с помощью обратного преобразования Фурье получен пространственный спектр в дальней зоне (рисунок 52б), на котором кроме центрального пика конечной ширины (обусловленной конечной шириной профиля накачки), хорошо виден вторичный максимум в виде

кольца с радиусом 0,5. Радиус кольца находится в удовлетворительном согласии (в пределах 20%) с результатами линейного анализа. Погрешность объясняется вкладом нелинейных эффектов взаимодействия гармоник при формировании таких существенно нелинейных стационарных пространственных структур. Пространственный спектр для гексагонов (рисунок 52в) также находится в удовлетворительном согласии с линейным анализом.

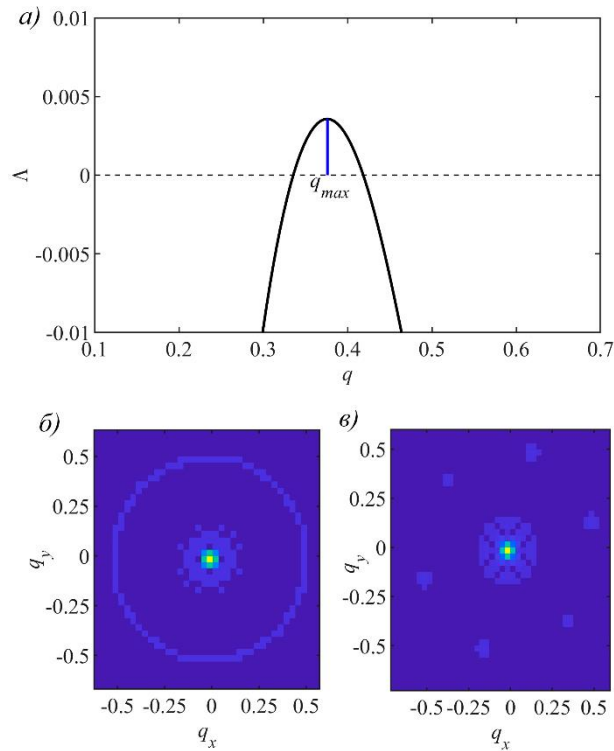


Рисунок 52 – а) Дисперсионная кривая, демонстрирующая максимальный инкремент нарастания для амплитуды инжекции $E_{inj0} = 0,02$ б) пространственный спектр в дальней зоне для случая 5 колец в) пространственный спектр в дальней зоне для гексагонов. Параметры системы $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 1,5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$

Таким образом, путем варьирования параметров внешнего оптического излучения можно получать стационарные пространственные структуры различной формы. Подобные пространственные распределения интенсивности могут использоваться во многих приложениях, в том числе для оптической памяти. Изучение процессов формирования таких структур, позволяет управлять

пространственно-временным профилем интенсивности и генерировать оптическое излучение с требуемыми выходными характеристиками.

3.4 Основные результаты третьей главы

В данной главе рассматривался поверхностно излучающий лазер с вертикальным резонатором (VCSEL) с дополнительным внешним оптическим излучением. Были получены следующие результаты:

1. В отсутствие внешнего оптического излучения в системе поверхностно излучающего лазера с вертикальным резонатором режим пространственно-однородной генерации оказывается неустойчив к пространственно-временным оптическим возмущениям, что приводит к развитию модуляционной неустойчивости. Показано, что модуляционная неустойчивость является частным случаем неустойчивости Тьюринга. Для этого построена бифуркационная диаграмма, отображающая области неустойчивостей Андронова-Хопфа и Тьюринга в зависимости от волнового числа и модуля амплитуды стационарного поля. Определены размеры апертуры, при которых пространственно-однородный режим генерации становится неустойчивым ($L > 115$ мкм для лазера с длиной волны генерации 850 нм и для базовых параметров, приведенных в разделе 3.1).
2. Для стабилизации генерации предложено использовать метод внешней оптической инжекции. Полученная формула для критического стационарного значения оптического поля позволяет рассчитать амплитуду внешнего оптического излучения необходимого для подавления оптических неустойчивостей в зависимости от значения фактора Генри α и уровня тока накачки I . Показано, что внешнее оптическое излучение малой амплитуды позволяет полностью подавить пространственно-временные неустойчивости. Для стабилизации достаточно, чтобы интенсивность оптической инжекции была порядка 1% от интенсивности генерируемого стационарного поля.

3. Определены условия формирования стационарных пространственных оптических структур в виде полос и гексагонов в системе широкоапертурного VCSEL в зависимости от значения амплитуды внешнего оптического излучения. Пространственный размер полученных оптических структур хорошо согласуется с линейным анализом.

4. Проведены расчеты с учетом формы профиля тока накачки и геометрии пучка внешнего оптического излучения. Выявлено, что эффект стабилизации оптического поля оказывается достаточно чувствительным к форме профиля тока накачки. Эффективность инжектируемого излучения возрастает по мере сглаживания краев профиля тока накачки, то есть убывает пороговое значение оптической инжекции, необходимой для стабилизации излучения. Кроме того, получены зависимости пороговой амплитуды внешнего оптического излучения от ширины пучка внешней оптической инжекции. Изменение амплитуды и ширины пучка внешнего оптического излучения позволяет управлять типом стационарных пространственных структур и, например, получать полосы, гексагоны, кольца.

Глава 4 Эффекты нерезонансной внешней оптической инжекции в системе широкоапертурного VCSEL

В главе 3 рассматривалась динамика широкоапертурного VCSEL с дополнительным внешним резонансным излучением (система уравнений (1.17)), что предполагает наличие ограничения на частотную отстройку ϑ и фактор Генри α , которое заключается в том, что $\vartheta + \alpha = 0$. В данной главе будет рассматриваться динамика широкоапертурного VCSEL, развивающаяся при наличии нерезонансного внешнего оптического излучения, что позволяет рассматривать случай $\vartheta + \alpha \neq 0$.

В разделе 4.1 показано, что учет малой по модулю частотной отстройки $\delta_i = \vartheta + \alpha$, между свободно генерируемым и инжектируемым излучением не разрушает эффект стабилизации динамики оптического поля широкоапертурного VCSEL. Построена бифуркационная диаграмма (диаграмма устойчивости), определяющая пороговое значение амплитуды внешнего излучения, необходимое для стабилизации, в зависимости от частотной отстройки δ_i .

Случай полупроводникового VCSEL с дополнительным внешним оптическим излучением может быть разделен на два в зависимости от знака фактора Генри α . В работах [46, 47] было показано, что знак фактора Генри может оказывать существенно разное влияние на пространственно-временную динамику в системе широкоапертурного VCSEL.

В разделе 4.2 рассматривается случай положительного фактора Генри $\alpha > 0$. Исследуется существование бистабильных режимов в системе. Показано, что увеличение значения фактора Генри α увеличивает области неустойчивостей Тьюринга и плоской волны.

В разделе 4.3 рассматривается случай отрицательного фактора Генри $\alpha < 0$. Обнаружено формирование стационарных оптических структур в виде полос и гексагонов. Показано, что рост тока накачки I приводит к формированию в системе, помимо неустойчивости Тьюринга, неустойчивости плоской волны.

Основные результаты этой главы опубликованы в работах [132–136].

4.1 Подавление неустойчивостей оптического поля в широкоапертурном VCSEL с помощью нерезонансной внешней оптической инжекции

В главе 3 было показано, что внешнее оптическое излучение, находящееся в резонансе с частотой лазерной генерации, позволяет подавить развивающиеся оптические неустойчивости и получить пространственно-однородное излучение. Случай резонансной внешней оптической инжекции предполагает выполнение условия $\vartheta + \alpha = 0$ [24]. Интерес представляет рассмотреть случай $\vartheta + \alpha \neq 0$, что обеспечивает учет малой по модулю частотной отстройки $\delta_i = \vartheta + \alpha$.

Используя результаты линейного анализа, выполненного в разделе 1.3, была построена бифуркационная диаграмма (рисунок 53), определяющая пороговое значение амплитуды оптической инжекции (без учета формы пучка внешнего излучения) необходимой для стабилизации излучения в зависимости от значения частотной отстройки $\delta_i = \vartheta + \alpha$ между генерируемым и инжектируемым излучением. Хорошо видно, что рост модуля частотной отстройки не разрушает эффект стабилизации, а незначительно увеличивает пороговое значение амплитуды оптической инжекции.

На рисунке 53 отмечены два случая для частотной отстройки $\delta_i = -0.1$ предполагающее $\vartheta = -1,6$, $\alpha = 1,5$ под номером 1 и 2. Для случая точки 1 амплитуды $E_{inj} = 0,03$ внешнего оптического излучения оказывается недостаточной для стабилизации динамики, что подтверждает неоднородное распределение интенсивности в поперечном сечении, показанное на рисунке 54а. Увеличение амплитуды внешнего излучения до значения $E_{inj} = 0,06$ позволяет полностью подавить неустойчивость и в результате формируется пространственно-однородное распределение интенсивности (рисунок 54б).

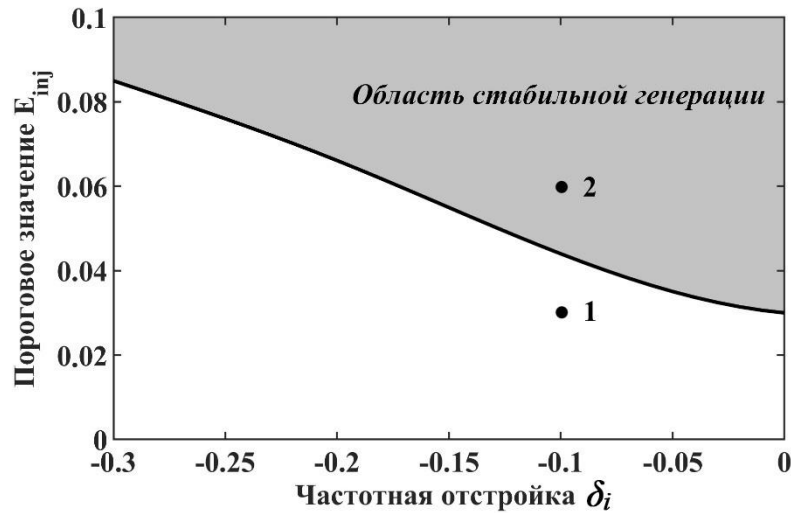


Рисунок 53 – Бифуркационная диаграмма (диаграмма устойчивости), демонстрирующая пороговое значение амплитуды оптической инъекции E_{inj} в зависимости от частотной отстройки δ_i при параметрах системы $\alpha = 1,5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$

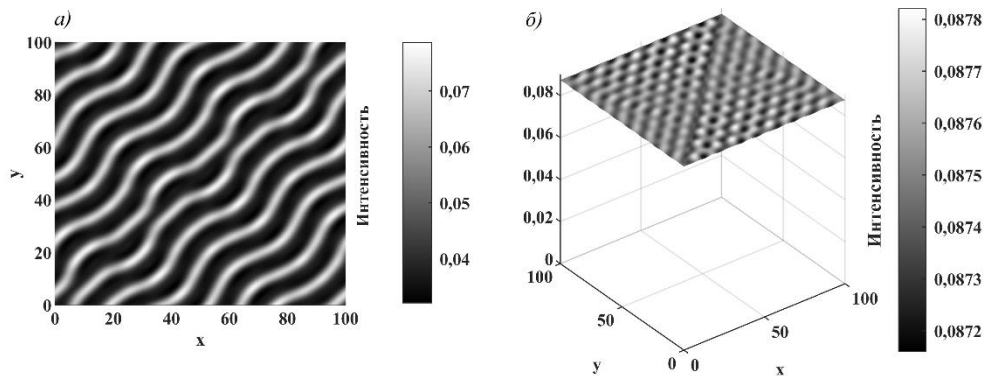


Рисунок 54 – Мгновенное поперечное распределение интенсивности а) $E_{inj} = 0,03$ и $\delta_i = -0,1$ (точка 1 рисунка 53) б) $E_{inj} = 0,06$ и $\delta_i = -0,1$ (точка 2 рисунка 53)

Таким образом, при малом значении фактора Генри α наличие небольшой частотной отстройки между генерируемым и инжектируемым излучением не разрушает эффект стабилизации дополнительным внешним оптическим излучением, а лишь незначительно увеличивает пороговое значение необходимое для стабилизации.

При существенном увеличении частотной отстройки, стабилизация может быть достигнута лишь инжектируемым излучением сопоставимым по интенсивности с генерируемым. По этой причине вызывает интерес не столько возможность стабилизации лазерной системы, сколько управление её динамикой. В следующих подразделах будет исследоваться влияние увеличения значений фактора Генри α на динамику широкоапертурного VCSEL.

4.2 Случай широкоапертурного VCSEL с нерезонансной внешней оптической инъекцией и положительным фактором Генри

В данном разделе будет рассматриваться случай широкоапертурного VCSEL с нерезонансным внешним оптическим излучением, то есть $\mathfrak{J} + \alpha \neq 0$. При этом фактор Генри α выбран положительным, и исследуется влияние этого параметра на динамику системы. Это мотивировано тем фактом, что фактор Генри играет важную роль в дестабилизации динамики и вызывает филаментацию. Например, авторы работы [137] определили значения фактора Генри, при которых профиль интенсивности лазера становится нерегулярным для выбранного значения тока накачки в зависимости от ширины активного слоя. Повышение уровня накачки снижает критическую ширину апертуры, при которой лазер может работать стабильно. Обнаружено, что для малых значений фактора Генри, лазер будет оставаться стабильным с широкой апертурой при уровне накачки в 20 раз превышающее пороговое значение. В дальнейшем авторы подтвердили результаты [137] экспериментальными исследованиями в работе [138]. Обнаружено, что при росте значения фактора Генри расстояние между филаментами уменьшается, это означает, что динамика становится более нерегулярной. Можно сделать вывод, что как увеличение уровня накачки, так и увеличение значения фактора Генри способствуют нарастанию филаментации, и это увеличение прямо коррелирует с уменьшением расстояния между пространственными филаментами.

Важно заметить, что внешняя оптическая инжекция используется не только для стабилизации излучения, но и может выступать в качестве управляющего входного параметра и приводить к оптической бистабильности в лазерной системе [139–141]. Данный эффект также известен как гистерезис по интенсивности. Устройства, обладающие свойствами оптической бистабильности, могут быть использованы для создания ячеек памяти, а также для оптической обработки информации и оптических параллельных вычислений. Кроме того, большой интерес представляет формирование диссипативных оптических солитонов в системах с бистабильностью, что полезно для множества практических приложений [134].

Существование бистабильных режимов в системе широкоапертурного VCSEL с оптической инжекцией определяется видом передаточной функции (1.25) из раздела 1.3, которую будем называть S-кривой однородного стационарного решения. S-кривая определяет зависимость модуля амплитуды внешнего излучения $|E_{inj}|$ от модуля стационарных значений $|E_s|$. Если для одного значения $|E_{inj}|$ существует два значения $|E_s|$, удовлетворяющих уравнению (1.25), то говорят о том, что S-кривая бистабильна.

На рисунке 55 показан случай бистабильной S-кривой для параметров VCSEL $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$. В отсутствие внешнего излучения $|E_{inj}| = 0$ и $\alpha + \vartheta \neq 0$ стационарная генерация не возможна ($|E_s| = 0$). Выполняя численное решение уравнения (1.25) при постепенном увеличении амплитуды внешнего оптического излучения $|E_{inj}|$ от нулевого значения, динамика демонстрирует «движение» соответствующих значений $|E_s|$ по нижней ветви передаточной функции до ее края $|E_s| = |E_s^1|$ (точки поворота), для которого $d|E_s|/d|E_{inj}| = \infty$, что показано пунктирными линиями на рисунке 55. После достижения точки поворота $|E_s| = |E_s^1|$ происходит переключение «вверх» - с нижней ветви на более высокую. Если же постепенно уменьшать

значение $|E_{inj}|$, начиная с высоких значений, то переключение на нижнюю ветвь осуществляется при достижении точки поворота $|E_s| = |E_s^2|$ (известное явление гистерезиса). Непосредственно уравнение (1.25) является неявной функцией и показано сплошными линиями на рисунке 55.

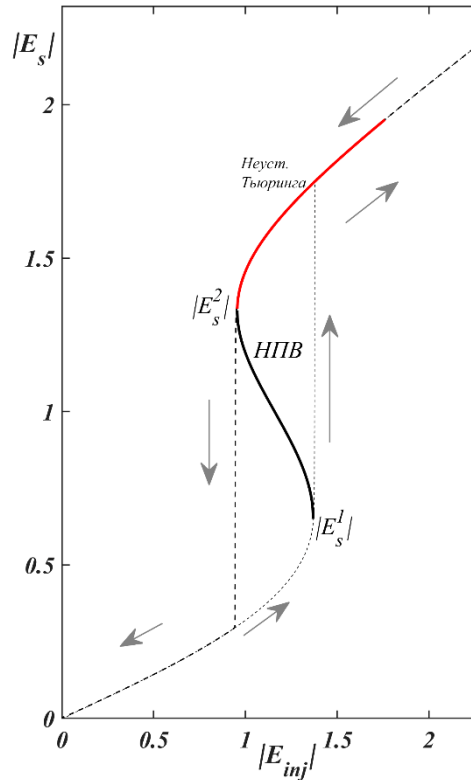


Рисунок 55 – Бистабильная S-кривая однородного стационарного решения (1.25) для параметров $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$ широкоапертурного VCSEL. Красная кривая соответствует стационарным значениям оптического поля, подверженным неустойчивости Тьюринга, черная - неустойчивости плоской волны

Существование области оптической бистабильности можно связать с развитием оптических неустойчивостей в системе широкоапертурного VCSEL с внешней оптической инжекцией.

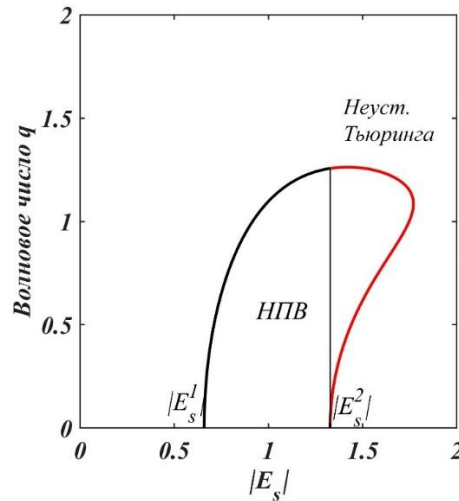


Рисунок 56 – Область неустойчивости Тьюринга при параметрах $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$

На рисунке 56 построена область оптической неустойчивости Тьюринга для следующих параметров $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$ лазерной системы. Пересечение области неустойчивости Тьюринга с осью $q = 0$, определяет диапазон стационарных значений $|E_s^1| < |E_s| < |E_s^2|$, который неустойчив к возмущениям плоской волны. Предельные значения волновых чисел, для которых реализуется неустойчивость плоской волны (ТПВ), показаны на рисунке 56 черным цветом. Как можно видеть, предельные стационарные значения оптического поля для существования ТПВ соответствуют нижней $|E_s^2|$ и верхней $|E_s^1|$ точкам поворота на бистабильной S - кривой на рисунке 55. Диапазон $|E_s^1| < |E_s| < |E_s^2|$ отмечен сплошной кривой черного цвета на рисунка 55 и 56.

Поиск производной $\partial |E_{inj}|^2 / \partial |E_s|^2$, используя выражения (1.26), показывает, что для стационаров из области ТПВ, данная производная всегда будет отрицательна. Таким образом, можно утверждать, что область ТПВ существует только тогда, когда S-кривая имеет отрицательный наклон.

На практике динамика, соответствующая ТПВ не может быть физически реализована в системе. Это связано с вышеупомянутым «переключением»

системы с нижней ветви на верхнюю и наоборот при достижении точек поворота $|E_s^2|$ или $|E_s^1|$, а также в области между ними. Для подтверждения данного утверждения в работе [134] система уравнений (1.17) при параметрах $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$ решалась численно. Для этого использовалась неявная схема Кранка-Николсона с периодическими граничными условиями.

В первом случае в качестве начального условия было выбрано стационарное значение из «красной» части области неустойчивости Тьюринга $|E_s| = 1,63$ с добавлением шума малой амплитуды. Согласно рисунку 55, при численном решении системы для этого значения стационарного оптического поля учитывалось соответствующее внешнее оптическое излучение амплитудой $|E_{inj}| = 1,18$. На основе численного моделирования получена зависимость интенсивности от времени, показанная на рисунке 57а, где хорошо видно, что нерегулярная динамика постепенно развивается от выбранного стационарного значения.

Во втором случае была получена зависимость интенсивности генерации от времени для стационарного значения оптического поля из области НПВ $|E_s| = 0,82$, соответствующая вводимой инжекции с интенсивностью $|E_{inj}| = 1,31$. На рисунке 57б хорошо видно, что сначала происходит «переключение» с интенсивности $|E_s|^2 = 0,67$ в точку верхней ветви S-кривой, соответствующей стационару $|E_s| = 1,7$, для которого интенсивность излучения $|E_s|^2 = 2,89$.

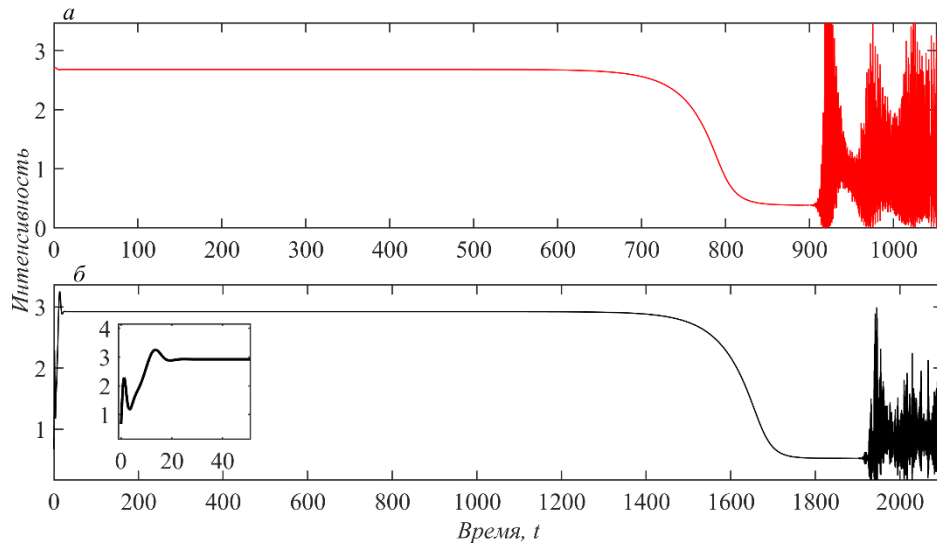


Рисунок 57 – Динамика зависимости интенсивности со временем, развивающийся из стационарного значения $|E_s|$ из области а) неустойчивость Тьюринга б) НПВ при параметрах $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$

Исследуем далее поведение областей неустойчивости Тьюринга и плоской волны с ростом фактора Генри α . Граница неустойчивости Тьюринга определяется кубическим уравнением (1.24), которое получается из условия равенства нулю свободного члена дисперсионного уравнения (1.23). Пересечение области неустойчивости Тьюринга с осью $q = 0$ определяет те стационарные значения поля, которые неустойчивы к возмущениям плоской волны. Тогда, устанавливая $q = 0$, получим, что граница НПВ определяется выражением $c_0 = 0$.

Граничные стационарные значения для неустойчивости Тьюринга существуют, если кубическое уравнение (1.24) имеет два действительных совпадающих решения, что дает выражение:

$$b_2^2(b_1 - 4b_0b_2) - 2db_1(2b_1^2 - 9b_0b_2) - 27d^2b_0^2 = 0 \quad (4.1)$$

На рисунке 58а построена область Тьюринга в плоскости $(\alpha, |E_s|)$ и ограничена кривой красного цвета, а область НПВ закрашена серым цветом.

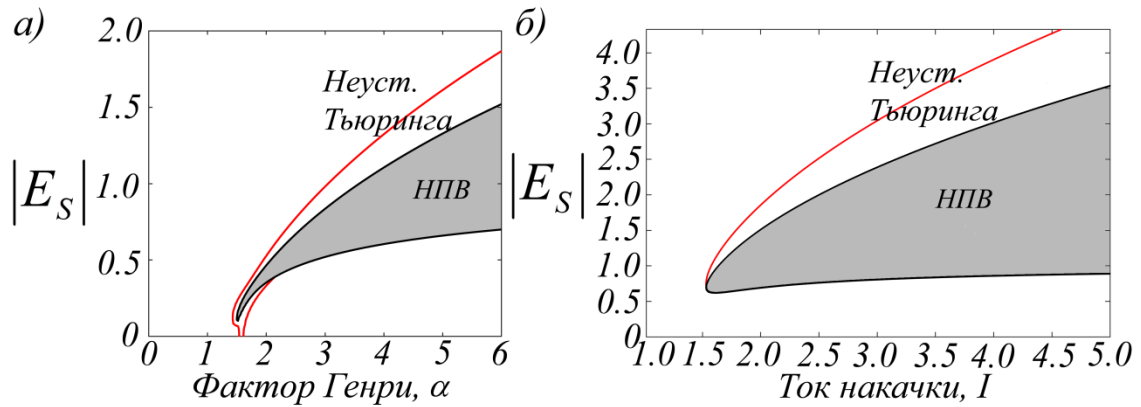


Рисунок 58 – а) Области НПВ и неустойчивости Тьюринга в пространстве $(\alpha, |E_s|)$ при параметрах $\vartheta = -1,5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$; б) Области НПВ и неустойчивости Тьюринга в пространстве $(I, |E_s|)$ при параметрах $\vartheta = -1,5$, $\alpha = 5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $\gamma = 0,1$

На основе полученных результатов видно, что для положительных значений фактора Генри α всегда будут существовать оба типа оптических неустойчивостей: как неустойчивость Тьюринга, так и неустойчивость плоской волны. С ростом фактора Генри α увеличивается и размер неустойчивых областей параметров. Реализации в системе одновременно двух неустойчивостей, означает, что кривая однородного стационарного решения всегда будет бистабильной для выбранных параметров системы.

Также исследуется влияние тока накачки I на развитие пространственно-временных неустойчивостей в системе широкоапертурного VCSEL. На рисунке 58б построена область Тьюринга в плоскости $(I, |E_s|)$ (ограничена кривой красного цвета) и область НПВ (закрашена серым цветом). Рост значения тока накачки I увеличивает размер неустойчивых областей параметров.

4.3 Случай широкоапертурного VCSEL с нерезонансной внешней оптической инъекцией и отрицательным фактором Генри

Исследуем случай широкоапертурного VCSEL, для которого фактор Генри будет отрицательной величиной [142–144]. В данном разделе выберем параметры системы $\vartheta = -1,5$, $\alpha = -5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$.

Воспользуемся аналогичной техникой исследования неустойчивостей, показанной в предыдущем подразделе. На рисунке 59а построена область неустойчивости Тьюринга на множестве значений параметров $(q, |E_s|)$. Для указанных параметров область неустойчивости Тьюринга ограничивается двумя стационарными значениями $|E_s^+|$ и $|E_s^-|$, при этом $|E_s^-| < |E_s^+|$, и обозначена красной пунктирной кривой на рисунке 59а. Область неустойчивости Андронова-Хопфа также получена и ограничена штрихпунктирной кривой синего цвета. Соответствующая S-кривая (рисунок 59б) для выбранных параметров будет моностабильной, так как однородное стационарное решение устойчиво к возмущениям плоской волны.

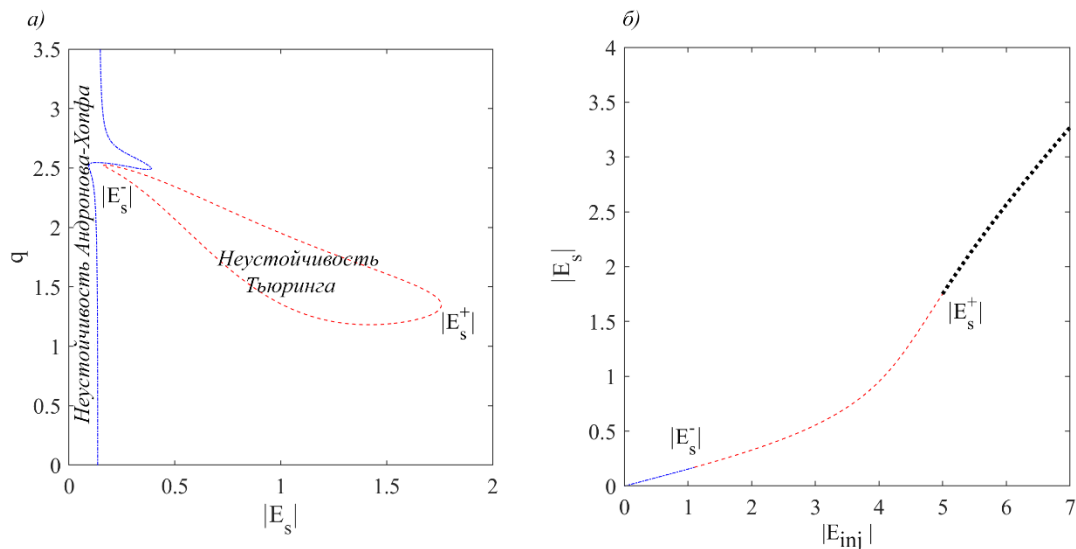


Рисунок 59 – а) области неустойчивости Тьюринга и Андронова-Хопфа б) кривая однородного стационарного решения для параметров $\vartheta = -1,5$, $\alpha = -5$,

$$C = 0,6, d = 0,052, I = 1,85, \gamma = 0,1.$$

Для анализа поведения системы при выбранном отрицательном значении фактора Генри α система уравнений решалась численно с помощью схемы Кранка-Николсона и метода переменных направлений. В качестве начальных условий выбиралось однородное стационарное решение, попадающее в область неустойчивости Тьюринга с рисунка 59а с добавлением шума малой амплитуды. Граничные условия являлись периодическими. Моделирование пространственно-временной динамики при $L < L_{\min}$, где $L_{\min} = 2\pi / q_{\text{limit}}$, где q_{limit} - наибольшее неустойчивое волновое число, показало, что режим пространственно-временной генерации оказывается устойчив, несмотря на наличие неустойчивых мод. Неустойчивые моды начинают развиваться только в случае $L > L_{\min}$. Переходя к размерным значениям, ширина активной области должна быть больше $L_{\min} \approx 20$ мкм для развития пространственно-временных неустойчивостей.

На следующем рисунке 60 показано распределение интенсивности для оптических паттернов, полученных в области неустойчивости Тьюринга.

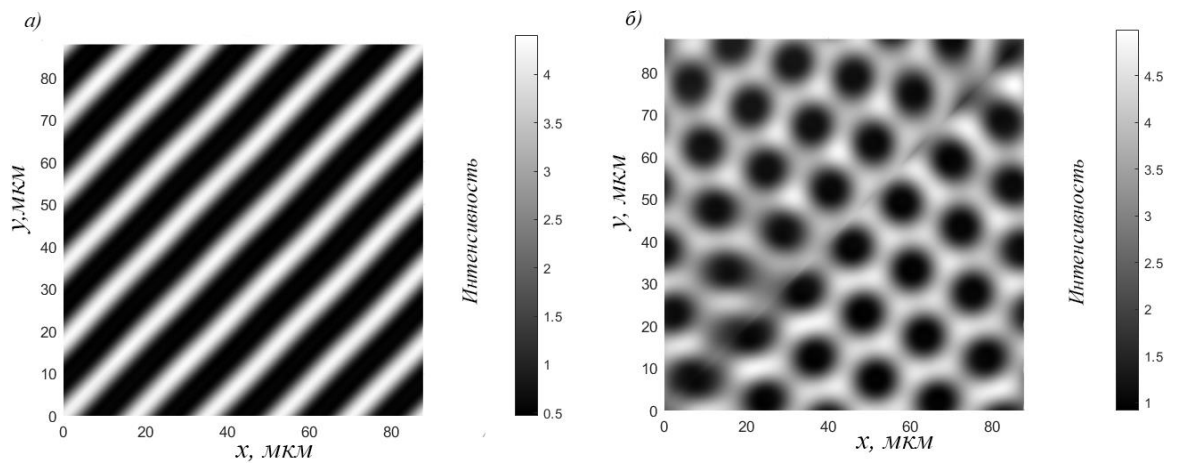


Рисунок 60 – Поперечное распределение интенсивности а) стационарный паттерн в виде полос при $|E_s| = 0,95$ и $|E_{inj}| = 4$ б) стационарный гексагональный паттерн при $|E_s| = 1,57$ и $|E_{inj}| = 4,8$. Параметры системы $\vartheta = -1,5$, $\alpha = -5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 1,85$, $\gamma = 0,1$.

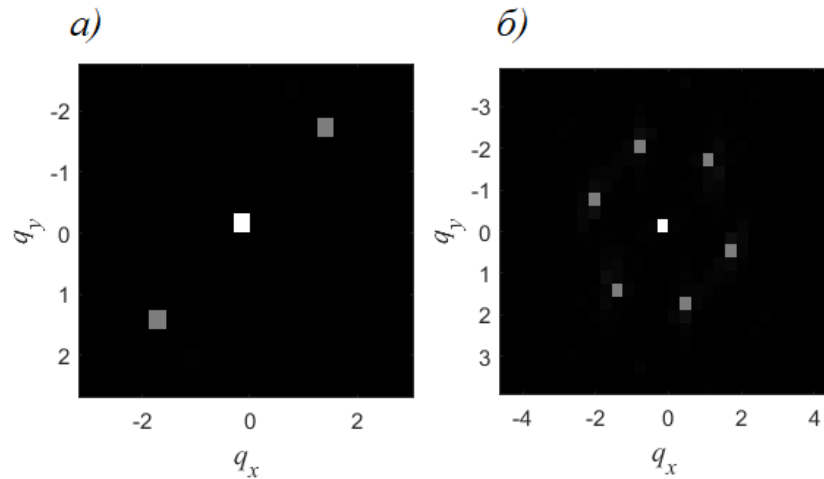


Рисунок 61 – Пространственный спектр в дальней зоне а) для стационарного паттерна в виде полос б) для стационарного гексагонального паттерна с рисунка

60

Пространственный размер полученных оптических структур хорошо согласуется с линейным анализом. На рисунке 61 представлен спектр обратного преобразования Фурье для полученных оптических паттернов в виде полос и гексагонального паттерна. Был определен размер ячеек паттернов, возникающих в результате неустойчивости однородного стационарного решения. Был определен размер ячейки паттерна в виде полос $\lambda = 4,16$, что сравнимо с критической длиной, полученной для правого экстремума неустойчивости Тьюринга с рисунка 59а $\lambda_{cr} = \frac{2\pi}{q_{cr}} = 4,65$. Кроме того, гексагональный узор, возникающий в том же экстремуме, имеет длину ячейки $\lambda = 4,98$, что сравнимо с $\lambda_{cr} = 4,65$.

Отличительной особенностью поведения системы в случае отрицательного фактора Генри от положительного является тот факт, что в данной системе можно добиться перехода от моностабильной S-кривой к бистабильной посредством изменения величины накачки I .

Исследуем далее влияние параметра тока накачки I на развитие неустойчивостей в системе. На следующем рисунке 62 показана область неустойчивости Тьюринга и кривая однородного стационарного решения, когда ток накачки увеличили до $I = 4$, а остальные параметры оставили неизменными.

В этом случае внутри области неустойчивости Тьюринга можно выделить неустойчивость плоской волны, по методике, показанной в разделе 1.3.

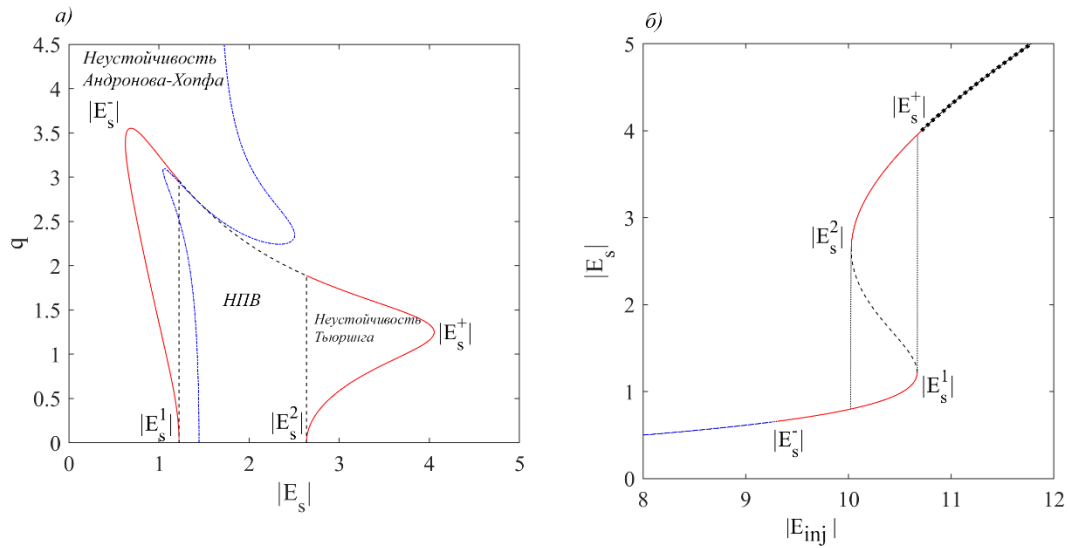


Рисунок 62 – а) Области неустойчивости Тьюринга (красные сплошные линии), Андронова-Хопфа (синие линии), неустойчивости плоской волны (НПВ) (чёрные пунктирные кривые) б) S-кривая однородного стационарного решения для параметров $\vartheta = -1,5$, $\alpha = -5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $I = 4$, $\gamma = 0,1$.

Как видно из рисунка 62а пересечение области неустойчивости Тьюринга с осью $q = 0$ определяет стационарные значения, которые неустойчивы к возмущениям плоской волны. Границы НПВ определяются значениями $|E_s^2|$ и $|E_s^1|$, которые отмечены на рисунке 62. Неустойчивые волновые числа, соответствующие НПВ, ограничены черной пунктирной кривой.

Увеличение уровня накачки приводит к тому, что кривая однородного стационарного решения становится бистабильной, что видно из рисунка 62б. Предельные стационарные значения НПВ соответствуют так называемым нижней $|E_s^2|$ и верхней $|E_s^1|$ точкам поворота S-кривой. Стационарные значения, попадающие в интервал от $|E_s^1|$ до $|E_s^2|$ отмечены пунктиром на кривой рисунка 62б.

Определим, далее, при каких параметрах накачки в системе будет наблюдаться бистабильность S-кривой. Для этого воспользуемся, описанной в предыдущем разделе методикой, и найдем области в пространстве однородных стационарных значений, где могут развиваться неустойчивость Тьюринга и НПВ в зависимости от уровня тока накачки I . На рисунке 63 область неустойчивости Тьюринга ограничена сплошной красной кривой на плоскости $(I, |E_s|)$. Область НПВ, соответственно, ограничена черной пунктирной кривой и закрашена серым цветом. Как можно видеть, область НПВ непосредственно включена в область неустойчивости Тьюринга и начинается после значения амплитуды накачки равной $I = 3,1$. Таким образом, возможность реализации в системе бистабильной динамики может быть достигнута путем повышения уровня накачки выше найденного значения.

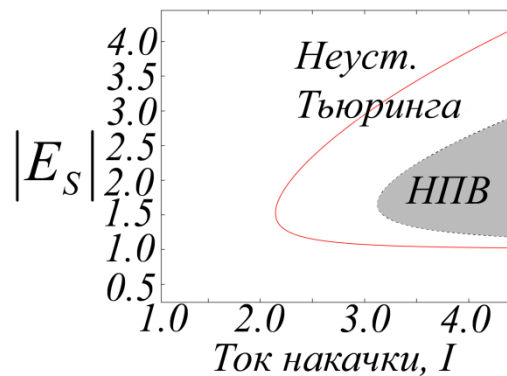


Рисунок 63 – Диаграмма областей неустойчивостей в плоскости $(I, |E_s|)$ для параметров для параметров $\vartheta = -1,5$, $\alpha = -5$, $C = 0,6$, $d = 0,052$, $\gamma = 0,1$.

4.4 Основные результаты четвертой главы

Рассматривается возможность стабилизации широкоапертурного VCSEL с помощью нерезонансного внешнего оптического излучения. Получено, что учет малой частотной отстройки $\delta_i = \vartheta + \alpha$ между свободно генерируемым и инжектируемым излучением не разрушает эффект стабилизации. При этом с ростом значения отстройки увеличивается пороговое значение амплитуды внешнего излучения. С ростом значения модуля отстройки $|\delta_i|$ между

генерируемым и инжектируемым излучением от 0 до 0,3 (отстройка $|\delta_i|$ нормирована на ширину линии усиления) увеличивается пороговое значение интенсивности внешнего оптического излучения с 0,09% до 0,6% от интенсивности насыщения лазерного перехода.

Было рассмотрено два отдельных случая сильно нерезонансного внешнего излучения в широкоапертурном VCSEL: случай положительного фактора Генри , для которого $\mathfrak{H} + \alpha > 0$ и отрицательного с условием $\mathfrak{H} + \alpha < 0$.

В случае $\mathfrak{H} + \alpha > 0$ показано, что в системе может развиваться неустойчивость Тьюринга. В области неустойчивости Тьюринга в свою очередь может быть выделена подобласть неустойчивости плоской волны. Кривая однородного стационарного решения в данном случае остается бистабильной при росте значения фактора Генри. Показано, что точки поворота кривой однородного стационарного решения всегда соответствуют границам неустойчивости плоской волны. С увеличением фактора Генри оба типа неустойчивостей сохраняются, что подтверждает существование оптической бистабильности в системе. Это означает, что при введении в систему внешнего оптического излучения, всегда будет наблюдаться петля гистерезиса по интенсивности для случая $\mathfrak{H} + \alpha > 0$. Численно показано, что стационарные состояния из области неустойчивости плоской волны не могут быть реализованы, так как система в этой области испытывает бифуркацию и происходит резкое «переключение» на стационарные состояния верхней ветви гистерезиса.

Случай полупроводникового VCSEL, для которого $\mathfrak{H} + \alpha < 0$, демонстрирует иную пространственно-временную динамику. Кривая однородного стационарного решения может быть как моностабильной, так и бистабильной в зависимости от уровня тока накачки I . В результате численного моделирования были получены пространственные оптические структуры: паттерны и гексагоны. Пространственный размер оптических структур согласуется с линейным анализом. В результате увеличения тока накачки область неустойчивости

Тьюринга увеличивается, и внутри ее границ развивается неустойчивость плоской волны.

Заключение

В данной диссертации исследуются пространственно-временные оптические неустойчивости в широкоапертурных лазерах. Рассматриваются механизмы стабилизации лазерного излучения с помощью метода внешней оптической инъекции.

Основные результаты, полученные при выполнении данной диссертационной работы:

1. Найдены области значений амплитуды внешнего излучения и частотной отстройки между генерируемым и инжектируемым излучением, в которых эффективно подавляются неустойчивости оптического поля типа Андронова-Хопфа и/или Фарадея в широкоапертурном лазере динамического класса В. Построены бифуркационные диаграммы, определяющие пороговые границы инжектируемого сигнала. При глубине периодической модуляции параметра накачки $0 < m < 0,5$ и частотной отстройке $-0,4 < \theta < 0,4$ (θ нормирована на ширину линии усиления), стабилизирующая интенсивность внешнего оптического излучения находится в пределах 0,01% - 0,8% от интенсивности насыщения.
2. Рассчитано, что для VCSEL с длиной волны генерации равной 850 нм, ширина активной области, на которой возможно развитие модуляционной неустойчивости при выбранных в диссертации параметрах системы, должна быть больше $L_{\min} \approx 115$ мкм. Предложено для устранения модуляционной неустойчивости оптического поля, генерируемого широкоапертурным VCSEL, управлять стационарным значением генерации с помощью слабой внешней оптической инъекции. Для этого построена бифуркационная диаграмма и найдено выражение, позволяющее определить пороговое значение амплитуды оптической инъекции для смещения модуля амплитуды стационарного поля в устойчивую область. Показано, что для стабилизации оптического поля достаточно, чтобы пороговая амплитуда оптической инъекции была порядка 1%

от интенсивности стационарного поля. Показано также, что внешняя оптическая инжекция позволяет получить в поле излучения VCSEL стационарные пространственные оптические структуры различной формы. Продemonстрировано, что изменение амплитуды и ширины пучка внешнего оптического излучения позволяет управлять типом стационарных пространственных оптических структур.

3. Исследовано влияние несовпадения частоты инжектируемого оптического пучка и генерируемого лазером излучения на стабилизацию оптического поля и формирование стационарных оптических структур в широкоапертурном VCSEL в зависимости от знака фактора Генри. Получено, что учет малой частотной отстройки не разрушает эффект стабилизации. При этом с ростом значения модуля отстройки $|\delta_i|$ между генерируемым и инжектируемым излучением от 0 до 0,3 (отстройка $|\delta_i|$ нормирована на ширину линии усиления) увеличивается пороговое значение интенсивности внешнего оптического излучения с 0,09% до 0,6% от интенсивности насыщения. Получено, что кривая зависимости модуля амплитуды однородного стационарного оптического поля от модуля амплитуды внешнего нерезонансного оптического излучения (S-кривая) может быть как бистабильной, так и моностабильной в зависимости от параметров системы. Показано, что в случае бистабильности точки поворота данной S-кривой всегда соответствуют границам неустойчивости плоской волны. Из чего сделан вывод, что в рассмотренной системе широкоапертурного VCSEL неустойчивость плоской волны существует, когда S-кривая бистабильна. Получено, что для случая положительного фактора Генри S-кривая всегда бистабильна, и при увеличении фактора Генри и значения тока накачки границы областей неустойчивостей Тьюринга и плоской волны увеличиваются. Для случая отрицательного фактора Генри обнаружены параметрические области формирования стационарных оптических структур, а именно, полос и гексагонов.

Таким образом, практическая и теоретическая ценность проведенных исследований заключается в том, что их результаты могут быть использованы как

для получения пространственно-однородного лазерного излучения высокой мощности, так и для формирования стационарных оптических паттернов, представляющих интерес для применения в современных системах оптической связи и разработке разнообразных устройств типа «On-chip VCSELs».

Перспективы дальнейшей разработки темы.

Дальнейшие исследования будут направлены на определение параметров инжектируемого пучка (его амплитуда и ширина), которые обеспечивают стабилизацию оптического излучения широкоапертурного лазера в случае термального линзирования. Эффект термической линзы возникает в широкоапертурных лазерах в следствии неоднородности разогрева активной среды.

Список литературы

1. Recent advances in 850 nm VCSELs for high-speed interconnects / H.-T. Cheng, Y.-C. Yang, T.-H. Liu, C.-H. Wu // *Photonics*. – MDPI, 2022. – Т. 9. – С. 107.
2. Review of VCSELs for Complex Data-Format Transmission Beyond 100-Gbit/s / C.-H. Cheng, W.-C. Lo, B. Su [и др.] // *IEEE Photonics Journal*. – 2021. – Т. 13. – № 5. – С. 1-13.
3. Vertical-cavity surface-emitting lasers for data communication and sensing / A. Liu, P. Wolf, J. A. Lott, D. Bimberg // *Photonics Research*. – 2019. – Т. 7. – № 2. – С. 121-136.
4. Zaikin, A. P. Effect of the cross-relaxation rate on the transverse radiation dynamics of a wide-aperture laser / A. P. Zaikin, N. E. Molevich // *Quantum Electronics*. – 2004. – Т. 34. – № 8. – С. 731-735.
5. Leyva, I. Time-resolved pattern evolution in a large-aperture class A laser / I. Leyva, J. M. Guerra // *Physical Review A*. – 2002. – Т. 66. – № 2. – С. 23820.
6. Space-time dynamics of wide-gain-section lasers / P. K. Jakobsen, J. V. Moloney, A. C. Newell, R. Indik // *Physical Review A*. – 1992. – Т. 45. – № 11. – С. 8129-8137.
7. Dynamic transition from modelike patterns to turbulentlike patterns in a broad-area Nd: YAG laser / E. Cabrera, S. Melle, O. G. Calderón, J. M. Guerra // *Optics letters*. – 2006. – Т. 31. – № 8. – С. 1067-1069.
8. Intrinsic performance-limiting instabilities in two-level class-B broad-area lasers / A. V. Pakhomov, N. E. Molevich, A. A. Krents, D. A. Anchikov // *Optics Communications*. – 2016. – Т. 372. – С. 14-21.
9. Mandel, P. Transverse dynamics in cavity nonlinear optics (2000-2003) / P. Mandel, M. Tlidi // *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*. – 2004. – Т. 6. – № 9. – С. R60–R75.
10. Пространственно-временные неустойчивости в широкоапертурных

лазерах / Анчиков Д.А., Кренц А. А., Молевич Н. Е., Пахомов А. В. // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38. – С. 681-685.

11. Suppression of modulation instability in broad area semiconductor amplifiers / S. Kumar, R. Herrero, M. Botey, K. Staliunas // Opt. Lett. – 2014. – Т. 39. – № 19. – С. 5598-5601.

12. Stabilization of flat-mirror vertical-external-cavity surface-emitting lasers by spatiotemporal modulation of the pump profile / W.W.Ahmed, S. Kumar, R. Herrero [и др.] // Physical Review A. – 2015. – Т. 92. – № 4. – С. 043829.

13. Radziunas, M. Spatial “rocking” in broad emission area semiconductor lasers / M. Radziunas, K. Staliunas // 2011 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe and 12th European Quantum Electronics Conference (CLEO EUROPE/EQEC). – 2011. – С. 1.

14. Valcárcel, G. J. de. Pattern Formation through Phase Bistability in Oscillatory Systems with Space-Modulated Forcing / G. J. de Valcárcel, K. Staliunas // Physical Review Letters. – 2010. – Т. 105. – № 5. – С. 54101.

15. Valcárcel, G. J. de. Phase-bistable Kerr cavity solitons and patterns / G. J. de Valcárcel, K. Staliunas // Physical Review A. – 2013. – Т. 87. – № 4. – С. 43802.

16. Krents, A. A. Resonant excitation of transverse patterns in broad-area lasers by periodic temporal pump modulation / A. A. Krents, N. E. Molevich, D. A. Anchikov // Journal of the Optical Society of America B. – 2017. – Т. 34. – № 8. – С. 1733-1739.

17. Anchikov, D. Spatially inhomogeneous pattern formation due to parametric modulation in large broad-area lasers / D. Anchikov, A. Krents, N. Molevich // Computer Optics. – 2017. – Т. 41. – № 3. – С. 363-368.

18. Panajotov, K. Spontaneous motion of cavity solitons in vertical-cavity lasers subject to optical injection and to delayed feedback / K. Panajotov, M. Tlidi // European Physical Journal D. – 2010. – Т. 59. – № 1. – С. 67-72.

19. Kumar, S. Suppression and control of modulation instability / S. Kumar. – Universitat Politècnica de Catalunya, 2017.

20. Staliunas, K. Spatial-localized structures in degenerate optical parametric oscillators / K. Staliunas, V. J. Sanchez-Morcillo // *Physical Review A*. – 1998. – T. 57. – № 2. – C. 1454.
21. Michaelis, D. Multistable localized structures and superlattices in semiconductor optical resonators / D. Michaelis, U. Peschel, F. Lederer // *Physical Review A*. – 1997. – T. 56. – № 5. – C. R3366.
22. Spatial soliton pixels in semiconductor devices / M. Brambilla, L. A. Lugiato, F. Prati [и др.] // *Physical Review Letters*. – 1997. – T. 79. – № 11. – C. 2042.
23. Localized structures in broad area VCSELs: experiments and delay-induced motion / M. Tlidi, E. Averlant, A. Vladimirov [и др.] // *Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis: Selected papers from CSNDD 2012 and CSNDD 2014*. – Springer, 2015. – C. 417-437.
24. Extreme events in a broad-area semiconductor laser with coherent injection / C. Rimoldi, M. Eslami, F. Prati, G. Tissoni // *Physical Review A*. – 2022. – T. 105. – № 2. – C. 23525.
25. Campillo, A. J. Periodic breakup of optical beams due to self-focusing / A. J. Campillo, S. L. Shapiro, B. R. Suydam // *Applied Physics Letters*. – 1973. – T. 23. – № 11. – C. 628-630.
26. Beam shaping in spatially modulated broad-area semiconductor amplifiers / R. Herrero, M. Botey, M. Radziunas, K. Staliunas // *Optics Letters*. – 2012. – T. 37. – № 24. – C. 5253-5255.
27. Suppression of modulation instability in pump modulated flat-mirror VECSELs / W. W. Ahmed, S. Kumar, R. Herrero [и др.] // *Nonlinear Optics and its Applications IV*. – SPIE, 2016. – T. 9894. – C. 27-33.
28. Stabilization of broad-area semiconductor laser sources by simultaneous index and pump modulations / W. W. Ahmed, S. Kumar, J. Medina [и др.] // *Optics Letters*. – 2018. – T. 43. – № 11. – C. 2511-2514.
29. Spatiotemporal stabilization proof of concept of Broad Area Semiconductor laser sources / J. Medina Pardell, W. W. Ahmed Waseem, S. Kumar [и др.]

др.]. – 2018.

30. Feedback sensitivity of 1.3 μm InAs/GaAs quantum dot lasers / D. O'Brien, S. Hegarty, G. Huyet [и др.] // *Electronics Letters*. – 2004. – Т. 39. – С. 1819-1820.

31. Gaciu, N. Control of Broad-Area Laser Dynamics with Delayed Optical Feedback / N. Gaciu, E. Gehrig, O. Hess // *Handbook of Chaos Control: Second Edition*. – 2008. – С. 427-453.

32. Sensitivity of quantum-dot semiconductor lasers to optical feedback / D. O'Brien, S. P. Hegarty, G. Huyet, A. V Uskov // *Optics letters*. – 2004. – Т. 29. – № 10. – С. 1072-1074.

33. Wolff, S. Intracavity stabilization of broad area lasers by structured delayed optical feedback / S. Wolff, H. Fouckhardt // *Optics express*. – 2000. – Т. 7. – С. 222-227.

34. Dynamics of broad-area semiconductor lasers with short optical feedback / T. Tachikawa, S. Takimoto, R. Shogenji, J. Ohtsubo // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. – 2010. – Т. 46. – № 2. – С. 140-149.

35. Mogensen, F. M. Locking conditions and stability properties for a semiconductor laser with external light injection / F. M. Mogensen, H. L. Olesen, G. Jacobsen // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. – 1985. – Т. 21. – С. 784-793.

36. Gavrielides, A. Analytical stability boundaries for a semiconductor laser subject to optical injection / A. Gavrielides, V. Kovanis, T. Erneux // *Optics Communications*. – 1997. – Т. 136. – С. 253-256.

37. Control of spatio-temporal dynamics of broad-area semiconductor lasers by strong optical injection / S. Takimoto, T. Tachikawa, R. Shogenji, J. Ohtsubo // *IEEE Photonics Technology Letters*. – 2009. – Т. 21. – № 15. – С. 1051-1053.

38. Staliunas, K. Transverse Patterns in Nonlinear Optical Resonators / K. Staliunas, V. Sánchez-Morcillo // *Springer Tracts in Modern Physics*. – 2004. – Т. 183.

39. Local-field effects in pattern formation in large-aspect-ratio lasers / O. G. Calderón, E. Cabrera, M. Antón, J. M. Guerra // *Physical Review A*. – 2003. –

T. 67. – № 4. – C. 43812.

40. Simmendinger, C. Controlling complex temporal and spatio-temporal dynamics in semiconductor lasers by delayed optical feedback / C. Simmendinger, O. Hess // *Physics and Simulation of Optoelectronic Devices VII.* – SPIE. – 1999. – T. 3625. – C. 656-667.

41. Blaaberg Jensen, S. Structure, Stability Properties, and Nonlinear Dynamics of Lateral Modes of a Broad Area Semiconductor Laser / S. Blaaberg Jensen. – Technical University of Denmark, 2007.

42. Complex Spatio-Temporal Dynamics in the Nearfield of a Broad-Area Semiconductor Laser. / I. Fischer, O. Hess, W. Elsässer, E. Gobel // *Europhysics Letters.* – 1996. – T. 35. – C. 579-584.

43. Mandre, S. Control of the spatiotemporal emission of a broad-area semiconductor laser by spatially filtered feedback / S. Mandre, I. Fischer, W. Elsässer // *Optics letters.* – 2003. – T. 28. – C. 1135-1137.

44. Spatio-temporal Dynamics of Broad Area Semiconductor Lasers and its Characterization / T. Burkhard, M. O. Ziegler, I. Fischer, W. Elsässer // *Chaos Solitons and Fractals.* – 1999. – T. 10. – № 4. – C. 845-850.

45. Cross, M. C. Pattern formation outside of equilibrium / M. C. Cross, P. C. Hohenberg // *Reviews of modern physics.* – 1993. – T. 65. – № 3. – C. 851-1112.

46. Modulational instabilities and cavity solitons in semiconductor microcavities / L. A. Lugiato, L. Spinelli, G. Tissoni, M. Brambilla // *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics.* – 1999. – T. 1. – № 1. – C. 43-51.

47. Spatial solitons in semiconductor microcavities / L. Spinelli, G. Tissoni, M. Brambilla [и др.] // *Physical Review A.* – 1998. – T. 58. – № 3. – C. 2542.

48. Kondo, S. Reaction-diffusion model as a framework for understanding biological pattern formation. / S. Kondo, T. Miura // *Science.* – 2010. – T. 329. – № 5999. – C. 1616-1620.

49. Denz, C. Spatio-temporal instabilities and self-organization / C. Denz, P. Jander // *Photorefractive Materials and Their Applications 1: Basic Effects.* – Springer, 2006. – C. 253-287.

50. Spontaneous formation of hexagons, squares and squeezed hexagons in a photorefractive phase conjugator with virtually internal feedback mirror / T. Honda, H. Matsumoto, M. Sedlatschek [и др.] // *Optics Communications*. – 1997. – Т. 133. – С. 293-299.
51. Denz, C. Transverse-Pattern Formation in Photorefractive Optics / C. Denz, M. Schwab, C. Weilnau // *Springer Tracts in Modern Physics*. – 2003.
52. Firth, W. Spontaneous Pattern Formation in an Absorptive System / W. Firth, A. Scroggie // *EPL (Europhysics Letters)*. – 2007. – Т. 26. – № 7. – С. 521-526.
53. Turing Patterns in Nonlinear Optics BT - Transverse Patterns in Nonlinear Optical Resonators // ред. K. Staliūnas, V. J. Sánchez-Morcillo. – Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2003. – С. 169-192.
54. Experimental study of stationary turing patterns and their interaction with traveling waves in a chemical system / P. de Kepper, J. Perraud, B. Rudovics, E. Dulos // *International Journal of Bifurcation and Chaos*. – 1994. – Т. 04. – С. 1215-1231.
55. Denz, C. Spatio-Temporal Instabilities and Self-Organization / C. Denz, P. Jander // *Springer Series in Optical Sciences*. – 2006. – Т. 113. – С. 253-287.
56. Transverse pattern formation and its control in photorefractive optics / C. Denz, P. Jander, M. Schwab [и др.] // *Annalen der Physik*. – 2004. – Т. 13. – С. 391-402.
57. Cavity solitons in broad-area vertical-cavity surface-emitting lasers below threshold / X. Hachair, S. Barland, L. Furfaro [и др.] // *Physical Review A*. – 2004. – Т. 69. – № 4. – С. 043817.
58. Cavity solitons in passive bulk semiconductor microcavities II Dynamical properties and control / G. Tissoni, L. Spinelli, M. Brambilla [и др.] // *Journal of the Optical Society of America B*. – 1999. – Т. 16. – № 11. – С. 2095-2105.
59. Weiss, C. O. Pattern formation in optical resonators / C. O. Weiss, Y. Larionova // *Reports on Progress in Physics*. – 2007. – Т. 70. – № 2. – С. 255.
60. Taming of Modulation Instability by Spatio-Temporal Modulation of the Potential / S. Kumar, R. Herrero, M. Botey, K. Staliunas // *Scientific Reports*. – 2015. –

T. 5. – № 1. – C. 13268.

61. Yang, H. Spectral evolution of an optical pattern generated by spatial modulation instability in a reorientational Kerr nonlinear medium / H. Yang, L. Zhang, X. Fu // *Journal of Modern Optics*. – 2012. – T. 59. – C. 106-114.

62. Mel'nikov, L. ~A. Dynamics and instabilities in long SRS fibre lasers with linear and ring cavities / L. ~A. Mel'nikov, Y. A. Mazhirina // *Quantum Electronics*. – 2017. – T. 47. – № 12. – C. 1083.

63. Parametric amplification in optical fibre with longitudinally varying dispersion / Y. A. Mazhirina, L. ~A. Mel'nikov, A. ~A. Sysoliatin [и др.] // *Quantum Electronics*. – 2021. – T. 51. – № 8. – C. 692-699.

64. Prati, F. Long-wavelength instability in broad-area semiconductor lasers / F. Prati, L. Columbo // *Physical Review A*. – 2007. – T. 75. – № 5. – C. 53811.

65. Bandelow, U. Supercontinuum Generation by the Modulation Instability / U. Bandelow, A. Demircan // *Frontiers in Optics*. – Optica Publishing Group, 2005. – C. FWI5.

66. Agrawal, G. P. *Nonlinear Fiber Optics* / G. P. Agrawal. – 6th ed. – Academic Press, 2019.

67. Optical rogue waves / D. R. Solli, C. Ropers, P. Koonath, B. Jalali // *Nature*. – 2007. – T. 450. – № 7172. – C. 1054-1057.

68. Gibson, C. J. Optical Rogue Waves in Vortex Turbulence / C. J. Gibson, A. M. Yao, G.-L. Oppo // *Physical Review Letters*. – 2016. – T. 116. – № 4. – C. 43903.

69. Pucci, G. Faraday instability in floating liquid lenses: The spontaneous mutual adaptation due to radiation pressure / G. Pucci, M. Ben Amar, Y. Couder // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2013. – T. 725. – C. 402-427.

70. Self-Induced Faraday Instability Laser / A. M. Perego, S. V Smirnov, K. Staliunas [и др.] // *Physical Review Letters*. – 2018. – T. 120. – № 21. – C. 213902.

71. Douady, S. Experimental study of the Faraday instability / S. Douady // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1990. – T. 221. – C. 383-409.

72. Pattern Generation by Dissipative Parametric Instability / A. M. Perego, N. Tarasov, D. V. Churkin [и др.] // *Physical Review Letters*. – 2016. – T. 116. – № 2.

– C. 028701.

73. Edwards, W. S. Patterns and quasi-patterns in the Faraday experiment / W. S. Edwards, S. Fauve // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1994. – Т. 278. – С. 123–148.

74. Sensitive control of broad-area semiconductor lasers by cavity shape / K. Kim, S. Bittner, Y. Jin [и др.] // *APL Photonics*. – 2022. – Т. 7. – № 5. – С. 056106.

75. Spatio-temporal dynamics of highly multimode semiconductor lasers / K. Kim, S. Bittner, Y. Zeng [и др.] // *Conference on Lasers and Electro-Optics*. – 2020. – С. SF1E.6.

76. Spatial structure of lasing modes in wave-chaotic semiconductor microcavities / S. Bittner, K. Kim, Z. Yongquan [и др.] // *New Journal of Physics*. – 2020. – Т. 22. – С. 083002.

77. Rajesh, S. Suppression of chaos in a directly modulated semiconductor laser with delayed optoelectronic feedback / S. Rajesh, V. Nandakumaran // *Physics Letters A*. – 2003. – Т. 319. – С. 340-347.

78. Dynamics of Broad-Area Semiconductor Lasers With Short Optical Feedback / T. Tachikawa, S. Takimoto, R. Shogenji, J. Ohtsubo // *Quantum Electronics, IEEE Journal of*. – 2010. – Т. 46. – С. 140-149.

79. Stabilized narrow-beam emission from broad-area semiconductor lasers / J. Medina Pardell, R. Herrero, M. Botey, K. Staliunas // *Physical Review A*. – 2020. – Т. 101. – № 3. – С. 33833.

80. Translationally invariant metamirrors for spatial filtering of light beams / P. Y. Wang, R. Herrero, M. Botey [и др.] // *Physical Review A*. – 2020. – Т. 102. – № 1. – С. 013517.

81. Regularization of vertical-cavity surface-emitting laser emission by periodic non-Hermitian potentials / W. W. Ahmed, R. Herrero, M. Botey [и др.] // *Optics letters*. – 2019. – Т. 44. – № 16. – С. 3948-3951.

82. Chang, C.-H. Injection locking of VCSELs / C.-H. Chang, L. Chrostowski, C. J. Chang-Hasnain // *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*. – 2003. – Т. 9. – № 5. – С. 1386-1393.

83. Parekh, D. Optical Injection Locking of Vertical Cavity Surface-Emitting

Lasers: Digital and Analog Applications / D. Parekh. – 2012.

84. Barbay, S. Cavity Solitons in VCSEL Devices / S. Barbay, R. Kuszelewicz, J. R. Tredicce // *Advances in Optical Technologies*. – 2011. – Т. 2011. – № 1. – С. 628761.

85. Cavity solitons in a driven VCSEL above threshold / X. Hachair, F. Pedaci, E. Caboche [и др.] // *IEEE Journal of selected topics in quantum electronics*. – 2006. – Т. 12. – № 3. – С. 339-351.

86. Cavity solitons as pixels in semiconductor microcavities / S. Barland, J. Tredicce, M. Brambilla [и др.] // *Nature*. – 2002. – Т. 419. – С. 699-702.

87. Quantum noise in VCSELs / J.-P. Hermier, I. Maurin, E. Giacobino [и др.] // *New Journal of Physics*. – 2000. – Т. 2. – № 1. – С. 326.

88. Pakhomov, A. V. Stabilization of class-B broad-area laser emission by external optical injection / A. V. Pakhomov, R. M. Arkhipov, N. E. Molevich // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2017. – Т. 34. – № 4. – С. 756-763.

89. Подавление пространственно-временных неустойчивостей излучения широкоапертурных лазеров класса В / Д. А. Анчиков, А. А. Кренц, Н. Е. Молевич, А. В. Пахомов // *Компьютерная оптика*. – 2016. – Т. 40. – № 1. – С. 31-35.

90. Ханин Я.И. Основы динамики лазеров / Ханин Я.И. – Москва : Наука. Физматлит, 1999. – 368 с.

91. Sailliot, C. Filamentation in broad area quantum dot semiconductor lasers / C. Sailliot, V. Voignier, G. Huyet // *Optics Communications*. – 2002. – Т. 212. – № 4-6. – С. 353-357.

92. Подавление пространственно-временных неустойчивостей в широкоапертурных лазерах с модуляцией накачки при помощи оптической инъекции / Е. А. Ярунова, А. А. Кренц, Д. А. Анчиков, Н. Е. Молевич // *Краткие сообщения по физике ФИАН*. – 2021. – Т. 48. – № 2. – С. 35-41.

93. Стабилизация излучения широкоапертурных лазеров с помощью оптической инъекции / Е. А. Ярунова, А. А. Кренц, Д. А. Анчиков, Н. Е. Молевич // *Краткие сообщения по физике ФИАН*. – 2019. – Т. 46. – № 4. – С. 33-37.

94. Ярунова, Е. А. Пространственно-временная динамика

широкоапертурных лазеров с модуляцией накачки и инжекцией внешнего оптического излучения / Е. А. Ярунова, А. А. Кренц, Н. Е. Молевич // Известия вузов. Радиофизика. – 2021. – Т. 64. – № 4. – С. 320-330.

95. Gain and linewidth enhancement factor in InAs quantum-dot laser diodes / T. C. Newell, D. J. Bossert, A. Stintz [и др.] // IEEE Photonics Technology Letters. – 1999. – Т. 11. – № 12. – С. 1527-1529.

96. Подавление волновой неустойчивости в широкоапертурных лазерах с помощью внешней оптической инжекции / Д. А. Анчиков, А. А. Кренц, Н. Е. Молевич, Е. А. Ярунова // Динамика и виброакустика. – 2018. – Т. 4. – № 4. – С. 23-26.

97. Spatial mode structure of bottom-emitting broad-area vertical-cavity surface-emitting lasers / T. Ackemann, S. Barland, M. Cara [и др.] // Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics. – 2000. – Т. 2. – № 3. – С. 406.

98. Pattern Formation in the Transverse Section of a Laser with a Large Fresnel Number / S. P. Hegarty, G. Huyet, J. G. McInerney, K. D. Choquette // Physical Review Letters. – 1999. – Т. 82. – № 7. – С. 1434-1437.

99. The dynamical complexity of optically injected semiconductor lasers / S. Wieczorek, B. Krauskopf, T. B. Simpson, D. Lenstra // Physics Reports. – 2005. – Т. 416. – № 1-2. – С. 1-128.

100. Semiconductor laser dynamics beyond the rate-equation approximation / J. Yao, G. Agrawal, P. Gallion, C. Bowden // Optics Communications. – 1995. – Т. 119. – С. 246-255.

101. Schawlow, A. L. Infrared and optical masers / A. L. Schawlow, C. H. Townes // Physical Review. – 1958. – Т. 112. – № 6. – С. 1940-1949.

102. Henry, C. Theory of the linewidth of semiconductor lasers / C. Henry // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 1982. – Т. 18. – № 2. – С. 259-264.

103. Yu, Y. Measurement of the linewidth enhancement factor of semiconductor lasers based on the optical feedback self-mixing effect / Y. Yu, G. Giuliani, S. Donati // IEEE Photonics Technology Letters. – 2004. – Т. 16. – № 4. – С. 990-992.

104. Advances in measurements of physical parameters of semiconductor lasers

/ G. E. Shtengel, R. F. Kazarinov, G. L. Belenky [и др.] // International journal of high speed electronics and systems. – 1998. – Т. 9. – № 04. – С. 901-940.

105. Linewidth enhancement factor in semiconductor lasers subject to various external optical feedback conditions / C.-F. Chuang, Y.-H. Liao, C.-H. Lin [и др.] // Optics Express. – 2014. – Т. 22. – № 5. – С. 5651-5658.

106. Li, H. Detailed analysis of coherence collapse in semiconductor lasers / H. Li, J. Ye, J. G. McInerney // IEEE journal of quantum electronics. – 1993. – Т. 29. – № 9. – С. 2421-2432.

107. Measurement of Chirp Parameter and Modulation Index of a Semiconductor Laser Based on Optical Spectrum Analysis / T. Zhang, N. H. Zhu, B. H. Zhang, X. Zhang // IEEE Photonics Technology Letters. – 2007. – Т. 19. – № 4. – С. 227-229.

108. Cavity solitons in driven VCSELs above threshold / G. Tissoni, L. Columbo, F. Prati [и др.] // EQEC '05. European Quantum Electronics Conference. – Munich, Germany, 2005. – С. 133.

109. Cavity solitons in driven VCSELs above threshold / G. Tissoni, L. A. Lugiato, I. Protsenko [и др.] // Proceedings of SPIE. – 2004. – Т. 5452. – С. 335-343.

110. Cavity solitons in passive bulk semiconductor microcavities. I. Microscopic model and modulational instabilities / G. Tissoni, L. Spinelli, M. Brambilla [и др.] // JOSA B. – 1999. – Т. 16. – № 11. – С. 2083-2094.

111. Routh, E. J. A Treatise On the Stability of a Given State of Motion: Particularly Steady Motion / E. J. Routh. – London : Macmillan and Company, 1877.

112. Hurwitz, A. On the conditions under which an equation has only roots with negative real parts / A. Hurwitz // Selected papers on mathematical trends in control theory. – 1964. – Т. 65. – С. 273-284.

113. Rimoldi, C. Extreme events in extended nonlinear optical cavities / C. Rimoldi. – Université Côte d'Azur, 2017.

114. Static and dynamic properties of cavity solitons in VCSELs with optical injection / F. Prati, G. Tissoni, C. McIntyre, G. L. Oppo // European Physical Journal D.

– 2010. – Т. 59. – № 1. – С. 139-147.

115. Калиткин, Н. Н. Численные методы. 2 изд. / Н. Н. Калиткин. – БХВ-Петербург, 2011.

116. Complex intermittent dynamics in large-aspect-ratio homogeneously broadened single-mode lasers / D. Amroun, M. Brunel, C. Letellier [и др.] // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. – 2005. – Т. 203. – № 3-4. – С. 185-197.

117. Čiegis, R. Numerical algorithms for simulation of multisection lasers by using traveling wave model / R. Čiegis, M. Radziunas, M. Lichtner // *Mathematical Modelling and Analysis*. – 2008. – Т. 13. – № 3. – С. 327-348.

118. Čiegis, R. Effective numerical integration of traveling wave model for edge-emitting broad-area semiconductor lasers and amplifiers / R. Čiegis, M. Radziunas // *Mathematical Modelling and Analysis*. – 2010. – Т. 15. – № 4. – С. 409-430.

119. Кренц, А А; Ярунова, Е. А. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020611385. Программа построения бифуркационной диаграммы, предназначенной для широкоапертурных лазеров класса В с оптической инжекцией и отстройкой: получено 30.01.2020 / Е. А. Кренц, А А; Ярунова. – 2020.

120. Кренц, А А; Ярунова, Е. А. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020613093. Программа построения диаграммы, отражающей динамику оптического поля в кольцевом резонаторе с нелинейностью и запаздывающей обратной связью: получено 10.03.2020 / Е. А. Кренц, А А; Ярунова. – 2020.

121. Yarunova, E. A. Stabilization of a broad-area laser with a modulated pump parameter using optical injection / E. A. Yarunova, A. A. Krents, N. E. Molevich // 2020 International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT). – 2020. – С. 1-3.

122. Yarunova, E. A. Suppression of instability of wide-aperture laser by external optical injection / E. A. Yarunova, A. A. Krents, N. E. Molevich // 2020 International Conference Laser Optics (ICLO). – 2020. – С. 1.

123. Suppression of transverse spatio-temporal instabilities in broad-area lasers

emission by external optical injection / A. A. Krents, D. A. Anchikov, N. E. Molevich, E. A. Yarusova // *Saratov Fall Meeting 2018: Laser Physics, Photonic Technologies, and Molecular Modeling*. – SPIE, 2019. – Т. 11066. – С. 24-28.

124. Stabilizing effect of injection in broad-area lasers / E. A. Yarusova, A. A. Krents, N. E. Molevich, D. A. Anchikov // *Journal of Physics: Conference Series*. – IOP Publishing, 2019. – Т. 1410. – С. 12109.

125. Стабилизация излучения широкоапертурных лазеров с модуляцией накачки при помощи оптической инжекции / Е. А. Ярунова, А. А. Кренц, Н. Е. Молевич, Д. А. Анчиков // *Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2020): Сборник трудов по материалам VI Международной конференции и молодежной школы. В 4-х томах, Самара, 26–29 мая 2020 года / Под редакцией С.В. Карпеева . Том 1. – Самара : Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 2020. – С. 261-265.*

126. Ohtsubo, J. *Semiconductor Lasers: Stability, Instability and Chaos* / J. Ohtsubo. – 2017.

127. Peña, B. Two-dimensional wave patterns near a Hopf–Wave interaction in a chemical model / B. Peña, M. Bestehorn // *The European Physical Journal Special Topics*. – 2007. – Т. 146. – № 1. – С. 301-311.

128. Ярунова, Е. А. Стабилизация излучения широкоапертурного VCSEL дополнительным внешним оптическим пучком / Е. А. Ярунова, А. А. Кренц, Н. Е. Молевич // *Журнал технической физики*. – 2024. – Т. 94. – № 3. – С. 474-481.

129. Ярунова, Е. А. Влияние слабой инжекции на пространственно-временные неустойчивости в широкоапертурном полупроводниковом лазере с вертикальным резонатором / Е. А. Ярунова, А. А. Кренц, Н. Е. Молевич // *Компьютерная оптика*. – 2023. – Т. 47. – № 6. – С. 920-926.

130. Yarusova, E. A. Suppression of modulation instability in VCSEL by external optical injection / E. A. Yarusova, A. A. Krents, N. E. Molevich // *Optics Letters*. – 2023. – Т. 48. – № 15. – С. 4021-4024.

131. Ярунова, Е. А. Стабилизация излучения VCSEL с помощью внешней оптической инжекции / Е. А. Ярунова, А. А. Кренц, Н. Е. Молевич // *Лазерные,*

плазменные исследования и технологии - ЛаПлаз-2023 : Сборник научных трудов IX Международной конференции, Москва, 28–31 марта 2023 года. – Москва : Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», 2023. – С. 90.

132. Ярунова, Е. А. Стабилизация широкоапертурного полупроводникового лазера с помощью некогерентной оптической инжекции / Е. А. Ярунова, А. А. Кренц, Н. Е. Молевич // XXI Всероссийская молодежная Самарская конкурс-конференция по оптике, лазерной физике и физике плазмы, посвященная 300-летию. – Москва : Тривант, 2023. – С. 169-170.

133. Yarunova, E. A. Modulation Instability in Driven VCSELs Above Threshold / E. A. Yarunova, A. A. Krents, N. E. Molevich // Optical Memory and Neural Networks. – 2023. – Т. 32. – № Suppl 1. – С. S46–S53.

134. Ярунова, Е. А. Оптическая бистабильность в системе широкоапертурного полупроводникового лазера / Е. А. Ярунова, А. А. Кренц, Н. Е. Молевич // Ученые записки Физического факультета МГУ. – 2023. – № 4. – С. 2341001-1 – 2341001-6.

135. Yarunova, E. A. Investigation of the influence of the alpha factor on the stabilization of radiation of semiconductor lasers using optical injection / E. A. Yarunova, A. A. Krents, N. E. Molevich // 2021 International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT). – 2021. – С. 1-4.

136. Ярунова, Е. А. Исследование типов неустойчивостей в широкоапертурных лазерах с фактором Генри / Е. А. Ярунова, А. А. Кренц, Н. Е. Молевич // XX Всероссийский молодежный Самарский конкурс-конференция научных работ по оптике и лазерной физике, посвященный 100-летию со дня рождения Н.Г. Басова: сборник трудов конференции, (Самара, 8–12 ноября 2022 г.). – Москва : Тривант, 2022. – С. 233-239.

137. Marcianite, J. R. Nonlinear mechanisms of filamentation in broad-area semiconductor lasers / J. R. Marcianite, G. P. Agrawal // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 1996. – Т. 32. – С. 590-596.

138. Marcianite, J. R. Spatio-temporal characteristics of filamentation in broad-area semiconductor lasers: experimental results / J. R. Marcianite, G. P. Agrawal // IEEE

Photonics Technology Letters. – 1998. – T. 10. – C. 54-56.

139. Coen, S. Competition between modulational instability and switching in optical bistability / S. Coen, M. Haelterman // Optics Letters. – 1999. – T. 24. – № 2. – C. 80-82.

140. Free-carrier-driven Kerr frequency comb in optical microcavities: Steady state, bistability, self-pulsation, and modulation instability / R. Haldar, A. Roy, P. Mondal [и др.] // Physical Review A. – 2019. – T. 99. – № 3. – C. 033848.

141. Sfez, B. G. Measurement of the nonlinear refractive index of semiconductors included in monolithic étalons / B. G. Sfez, R. Kuszelewicz, J. L. Oudar // Optics Letters. – 1991. – T. 16. – № 11. – C. 855-857.

142. Pereira, M. F. The linewidth enhancement factor of intersubband lasers: From a two-level limit to gain without inversion conditions / M. F. Pereira // Applied Physics Letters. – 2016. – T. 109. – № 22. – C. 222102.

143. Al-Hosiny, N. M. Dynamics of optically injected semiconductor lasers with zero linewidth enhancement factor / N. M. Al-Hosiny // Journal of Taibah University for Science. – 2023. – T. 17. – № 1. – C. 2163607.

144. Zero and Controllable Linewidth Enhancement Factor in p-Doped 1.3 μm Quantum Dot Lasers / R. R. Alexander, D. Childs, H. Agarwal [и др.] // Japanese Journal of Applied Physics. – 2007. – T. 46. – № 4S. – C. 2421.