МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

Основная профессиональная образовательная программа послевузовского профессионального образования (аспирантура) 01.02.06 «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры»

ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МОДУЛЬ

САМАРА 2011

СПИСОК ИСПОЛЬНИТЕЛЕЙ

Ответственный исполнитель Д.т.н., профессор	В.А.Кирпичев
К.ф.-м.н, доцент	А.А.Буханько
К.т.н., доцент	В.С.Вакулюк
Д.т.н., профессор	А.Г.Гимадиев
Научный сотрудник	Е.П.Кочеров
Д.т.н., профессор	А.Н.Крючков
Д.т.н., профессор	В.Ф.Павлов
Д.т.н., профессор	Ю.К.Пономарев
Д.ф.-м.н., профессор	А.И.Хромов
Д.т.н., профессор	Е.В.Шахматов

РЕФЕРАТ

Образовательный модуль: стр. 300, рис. 282, табл. 35

ПОДГОТОВКА АСПРАНТОВ, РАБОЧИЕ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИН, ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ КОНТЕНТЫ, ДИНАМИКА И ПРОЧНОСТЬ, МАШИНЫ, ПРИБОРЫ, АППАРАТУРА

В модуле представлены требования к содержанию основной профессиональной образовательной программы послевузовского образования (аспирантура) по научной специальности 01.02.06 «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры» и рабочие программы дисциплин по блокам специальных дисциплин отрасли наук и научной специальности, а также по факультативным дисциплинам.

В соответствии с разработанными требованиями в модуле приведены образовательные контенты по четырем разделам учебных дисциплин:

- Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочненных деталей с концентраторами напряжений.
- Деформационно-энергетический подход: предельные состояния и разрушение конструкционных материалов.
- Теоретические основы высокоэффективных виброизоляторов.
- Динамические процессы в гидравлических и пневматических системах летательных аппаратов.

В состав образовательных контентов включены результаты научных исследований, проведенных за последние десять лет. Для реализации обучения аспирантов в соответствии с разработанными контентами предполагается использование учебно-научного, научного, лабораторного оборудования и программного обеспечения, приобретенного СГАУ в рамках Программы развития национального исследовательского университета и в ходе выполнения инновационной образовательной программы СГАУ в 2006-2007 г.г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……5
1 ТРЕБОВАНИЯ К СОДЕРЖАНИЮ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ПОДГОТОВКИ АСПИРАНТОВ И РАБОЧИЕ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИН…….7
1.1Требования к содержанию основной образовательной программы подготовки аспирантов по научной специальности 01.02.06 «Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры»……..7
1.2 Рабочая программа дисциплины «Динамика и прочность авиационных двигателей и энергетических установок»……10
1.3 Рабочая программа дисциплины «Динамика гидравлических и газовых систем»….18
1.4 Рабочая программа дисциплины «Вибрационная защита технических объектов»….28
1.5 Рабочая программа дисциплины «Механика разрушения»……35
1.6 Рабочая программа дисциплины «Механика остаточных напряжений»……42
2 ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ КОНТЕНТЫ ПО РАЗДЕЛАМ СПЕЦИАЛЬНЫХ ДИСЦИПЛИН ОТРАСЛИ И НАУЧНОЙ СПЕЦИАЛЬНОСТИ……..49
2.1 Образовательный контент «Деформационно-энергетический подход: предельные состояния и разрушение конструкционных материалов»……..49
2.2 Образовательный контент «Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочненных деталей с концентраторами напряжений…….126
2.3 Образовательный контент «Теоретические основы высокоэффективных виброизоляторов»……..206
2.4 Образовательный контент «Динамические процессы в гидравлических и пневматических системах летательных аппаратов»..……317
ЗАКЛЮЧЕНИЕ……..449

ВВЕДЕНИЕ

Одной из задач, стоящих перед Самарским государственным аэрокосмическим университетом (СГАУ) как национальным исследовательским университетом, является модернизация процесса подготовки научных кадров высшей квалификации.

Для обеспечения системности образовательного процесса и перехода на качественно новый уровень использования информационных технологий, в СГАУ, начиная с 2005 года, ведется разработка требований к содержанию основных образовательных программ подготовки аспирантов и рабочих программ дисциплин. При этом предполагается усовершенствование содержания таких требований и введение в их состав новых дисциплин, соответствующих современному уровню развития науки и техники.

Помимо этого, актуальна необходимость расширения эрудиции аспирантов в области науки, в рамках которой осуществляется их профессиональная деятельность, и знакомства аспирантов с научными направлениями, развиваемыми в СГАУ. Реализации этой задачи можно достичь путем разработки специальных образовательных контентов.

Вышеперечисленный комплекс методического обеспечения должен быть доступен в интерактивном режиме через посредство электронных дистанционных систем и программных серверов. Представляется также целесообразным использование в образовательном процессе при выполнении исследований экспериментального учебно-научного, научного, лабораторного оборудования и программного обеспечения, приобретенного СГАУ в рамках Программы развития национального исследовательского университета и в ходе выполнения инновационной образовательной программы СГАУ в 2006-2007 г.г.

В соответствии с вышеизложенным, при совершенствовании основной образовательной программы подготовки аспирантов по научной специальности 01.02.06 «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры» создано методическое обеспечение в составе:

- требований к содержанию основной образовательной программы;
- рабочих программ дисциплин по блокам специальных дисциплин отрасли наук и научной специальности;
- рабочих программ по факультативным дисциплинам;
- образовательные контенты по четырем модулям – разделам учебных дисциплин:

- Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочненных деталей с концентраторами напряжений

- Деформационно-энергетический подход: предельные состояния и разрушение конструкционных материалов
- Теоретические основы высокоэффективных виброизоляторов
- Динамические процессы в гидравлических и пневматических системах летательных аппаратов

1. ТРЕБОВАНИЯ К СОДЕРЖАНИЮ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ПОДГОТОВКИ АСПИРАНТОВ И РАБОЧИЕ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИН

1.1. Требования к содержанию основной образовательной программы подготовки аспиранта по научной специальности: «**01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры»**

С целью модернизации процесса подготовки кадров высшей квалификации в рамках разработки образовательного контента аспирантуры по научной специальности «01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры» сформированы требования к содержанию основных образовательных программ дисциплин по блокам специальных дисциплин отрасли науки и научной специальности, а также по факультативным дисциплинам. В соответствии с этими требованиями в образовательный процесс предполагается ввести такие новые дисциплины по выбору, обеспечивающие обучение аспирантов в рамках научных направлений, развиваемых в СГАУ, как «Динамика и прочность авиационных двигателей и энергетических установок», «Виброзащита технических объектов» и «Динамика гидрогазовых систем», «Механика разрушения», «Механика остаточных напряжений».

В блоке факультативных дисциплин для формирования навыков использования в исследованиях информационных технологий введены дисциплины «Компьютерные технологии поддержки проектирования» и «Интегрированные информационные технологии».

ТРЕБОВАНИЯ

к содержанию основной образовательной программы подготовки аспиранта по научной специальности:

«01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры»

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева
(национальный исследовательский университет) (СГАУ)

Индекс дисциплины	Наименование дисциплин учебного плана	Объем, часов			Форма итогового контроля
		Всего часов	В том числе аудиторных	Самостоятельной работы	
1	2	3	4	5	6
ОПД.АФ.00	**Образовательно-профессиональные дисциплины подготовки аспиранта**	**480**	**224**	**256**	
ОПД.АФ.01	Иностранный язык	100	80	20	Кандидатский экзамен
ОПД.АФ.02	История и философия науки	100	80	20	Кандидатский экзамен
ОПД.АФ.03	**Спец. дисциплины отрасли наук и научной специальности, в том числе дисциплины по выбору аспиранта**	280	64	216	Кандидатский экзамен
ОПД.АФ.03.01	Методология научных исследований	80	16	64	Зачет
	Дисциплины по выбору аспиранта	200	48	152	
ОПД.АФ.03.02		100	24	76	Экзамен
	Динамика и прочность авиационных двигателей и энергетических установок				
	Динамика гидравлических и газовых систем				
	Вибрационная защита технических объектов				
ОПД.АФ.03.03		100	24	76	Экзамен
	Механика разрушения				
	Механика остаточных напряжений				
ПП.А.00	**Педагогическая практика**	**100**	**100**	**0**	**Зачет**
ФД.А.00	**Факультативные дисциплины**	**500**		**500**	
ФД.А.01	Психология и педагогика высшей школы	120	0	120	Зачет
ФД.А.02	Защита интеллектуальной собственности	120	0	120	Зачет

ФД.А.03	Компьютерные технологии поддержки проектирования	120	0	120	Зачет
ФД.А.04	Интегрированные информационные технологии	140	0	140	Зачет
	Итого времени на освоение образовательной компоненты программы	**1080**	**324**	**756**	
НИР.01	**Научно-исследовательская работа, включая выполнение кандидатской диссертации**	**5940**	**0**	**5940**	
ИА.А.00	**Итоговая аттестация**				
ИА.А.01	Кандидатский экзамен по иностранному языку				
1	2	3	4	5	6
ИА.А.02	Кандидатский экзамен по философии				
ИА.А.03	Кандидатский экзамен по специальной дисциплине				
НИР.02	**Подготовка диссертации к защите на соискание ученой степени кандидата технических наук**	**540**	**0**	**540**	**Защита**
	Итого времени на научно-исследовательскую работу и подготовку диссертации	**6480**	**0**	**6480**	

Проректор по науке и инновациям **А.Б. Прокофьев**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)"

СОГЛАСОВАНО	**УТВЕРЖДАЮ**
Управление образовательных программ	Проректор по учебной работе
_____/А.В. Дорошин	_____/Ф.В. Гречников
"_____"_____ 20___ г.	"____" _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Наименование модуля (дисциплины)

Динамика и прочность АД и ЭУ

Цикл, в рамках которого происходит освоение модуля (дисциплины)	Спец.дисциплины отрасли наук и научной специальности		
Часть цикла	Дисциплины по выбору		
Код учебного плана	01.02.06		
Факультет	2		
Кафедра	Конструкция и проектирование двигателей летательных аппарато		
Курс	Аспирантура		
Семестр			
Лекции (СЛ)	12		
Семинарские и практические занятия (СП)	0		
Лабораторные занятия (СЛР)	12	Экзамен	Экзамен
Курсовая работа (проект) (СКР)	0	Зачет	
Самостоятельная работа (СРС)	76		
Всего	100		

Наименование стандарта, на основании которого составлена рабочая программа:

652200 Двигатели летательных аппаратов

Соответствие содержания рабочей программы, условий ее реализации, материально-технической и учебно-методической обеспеченности учебного процесса по дисциплине всем требованиям государственных стандартов подтверждаем.

Составители:

Уланов Александр Михайлович _____
(подпись)

Заведующий кафедрой:

Фалалеев Сергей Викторинович _____
(подпись)

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

Конструкция и проектирование двигателей летательных аппарато

Протокол №___ от "____" _____ 20___ г.

1 Цели и задачи модуля (дисциплины), требования к уровню освоения содержания

1.1 Перечень развиваемых компетенций

1.2 Цели и задачи изучения модуля (дисциплины)

Целью изучения курса является:
— освоение основ современных методов и моделей расчета напряженно-деформированного состояния, колебаний и вибрационной прочности в элементах авиационных двигателей и энергетических установок (АД и ЭУ);
— формирование отличающихся глубоким пониманием физики представлений о динамическом поведении основных элементов и узлов АД и ЭУ и характере влияния на него различных факторов;
— освоение компьютерных технологий проектирования, основывающихся на интегрированном использовании широко известного у нас в стране и за рубежом конечноэлементного комплекса ANSIS и приобретение навыков его практического использования для расчета прочности и колебаний любых деталей и узлов АД и ЭУ с учетом реальных нагрузок и условий работы.

Достижение поставленных целей предполагается осуществить за счет решения следующих задач:
— изучения основ теории пластичности, ползучести, изгиба пластин и закругленных стержней, колебаний роторов, лопаток, дисков и рабочих колес АД и ЭУ;
— выполнения комплекса расчетно-экспериментальных лабораторных работ по исследованию напряженно-деформированного состояния реальных элементов АД и ЭУ.

1.3 Требования к уровню подготовки студента, завершившего изучение данного модуля (дисциплины)

После изучения и усвоения курса обучающийся должен знать:
- современные методы анализа статической и динамической прочности конструкции;
- влияние ползучести на напряженное состояние конструкций;
- основы построения моделей, описывающих напряженно-деформированное состояние пластин и закрученных стержней (дисков и лопаток рабочих колес);
- основы построения моделей, описывающих динамику пластин и закрученных стержней (дисков и лопаток рабочих колес);
- основы теории колебаний простейшего ротора, физику возникновения критических частот вращения ротора ГТД и влияние на них различных факторов, методы борьбы с опасными изгибными колебаниями роторов;
- классификацию собственных форм колебаний лопаток, дисков и рабочих колес ГТД;
- качественные закономерности формирования спектра собственных частот колебаний рабочих колес ГТД;
- методы расчета резонансных частот и пути борьбы с опасными резонансными колебаниями рабочих колес;

- методы эквивалентных испытаний узлов и деталей конструкций АД и ЭУ.

В результате изучения и усвоения курса обучающийся должен уметь:

- строить математические модели основных элементов АД и ЭУ, создавать математические модели материала конструкции и нагружения конструкции АД и ЭУ, составлять расчетные схемы для определения напряженно-деформированного состояния, собственных частот и ф
орм колебаний;
- решать задачи проектирования рабочего колеса, связанные с обеспечением его статической и динамической прочности;
- выполнять расчет напряженно-деформированного состояния и колебаний любых элементов АД и ЭУ с учетом реальных условий работы, действующих нагрузок и условий крепления с помощью конечно-элементного программного комплекса ANSYS.

1.4 Связь с предшествующими модулями (дисциплинами)

Усвоение курса требует знаний по следующим разделам перечисленных ниже дисциплин:

Высшая математика: дифференцирование функций одной и нескольких переменных, определенный и неопределенный интегралы, дифференциальные уравнения, кратные интегралы и интегралы по поверхностям, ряды Фурье, теория матриц.

Теоретическая механика: общие теоремы динамики материальной системы, пространственные системы сил, свободные и вынужденные колебания системы с одной степенью свободы.

Лопаточные машины: газодинамическое проектирование лопаток компрессоров и турбин.

Сопромат: механические характеристики материалов, геометрические характеристики плоских сечений, изгиб стержней, кручение стержней, критерии прочности.

Информатика: работа с персональным компьютером, операционные системы, текстовые и графические редакторы.

Основы метода конечных элементов: создание конечно-элементных моделей деталей и их расчет.

1.5 Связь с последующими модулями (дисциплинами)

Курс «Динамика и прочность АД и ЭУ» является опорным для научно-исследовательской работы.

2 Содержание рабочей программы (модуля)

Семестр 1		
СЛ 0,12 12 часов 0,3333 кредитов	Активные 0	
	Интерактивные 0	

	Традиционные 1	Нагрузки, действующие на лопатки АД и ЭУ. Определение нагрузок: поверхностной от газовых сил и объемной от поля центробежных сил. Растяжение лопаток. Изгиб рабочих лопаток газовыми и центробежными силами. Разгрузка лопаток от напряжений изгиба.
		Нагрузки, действующие на диски рабочих колес АД и ЭУ. Уравнения напряженного состояния диска. Распределение напряжений в дисках рабочих колес и его анализ. Несущая способность диска. Запасы по разрушающим оборотам.
		Основы теории пластичности. Интенсивность напряжений и деформаций. Модуль жесткости и коэффициент Пуассона при пластических деформациях. Расчет пластических деформаций. Ползучесть. Изохорные кривые ползучести. Расчет деформации ползучести.
		Уравнения колебаний простейшего ротора. Прецессионное движение. Гибкие и жесткие роторы. Влияние на критические частоты ротора податливости и анизотропии опор, анизотропии вала. Борьба с колебаниями валов.
		Изгибные и крутильные колебания лопатки. Зависимость собственных частот колебаний лопатки от различных факторов
		Кобебания диска рабочего колеса ГТД. Вынужденные колебания рабочих колес. Возбуждающие гармоники. Построение резонансной диаграммы. Борьба с опасными колебаниями лопаток и дисков ГТД.
		Эквивалентные циклические испытания. Вибродиагностика
СП 0 0 часов 0 кредитов	Активные 0	
	Интерактивные 1	
	Традиционные 0	
СЛР 0,12 12 часов 0,3333 кредитов	Активные 1	Колебания роторов ГТД, критические частоты и формы колебаний
		Колебания лопатки ГТД, классификация собственных частот и форм колебаний

		Колебания диска ГТД, классификация собственных частот и форм колебаний
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	
СКР 0 0 часов 0 кредитов	Активные 1	
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	
СРС 0,76 76 часов 2,1111 кредитов	Активные 1	Выполнение индивидуального задания: расчет лопатки и диска ГТД на прочность и колебания, исследование и оптимизация их напряженного состояния
		Подготовка к лабораторным работам
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	

3 Инновационные методы обучения

1.Выполнение лабораторных работ с использованием современного конечно-элементного пакета программ ANSYS.
2. Использование базы данных чертежей ГТД для получения оттуда чертежей дисков компрессоров и турбин ГТД для последующего расчета.

4 Технические средства и материальное обеспечение учебного процесса

1. Компьютерный класс, используемый для работы с пакетом программ ANSYS.
2. Лаборатория динамики ГТД (ауд. 201), стенды колебаний лопатки, диска, ротора.
3. База данных с чертежами авиационных двигателей и энергетических установок

5 Учебно-методическое обеспечение

5.1 Основная литература

1. Иноземцев А.А., Нихамкин М.А., Сандарацкий В.Л. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок: Учебник- М. - Машиностроение.2008. т.1-5.
2. Данильченко В.П., Лукачев С.В., Ковылов Ю.Л., Постников А.В., Федорченко Д.Г., Цыбизов Ю.И. Проектирование авиационных газотурбинных двигателей. Монография. Самара СНЦ РАН, 2008.-620с.
3. Ермаков А.И., Уланов А.М. Вибрация и прочность АД и ЭУ. Часть 1. Уч. пос. Самара, РИО СГАУ ,2006, - 92с.

5.2 Дополнительная литература

1. Прочностное проектирование лопаток и дисков ГТД в конечно-элементном

комплексе ANSYS: Метод. указания/ Самарс. гос. аэрокосмический ун-т. Сост. С.В.Фалалеев, П.В.Бондарчук. Самара, 2006.- 44 с.
2. Виноградов А.С., Бондарчук П.В. Создание расчетных моделей элементов ГТД в конечно-элементном комплексе ANSYS Метод указ. Самара, СГАУ ,2006, - 33с.
3. Фролов В.А., Котов А.С. Исследование динамических характеристик рабочих колес ГТД. Часть1. Метод указ. Самара, РИО СГАУ , 2006, - 23с.
4. Конструкция и проектирование авиационных газотурбинных двигателей/ Под ред. Д.В.Хронина.- М.: Машиностроение, 1989. – 568 с.
5. Расчет на прочность авиационных ГТД / Под ред. Биргера И.А. — М.: Машиностроение, 1984. — 208 с

5.3 Электронные источники и интернет ресурсы

Ansys.com
Ansys.msk.ru

5.4 Методические указания и рекомендации

При выполнении лабораторных работ необходимо взаимное дополнение экспериментов на стендах колебаний лопатки, диска, ротора (лаборатория динамики ГТД, ауд. 201) и расчетных исследований тех же процессов при помощи конечно-элементного пакета ANSYS.
Индивидуальное задание состоит в расчете на прочность и колебания лопатки и диска ГТД.
Для допуска к экзамену необходимо сдать индивидуальное задание.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)»

СОГЛАСОВАНО	**УТВЕРЖДАЮ**
Управление образовательных программ	Проректор по учебной работе
_____/ А.В. Дорошин /	_____/ Ф.В. Гречников /
"_____"_____ 20___ г.	"____" _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Наименование модуля (дисциплины)

Динамика гидравлических и газовых систем

Цикл, в рамках которого происходит освоение модуля (дисциплины)	Дисциплины по выбору аспиранта	
Часть цикла	Вариативная	
Код учебного плана	01.02.06	
Факультет	2	
Кафедра	Автоматические системы энергетических установок	
Курс	Аспирантура	
Семестр		
Лекции (СЛ)	8	
Семинарские и практические занятия (СП)	10	
Лабораторные занятия (СЛР)	6	Экзамен
Курсовая работа (проект) (СКР)	0	Зачет
Самостоятельная работа (СРС)	76	
Всего	100	

Наименование стандарта, на основании которого составлена рабочая программа:

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ СТАНДАРТ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ФГОС3_3

Соответствие содержания рабочей программы, условий ее реализации, материально-технической и учебно-методической обеспеченности учебного процесса по дисциплине всем требованиям государственных стандартов подтверждаем.

Составители:

Д.т.н., профессор Крючков А.Н. _____

(подпись)

Заведующий кафедрой:

Д.т.н., профессор Шахматов Е.В. _____

(подпись)

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

Автоматические системы энергетических установок

Протокол №___ от "____" _____ 20___ г.

1 Цели и задачи модуля (дисциплины), требования к уровню освоения содержания

1.1 Перечень развиваемых компетенций

ОК-1, ОК-6, ПК-12, ПК-22, ПК-24, ПК-25, ПК-28

1.2 Цели и задачи изучения модуля (дисциплины)

Целью дисциплины является углубленное обучение аспирантов: основам построения математических моделей пневмогидравлических систем гидро- и пневмоприводов, гидропневмоавто-матики различных машин и аппаратов; современным методам анализа и динамического расч

ета на ПК.
В задачи курса входит приобретение знаний по математическому моделированию систем приводов, состоящих из типовых динамических и нелинейных звеньев, по состав-лению структурных схем систем. Освоение методов расчета установившихся процессов и динамическ

их явлений в гидрогазовых системах.

1.3 Требования к уровню подготовки студента, завершившего изучение данного модуля (дисциплины)

Аспиранты, завершившие изучение данной дисциплины, должны знать:
-основы системного подхода к расчету и анализу динамических режимов работы гидравлических и газовых систем а также элементов гидропневмоавтоматики;
- принципы составления математических моделей систем гидро- и пневмоавтоматики;
- методы математического моделирования управляемых гидравлических и пневматиче-ских объектов. Аспиранты, завершившие изучение данной дисциплины, должны уметь:
- обосновывать допущения и составлять математические модели систем гидро- и пневмо-автоматики;
-эффективно использовать ПК для расчета и анализа переходных и установившихся про-цессов в машинах, аппаратах и системах в целом;
- исследовать устойчивость и определять основные показатели качества переходного процесса в системах гидро- и пневмоавтоматики;
- выбирать параметры элементов систем гидро- и пневмоавтоматики, при которых обеспечива-ется устойчивость систем и заданные показатели качества переходных процессов;
- исследовать автоколебания в нелинейных системах гидро- и пневмоавтоматики.

1.4 Связь с предшествующими модулями (дисциплинами)

Усвоение курса требует математической подготовки, знаний по теоретической механике, гидравлике, теории и конструкции энергетических установок. Особо следует выделить необходимость знаний следующих разделов пройденных дисциплин: 1) математика: основные понятия линейной алгебры;

дифференциальное исчисление; интегральное исчисление; функции комплексного переменного, операционное исчисление (преобразования Лапласа и Фурье);
2) теоретическая механика: основные уравнения движения твердого тела; законы сохранения энергии;
3) термодинамика и тепломассообмен: энергетические характеристики термодинамических систем; первый и второй законы термодинамики;
4) механика жидкости и газа: идеальные и реальные жидкости, параметры жидкости, влияющие на динамиче-ские свойства агрегатов; уравнение Бернулли движения жидкости в каналах; основные уравнения газовой динамики;
6) управление в технических системах: требования, предъявляемые к системам автоматического регулирования (САР); классификация регуляторов и САР в целом; законы и программы регулирования; методы теории автоматического регулирования; статические и динамические характеристики САР и их элементов; методы анализа устойчивости и выбор параметров САР; коррекция динамических характеристик САР;
7) физические основы теплотехнических измерений: способы и средства измерения давления и температуры; способы и средства измерения расхода жидкости и газа.

1.5 Связь с последующими модулями (дисциплинами)

Курс «Динамика гидравлических и газовых систем» является базовым для научно-исследовательской работы.

2 Содержание рабочей программы (модуля)

Семестр 1		
СЛ 0,08 8 часов 0,2219 кредитов	Активные 1	Тема №1. Задачи динамического анализа пневмогидравлических систем машин, аппаратов и энергетических установок.
		Тема №.2. Методы математического моделирования в процессе создания пневмогидравлических систем.
		Тема №3. Математические модели динамических процессов в гидравлических и газовых системах аэрокосмической техники (часть 1)
		Тема №4. Математические модели динамических процессов в гидравлических и газовых системах аэрокосмической техники (часть 2).
		Тема №5. Динамика гидрогазовых систем, оснащенных цифровыми системами системами управления (часть 1).
		№6. Динамика гидрогазовых систем, оснащенных цифровыми системами системами управления (часть 2).

		Тема №7. Автоколебательные процессы в гидравлических системах энергетических установок.
		Тема №8. Автоколебания в газовых системах аэрокосмических и промышленных установках.
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	
СП 0,1 10 часов 0,2773 кредитов	Активные 1	Тема №1. Математические модели элементов систем пневмо-гидроавтоматики: дросселирующие элементы; линеаризация расходных характеристик дросселирующих элементов.
		Тема №2. Математические модели элементов систем пневмо-гидроавтоматики: длинные линии с распределенными параметрами; подвижные элементы объемных приводов и их приведенные массы.
		Тема №3. Структурные схемы гидро- и пневмоприводов: частотные и переходные характеристики систем приводов; нелинейные звенья приводов; анализ структурных схем нелинейных систем.
		Тема №4. Структурные схемы гидро- и пневмоприводов: источники энергопитания гидро- и пневмоприводов; расчет динамических характеристик систем с использованием универсальных пакетов программ.
		Тема №5. Динамика гидро- и пневмоприводов: переходные процессы в гидро- и пневмоприводах; модель исполнительного механизма объемного привода с дроссельным регулированием.
		Тема №6. Динамика гидро- и пневмоприводов: структурная схема и анализ динамики следящих приводов с пневматическим и гидравлическим управлением; оценка эффективности корректирующих устройств.
		Тема №7. Анализ динамики гидроприводов с электрическим управлением: корректировка параметров шаговых следящих приводов; оценка точности позиционирования путем расчета на ПК.

		Тема №8. Динамика и регулирование объемных и лопастных гидромашин: расчет на ПК переходных процессов в авторегулируемом гидроприводе; способы снижения колебательности регуляторов насоса и гидромотора.
		Тема №9. Динамика и регулирование объемных и лопастных гидромашин: способы регулирования лопастных насосов, гидротурбин и гидродинамических передач; гидромашина как объекта регулирования.
		Тема №10. Динамика дискретных гидравлических и пневматических приводов: структурная схема и динамический расчет шагового гидропривода; влияние шагового распределителя на колебания выходного звена в зоне фиксации.
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	
СЛР 0,06 6 часов 0,1664 кредитов	Активные 1	Лабораторная работа №1: Система рулевых приводов жидкостных ракетных двигателей ракеты-носителя «Энергия».
		Лабораторная работа №2: Теоретическое и экспериментальное исследование статических характеристик регулятора и автоколебаний в нелинейной САР давления газа.
		Лабораторная работа №3: Динамика трубопроводной магистрали стендовой системы ЖРД и технологических установок.
		Лабораторная работа №4: Теоретическое и экспериментальное исследование статических и динамических характеристик электро - гидромеханического рулевого сопла ракеты.
		Лабораторная работа №5: Экспериментальное исследование статических и динамических характеристик датчиков измерения параметров энергетических установок.
		Лабораторная работа №6: Исследование динамических свойств элементов пневмо- и гидросистем в пакете Matlab.
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	
СКР 0 0 часов 0 кредитов	Активные 1	

	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	
СРС 0,76 76 часов 2,1077 кредитов	Активные 1	Тема №1. Математические модели элементов систем пневмо-гидроавтоматики: уравнение состояния рабочей среды; приведенный объем полостей; описание процесса заполнения полости пневмопривода газом.
		Тема №2. Математические модели элементов систем пневмо-гидроавтоматики: трение в подвижных парах; гидродинамические силы в золотниках; характеристики струйных и вихревых элементов.
		Тема №3. Структурные схемы гидро- и пневмоприводов: типы и свойства динамических звеньев приводов; преобразование Лапласа; правила построения и преобразования структурных схем систем.
		Тема №4. Динамика гидро- и пневмоприводов: динамика следящего гидропривода системы рулевого управления мобильной машины; оценка быстродействия, устойчивости и зоны нечувствительности.
		Тема №5. Динамика анализа гидроприводов с электрическим управлением: структурные схемы и моделирование процессов в электрогидравлических шаговых следящих приводах для металлорежущих станков и роботов.
		Тема №6. Динамика и регулирование объемных и лопастных гидромашин: регулирование скорости гидротурбины; структурная схема и динамические характеристики регулятора скорости с гибкой обратной связью.
		Тема №7. Динамика дискретных гидравлических и пневматических приводов: математическое описание дискретных систем; использование Z - преобразования для оценки устойчивости и качества регулирования.
		Тема №8. Метод характеристик и импедансный метод при расчете невмогидравлических систем с распределенными параметрами.
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	

3 Инновационные методы обучения

1. Выполнение лабораторных работ №№ 3, 5, 6 с элементами исследования.
2. Компьютерная обработка результатов измерений в лабораторных работах №№ 3, 6.
3. Использование для проведения занятий учебных лабораторий:
1) Учебная лаборатория пневмогидравлических агрегатов и систем имени профес-сора А.Е. Жуковского (ауд. 302 корп 14);
2) Учебная лаборатория мехатроники и робототехники (ауд. 307 корп 14);
3) Учебная лаборатория пневмогидроавтоматики (ауд. 325 корп 14);
4) Использование результатов научных исследований кафедры АСЭУ по динамике гидро- и пневмосистем.

4 Технические средства и материальное обеспечение учебного процесса

1. Лекционные демонстрации с привлечением:
- плакатов и клише схем и характеристик типовых гидро- и пневмосистем;
- препарированных агрегатов гидро- и пневмосистем.
2. Компьютерное и программное обеспечение Медиацентра, компьютерный класс каф. АСЭУ (корп. 14, ауд 327), используемые при выполнении лабораторного прак-тикума и курсовой работы.

5 Учебно-методическое обеспечение

5.1 Основная литература

1. Элементы теории управления и динамики гидропневмосистем: учебн.пособ. П.Г.Белоусов, М.Л.Босняк, М.И.Ступаков.- Новокузнецк, 2009.-304 с.
2. Навроцкий К.Л. Моделирование и динамический расчет на ЭВМ гидро- и пневмо-приводов. Ч.1. Моделирование приводов типовыми звеньями и руководство к уни-версальной программе расчета; Ч.2. Динамические процессы и структурные схемы математических моделей приводов.- М. Машиностроение, 1997 г.
3. Попов Д.Н. Механика гидро- и пневмоприводов: Учеб. для ВУЗов. 2-е издание, стереотипное. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. - 320 с.

5.2 Дополнительная литература

1. Динамические измерения и обработка экспериментальных данных при испытаниях гидросистем: учебн. пособ. М.С.Гаспаров, А.Н.Крючков, А.Б.Прокофьев, Е.В.Шахматов- Самара, Изд-во Самарск. гос. ун-та, 2006.-128 с.
2. Динамические процессы в системах двигательных установок космических аппара-тов/В.П. Шорин, А.Е. Жуковский, А.Ф. Малеев, Е.А. Вакулич, В.Я. Свербилов, В.А. Герасимов. –Самара: Изд-во СГАУ, 1998. –316 с.
3. Снижение виброакустических нагрузок в гидромеханических системах/ А.Г. Гимадиев, А.Н. Крючков, В.В. Леньшин, А.Б. Прокофьев, Е.В. Шахматолв, В.П. Шорин. Под ре-дакцией В.П. Шорина, Е.В. Шахматова. – Самара: СГАУ, 1998. – 270 с.
4. Шорин В.П. Устранение колебаний в авиационных трубопроводах. – М.: Машино-строение, 1980. – 156 с.
5. Шорин В. П., Гимадиев А. Г., Быстров Н. Д. Гидравлические и газовые цепи передачи информации // М.: Машиностроение, 2000. -328 с.

5.3 Электронные источники и интернет ресурсы

Медиацентра, компьютерный класс каф. АСЭУ (корп. 14, ауд 327), используемые при выполнении лабораторного прак-тикума и курсовой работы.

5.4 Методические указания и рекомендации

Текущий контроль знаний студентов в каждом семестре завершается на отчетном занятии, результатом которого является допуск или недопуск студента к зачету по дисци-плине. Основанием для допуска к зачету является выполнение и отчет студента по всем лаборато

Экзамен проводится на основании индивидуальных заданий, содержащих два тео-ретических вопроса по курсу. Дополнительные вопросы соответствуют тем темам курса, по которым были получены неудовлетворительные оценки при текущем контроле.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)"

СОГЛАСОВАНО
Управление образовательных программ

_____/А.В. Дорошин

"_____"_____ 20___ г.

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе

_____/Ф.В. Гречников

"____" _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Наименование модуля (дисциплины)

Вибрационная защита технических объектов

Цикл, в рамках которого происходит освоение модуля (дисциплины)	Спец.дисциплины отрасли наук и научной специальности		
Часть цикла	Дисциплины по выбору		
Код учебного плана	01.02.06		
Факультет	2		
Кафедра	Конструкция и проектирование двигателей летательных аппарато		
Курс	Аспирантура		
Семестр			
Лекции (СЛ)	16		
Семинарские и практические занятия (СП)	0		
Лабораторные занятия (СЛР)	8	Экзамен	Экзамен
Курсовая работа (проект) (СКР)	0	Зачет	
Самостоятельная работа (СРС)	76		
Всего	100		

Наименование стандарта, на основании которого составлена рабочая программа:

652200 Двигатели летательных аппаратов

Соответствие содержания рабочей программы, условий ее реализации, материально-технической и учебно-методической обеспеченности учебного процесса по дисциплине всем требованиям государственных стандартов подтверждаем.

Составители:

Уланов Александр Михайлович, д.т.н., доцент _____ (подпись)

Заведующий кафедрой:

Фалалеев Сергей Викторинович, д.т.н., профессор _____ (подпись)

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

Конструкция и проектирование двигателей летательных аппарато

Протокол №___ от "____" _____ 20___ г.

1 Цели и задачи модуля (дисциплины), требования к уровню освоения содержания

1.1 Перечень развиваемых компетенций

1.2 Цели и задачи изучения модуля (дисциплины)

Целью изучения курса является:
— освоение основ современных методов и моделей расчета систем защиты технических объектов от вибрации и удара;
— формирование отличающихся глубоким пониманием физики представлений о динамическом поведении систем защиты технических объектов от вибрации и удара и характере влияния на него различных факторов;
— освоение опыта проектирования систем защиты технических объектов от вибрации и удара с учетом реальных нагрузок и условий работы.
Достижение поставленных целей предполагается осуществить за счет решения следующих задач:
— изучения основ теории механических колебаний линейных и нелиненйных систем с демпфированием;
— выполнения комплекса расчетно-экспериментальных лабораторных работ по исследованию систем зашиты технических объектов от вибрации и удара.

1.3 Требования к уровню подготовки студента, завершившего изучение данного модуля (дисциплины)

После изучения и усвоения курса обучающийся должен знать:
- основы теории колебаний линейных и нелинейных механических систем с демпфированием;
- современные методы и модели расчета систем защиты технических объектов от вибрации и удара;
- характеристики и области применения основных типов виброизоляторов;
- проблемы проектирования систем защиты от удара и вибрации (оптимальное размещение виброизоляторов, выбор типоразмера виброизолятора);
- методы испытаний систем защиты от удара и вибрации.
В результате изучения и усвоения курса обучающийся должен уметь:
- создавать математические модели и расчетные схемы систем защиты от удара и вибрации для определения их динамических характеристик;
- решать задачи проектирования системы защиты от удара и вибрации, связанные с обеспечением требований по максимально допустимому ускорению и перемещению защищаемого объекта;
- проводить испытания систем защиты от удара и вибрации.

1.4 Связь с предшествующими модулями (дисциплинами)

Усвоение курса требует знаний по следующим разделам перечисленных ниже дисциплин:
Высшая математика: дифференцирование функций одной и нескольких переменных, определенный и неопределенный интегралы, дифференциальные

уравнения, кратные интегралы и интегралы по поверхностям, ряды Фурье, теория матриц.
Теоретическая механика: общие теоремы динамики материальной системы, пространственные системы сил, свободные и вынужденные колебания системы с одной степенью свободы.
Сопромат: механические характеристики материалов, геометрические характеристики плоских сечений, изгиб стержней, кручение стержней, критерии прочности.
Информатика: работа с персональным компьютером, операционные системы, текстовые и графические редакторы.
Основы метода конечных элементов: создание конечно-элементных моделей деталей и их расчет.

1.5 Связь с последующими модулями (дисциплинами)

Курс «Вибрационная защита технических объектов» является опорным для научно-исследовательской работы.

2 Содержание рабочей программы (модуля)

Семестр 1		
СЛ 0,16 16 часов 0,4444 кредитов	Активные 0	
	Интерактивные 0	
	Традиционные 1	Требования к виброзащитной системе. Характеристики виброизоляторов. Коэффициент рассеивания энергии.
		Уравнение движения линейной виброзащитной системы с одной степенью свободы. Коэффициент передачи вибрации.
		Оптимальное размещение виброизоляторов. Основные типы виброизоляторов. Защита от случайной вибрации.
		Характеристики удара. Уравнение движения линейной системы при коротком ударе. Ударный спектр.
		Воздействие удара на нелинейную систему. Расчет воздействия длинного удара.
СП 0 0 часов 0 кредитов	Активные 0	
	Интерактивные 1	
	Традиционные 0	
СЛР 0,08 8 часов 0,2222 кредитов	Активные 1	Расчетное и экспериментальное исследование системы защиты от вибрации на основе виброизоляторов из материала МР

		Расчетное и экспериментальное исследование системы защиты от удара на основе виброизоляторов из материала МР
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	
СКР 0 0 часов 0 кредитов	Активные 1	
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	
СРС 0,76 76 часов 2,1111 кредитов	Активные 1	Самостоятельное изучение основ теории механических колебаний при помощи основной и дополнительной литературы
		Подготовка к лабораторным работам
		Выполнение индивидуального задания: проектирование системы защиты от вибрации и системы защиты от удара
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	

3 Инновационные методы обучения

1. Выполнение лабораторных работ с использованием современного оборудования, применяющегося в практике разработки систем защиты от вибрации и удара в Лаборатории вибрационной прочности и надежности (ОНИЛ-1).
2. Самостоятельное задание приближено к опыту конструирования реальных систем защиты от удара и вибрации

4 Технические средства и материальное обеспечение учебного процесса

1. Компьютерный класс, используемый для работы с пакетом программ ANSYS.
2. Вибрационный стенд ОНИЛ-1 кафедры КиПДЛА
3. Ударный стенд ОНИЛ-1 кафедры КиПДЛА

5 Учебно-методическое обеспечение

5.1 Основная литература

1. Пономарев Ю.К., Уланов А.М., Котов А.С. Проведение динамических испытаний средств виброзащиты АД и ЭУ. Метод указ. Самара, РИО СГАУ ,2007, - 80с.
2. Проектирование виброизоляции машин и оборудования: Учебное пособие /Составитель: Ю.К. Пономарев. Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Самара, 2001. - 126 с.
3. Пономарев Ю.К., Евсигнеев А., Волкова Т.В. Исследование статических характеристик вибросистем. Метод указ. Самара, РИО СГАУ , 2006, - 32с.

5.2 Дополнительная литература

4. Ильинский, В.С. Защита РЭА и прецизионного оборудования от динамических воздействий. М.: Радио и связь, 1982. – 296 с.
5. . Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. М.: Наука, 1980. – 270 с.
6. Круглов Ю.А., Туманов Ю.А. Ударовиброзащита машин, оборудования и аппаратуры. Л.: Машинстроение, 1986. – 222 с.

5.3 Электронные источники и интернет ресурсы

5.4 Методические указания и рекомендации

Индивидуальное задание состоит в расчете системы защиты от вибрации и системы защиты от удара.
Для допуска к экзамену необходимо сдать индивидуальное задание.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)»

СОГЛАСОВАНО	**УТВЕРЖДАЮ**
Управление образовательных	Проректор по учебной работе
_____/ А.В. Дорошин /	_____/ Ф.В. Гречников /
"_____"_____ 20___ г.	"____" _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Наименование модуля (дисциплины)

Механика разрушения

Цикл, в рамках которого происходит освоение модуля (дисциплины)	Спец. дисциплины отрасли науки и научной специальности		
Часть цикла	Дисциплины по выбору		
Код учебного плана	01.02.06		
Факультет			
Кафедра	Прочность летательных аппаратов		
Курс	Аспирантура		
Семестр			
Лекции (СЛ)	2		
Семинарские и практические занятия (СП)	18		
Лабораторные занятия (СЛР)	0	Экзамен	
Курсовая работа (проект) (СКР)	0	Зачет	Зачет
Самостоятельная работа (СРС)	80		
Всего	100		

Наименование стандарта, на основании которого составлена рабочая программа:

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ СТАНДАРТ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ФГОС3_3

Соответствие содержания рабочей программы, условий ее реализации, материально-технической и учебно-методической обеспеченности учебного процеса по дисциплине всем требованиям государственных стандартов подтверждаем.

Составители:

Д.т.н., профессор Крючков А.Н. _____
(подпись)

Заведующий кафедрой:

Д.т.н., профессор Шахматов Е.В. _____
(подпись)

Рабочая програма обсуждена на заседании кафедры

Автоматические системы энергетических установок

Протокол №___ от "____" _____ 20___ г.

1 Цели и задачи модуля (дисциплины), требования к уровню освоения содержания

1.1 Перечень развиваемых компетенций

ОК-1, ОК-6, ПК-12, ПК-22, ПК-24, ПК-25, ПК-28

1.2 Цели и задачи изучения модуля (дисциплины)

Целью дисциплины является углубленное обучение аспирантов: основам построения математических моделей пневмогидравлических систем гидро- и пневмоприводов, гидропневмоавто-матики различных машин и аппаратов; современным методам анализа и динамического расч
ета на ПК.
В задачи курса входит приобретение знаний по математическому моделированию систем приводов, состоящих из типовых динамических и нелинейных звеньев, по состав-лению структурных схем систем. Освоение методов расчета установившихся процессов и динамическ
их явлений в гидрогазовых системах.

1.3 Требования к уровню подготовки студента, завершившего изучение данного модуля (дисциплины)

Аспиранты, завершившие изучение данной дисциплины, должны знать:
-основы системного подхода к расчету и анализу динамических режимов работы гидравлических и газовых систем а также элементов гидропневмоавтоматики;
- принципы составления математических моделей систем гидро- и пневмоавтоматики;
- методы математического моделирования управляемых гидравлических и пневматиче-ских объектов. Аспиранты, завершившие изучение данной дисциплины, должны уметь:
- обосновывать допущения и составлять математические модели систем гидро- и пневмо-автоматики;
-эффективно использовать ПК для расчета и анализа переходных и установившихся про-цессов в машинах, аппаратах и системах в целом;
- исследовать устойчивость и определять основные показатели качества переходного процесса в системах гидро- и пневмоавтоматики;
- выбирать параметры элементов систем гидро- и пневмоавтоматики, при которых обеспечива-ется устойчивость систем и заданные показатели качества переходных процессов;
- исследовать автоколебания в нелинейных системах гидро- и пневмоавтоматики.

1.4 Связь с предшествующими модулями (дисциплинами)

Усвоение курса требует математической подготовки, знаний по теоретической механике, гидравлике, теории и конструкции энергетических установок. Особо следует выделить необходимость знаний следующих разделов пройденных дисциплин: 1) математика: основные понятия линейной алгебры; дифференциальное исчисление; интегральное исчисление; функции комплексного переменного, операционное исчисление (преобразования Лапласа и Фурье);

2) теоретическая механика: основные уравнения движения твердого тела; законы сохранения энергии;
3) термодинамика и тепломассообмен: энергетические характеристики термодинамических систем; первый и второй законы термодинамики;
4) механика жидкости и газа: идеальные и реальные жидкости, параметры жидкости, влияющие на динамиче-ские свойства агрегатов; уравнение Бернулли движения жидкости в каналах; основные уравнения газовой динамики;
6) управление в технических системах: требования, предъявляемые к системам автоматического регулирования (САР); классификация регуляторов и САР в целом; законы и программы регулирования; методы теории автоматического регулирования; статические и динамические характеристики САР и их элементов; методы анализа устойчивости и выбор параметров САР; коррекция динамических характеристик САР;
7) физические основы теплотехнических измерений: способы и средства измерения давления и температуры; способы и средства измерения расхода жидкости и газа.

1.5 Связь с последующими модулями (дисциплинами)

Курс «Динамика гидравлических и газовых систем» является базовым для научно-исследовательской работы.

2 Содержание рабочей программы

СЛ 0,08 8 часов 0,22 кредитов	Активные 1	Тема №1. Задачи динамического анализа пневмогидравлических систем машин, аппаратов и энергетических установок.
		Тема №.2. Методы математического моделирования в процессе создания пневмогидравлических систем.
		Тема №3. Математические модели динамических процессов в гидравлических и газовых системах аэрокосмической техники (часть 1)
		Тема №4. Математические модели динамических процессов в гидравлических и газовых системах аэрокосмической техники (часть 2).
		Тема №5. Динамика гидрогазовых систем, оснащенных цифровыми системами системами управления (часть 1).
		№6. Динамика гидрогазовых систем, оснащенных цифровыми системами системами управления (часть 2).
		Тема №7. Автоколебательные процессы в гидравлических системах энергетических установок.
		Тема №8. Автоколебания в газовых системах аэрокосмических и промышленных установках.
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	
СП 0,1 10 часов 0,28 кредитов	Активные 1	Тема №1. Математические модели элементов систем пневмо-гидроавтоматики: дросселирующие элементы; линеаризация расходных характеристик дросселирующих элементов.
		Тема №2. Математические модели элементов систем пневмо-гидроавтоматики: длинные линии с распределенными параметрами; подвижные элементы объемных приводов и их приведенные массы.

		Тема №3. Структурные схемы гидро- и пневмоприводов: частотные и переходные характеристики систем приводов; нелинейные звенья приводов; анализ структурных схем нелинейных систем.
		Тема №4. Структурные схемы гидро- и пневмоприводов: источники энергопитания гидро- и пневмоприводов; расчет динамических характеристик систем с использованием универсальных пакетов программ.
		Тема №5. Динамика гидро- и пневмоприводов: переходные процессы в гидро- и пневмоприводах; модель исполнительного механизма объемного привода с дроссельным регулированием.
		Тема №6. Динамика гидро- и пневмоприводов: структурная схема и анализ динамики следящих приводов с пневматическим и гидравлическим управлением; оценка эффективности корректирующих устройств.
		Тема №7. Анализ динамики гидроприводов с электрическим управлением: корректировка параметров шаговых следящих приводов; оценка точности позиционирования путем расчета на ПК.
		Тема №8. Динамика и регулирование объемных и лопастных гидромашин: расчет на ПК переходных процессов в авторегулируемом гидроприводе; способы снижения колебательности регуляторов насоса и гидромотора.
		Тема №9. Динамика и регулирование объемных и лопастных гидромашин: способы регулирования лопастных насосов, гидротурбин и гидродинамических передач; гидромашина как объекта регулирования.
		Тема №10. Динамика дискретных гидравлических и пневматических приводов: структурная схема и динамический расчет шагового гидропривода; влияние шагового распределителя на колебания выходного звена в зоне фиксации.
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	
СЛР 0,06 6 часов 0,17 кредитов	Активные 1	Лабораторная работа №1: Система рулевых приводов жидкостных ракетных двигателей ракеты-носителя «Энергия».
		Лабораторная работа №2: Теоретическое и экспериментальное исследование статических характеристик регулятора и автоколебаний в нелинейной САР давления газа.
		Лабораторная работа №3: Динамика трубопроводной магистрали стендовой системы ЖРД и технологических установок.
		Лабораторная работа №4: Теоретическое и экспериментальное исследование статических и динамических характеристик электро - гидромеханического рулевого сопла ракеты.
		Лабораторная работа №5: Экспериментальное исследование статических и динамических характеристик датчиков измерения параметров энергетических установок.
		Лабораторная работа №6: Исследование динамических свойств элементов пневмо- и гидросистем в пакете Matlab.
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	
СКР 0 0 часов 0 кредитов	Активные 1	
	Интерактивные 0	

	Традиционные 0	
СРС 0,76 76 часов 2,11 кредитов	Активные 1	Тема №1. Математические модели элементов систем пневмо-гидроавтоматики: уравнение состояния рабочей среды; приведенный объем полостей; описание процесса заполнения полости пневмопривода газом.
		Тема №2. Математические модели элементов систем пневмо-гидроавтоматики: трение в подвижных парах; гидродинамические силы в золотниках; характеристики струйных и вихревых элементов.
		Тема №3. Структурные схемы гидро- и пневмоприводов: типы и свойства динамических звеньев приводов; преобразование Лапласа; правила построения и преобразования структурных схем систем.
		Тема №4. Динамика гидро- и пневмоприводов: динамика следящего гидропривода системы рулевого управления мобильной машины; оценка быстродействия, устойчивости и зоны нечувствительности.
		Тема №5. Динамика анализа гидроприводов с электрическим управлением: структурные схемы и моделирование процессов в электрогидравлических шаговых следящих приводах для металлорежущих станков и роботов.
		Тема №6. Динамика и регулирование объемных и лопастных гидромашин: регулирование скорости гидротурбины; структурная схема и динамические характеристики регулятора скорости с гибкой обратной связью.
		Тема №7. Динамика дискретных гидравлических и пневматических приводов: математическое описание дискретных систем; использование Z - преобразования для оценки устойчивости и качества регулирования.
		Тема №8. Метод характеристик и импедансный метод при расчете невмогидравлических систем с распределенными параметрами.
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	

3 Инновационные методы обучения

1. Выполнение лабораторных работ №№ 3, 5, 6 с элементами исследования.
2. Компьютерная обработка результатов измерений в лабораторных работах №№ 3, 6.
3. Использование для проведения занятий учебных лабораторий:
1) Учебная лаборатория пневмогидравлических агрегатов и систем имени профес-сора А.Е. Жуковского (ауд. 302 корп 14);
2) Учебная лаборатория мехатроники и робототехники (ауд. 307 корп 14);
3) Учебная лаборатория пневмогидроавтоматики (ауд. 325 корп 14);
4) Использование результатов научных исследований кафедры АСЭУ по динамике гидро- и пневмосистем.

4 Технические средства и материальное обеспечение учебного процесса

1. Лекционные демонстрации с привлечением:
- плакатов и клише схем и характеристик типовых гидро- и пневмосистем;
- препарированных агрегатов гидро- и пневмосистем.
2. Компьютерное и программное обеспечение Медиацентра, компьютерный класс каф. АСЭУ (корп. 14, ауд 327), используемые при выполнении лабораторного прак-тикума и курсовой работы.

5 Учебно-методическое обеспечение

5.1 Основная литература

1. Элементы теории управления и динамики гидропневмосистем: учебн.пособ. П.Г.Белоусов, М.Л.Босняк, М.И.Ступаков.- Новокузнецк, 2009.-304 с.
2. Навроцкий К.Л. Моделирование и динамический расчет на ЭВМ гидро- и пневмо-приводов. Ч.1. Моделирование приводов типовыми звеньями и руководство к уни-версальной программе расчета; Ч.2. Динамические процессы и структурные схемы математических моделей приводов.- М. Машиностроение, 1997 г.
3. Попов Д.Н. Механика гидро- и пневмоприводов: Учеб. для ВУЗов. 2-е издание, стереотипное. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. - 320 с.

5.2 Дополнительная литература

1. Динамические измерения и обработка экспериментальных данных при испытаниях гидросистем: учебн. пособ. М.С.Гаспаров, А.Н.Крючков, А.Б.Прокофьев, Е.В.Шахматов- Самара, Изд-во Самарск. гос. ун-та, 2006.-128 с.
2. Динамические процессы в системах двигательных установок космических аппара-тов/В.П. Шорин, А.Е. Жуковский, А.Ф. Малеев, Е.А. Вакулич, В.Я. Свербилов, В.А. Герасимов. –Самара: Изд-во СГАУ, 1998. –316 с.
3. Снижение виброакустических нагрузок в гидромеханических системах/ А.Г. Гимадиев, А.Н. Крючков, В.В. Леньшин, А.Б. Прокофьев, Е.В. Шахматолв, В.П. Шорин. Под ре-дакцией В.П. Шорина, Е.В. Шахматова. – Самара: СГАУ, 1998. – 270 с.
4. Шорин В.П. Устранение колебаний в авиационных трубопроводах. – М.: Машино-строение, 1980. – 156 с.
5. Шорин В. П., Гимадиев А. Г., Быстров Н. Д. Гидравлические и газовые цепи передачи информации // М.: Машиностроение, 2000. -328 с.

5.3 Электоронные источники и интернет ресурсы

Медиацентра, компьютерный класс каф. АСЭУ (корп. 14, ауд 327), используемые при выполнении лабораторного прак-тикума и курсовой работы.

5.4 Методические указания и рекомендации

Текущий контроль знаний студентов в каждом семестре завершается на отчетном занятии, результатом которого является допуск или недопуск студента к зачету по дисци-плине. Основанием для допуска к зачету является выполнение и отчет студента по всем лаборато

Экзамен проводится на основании индивидуальных заданий, содержащих два тео-ретических вопроса по курсу. Дополнительные вопросы соответствуют тем темам курса, по которым были получены неудовлетворительные оценки при текущем контроле.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)»

СОГЛАСОВАНО	**УТВЕРЖДАЮ**
Управление образовательных программ	Проректор по учебной работе
_____/ А.В. Дорошин /	_____/ Ф.В. Гречников /
"_____"_____ 20___ г.	"____" _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Наименование модуля (дисциплины)

Механика остаточных напряжений

Цикл, в рамках которого происходит освоение модуля (дисциплины)	Специальные дисциплины отрасли наук и научной специальности
Часть цикла	Дисциплины по выбору студента
Код учебного плана	-
Факультет	Летательные аппараты
Кафедра	Сопротивление материалов

Курс	-		
Семестр	-		
Лекции (СЛ)	4		
Семинарские и практические занятия (СП)	24		
Лабораторные занятия (СЛР)	0	Экзамен	Экзамен
Курсовая работа (проект) (СКР)	0	Зачет	-
Самостоятельная работа (СРС)	76		
Всего	100		

Наименование стандарта, на основании которого составлена рабочая программа:

Требования научной специальности 01.02.06

Соответствие содержания рабочей программы, условий ее реализации, материально-технической и учебно-методической обеспеченности учебного процесса по дисциплине всем требованиям государственных стандартов подтверждаем.

Составители:

Кирпичев В.А., профессор, д.т.н. _____
(подпись)

Заведующий кафедрой:

Павлов В.Ф. _____
(подпись)

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

Сопротивление материалов

Протокол №___ от "____" _____ 20___ г.

1 Цели и задачи модуля (дисциплины), требования к уровню освоения содержания

1.1 Перечень развиваемых компетенций

1.1. Способность выполнения расчета остаточных напряжений в деталях с концентраторами напряжений
1.2. Способность разрабатывать и осуществлять программы испытаний образцов и деталей с концентраторами напряжений
1.3. Способность разрабатывать рабочие планы и программы проведения научных исследований и технических разработок в области прогнозирования сопротивления усталости образцов и деталей с концентраторами
1.4. Способность разработки методики и организции проведения экспериментов и испытаний образцов и деталей на многоцикловую усталость, проведения обработки и анализа результатов экспериментов

1.2 Цели и задачи изучения модуля (дисциплины)

1. Выработка у аспирантов навыков анализа работы деталей с концентраторами напряжений при знакопеременных нагрузках
2. Формирование навыков моделирования остаточного напряжённого состояния в деталях с концентраторами с учётом воздействия различных конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов
3. Формирование навыков экспериментального исследования остаточных напряжений и их влияния на сопротивление усталости

1.3 Требования к уровню подготовки студента, завершившего изучение данного модуля (дисциплины)

Аспиранты, завершившие изучение данной дисциплины, должны:
знать:
- специфику работы деталей при различных деформациях в условиях знакопеременного нагружения;
- методы измерения остаточных напряжений;
- методы прогнозирования характеристик усталости;
- методы проведения испытаний испытаний на усталость в условиях концентрации напряжений;
уметь:
-анализировать и приводить к расчётным схемам реальные конструкции, детали;
- проводить испытания на усталость на различных испытательных машинах и при различных деформациях;
- проводить расчёты по прогнозированию сопротивления усталости;

иметь практические навыки:
- измерения остаточных напряжений в кольцах, полосках, натурных образцах;
- проведения испытаний на усталость образцов с концентраторами напряжений.

1.4 Связь с предшествующими модулями (дисциплинами)

1.5 Связь с последующими модулями (дисциплинами)

2 Содержание рабочей программы (модуля)

Семестр 1		
СЛ 0,04 4 часов 0,1111 кредитов	Активные 1	Методы определения остаточных напряжений в кольцах и полосках
		Методы определения остаточных напряжений непосредственно в концентраторах
		Методы проведения испытаний на усталость
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	
СП 0,24 24 часов 0,6667 кредитов	Активные 0,5	Экспериментальное определение остаточных напряжений в кольцах и полосках
		Экспериментальное определение остаточных напряжений непосчредственно в концентраторах
		Разработка методик проведения испытаний на усталость
		Статистическая обработка результатов испытаний
	Интерактивные 0,5	Моделирование остаточных напряжений в надрезах полукруглого профиля
		Моделирование остаточных напряжений, возникающих за счет перераспределения усилий гладкого образца
		Расчетное определение критерия остаточных напряжений
	Традиционные 0	
СЛР 0 0 часов 0 кредитов	Активные 1	
	Интерактивные 0	
	Традиционные 0	
СКР 0 0 часов 0 кредитов	Активные 0	
	Интерактивные 0	

	Традиционные 0	
СРС 0,76 76 часов 2,1111 кредитов	Активные 0	
	Интерактивные 0,2	Подготовка к практическим занятиям
	Традиционные 0,8	Формирование компьютерных моделей образцов с концентраторами напряжений
		Формирование конечно-элементных моделей образцов с концентраторами напряжений
		Исследование влияния граничных условий на модели распределения остаточных напряжений в деталях
		Выбо параметров решателей

3 Инновационные методы обучения

1. Выполнение расчетных практических работ с использованием расчётных комплексов ANSIS, MSC. NASTRAN\VSC.PATRAN.
2. Моделирование остаточных напряжений и прогнозирование сопротивления усталости по действием динамических нагрузок.

4 Технические средства и материальное обеспечение учебного процесса

1. Лаборатория динамических испытаний.
2. Вычислительный центр кафедры сопротивления материалов.
2.1. Программные комплексы для проведения расчётов на прочность ANSIS, MSC.NASTRAN\VSC.PATRAN
2.2. Программное обеспечение для проведения проектных расчетов KOMPRESSOR и TURBINA.
3. Оборудование для выполнения экспериментальных исследований:
3.1. Стенд для определения характеристик малоразмерного компрессора, оснащенный экспериментальной установкой, воздушной магистралью низкого давления, автоматизированной системой управления проведением эксперимента.
3.2 Стенд для определения характеристик кольцевых лопаточных венцов малоразмерной центростремительной турбины, оснащенный экспериментальной установкой, воздушной магистралью низкого давления, автоматизированной системой управления проведением экспериме

нта.
3.3. Стенд для определения характеристик малоразмерной центростремительной турбины, оснащенный экспериментальной установкой, воздушной магистралью низкого давления, автоматизированной системой управления проведением эксперимента.
4. Плакаты, макеты и натурные образцы по каталогу кафедры.

5 Учебно-методическое обеспечение

5.1 Основная литература

1. Когаев В.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность /В.П.Когаев, Н.А.Махутов, А.П.Гусенков - М.: Машиностроение, 1985. - 416 с.
2. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твёрдого тела. М.: Наука,1979.
3. Бидерман В.Л. Прикладная теория механичских колебаний. М.: Высшая школа, 1972.4. Образцов И.Ф. Метод конечных элементов в технике / И.Ф.Образцов, Л.М.Савельев, Х.С.Хазанов. -М.: Высшая школа. 1985. - 391 с.

5.2 Дополнительная литература

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. - 212 с.
2. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение. 1984.3.Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. -М.: ДМК Пресс. 2001. - 446 с.
4. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. - Л.: Судостроение. 1962.5. Вибрации в технике: Справочник. В 6 т. - М.: Машиностроение. 1999.6. Пестриков В.Н., Морозов Е.Н. Механика разрушения твердых тел: Курс лекций.- СПб.: Профессия. 2001.

5.3 Электронные источники и интернет ресурсы

www.ansyssolutions.ru

5.4 Методические указания и рекомендации

Определение остаточных напряжений проводится после упрочнения образцов и деталей различными методами поверхностного пластического деформирования обязательно под руководством преподавателя. Аспирант обязан изучить все этапы и самостоятельно подготовить образцы к травлению, принять участие в составлении электролитов, научиться снимать деформационную кривую в результате удаления слоев материала с исследуемой поверхности, расчитывать среднеинтегральные остаточные напрпяжения, необходимые для прогнозировыания предела выносливости. Допуск к экзамену осуществляетс после усвоения указанных навыков. Экзамен проводится согласно положению о текущем и промежуточном контроле знаний, утвержденному ректором университета. Экзаменационная оценка ставится на основании письменного и устного олтветов по экзаменационному билету. Экзаменационный билет включает два теоретических вопроса.

2.1 ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ КОНТЕНТ ПО МЕХАНИКЕ РАЗРУШЕНИЯ

Оценка влияния диссипативных процессов на механические характеристики и разрушение материалов является одним из основных вопросов усталостной прочности. Подход к решению этой проблемы основан в настоящее время на экспериментально подтвержденных формулах Коффина-Мэнсона и Пэриса. Теоретическое обоснование этих формул опирается на расчеты работы внутренних сил при пластическом деформировании. Центральной проблемой здесь является описание пластических течений в окрестности концентраторов напряжений и деформаций. Этот вопрос в целом решается на основе пакетов ANSYS и MSC, за исключением окрестностей угловых концентраторов и, в частности, вершины трещины, которые во многом и определяют процессы зарождения и распространения трещин.

Основной задачей предлагаемого пособия является создание методики расчета пластических течений в окрестности концентраторов деформаций и связанных с ними повреждений материала в технологических процессах изготовления элементов конструкций и их эксплуатации; разработка подхода к оценке влияния на прочность диссипативных процессов в материале при изготовлении и эксплуатации элементов конструкций, связанными с рассеянием механической энергии при пластических деформациях. Этот подход сформулирован в виде деформационно-энергетического критерия разрушения материала, который состоит в обобщении подхода, использованного в задачах малоцикловой усталости. Он обобщает формулу Коффина-Мэнсона [17, 45] вместе с ее энергетической интерпретацией, заложенной С. Фелтнером, Дж. Морроу [38] и поправкой Д. Мартина [13].

В первом части пособия рассматриваются теоретические основы деформационно-энергетического подхода, определяющие соотношения идеального жесткопластического тела. В качестве основной модели анализа напряженно-деформированного состояния материала принята модель жесткопластического тела, которая позволяет:

– определить критические значения величин W_{**}, W_{*} и установившуюся скорость распространения трещины c из стандартных экспериментов по растяжению плоских и цилиндрических образцов при одноосном растяжении-сжатии по величинам относительного удлинения образца δ и относительного сужения образца ψ при разрушении;

– оценить конечные деформации и удельную диссипацию энергии в частицах, находящихся в окрестности вершины трещины;

– аналитически оценить процесс накопления диссипации энергии в частицах в процессе пластической деформации (количественно оценить малоцикловую усталостную прочность).

В качестве основного условия пластичности принято новое условие пластичности, связанное с линиями уровня поверхности деформационных состояний идеального несжимаемого жесткопластического тела. Обсуждена проблема неединственности пластического течения идеального жесткопластического тела. Сформулированы деформационно-энергетические критерии разрушения пластического тела и выбора направления распространения трещины. Исследованы особые точки пластического течения. Приведен алгоритм определения критических значений W_{**}, W_{*}.

Рассмотрены известные решения задачи о пластическом течении жесткопластической полосы с угловыми вырезами, которые могут быть использованы при моделировании процессов разрушения (зарождения и распространения трещин) в упругопластических телах.

Предложен подход к анализу поля деформаций и адиабатического поля диссипации энергии в окрестности вершины углового выреза.

Вторая часть посвящена одноосному деформированию и разрушению плоского и цилиндрического образцов. Рассмотрены основные задачи, приводящие к количественной оценке деформационно-энергетических характеристик разрушения конструкционных материалов: растяжение-сжатие плоского образца, растяжение-сжатие цилиндрического образца. Сформулировано обобщение деформационно-энергетического подхода к описанию процессов разрушения для циклических и произвольных «зигзагообразных» процессов деформирования, которое связано с введением новой характеристики материала W_{**}^{y} - удельной работы внутренних сил на пластических деформациях, связанных с упрочнением материала.

В третьем части приведен расчет предельных деформаций в окрестности вершины трещины при ее движении. Предложены модели процессов зарождения и распространения трещины при пластическом течении в окрестности углового выреза. Установлена связь между удельной диссипацией энергии частницы при ее движении по предельной траектории и инвариантным J-интегралом. Предложен алгоритм оценки накопления диссипированной работы внутренних сил в частице с использованием J-интеграла. Рассмотрено конечно-элементное моделирование растяжения образца с трещиной (математическим разрезом).

2.1.1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ДЕФОРМАЦИОННО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПОДХОДА

2.1.1.1 Основные положения теории жесткопластического тела

Ассоциированный закон пластического течения

Определяющим соотношением модели идеального жесткопластического тела является *ассоциированный закон пластического течения*:

$$\varepsilon_{ij} = \lambda_p \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \lambda_p \geq 0, \quad i, j = 1, 2, 3, \tag{1}$$

и условие текучести:

$$f_p\left(\sigma_{ij}\right) = 0, \quad p = 1, 2, \ldots \tag{2}$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений, $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(V_{i,j} + V_{j,i}\right)$ – тензор скоростей деформаций, V_i – компоненты вектора скоростей перемещений, λ_p – неопределенные множители, постоянные при определенных значениях компонент скорости деформации; $f_p = f_p\left(\sigma_{ij}\right)$ – функции, определяющие поверхности текучести для идеальной пластической среды в пространстве напряжений σ_{ij}, которая не изменяется при деформировании материала.

Ассоциированный закон течения (1) является следствием принципа максимума скорости диссипации механической энергии (мощности работы внутренних сил) (*принцип Мизеса*): скорость диссипации механической энергии $W = \sigma_{ij}\varepsilon_{ij}$ в единице объема при пластическом деформировании принимает максимальное значение для действительного напряженного состояния среди всех напряженных состояний, допускаемых данным условием пластичности.

Заметим, что в теории жесткопластического тела принято считать, что вся работа внутренних сил переходит в тепловую энергию и рассеивается. Этот процесс называется *диссипацией энергии*.

Ассоциированный закон пластического течения обобщается на случай упрочняющегося жесткопластического тела. В этом случае функция f зависит от параметров упрочнения, и называется *функцией нагружения*.

Условия пластичности и разрушения пластических материалов

Условие пластичности – это условие, характеризующее переход материала из упругого состояния в состояние текучести. Это условие является важным обобщением на трехмерное напряженное состояние предела текучести для одноосного растяжения. С математиче-

ской точки зрения условие пластичности представляет собой соотношение между компонентами напряжений в точке, которое должно быть выполнено, когда в этой точке начинается пластическое течение. В общем случае условие пластичности можно записать в виде

$$f\left(\sigma_{ij}\right)=K,$$

где $K>0$ – постоянная текучести.

Среди наиболее часто встречаемых условий пластичности идеального нормально изотропного пластического тела можно отметить, [8, 22]:

– условие постоянства интенсивности касательных напряжений (*условие Мизеса*)

$$\left(\sigma_1-\sigma_2\right)^2+\left(\sigma_2-\sigma_3\right)^2+\left(\sigma_3-\sigma_1\right)^2=2\sigma_S{}^2;$$

– условие постоянства максимального касательного напряжения (*условие Треска – Сен-Венана*):

$$\tau_S=\frac{1}{2}\max\left\{\left|\sigma_1-\sigma_2\right|,\left|\sigma_2-\sigma_3\right|,\left|\sigma_3-\sigma_1\right|\right\},$$

где σ_S – предел текучести при растяжении, τ_S – предел текучести при чистом сдвиге, σ_i $(i=1,2,3)$ – главные значения тензора напряжений. Эти условия пластичности нашли наибольшее применение в силу простоты записи и хорошего соответствия с экспериментальными данными при относительно малых деформациях.

Для идеального жесткопластического тела при плоской деформации оба этих условия приводят к одинаковым соотношениям, при осесимметричной деформации более удобно условие Треска – Сен-Венана.

Ниже рассматривается условие пластичности, связанное с линиями уровня поверхности деформационных состояний. Необходимость новой формулировки связана с определением предельных состояний материала, предшествующих его разрушению (образованию внутри материала новых свободных поверхностей). Эти предельные состояния можно рассматривать как состояния предельного упрочнения материала. Поэтому формулировку предельного состояния естественно связать с поверхностью нагружения. Аналогичные формулировки высказывались авторами при исследовании процессов малоцикловой усталости, связывая процесс разрушения с процессами накопления деформаций и исчерпанием пластичности, [14]. Вместе с этими замечаниями для описания процесса образования новых свободных поверхностей (собственно разрушение) необходимо продолжить рассмотрение пластического течения и это течение рассматривать как течение идеального жесткопластического тела при условии пластичности, определяемого предельным положением поверхности нагружения. На диаграмме $\sigma-\varepsilon$ это можно изобразить отрезком прямой AB (вместо часто изображаемой ниспадающей ветви AB'), рисунок 1. При этом удельная работа внутренних сил, совершае-

мая частицей материала до разрушения, разделяется на две части: W_{**} и W_{*}. Первая часть W_{**} приводит к упрочнению материала до предельного состояния, вторая часть W_{*} (по достижении предельного состояния) приводит к образованию новых свободных поверхностей.

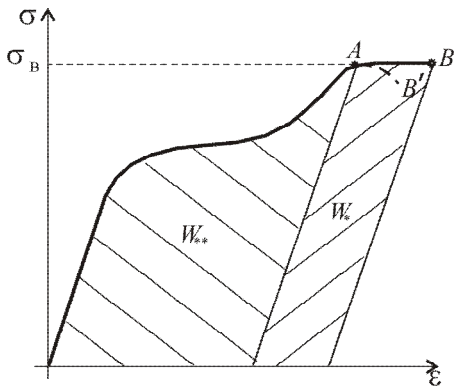


Рисунок 1 – *Связь констант разрушения с диаграммой* $\sigma-\varepsilon$

Как правило, в рассматриваемых ниже примерах образование новых свободных поверхностей происходит на особенностях поля скоростей перемещений и имеет скачкообразный характер, то есть приращения компонент деформаций и удельной диссипации энергии имеют конечные значения.

Заметим, что наличие участка AB, как правило, предполагается в известных пакетах программ (ANSYS, MSC и др.).

Поверхность деформационных состояний и условие пластичности, связанное с ее линиями уровня

Будем использовать в качестве мер деформаций тензор деформаций Коши C_{ij} и тензор конечных деформаций Альманси E_{ij}:

$$C_{ij}=\frac{\partial X_k}{\partial x_i}\frac{\partial X_k}{\partial x_j},\quad E_{ij}=\frac{1}{2}\left(\delta_{ij}-C_{ij}\right),\quad i,j=1,2,3,$$

где X_i, x_i – эйлеровы и лагранжевы переменные, δ_{ij} – символ Кронекера.

Деформационные состояния жесткопластического тела будем изображать точками в пространстве главных деформаций, которые образуют для несжимаемых тел гиперболическую поверхность Σ третьего порядка (рисунок 2), [2, 11, 12, 31, 32]. Уравнение этой поверхности может быть задано условием несжимаемости в одном из следующих видов:

$$\begin{aligned}&\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3=0;\\ &C_1C_2C_3=1,\quad C_1>0,\quad C_2>0,\quad C_3>0;\\ &(1-2E_1)(1-2E_2)(1-2E_3)=1;\end{aligned}\qquad(3)$$

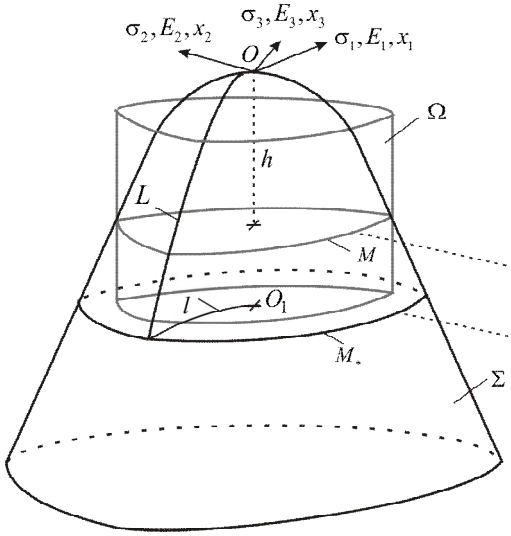


Рисунок 2 – *Поверхность деформационных состояний*

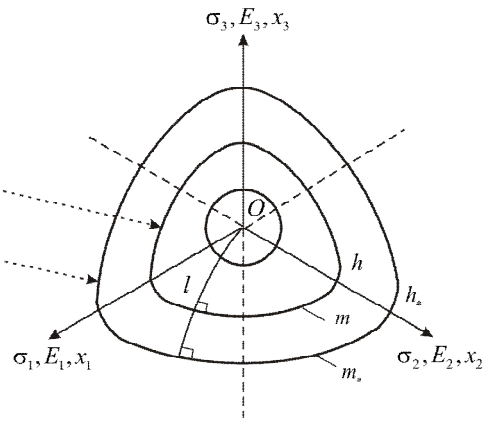


Рисунок 3 – *Линии уровня*

где ε_i, C_i, E_i – главные значения тензоров ε_{ij}, C_{ij}, E_{ij}, соответственно. Деформационные процессы изображаются линиями L на этой поверхности. Точка O изображает исходное недеформированное состояние.

Рассмотрим линии M пересечения поверхности Σ с плоскостями, параллельными девиаторной плоскости с нормалью **n**. На рисунке 3 представлены проекции этих линий, расположенных на расстоянии $d = h/\sqrt{3}$ от начала координат, на девиаторную плоскость. Уравнения этих линий определяются соотношениями

$$h = (E_1 + E_2 + E_3), \quad (1-2E_1)(1-2E_2)(1-2E_3) = 1. \tag{4}$$

Будем называть проекции линий M на девиаторную плоскость (линии m) *линиями уровня* поверхности деформационных состояний Σ. Поверхность Σ обладает симметрией относительно трех плоскостей, проходящих через координатные оси и нормаль **n**. Процессы деформирования частиц идеального жесткопластического материала изображаются линиями L на поверхности Σ (см. рисунок 2) и линиями l на девиаторной плоскости (см. рисунок 3).

Рассмотрим поле скоростей вида

$$V_1 = x_1\varepsilon_1(t), \quad V_2 = x_2\varepsilon_2(t), \quad V_3 = x_3\varepsilon_3(t), \tag{5}$$

определяющее процесс простого деформирования, когда главные направления тензора ε_{ij} остаются неизменными. Здесь $\varepsilon_i(t)$ – главные значения тензора скоростей деформаций являются функциями времени t. Тензоры E_{ij} и ε_{ij} связаны соотношением

$$\frac{DE_{ij}}{Dt}=\frac{\partial E_{ij}}{\partial t}+\frac{\partial E_{ij}}{\partial x_k}V_k+E_{ik}\frac{\partial V_k}{\partial x_j}+E_{jk}\frac{\partial V_k}{\partial x_i}=\varepsilon_{ij},$$
$$\frac{DE_i}{Dt}=\frac{dE_i}{dt}+2E_i=\varepsilon_i. \qquad (6)$$

В склерономной теории пластичности, рассматривающей квазистатические процессы, масштаб времени не определен и, вообще говоря, он может изменяться в процессе деформирования, в частности, из трех функций $\varepsilon_i(t)$ одну можно задать произвольно, например, $\varepsilon_1(t)\equiv 1$. В этом случае из условия несжимаемости (3) следует

$$\varepsilon_1(t)\equiv 1, \quad \varepsilon_2(t)\equiv -1-\varepsilon_3(t).$$

Пусть деформационный процесс начинается из недеформированного состояния (точка *O*, см. рисунки 2, 3). Система уравнений (6) при условии (5) и начальных условиях $E_{ij}|_{t=0}=0$ ($E_i|_{t=0}=0$) имеет решения

$$E_i=\frac{1}{2}\left(1-e^{\tau_i(t)}\right), \quad i=1,2,3; \quad E_{12}=E_{13}=E_{23}\equiv 0,$$
$$\tau_i(t)=-2\int_0^t \varepsilon_i(t)dt. \qquad (7)$$

Из (7) следует, что главные направления тензоров E_{ij}, ε_{ij} совпадают в любой момент времени с направлением координатных осей.

Простые деформационные процессы изображаются кривыми *l* на девиаторной плоскости (см. рисунок 3). В качестве параметра процесса (времени) выберем величину

$$h=E_1+E_2+E_3, \quad E_i=E_i(h).$$

При замене *t* на *h* из (7) следует уравнение

$$h=\frac{1}{2}\left(3-e^{\tau_1(h)}-e^{\tau_2(h)}-e^{\tau_3(h)}\right), \quad \tau_i=-2\int_0^h \varepsilon_i(h)dh. \qquad (8)$$

После дифференцирования (8) по *h* получим

$$\tau_1=-2\varepsilon_1,\ \tau_2=-2\varepsilon_2,\ \tau_3=-2\varepsilon_3,$$
$$2=-\tau_1'e^{\tau_1}-\tau_2'e^{\tau_2}-\tau_3'e^{\tau_3} \qquad (8^1)$$

Из (7) следует

$$\tau_i'=-2\varepsilon_i,$$
$$e^{\tau_1}=1-2E_1, \quad e^{\tau_2}=1-2E_2, \quad e^{\tau_3}=1-2E_3.$$

Подставив эти выражения в (8^1), получим

$$\varepsilon_1(1-2E_1)+\varepsilon_2(1-2E_2)+\varepsilon_3(1-2E_3)=1. \qquad (8^2)$$

Уравнение (8^2) связывает главные значения ε_i и E_i для простых процессов деформирования.

Выделим из простых процессов деформирования ортогональные процессы, т.е. процессы, не зависящие от времени, для которых вектор главных значений тензора скоростей деформаций ε_i ортогонален проекциям линий (4) на девиаторную плоскость (т.е. линиям *m*), которые являются линиями уровня для функции $h = E_1 + E_2 + E_3$.

Окончательно для ортогональных процессов величины ε_i и E_i связаны выражениями:

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0,\\
&\varepsilon_1(1-2E_1) + \varepsilon_2(1-2E_2) + \varepsilon_3(1-2E_3) = 1,\\
&\varepsilon_1(1-2E_1)(E_2-E_3) + \varepsilon_2(1-2E_2)(E_3-E_1) + \varepsilon_3(1-2E_3)(E_1-E_2) = 0.
\end{aligned} \tag{9}$$

В (9) первое уравнение отображает несжимаемость жесткопластического тела, второе уравнение следует из (8) после дифференцирования его по времени *h*, третье уравнение следует из условия ортогональности процесса деформирования *l* линиям уровня *m*.

Введем новый параметр процесса *t*. Выполняя замену переменной $h = h(t)$ в (8) и дифференцируя по *t,* получим уравнение

$$\varepsilon_1(1-2E_1)h' + \varepsilon_2(1-2E_2)h' + \varepsilon_3(1-2E_3)h' = h',$$

(штрих обозначает дифференцирование по времени *t*). При этом второе уравнение в системе (9) можно записать в виде

$$\frac{\varepsilon_1}{h'}(1-2E_1)h' + \frac{\varepsilon_2}{h'}(1-2E_2)h' + \frac{\varepsilon_3}{h'}(1-2E_3)h' = 1.$$

Положим, что деформации и напряжения связаны с функцией $h(t)$ соотношениями

$$\sigma_i = (1-2E_i)h', \quad \varepsilon_i^* = \frac{\varepsilon_i}{h'}, \quad h' = \frac{3\sigma}{3-2h}, \quad \sigma = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \tag{10}$$

Уравнения (9) при условии (10) примут вид

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_1^* + \varepsilon_2^* + \varepsilon_3^* = 0,\\
&\varepsilon_1^*\sigma_1 + \varepsilon_2^*\sigma_2 + \varepsilon_3^*\sigma_3 = 1,\\
&\varepsilon_1^*\sigma_1(\sigma_2-\sigma_3) + \varepsilon_2^*\sigma_2(\sigma_3-\sigma_1) + \varepsilon_3^*\sigma_3(\sigma_1-\sigma_2) = 0.
\end{aligned} \tag{11}$$

Уравнения (11) приводят к заданию *цилиндрической поверхности нагружения* с направляющей линией в девиаторной плоскости, совпадающей с проекциями линий (4) и образующей, параллельной **n,** с параметром упрочнения $h = E_1 + E_2 + E_3$. В этом случае первое и третье уравнения (11) следуют из ассоциированного закона течения (1) для всех ортогональных процессов несжимаемого жесткопластического тела. Второе уравнение (11) будет выполняться для всех ортогональных процессов, если за параметр процесса (время) принять работу внутренних сил (для жесткопластического тела диссипацию энергии).

Данная поверхность нагружения обладает следующими свойствами:

– при деформировании материала по любому простому ортогональному процессу из точки O до уровня деформаций $h = E_1 + E_2 + E_3$, частицей совершается одна и также удельная диссипация энергии $W_0 = \int_{l_0^h} \varepsilon_i \sigma_i dl$;

– при деформировании по пути отличному от простого ортогонального процесса деформирования, требуется большая диссипация энергии. Это свойство непосредственно следует из того, что кривая L_0, на поверхности Σ, соответствующая ортогональному процессу l_0, является линией наискорейшего спуска из точки O;

– эта поверхность позволяет учитывать эффект Баушингера.

Для любого конструкционного материала поверхность нагружения может быть определена из стандартного эксперимента на одноосное растяжение по зависимости $\sigma - \varepsilon$.

Заметим, что связь условия пластичности с линиями уровня поверхности Σ следует из совмещения осей главных напряжений σ_i и деформаций E_i. При этом связь масштабов определяется величиной h', определяемой из диаграммы $\sigma - \varepsilon$ для каждого конструкционного материала. Если кривые $\sigma - \varepsilon$ (на растяжение и сжатие) обладают центральной симметрией относительно начала координат (отсутствие эффекта Баушингера), то условие пластичности должно описываться окружностью (т.е. совпадать с условием Мизеса).

Указанное замечание означает, что линии уровня поверхности Σ, вообще говоря, не совпадают с линиями пересечения поверхности нагружения с девиаторной плоскостью, но определяют их форму. Для построения поверхности нагружения в приведенной форме предполагается переход от традиционной диаграммы $\sigma - \varepsilon$ к диаграмме $\sigma - h$, где $\sigma = \frac{1}{3}\sigma_{ii}$, $h = E_{ii}$. Соотношения (10) определяют величину h'.

В дальнейших расчетах, если не оговаривалось особо, в качестве условия пластичности использовалось условие Мизеса.

Неединственность решения. Критерии выбора предпочтительного пластического течения

Следствием ассоциированного закона пластического течения (1) является единственность поля напряжений в пластической области, [4]. В отличие от этого поле скоростей перемещений не единственно. Поэтому при решении задач для идеального жесткопластического тела возможно построение нескольких решений с учетом изменения геометрии.

Очевидно, что неединственность поля скоростей ведет к различным распределениям поля деформаций для различных кинематически возможных решений. Естественно, возникает вопрос: какое решение считать предпочтительным? В работах [4, 8, 22, 24] показано, что

основные различия известных решений для плоских задач типа внедрения штампов, раздавливании клиньев, движении угловых точек свободной поверхности связано с работой внутренних сил в окрестности особенностей поля линий скольжения, и поэтому в данной работе используется следующий критерий: *предпочтительным является пластическое течение, развивающееся таким образом, что максимальное значение удельной работы внутренних сил в окрестности особенностей поля скоростей перемещений минимально.*

2.1.1.2 Деформационно-энергетический критерий разрушения

С точки зрения теории жесткопластического тела условия разрушения должны содержать величины, входящие в определяющие уравнения модели: тензоры деформаций и напряжений и их производные по пространственным переменным и времени; и могут быть записаны в виде N соотношений:

$$\Phi_k\left(E_{ij},\varepsilon_{ij},\sigma_{ij},...\right)=0,\qquad k=1,...,N,$$

где Φ_k – изотропные функции N тензорных аргументов, определяемых моделью разрушения.

Стандартные экспериментальные исследования по растяжению плоских цилиндрических и других образцов показывают, что разрушение материалов происходит при определенных деформациях E_i^{**}. При этом экспериментально определяемые характеристики разрушения (δ,ψ – относительное удлинение и сужение образца при разрушении) могут служить основой для вычисления соответствующих значений E_i^{**}, [26]. Эти эксперименты определяют минимальную систему точек на поверхности Σ, которая может быть аппроксимирована некоторой кривой M_*.

$$M_*:\begin{cases}\Phi\left(E_1^{**},E_2^{**},E_3^{**}\right)=0,\\ \left(1-2E_1^{**}\right)\left(1-2E_2^{**}\right)\left(1-2E_3^{**}\right)=1.\end{cases}\qquad(12)$$

Это позволяет постулировать: *при пересечении кривой L, соответствующей процессу деформирования* (см. рисунок 2), *критической линии* M_* (12), *материал достигает предельного состояния*.

В качестве аппроксимирующих кривых естественный интерес представляют линии (4), так как они всегда пересекаются ортогональными процессами деформирования и, в частности, кривыми, соответствующими стандартным испытаниям на одноосное растяжение – сжатие. Поэтому положение кривой (4) может быть определено экспериментально для каждого конструкционного материала.

Вместе с тем из опыта известно, что даже при небольших циклически изменяющихся пластических деформациях происходит разрушение практически всех материалов. Поэтому в уравнениях (12) должны быть включены параметры, учитывающие историю деформирования частиц материала. Одной из величин, связанной с историей деформирования, является удельная работа внутренних сил $W = \int_{t_0}^{t} \varepsilon_{ij}\sigma_{ij}dt$, определяемая вдоль пути деформирования l (см. рисунок 1.3). Уравнения (12) при этом примут вид

$$\begin{cases} \Phi\left(E_1, E_2, E_3, W\right) = 0, \\ \left(1-2E_1\right)\left(1-2E_2\right)\left(1-2E_3\right) = 1. \end{cases} \tag{13}$$

Если предположить, что механические свойства материала определяются поверхностью нагружения, а второй и третий инварианты тензора деформации Альманси мало влияют на разрушение материала, то уравнения критической линии (13) можно записать в виде

$$\begin{cases} E_1 + E_2 + E_3 = h(W), \\ \left(1-2E_1\right)\left(1-2E_2\right)\left(1-2E_3\right) = 1. \end{cases} \tag{14}$$

Критическая линия в виде (14) совпадает с линией максимально возможного упрочнения материала, которая определяется величиной $h_{\max} = h(W_0^{\max})$, где W_0 – диссипация энергии при ортогональном процессе деформирования. Естественно предположить, что дополнительная диссипация энергии, производимая элементом объема материала при неортогональном деформировании, снижает способность материала к упрочнению. Это влияние может зависеть от уровня деформаций (величины h). Уравнения (13), (14) означают, что критическая линия уровня, определяющая момент разрушения каждой частицы, приближается к недеформированному состоянию в процессе пластического деформирования соответственно диссипации энергии. Функция $h(W)$ должна определяться экспериментально.

Достижение предельного состояния не означает разрушение. Для разрушения материала необходимо дополнительно затратить некоторую энергию W_*, связанную с образованием новых свободных поверхностей (см. рисунок 1).

2.1.1.3 Основные соотношения теории идеального жесткопластического тела

Определяющие уравнения теории плоской деформации

Плоская деформация является одним из наиболее разработанных разделов теории идеальной пластичности. При плоской деформации перемещения частиц тела параллельны осям x_1, x_2 и не зависят от x_3. Подобное состояние возникает в длинных призматических телах при нагрузках, нормальных к боковой поверхности и не зависящих от x_3. Тело счита-

ется изотропным и однородным. В любом сечении $x_3 = const$ наблюдается одна и та же картина напряженного и деформированного состояния. Компоненты напряжения зависят только от x_1, x_2, причем $\sigma_{23} = \sigma_{13} = 0$ из-за отсутствия соответствующих сдвигов.

Система уравнений теории плоской деформации идеального жесткопластического тела впервые была установлена Сен-Венаном [49] и содержит пять уравнений:

– *уравнения равновесия*

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} = 0; \tag{15}$$

– *условие текучести*

$$\left(\sigma_{11} - \sigma_{22}\right)^2 + 4\sigma_{12}^2 = 4k^2; \tag{16}$$

– *условие несжимаемости*, которое является следствием ассоциированного закона пластического течения (1):

$$\frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \frac{\partial V_2}{\partial x_2} = 0 \quad \textit{или} \quad E_1 + E_2 - 2E_1E_2 = 0; \tag{17}$$

– *условие совпадения осей тензоров напряжений и скоростей деформации*, которое также является следствием ассоциированного закона пластического течения (1):

$$\frac{2\sigma_{12}}{\sigma_{11} - \sigma_{22}} = \frac{\dfrac{\partial V_1}{\partial x_2} + \dfrac{\partial V_2}{\partial x_1}}{\dfrac{\partial V_1}{\partial x_1} - \dfrac{\partial V_2}{\partial x_2}}. \tag{18}$$

Система уравнений (15) – (18) является *полной системой дифференциальных уравнений теории пластичности*, т.к. число уравнений и неизвестных функций одинаково. Эти уравнения являются гиперболическими, причем характеристики напряжений и скоростей совпадают.

Характеристики для уравнений в напряжениях совпадают с площадками максимальных касательных напряжений. Характеристики для уравнения скоростей совпадают с площадками максимального сдвига. Кроме того, характеристики для напряжений и скоростей совпадают между собой и называются линиями скольжения, которые являются одновременно и линиями максимального касательного напряжения и линиями максимального сдвига.

Соотношения на характеристиках в теории плоской деформации

Решение задач теории плоской деформации идеального жесткопластического тела основано на построении двух взаимно ортогональных семейств линий скольжения α и β, касательные к которым совпадают в любой точке с направлением максимальных касательных напряжений и скорости деформации сдвига.

Дифференциальные уравнений линий скольжения:

$$\textit{линии } \alpha \quad \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\varphi,$$

$$\textit{линии } \beta \quad \frac{dy}{dx} = -\operatorname{ctg}\varphi,$$

где φ – направленный против движения часовой стрелки угол наклона характеристик семейства α к оси абсцисс.

Компоненты тензора напряжений можно представить в виде

$$\sigma_{11} = -p - k\sin 2\varphi, \;\; \sigma_{22} = -p + k\sin 2\varphi, \;\; \sigma_{12} = k\cos 2\varphi,$$

где $p = -\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$ – гидростатическое давление, k – предел текучести.

Среднее сжимающее напряжение p и угол φ связаны соотношениями Генки, [40]:

$$p + 2k\varphi = const, \qquad \textit{вдоль линии } \alpha$$
$$p - 2k\varphi = const, \qquad \textit{вдоль линии } \beta$$

эквивалентные уравнениям равновесия. Значения констант изменяются при переходе от одной линии α, β-характеристик к другой соответственно.

Проекции вектора скорости перемещения u и v на криволинейные оси α и β удовлетворяют соотношениям Гейрингер, [39]:

$$\begin{aligned} &du - vd\varphi = 0, \qquad \textit{вдоль линии } \alpha, \\ &dv + ud\varphi = 0 \qquad \textit{вдоль линии } \beta; \end{aligned} \tag{19}$$

и связаны с проекциями скорости перемещения на декартовые оси x и y соотношениями:

$$u = V_x\cos\varphi + V_y\sin\varphi, \quad v = -V_x\sin\varphi + V_y\cos\varphi. \tag{20}$$

Радиусы кривизны R и S характеристик α и β соответственно, определяются из уравнений

$$\frac{1}{R} = \frac{\partial\varphi}{\partial S_\alpha}, \quad \frac{1}{S} = -\frac{\partial\varphi}{\partial S_\beta},$$

где $\frac{\partial}{\partial S_\alpha}$ и $\frac{\partial}{\partial S_\beta}$ – производные, взятые соответственно вдоль линий α и β.

Определяющие уравнения теории осесимметричной деформации

Осесимметричные задачи теории пластичности представляют значительный интерес для приложений. Пусть ось рассматриваемого тела вращения совпадает с осью цилиндрической системы координат r, φ, z, а заданные нагрузки (или смещения) также обладают осевой симметрией. Тогда деформация такого тела будет осесимметричной. При этом компоненты напряжения и смещения не зависят от полярного угла φ.

Отличные от нуля компоненты напряжения σ_r, σ_φ, σ_z, τ_{rz} (рисунок 4) и составляющие скорости V_r, V_z являются функциями от r и z.

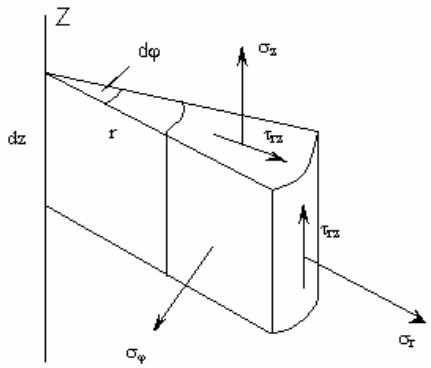


Рисунок 4 – *Компоненты напряжений*

При квазистационарном осесимметричном пластическом течении изотропного несжимаемого жесткопластического тела напряжения σ_r, σ_φ, σ_z, τ_{rz} удовлетворяют:

– дифференциальным уравнениям равновесия

$$\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial z}+\frac{\sigma_r-\sigma_\varphi}{r}=0,\quad \frac{\partial\tau_{rz}}{\partial r}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+\frac{\tau_{rz}}{r}=0; \tag{21}$$

– условию несжимаемости

$$\varepsilon_{rr}+\varepsilon_{zz}+\varepsilon_{\varphi\varphi}=0; \tag{22}$$

– условию изотропии (соосности девиаторов напряжений и скоростей деформаций):

$$\frac{\partial V_r}{\partial r}-\frac{\partial V_z}{\partial z}+tg2\bar{\varphi}\left(\frac{\partial V_r}{\partial z}+\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)=0,\quad \mathrm{tg}2\bar{\varphi}=\frac{\sigma_r-\sigma_z}{2\tau_{rz}}, \tag{23}$$

где $\bar{\varphi}$ – угол между положительным направлением оси r и направлением максимального касательного напряжения в плоскости $\{r,z\}$.

Представив компоненты тензора скоростей деформаций ε_{ii} в виде

$$\varepsilon_{rr}=\frac{\partial V_r}{\partial r},\ \varepsilon_{zz}=\frac{\partial V_z}{\partial z},\ \varepsilon_{\varphi\varphi}=\frac{V_r}{r},$$

получим условие несжимаемости (22), выраженное через скорости V_r, V_z:

$$\frac{\partial V_r}{\partial r}+\frac{\partial V_z}{\partial z}+\frac{V_r}{r}=0. \tag{24}$$

Так же как и при плоском пластическом течении, направления максимальных касательных напряжений в каждой точке плоскости $\{r,z\}$ определяют два ортогональных семейства линий α,β, образующих правую систему координат, в которой направление первого главного напряжения проходит через первый и третий квадранты.

Четыре уравнения (21)–(24) содержат шесть неизвестных. Для замыкания системы добавляется ассоциированный закон пластического течения (1) и условие текучести (2). Согласно закону (1) скорости деформаций пропорциональны производным по напряжениям от функции текучести, стоящей в левой части условия текучести.

При условии текучести Мизеса

$$\left(\sigma_r-\sigma_\varphi\right)^2+\left(\sigma_\varphi-\sigma_z\right)^2+\left(\sigma_z-\sigma_r\right)^2+6\tau_{rz}=6\tau_s$$

уравнения осесимметричной задачи являются эллиптическими, [51]. В данной работе это условие не используется.

При кусочно-линейном условии текучести, которым является, в частности, условие Треска-Сен-Венана

$$\tau_{\max}=const=\frac{1}{2}\sigma_s\,, \tag{25}$$

где $2\tau_{\max}=\max\left(\left|\sigma_1-\sigma_2\right|,\left|\sigma_2-\sigma_\varphi\right|,\left|\sigma_\varphi-\sigma_1\right|\right)$, уравнения осесимметричной задачи оказываются гиперболическими. Гиперболическая система уравнений допускает, как правило, разрывное решение в отличие от эллиптической системы, поэтому в качестве поверхности текучести выберем поверхность Треска.

В пространстве главных напряжений это условие определяет поверхность правильной шестигранной призмы. По ассоциированному закону вектор скорости деформации направлен по нормали к поверхности текучести. Окружное напряжение σ_φ является главным ($\sigma_3=\sigma_\varphi$), σ_1, σ_2 ($\sigma_1>\sigma_2$) – главные напряжения в плоскости $\{r,z\}$, тогда

$$\sigma_r,\sigma_z=\sigma\pm q\cos 2\theta,\quad \tau_{rz}=q\sin 2\theta, \tag{26}$$

где $\sigma=\frac{1}{2}\left(\sigma_1+\sigma_2\right),\quad q=\frac{1}{2}\left(\sigma_1-\sigma_2\right)$.

Сечением призмы Треска-Сен-Венана плоскостью $\sigma_\varphi=const$ является шестиугольник, показанный на рисунке 5, координаты его центра O_1 равны (σ_φ, σ_φ). Условие текучести и главные скорости деформации в различных режимах приведены в таблице 1, где λ_1,λ_2 – произвольные неотрицательные скалярные функции (свои для каждого режима).

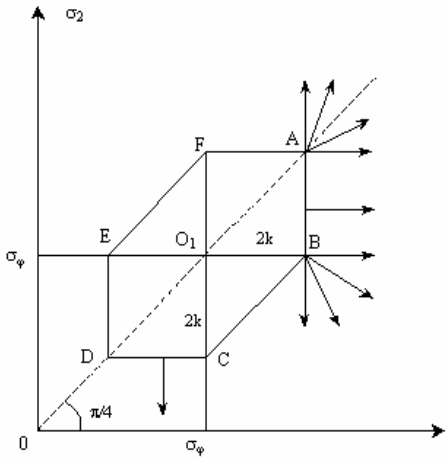


Рисунок 5 – *Сечение призмы Треска-Сен-Венана*

Таблица 1 – *Условие текучести и главные скорости деформации*

Режим	Условие текучести	Главные скорости деформации		
		ξ_1	ξ_2	ξ_3
A	$\sigma_1=\sigma_2=\sigma_\varphi+2k$	λ_1	λ_2	$-\lambda_1-\lambda_2$
D	$\sigma_1=\sigma_2=\sigma_\varphi-2k$	$-\lambda_1$	$-\lambda_2$	$\lambda_1+\lambda_2$
AB	$\sigma_1-\sigma_\varphi=2k\ \left(\sigma_1>\sigma_2>\sigma_\varphi\right)$	λ_1	0	$-\lambda_1$
CD	$\sigma_2-\sigma_\varphi=-2k\ \left(\sigma_2<\sigma_1<\sigma_\varphi\right)$	0	$-\lambda_1$	λ_1

BC	$\sigma_1-\sigma_2=2k\ (\sigma_1>\sigma_\varphi>\sigma_2)$	λ_2	$-\lambda_2$	0
B	$\sigma_2=\sigma_\phi=\sigma_1-2k$	$\lambda_1+\lambda_2$	$-\lambda_2$	$-\lambda_1$
C	$\sigma_1=\sigma_\phi=\sigma_2+2k$	λ_2	$-\lambda_1-\lambda_2$	λ_1

Режим *BC* соответствует состоянию «полной пластичности», когда σ_φ равно одному из главных напряжений; для режима *B*: $\sigma_\varphi=\sigma_2$, для режима *C*: $\sigma_\varphi=\sigma_1$. Системы уравнений для сингулярных режимов *B* и *C* аналогичны. В работе используются только эти режимы деформирования.

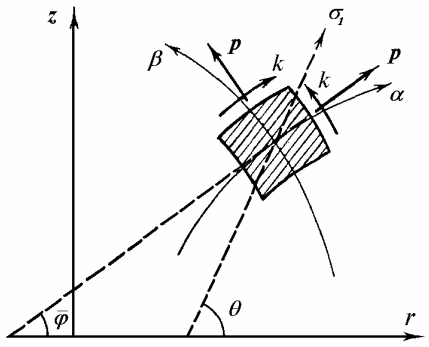


Рисунок 6 – *Линии скольжения в плоскости* $\{r,z\}$

Система уравнений для напряжений состоит из дифференциальных уравнений равновесия (21), условия пластичности $\sigma_1-\sigma_2=2k$ и равенства $\sigma_\varphi=\sigma_2$ для режима *B*; $\sigma_\varphi=\sigma_1$ для режима *C*. Линии скольжения α,β (траектории $\tau_{\max}$) в плоскости $\{r,z\}$ наклонены под углом $\pm\pi/4$ к главным направлениям (рисунок 6). На площадках скольжения действует нормальное напряжение $\sigma=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)$, нормальное напряжение σ отлично от среднего давления p: $\sigma=-p$. Очевидно, что $\sigma_\varphi=\sigma-k$ для режима *B*, $\sigma_\gamma=\sigma+k$ для режима *C*, а угол наклона площадки скольжения $\overline{\varphi}=\theta-\frac{\pi}{4}$.

Соотношения (26) преобразуются к следующему виду:

$$\sigma_r,\sigma_z=\sigma\mp k\sin 2\overline{\varphi},\quad \tau_{rz}=k\cos 2\overline{\varphi}.$$

Тогда из уравнения равновесия (21) получаем систему квазилинейных уравнений относительно функций $\sigma,\overline{\varphi}$:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\sigma}{\partial r}-2k\left(\cos 2\overline{\varphi}\frac{\partial\psi}{\partial r}+\sin 2\overline{\varphi}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)=\frac{k}{r}\left(\sin 2\overline{\varphi}\mp 1\right),\\&\frac{\partial\sigma}{\partial z}-2k\left(\sin 2\overline{\varphi}\frac{\partial\psi}{\partial r}-\cos 2\overline{\varphi}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)=-\frac{k}{r}\cos 2\overline{\varphi}.\end{aligned}\qquad(27)$$

В уравнениях (27) принимают верхний знак в формуле при режиме *B* и нижний знак при режиме *C*. Система уравнений (27) совместно с уравнениями (23), (24) образует замкнутую систему относительно неизвестных $\sigma,\overline{\varphi}$, V_r, V_z.

Решение этой системы выполняется в два этапа. Сначала при заданных граничных условиях для напряжений определяют функции σ и $\overline{\varphi}$ из решения системы (27), а затем при

заданных граничных условиях для скоростей рассчитывают поле скоростей $\{V_r, V_z\}$ из решения системы (23), (24).

Соотношения на характеристиках в теории осесимметричной деформации

Системы уравнений (26), (23) и (24) относятся к гиперболическому типу и имеют два семейства ортогональных характеристик α, β в плоскости $\{r, z\}$, дифференциальные уравнения которых имеют вид

$$\begin{aligned} &\frac{dz}{dr} = \operatorname{tg}\bar{\varphi} \quad \textit{вдоль } \alpha\textit{ - линии}, \\ &\frac{dz}{dr} = -\operatorname{ctg}\bar{\varphi} \quad \textit{вдоль } \beta - \textit{линии}. \end{aligned} \tag{28}$$

Для системы (27) характеристические соотношения имеют вид:

$$d\sigma - 2kd\bar{\varphi} = \frac{k}{r}\left(\mp dr + dz\right) \quad \textit{вдоль } \alpha - \textit{линии},$$
$$d\sigma + 2kd\bar{\varphi} = \frac{k}{r}\left(\mp dr - dz\right) \quad \textit{вдоль } \beta - \textit{линии},$$

где верхние знаки при dr относятся к режиму *B*, а нижние – к режиму *C*. Используя компоненты скоростей V_α, V_β вдоль характеристик:

$$\begin{aligned} &V_\alpha = V_r\cos\bar{\varphi} + V_z\sin\bar{\varphi} \quad \textit{вдоль } \alpha - \textit{линии}, \\ &V_\beta = V_z\cos\bar{\varphi} - V_r\sin\bar{\varphi} \quad \textit{вдоль } \beta - \textit{линии}, \end{aligned} \tag{29}$$

из (23) и (24) получают систему гиперболических уравнений с характеристическими соотношениями

$$\begin{aligned} &dV_\alpha - V_\beta d\bar{\varphi} = -\frac{1}{2r}(V_\alpha dr - V_\beta dz), \\ &dV_\beta + V_\alpha d\bar{\varphi} = -\frac{1}{2r}(V_\alpha dz + V_\beta dr). \end{aligned} \tag{30}$$

Вследствие неоднородности уравнений осесимметричного пластического течения свойства разрывов скоростей, которые могут распространяться вдоль характеристик, существенно отличаются от разрывов при плоском пластическом течении. Обозначив через V^+ и V^- скорости по обе стороны от соответствующей характеристики α, β, разрывы скорости вдоль характеристик определяются как

$$\left[V_\alpha\right] = V_\alpha^+ - V_\alpha^-, \quad \left[V_\beta\right] = V_\beta^+ - V_\beta^-.$$

Из условия несжимаемости нормальные к этим характеристикам компоненты вектора скорости непрерывны:

$$V_\alpha^+ = V_\alpha^- \quad вдоль\ \alpha - линии,$$
$$V_\beta^+ = V_\beta^- \quad вдоль\ \beta - линии.$$

Подставляя в уравнения (30) скорости V_α^+, V_α^-, V_β^+, V_β^- для каждого семейства характеристик и вычитая соответствующие уравнения для скоростей со знаком «–» из уравнений для скоростей со знаком «+», получают дифференциальные соотношения для разрывов скоростей вдоль характеристик:

$$d\left[V_\alpha\right] + \frac{\left[V_\alpha\right]}{2r} dr = 0 \quad вдоль\ \alpha - линии,$$
$$d\left[V_\beta\right] + \frac{\left[V_\beta\right]}{2r} dr = 0 \quad вдоль\ \beta - линии$$

Интегрируя эти уравнения, получаем:

$$\left[V_\alpha\right] = C_1 \frac{1}{\sqrt{r}} \quad вдоль\ \alpha - линии,$$
$$\left[V_\beta\right] = C_2 \frac{1}{\sqrt{r}} \quad вдоль\ \beta - линии.$$

где C_1, C_2 – константы интегрирования.

2.1.1.4 Особые точки пластического течения и деформации на поверхностях разрыва поля скоростей перемещений

В качестве меры деформации выбран тензор конечных деформаций Альманси $E_{ij} = \frac{1}{2}\left(\delta_{ij} - X_{k,i} X_{k,j}^0\right)$, связанный с тензором скоростей деформаций $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(V_{i,j} + V_{j,i}\right)$ соотношением (6):

$$\frac{DE_{ij}}{Dt} = \frac{\partial E_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial E_{ij}}{\partial x_k} V_k + E_{ik} \frac{\partial V_k}{\partial x_j} + E_{jk} \frac{\partial V_k}{\partial x_i} = \varepsilon_{ij}. \qquad (31)$$

Выбор тензора Альманси в качестве меры деформации не является единственным, так как уравнения типа (6) могут быть получены и для других тензоров деформаций (см. [6]).

Поле скоростей перемещений может иметь особенности (поверхность разрыва V_i, центр веера характеристик). Поэтому накопление деформации осуществляется при двух условиях: в непрерывном поле скоростей V_i согласно уравнениям (6) и при пересечении частицей материала особенностей поля V_i, на которых компоненты ε_{ij} могут обращаться в бесконечность.

Изменение деформаций при пересечении частицей материла особенностей поля скоростей V_i рассматривается в работах [25, 29].

Деформации на линии разрыва поля скоростей перемещений

На основе теории разрывов Адамара-Томаса [20] изменения компонент дисторсии на поверхности разрывов поля скоростей перемещений определяются выражениями, [25]:

$$\left[X_{i,j}\right]=\frac{\left[V_\tau\right]}{G+V_\nu}\tau_i\nu_j,\quad X^+_{i,j}=\delta_{ij}+\frac{\left[V_\tau\right]}{G+V_\nu}\tau_i\nu_j, \tag{32}$$

в предположении, что материал до пересечения поверхности разрыва не деформировался ($X_{i,j}=\delta_{ij}$). Здесь $[V_\tau]$ – разрыв касательной компоненты, V_ν – нормальная компонента скорости перемещений на поверхности разрыва, G – нормальная скорость распространения поверхности разрыва; τ_i – единичный вектор касательной к поверхности разрыва, совпадающий с вектором разрыва скоростей перемещений; ν_i – единичный вектор нормали к поверхности разрыва (рисунок 7). В формуле (32) предполагается, что вектор $\mathbf{G}$ противоположно направлен вектору $\mathbf{V}_\nu$, т.е. $\mathbf{G}=-G\cdot\boldsymbol{\nu}$.

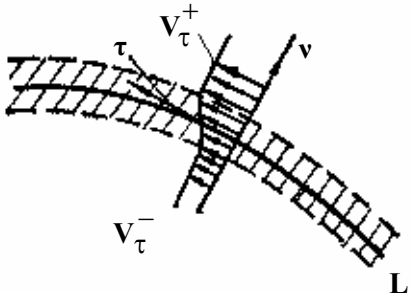


Рисунок 7 – *Поле скоростей на линии разрыва*

Абсолютное значение величины

$$\bar{W}=\frac{\left[V_\tau\right]}{G+V_n}$$

имеет физический смысл *объемной плотности энергии диссипации*, получаемой материальной частицей при пересечении поверхности разрыва поля скоростей, отнесенной к пределу текучести.

Из (32) следует, что в условиях плоской деформации основные инварианты тензора E_{ij} вычисляются через величину $\bar{W}$ по формулам, [25]:

$$I_E=\frac{1}{2}\left(E_{11}+E_{22}\right)=-\frac{\bar{W}^2}{4},\quad II_E=\left(E_{11}-E_{22}\right)^2+4E_{12}^2=\frac{\bar{W}^4}{4+\bar{W}^2},$$
$$E_1=\frac{\bar{W}^2}{4}\left(\sqrt{1+\frac{4}{\bar{W}^2}}-1\right),\quad E_2=-\frac{\bar{W}^2}{4}\left(\sqrt{1+\frac{4}{\bar{W}^2}}+1\right).$$

Эти соотношения существенно зависят от движения особенностей поля скоростей относительно материальных частиц. Все указанные параметры могут быть определены только при решении задачи с учетом изменения геометрии тела.

В условиях плоской деформации вследствие несжимаемости идеального жесткопластического тела только один инвариант тензора E_{ij} является независимым (например, E_1 – алгебраически наибольшее главное значение) и может быть принят в качестве характеристи-

ки величины деформации частицы. Параметр E_1 представляет собой монотонную функцию $\bar{W}$, и величина $\bar{W}$ также может характеризовать величину деформации частицы при пересечении линии разрыва скоростей перемещений.

Если материал до момента пересечения линии разрыва деформировался, и компоненты тензора дисторсии имели значения $X_{i,j}^{-}$, то компоненты тензора дисторсии за линией разрыва будут иметь значения

$$\frac{\partial X_i^+}{\partial x_j} = \left(\delta_{ik} + \bar{W}\nu_k\tau_j\right)\frac{\partial X_k^-}{\partial x_j}.$$

Система уравнений, описывающая процесс накопления деформаций в теории плоской деформации

Запишем (31) в компонентной форме для случая плоской деформации, [25]:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial E_{11}}{\partial t} + \frac{\partial E_{11}}{\partial x_1}V_1 + \frac{\partial E_{11}}{\partial x_2}V_2 + 2E_{11}\frac{\partial V_1}{\partial x_1} + 2E_{12}\frac{\partial V_2}{\partial x_1} = \frac{\partial V_1}{\partial x_1},\\
&\frac{\partial E_{22}}{\partial t} + \frac{\partial E_{22}}{\partial x_1}V_1 + \frac{\partial E_{22}}{\partial x_2}V_2 + 2E_{12}\frac{\partial V_1}{\partial x_2} + 2E_{22}\frac{\partial V_2}{\partial x_2} = \frac{\partial V_2}{\partial x_2},\\
&\frac{\partial E_{12}}{\partial t} + \frac{\partial E_{12}}{\partial x_1}V_1 + \frac{\partial E_{12}}{\partial x_2}V_2 + 2E_{11}\frac{\partial V_1}{\partial x_2} +\\
&+E_{12}\left(\frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \frac{\partial V_2}{\partial x_2}\right) + 2E_{22}\frac{\partial V_2}{\partial x_1} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_1}{\partial x_2} + \frac{\partial V_2}{\partial x_1}\right).
\end{aligned} \tag{33}$$

Согласно [19] компоненты тензоров E_{ij}, ε_{ij} можно записать в виде

$$E_{11} = e + g\cos 2\theta,\ E_{22} = e - g\cos 2\theta,\ E_{12} = g\sin 2\theta,$$

$$\varepsilon_{11} = \gamma\cos 2\psi,\ \varepsilon_{22} = -\gamma\cos 2\psi,\ \varepsilon_{12} = \gamma\sin 2\psi,$$

где $e = \frac{1}{2}\left(E_{11} + E_{22}\right)$, $g = \frac{1}{2}\sqrt{\left(E_{11} - E_{22}\right)^2 + 4E_{12}^2}$, θ, ψ – соответственно углы наклона первого главного направления тензоров E_{ij} и ε_{ij} к оси x_1, $\gamma = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}\right)^2 + 4\varepsilon_{12}^2}$. Тогда система (33) принимает вид:

$$\begin{cases}
\dfrac{de}{dt} + 2\gamma g\cos 2\left(\theta - \psi\right) = 0,\\
\dfrac{dg}{dt} + 2\gamma e\cos 2\left(\theta - \psi\right) = \gamma\cos 2\left(\theta - \psi\right),\\
2g\dfrac{d\theta}{dt} - 2\gamma e\sin 2\left(\theta - \psi\right) + g\left[\dfrac{\partial V_1}{\partial x_2} - \dfrac{\partial V_2}{\partial x_1}\right] = -\gamma\sin 2\left(\theta - \psi\right),
\end{cases} \tag{34}$$

где $\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_1}V_1+\frac{\partial}{\partial x_2}V_2$ – материальная производная по времени. Уравнения (34) устанавливают связь между инвариантами тензоров Альманси e,g и скоростей деформаций γ и их главными направлениями θ, ψ вдоль траектории движения частицы материала, [25, 29].

2.1.1.5 Задача, моделирующая пластические течения в окрестности вершины трещины (полоса с V-образными вырезами)

Математическое моделирование процессов распространения трещины в упругопластическом теле можно рассматривать как процесс распространения углового выреза вместе с небольшой пластической областью, примыкающей к его вершине, [27, 33]. При этом распространение углового выреза может происходить как с разрушением, так и без него. Разделение этих процессов существенно связано с появлением на свободной поверхности трещины (ее берегах) частиц изнутри материала. В основе предлагаемого ниже подхода лежат четыре известных решения задачи о растяжении полосы с V-образными вырезами: два решения Е. Ли [44], решение О. Ричмонда [48], решение А. Буханько, А. Хромова [24]. Первые три решения возможны только при разрушении материала, последнее решение описывает движение углового выреза без разрушения.

Решение Е. Ли (по Хиллу)

На рисунке 8 показана схема пластического течения при одноосном растяжении полосы с V-образными вырезами, угол раствора которых равен η, предложенная Е. Ли, [44]. Верхний и нижний концы полосы движутся со скоростями V. Предполагается, что:

– пластическая область состоит из треугольников с равномерным напряженным состоянием, движущихся соответственно вдоль линии OA (области OBA и OEA) и линий DC и FG (области ADC и AFG), соединенных центрированными веерами линий скольжения BAD и EAF;

– с течением времени угол η остается постоянным;

– для сохранения данной структуры поля линий скольжения необходимо, чтобы центр веера линий скольжения всегда находился на свободной поверхности.

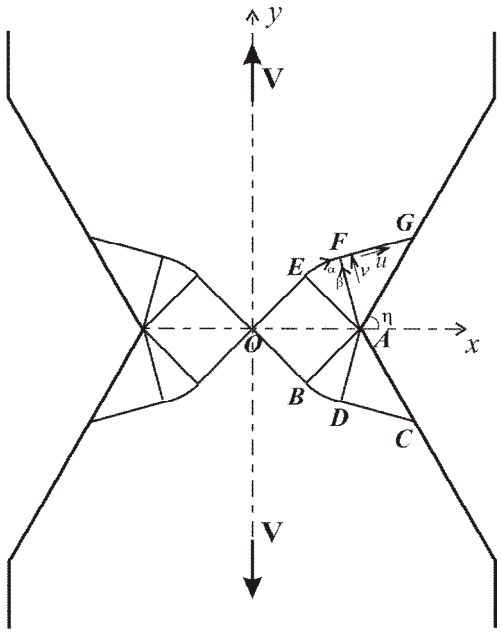


Рис. 8 – *Схема пластического течения в решении Е.Ли*

Граничные условия для скоростей на соответствующих линиях разрыва поля скоростей перемещений имеют вид

$$\begin{aligned} &OBDC: \quad u = -V\sin\varphi, \quad \varphi \in \left[\frac{\pi}{4},\ \frac{3\pi}{4} - \eta\right]; \\ &OEFG: \quad v = V\cos\varphi, \quad \varphi \in \left[\frac{\pi}{4},\ -\frac{\pi}{4} + \eta\right]. \end{aligned} \tag{35}$$

Поле скоростей в пластической области определяется граничными условиями (35) и уравнениями Гейрингер (19) в виде

$$\begin{aligned} &\square OBA: \quad u = -\frac{V}{\sqrt{2}}, \quad v = \frac{V}{\sqrt{2}}; \\ &\square BAD: \quad u = -V\sin\varphi, \quad v = V\left(-\cos\varphi + \sqrt{2}\right), \quad \varphi \in \left[\frac{\pi}{4},\ \frac{3\pi}{4} - \eta\right]; \\ &\square ADC: \quad u = -\frac{V}{\sqrt{2}}\left(\cos\eta + \sin\eta\right), \quad v = \frac{V}{\sqrt{2}}\left[2 - \sin\eta + \cos\eta\right]; \\ &\square OEA: \quad v = \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad u = -\frac{V}{\sqrt{2}}; \\ &\square EAF: \quad v = V\cos\varphi, \quad \mathrm{u} = V\left(\sin\varphi - \sqrt{2}\right), \quad \varphi \in \left[\frac{\pi}{4},\ -\frac{\pi}{4} + \eta\right]; \\ &\square AFG: \quad v = \frac{V}{\sqrt{2}}\left(\cos\eta + \sin\eta\right), \quad u = -\frac{V}{\sqrt{2}}\left[2 - \sin\eta + \cos\eta\right]. \end{aligned} \tag{36}$$

Проекции скоростей на оси координат *x,y* согласно (20), (36) равны

$$\begin{aligned} &OBAE: \quad \bar{V}_x = -1, \quad \bar{V}_y = 0; \\ &\square ADC: \quad \bar{V}_x = -\left(\cos\eta + \sin\eta\right), \quad \bar{V}_y = -\left(1 - \sin\eta + \cos\eta\right); \\ &\square AFG: \quad \bar{V}_x = -\left(\cos\eta + \sin\eta\right), \quad \bar{V}_y = \left(1 - \sin\eta + \cos\eta\right); \end{aligned} \tag{37}$$

где $\bar{V}_x = \dfrac{\bar{V}_x}{V}, \quad \bar{V}_y = \dfrac{\bar{V}_y}{V}.$

В предположении, что угловая точка *A*, являющаяся центром вееров линий скольжения *BAD* и *EAF*, образуется пересечением свободных поверхностей *AC* и *AG*, скорость ее движения определяется соотношениями

$$\bar{V}_x^A = -\operatorname{ctg}\frac{\eta}{2}, \quad \bar{V}_y^A = 0. \tag{38}$$

На рисунке 9 представлен сравнительный график скоростей частиц материала области *OBAE* (согласно (37)) – сплошная линия, и центра веера *BAD* (38) – пунктирная линия, построенный для значений $\eta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. Из графика следует, что угловая точка выреза при любом значении η внедряется в материал, что не возможно без разрушения материала. Таким образом, решение Е. Ли [44] при $t > 0$ описывает пластическое течение рассматриваемой задачи с разрушением. Поле деформаций в окрестности точки *A* определяется углом раскрытия выреза η (см. ниже).

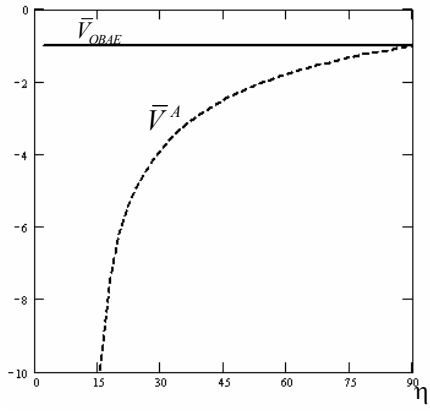


Рисунок 9 – *График сравнения скоростей*

Решение Е. Ли (по Прандтлю)

Схема пластического течения [44] является обобщением решения Прандтля задачи о внедрении гладкого плоского штампа в полупространство, рисунок 10. Предполагается, что:

– величина угла раствора V-образного выреза 2η остается постоянной в процессе растяжения полосы вверх-вниз со скоростью $V = 1$;

– область *ABA'E* находится в жестком состоянии; области *ADC* и *AFG* с равномерным напряженным состоянием перемещаются вдоль линий *DC* и *FG*, соответственно; жесткие области соединены центрированными веерами *BAD* и *FAG*;

– для сохранения структуры поля линий скольжения центр веера должен оставаться на свободной поверхности.

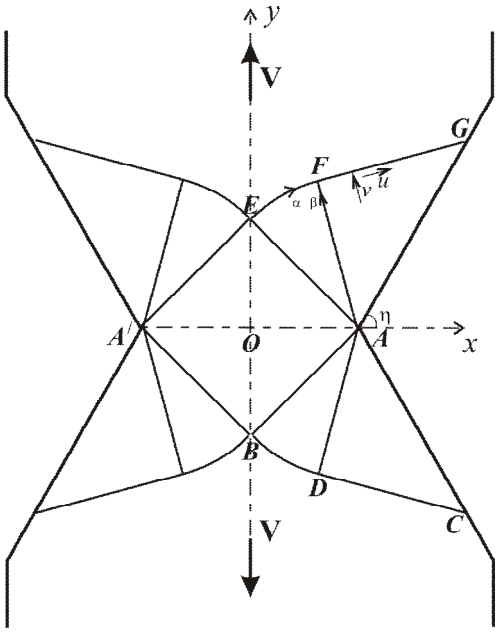


Рисунок 10 – *Решение Е. Ли (по Прандтлю)*

Граничные условия для скоростей на соответствующих линиях разрыва поля скоростей перемещений имеют вид

$$
\begin{aligned}
&BA: \quad v = 0;\\
&BDC: \quad u = -\sin\varphi, \ \varphi \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} - \eta\right];\\
&EA: \quad u = 0;\\
&EFG: \quad v = \cos\varphi, \ \varphi \in \left[\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4} + \eta\right].
\end{aligned}
\qquad (39)
$$

Поле скоростей в пластической области при граничных условиях (39) определяется согласно уравнениям Гейрингер (19) в виде

$$
\begin{aligned}
&ABA'E: \quad v=0, \quad u=0;\\
&\square BAD: \quad u=-V\sin\varphi,\ v=V\left(-\cos\varphi+\frac{1}{\sqrt{2}}\right),\ \varphi\in\left[\frac{\pi}{4},\ \frac{3\pi}{4}-\eta\right];\\
&\square ADC: \quad u=-\frac{V}{\sqrt{2}}\left(\cos\eta+\sin\eta\right),\ v=\frac{V}{\sqrt{2}}\left[1-\sin\eta+\cos\eta\right];\\
&\square EAF: \quad v=V\cos\varphi,\ u=V\left(\sin\varphi-\frac{1}{\sqrt{2}}\right),\ \ \varphi\in\left[\frac{\pi}{4},\ -\frac{\pi}{4}+\eta\right];\\
&\square AFG: \quad v=\frac{V}{\sqrt{2}}\left(\cos\eta+\sin\eta\right),\ \ u=-\frac{V}{\sqrt{2}}\left[1-\sin\eta+\cos\eta\right].
\end{aligned}
\tag{40}
$$

В декартовой системе координат x,y согласно (40) и (20) имеем

$$
\begin{aligned}
&ABA'E: \quad \overline{V}_x=0, \quad \overline{V}_y=0;\\
&\square ADC: \quad \overline{V}_x=-\frac{1}{2}\left(\cos\eta+\sin\eta\right), \quad \overline{V}_y=-1+\frac{1}{2}\left(\sin\eta-\cos\eta\right);\\
&\square AFG: \quad \overline{V}_x=-\frac{1}{2}\left(\cos\eta+\sin\eta\right), \quad \overline{V}_y=1-\frac{1}{2}\left(\sin\eta-\cos\eta\right).
\end{aligned}
$$

При построении решения предполагается, что угловая точка V-образного выреза (точка A) образуется в результате пересечения свободных поверхностей AC и AG. Компоненты скорости движения угловой точки A постоянны в процессе деформирования и соответственно равны

$$
\overline{V}_x^A=-\operatorname{ctg}\frac{\eta}{2}+\frac{1}{2\sin\eta}, \quad \overline{V}_y^A=0. \tag{41}
$$

Из условия симметричности пластического течения относительно осей x,y следует, что в области $ABA'E$ $V_x=0,\ V_y=0$, т.е. материал остается в покое. Согласно (41) угловая точка выреза при любом значении η внедряется в материал (рисунок 11), что не возможно без разрушения материала. Таким образом, данное решение существует как решение рассматриваемой задачи только в начальный момент времени $t=0$. Решение задачи о растяжении полосы с V-образными вырезами как обобщение решения Прандтля для задачи о штампе при $t>0$ без нарушения сплошности среды невозможно.

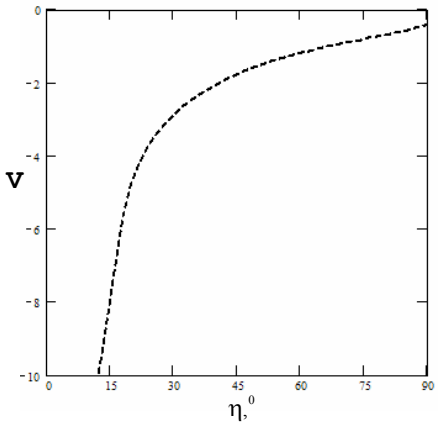


Рисунок 11 – *График сравнения скоростей*

Решение О. Ричмонда

Еще одно решение задачи о растяжении полосы с V-образными вырезами было предложено О. Ричмондом (рисунок 12), [48]. Это решение является частным случаем решения Г.И. Быковцева [5] задачи о внедрении гладкого плоского штампа с жесткопластическое полупространство. В процессе растяжения полосы предполагается вращение свободной поверхности, которое происходит в результате однородности поля скоростей в области $ABA'E$. Вращение свободных поверхностей AC и AG происходит при линейном распределении полей скоростей в пластической области.

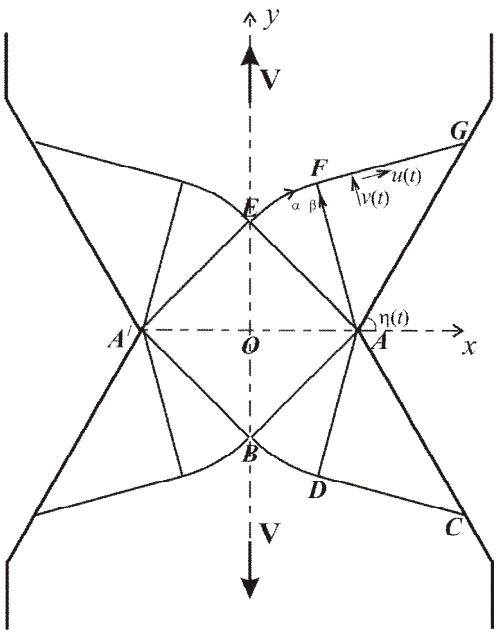


Рисунок 12 –
Решение О. Ричмонда

Распределения нормальных составляющих скоростей в криволинейной системе координат на линии AB и на линии AE имеют вид:

$$v_{l_\alpha}^{AB}(t) = -V\left[\frac{l_\alpha(t)}{x_A(t)} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right],$$
$$u_{l_\beta}^{AE}(t) = V\left[\frac{l_\beta(t)}{x_A(t)} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right]. \qquad (42)$$

Здесь l_α, l_β – локальные координаты α,β-линий (линии AB и AE): в точке A $l_\alpha^A = l_\beta^A = 0$, в точках B и E $l_\alpha^B(t) = l_\beta^E(t) = \sqrt{2}x_A(t)$. Граничные условия для скоростей на линиях разрыва поля скоростей перемещений:

$$BDC:\quad u(t) = -V\sin\varphi(t),\quad \varphi(t)\in\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} - \eta(t)\right];$$
$$EFG:\quad v(t) = V\sin\varphi(t),\quad \varphi(t)\in\left[\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4} + \eta(t)\right]. \qquad (43)$$

Поле скоростей в пластической области определяется в результате решения уравнений Гейрингер (19) при граничных условиях (42) и (43):

– на линиях

$$AB: \quad v_{l_\alpha}(t) = -V\left[\frac{l_\alpha(t)}{x_A(t)} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right], \quad u_{l_\alpha} = -\frac{V}{\sqrt{2}};$$

$$AE: \quad u_{l_\beta}(t) = V\left[\frac{l_\beta(t)}{x_A(t)} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right], \quad v_{l_\beta} = \frac{V}{\sqrt{2}};$$

$$AD: \begin{cases} v_{l_\alpha}(t) = -\dfrac{V}{\sqrt{2}}\left[\sqrt{2}\,\dfrac{l_\alpha(t)}{x_A(t)} + \sin\eta(t) - \cos\eta(t) - 2\right], \\ u_{l_\alpha}(t) = -\dfrac{V}{\sqrt{2}}\left[\cos\eta(t) + \sin\eta(t)\right]; \end{cases} \tag{44}$$

$$AF: \begin{cases} u_{l_\beta}(t) = \dfrac{V}{\sqrt{2}}\left[\sqrt{2}\,\dfrac{l_\beta(t)}{x_A(t)} + \sin\eta(t) - \cos\eta(t) - 2\right], \\ v_{l_\beta}(t) = \dfrac{V}{\sqrt{2}}\left[\cos\eta(t) + \sin\eta(t)\right]; \end{cases}$$

– в областях

$$\Delta ADC: \begin{cases} v_{l_{AC}}(t) = -\dfrac{V}{\sqrt{2}}\left[\dfrac{l_{AC}(t)}{x_A(t)} + \sin\eta(t) - \cos\eta(t) - 2\right], \\ u_{l_{AC}}(t) = -\dfrac{V}{\sqrt{2}}\left[\cos\eta(t) + \sin\eta(t)\right]; \end{cases}$$

$$\Delta AFG: \begin{cases} u_{l_{AG}}(t) = \dfrac{V}{\sqrt{2}}\left[\dfrac{l_{AG}(t)}{x_A(t)} + \sin\eta(t) - \cos\eta(t) - 2\right], \\ v_{l_{AG}}(t) = \dfrac{V}{\sqrt{2}}\left[\cos\eta(t) + \sin\eta(t)\right]; \end{cases} \tag{45}$$

$$ABA'E: \quad V_x^A = -V, \quad V_y^A = 0; \quad V_x^{A'} = V, \quad V_y^{A'} = 0;$$
$$V_x^B = 0, \quad V_y^B = -V; \quad V_x^E = 0, \quad V_y^E = V.$$

где $l_{AC} = \sqrt{2}l_\alpha$ и $l_{AG} = \sqrt{2}l_\beta$ – локальные координаты на линиях AC и AG, соответственно.

Скорость движения угловой точки V-образного выреза согласно (44) и (45) определяется аналогично (38). При этом горизонтальная составляющая скорости движения угловой точки равна

$$\frac{dx_A(t)}{dt} = -\operatorname{ctg}\frac{\eta(t)}{2}. \tag{46}$$

Изменение угла V-образного выреза при растяжении определяется соотношением

$$\frac{d\eta(t)}{dt} = \varpi(t) = -\frac{V}{2x_{\text{A}}(t)}. \tag{47}$$

Уравнения (46) и (47) дают систему дифференциальных уравнений функций $x_A(t)$ и $\eta(t)$, позволяющих описать схему пластического течения, предложенную Ричмондом.

Из (38) и (46) видно, что скорости движения вершины V-образного выреза (точка *A*) в решении Е. Ли и О. Ричмонда совпадают (см. рисунок 9). Т.е. угловая точка выреза при любом значении $\eta(t)$ внедряется в материал и решение О. Ричмонда [48] также описывает пластическое течение при растяжении полосы с разрушением в любой момент времени.

Решение с несимметричным пластическим течением

Предполагается, что в пластическом состоянии находится только область $A_1G_1F_1EFGA$, [24]. Области C_1A_1EAC (I) и $H_1G_1F_1EFGH$ (II) – жесткие области, движущиеся вдоль оси *y* со скоростью V вниз и вверх соответственно. Предполагается, что пластическая область состоит из двух прямоугольных треугольников *AFG* и $A_1F_1G_1$, перемещающихся поступательно как жесткое целое вдоль *FG* и F_1G_1 соответственно, соединенных с жесткой областью A_1EA центрированными веерами поля линий скольжения *EAF* и EA_1F_1 (рисунок 13). Линии *AE* и *EFG* являются линиями разрыва скоростей перемещений. Граничные условия для скоростей на них:

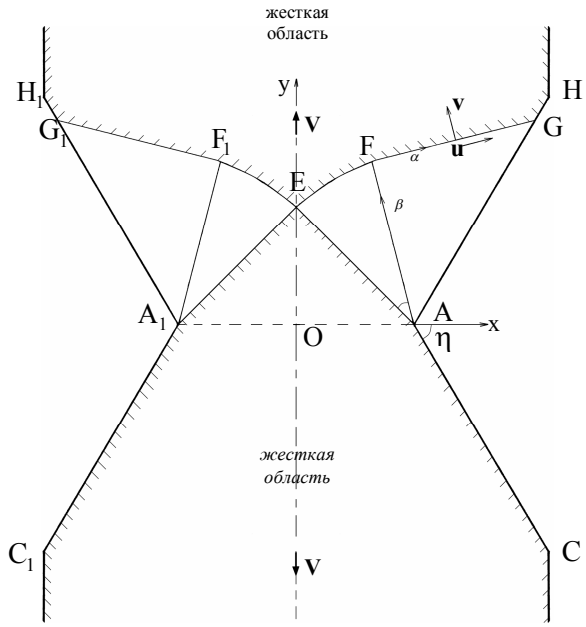


Рисунок 13 –
Несимметричное пластическое течение

$$\begin{aligned} &AE: \quad u = -\frac{V}{\sqrt{2}}; \\ &EFG: \quad v = V\cos\varphi, \ \varphi \in \left[\frac{\pi}{4}, \ -\frac{\pi}{4} + \eta\right]. \end{aligned} \tag{48}$$

Поле скоростей в пластической области при граничных условиях (48) определяется в виде:

$\square AFG$: $v = \frac{V}{\sqrt{2}}\left(\cos\eta + \sin\eta\right),\ u = \frac{V}{\sqrt{2}}\left(\sin\eta - \cos\eta - 2\right);$

$\square EAF$: $v = V\cos\varphi,\ u = V\left(\sin\varphi - \sqrt{2}\right),\ \varphi \in \left[\frac{\pi}{4},\ -\frac{\pi}{4} + \eta\right]$; В декартовых координатах

A_1EA: $v = \frac{V}{\sqrt{2}},\ u = -\frac{V}{\sqrt{2}}.$

распределение скоростей на линии AG имеет вид:

$$V_x = -V\left(\cos\eta + \sin\eta\right),\quad V_y = V\left(1 - \sin\eta + \cos\eta\right). \tag{49}$$

В предыдущих решениях ввиду их симметричности предполагалось, что положение угловой точки V-образного выреза определяется пересечением линий AG и AC. При рассматриваемом на рисунке 13 поле линий скольжения положение точки A не определяется однозначно, т.к. в ней происходит образование новой поверхности, зависящее от движения точки A. В работе [24] направление движения точки A выбирается из условия: *предпочтительным является решение, для которого наибольшее значение первого главного значения тензора Альманси E_1 в пластической области минимально*:

$$\inf_{\chi}\sup_{\varphi} E_1\left(\varphi, \chi\right), \tag{50}$$

где $E_1\left(\varphi, \chi\right)$ – функция, характеризующая распределение деформаций в окрестности особенностей поля линий скольжения (по аргументу φ) при различных изменениях пластической области в процессе деформирования; φ – угол, характеризующий положение частицы среды внутри центрированного веера в пластической области, χ – угол, характеризующий направление движения центра веера линий скольжения (точка A), рисунок 14. Распределение деформаций определяется из решения системы дифференциальных уравнений (34). Задача определения положения вновь образующейся свободной поверхности в процессе деформирования сводится к определению угла η_1 наклона этой поверхности (см. рисунок 14):

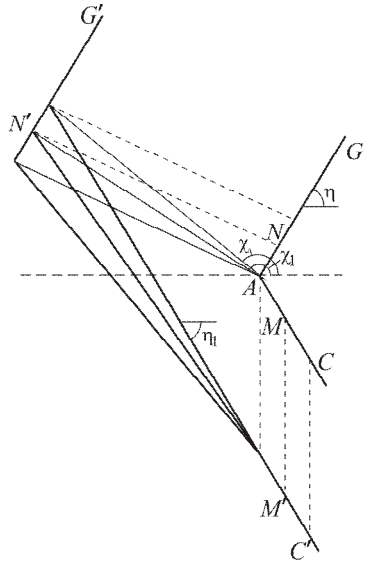


Рисунок 14 – *Возможные направления движения вершины выреза в пластической области*

$$\eta_1 = \operatorname{arctg}\left[-\frac{y_{M'} - y_{N'}}{x_{M'} - x_{N'}}\right], \tag{51}$$

где $y_{M'} = y_A^0 + V_y^A t$, $y_{N'} = y_A^0 - Vt$, $x_{M'} = x_A^0$, $x_{N'} = x_A^0 + V_x^A t$; V_x^A, V_y^A – компоненты скорости движения точки A:

$$V_x^A = -\frac{V_n^{\mathrm{AG}}}{\sin(\chi - \eta)}\cos\chi, \quad V_y^A = -\frac{V_n^{\mathrm{AG}}}{\sin(\chi - \eta)}\sin\chi, \tag{52}$$

$V_n^{\mathrm{AG}} = -(\cos\eta + 1)$ – нормальная скорость движения поверхности AG, определяемая полем скоростей (49).

В работе [24] показано, что условие (50) выполняется при значении χ, при котором вновь образующаяся поверхность AC образуется под углом $\eta_1 = \eta$, т.е. величина V-образного выреза в процессе деформирования полосы остается симметричной. Согласно соотношению (51), угол χ является решением уравнения:

$$V_x^A \operatorname{tg}\eta + V_y^A + 1 = 0 \quad \textit{или} \quad \frac{1+\cos\eta}{\sin(\chi - \eta)}\left[\cos\chi \operatorname{tg}\eta + \sin\chi\right] + 1 = 0. \tag{53}$$

На рисунке 1.15 представлена связь углами χ и η, и области их допустимых значений; $\chi_1 = \pi - arctg\dfrac{V_y^A}{|V_x^A|}$ – угол, характеризующий предельное положение точки A, когда компоненты скорости ее движения совпадают с компонентами скорости движения частиц, примыкающих к поверхности AG.

Решение задачи о растяжении полосы с вырезами с несимметричным пластическим течением является полным и возможно без разрушения для углов выреза $\delta > 52,4^0$. Построение решения для вырезов с углом $\delta \le 52,4^0$ при предположении, что пластическая область состоит из прямоугольных треугольников и центрированных вееров, не возможно без разру-

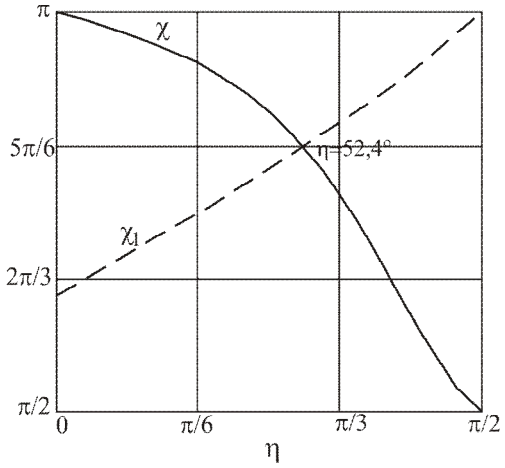


Рисунок 15 – *Зависимость углов* χ *и* η

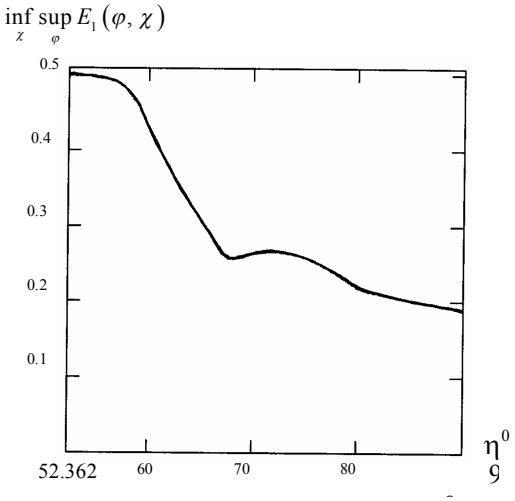


Рисунок 16 – *Максимальные значения деформаций в вершине выреза*

шения. На рисунке 16 представлено изменение максимальных значений деформаций в зависимости от угла выреза δ. Видно, что при $\delta = 52,4^0$ деформации достигают значения $E_1 = 0,5$, т.е. в этом случае возможно разрушение материала.

Поле деформаций в окрестности углового выреза при разрушении

В работах [3, 24] рассмотрен подход к определению полей деформаций в окрестности центра веера характеристик в задаче о растяжении полосы с V-образными вырезами. Определение полей деформаций в этой области основано на решении системы дифференциальных уравнений (34).

На рисунке 17 показана зависимость максимальных значений деформаций (первого главного значения тензора Альманси E_1) (рисунок 18) в окрестности центра веера характеристик (вершины V-образного выреза) от значения угла раствора выреза η для рассмотренных выше решений. Эти значения сопоставимы с предельным значением $E_1 = 0,5$. Приведенное распределение деформаций может быть использовано для моделирования поля деформаций в окрестности стационарного движения углового выреза (вершины трещины) в направлении горизонтальной линии симметрии.

Анализ полей деформаций в окрестности вершины трещины можно проводить только с использованием тензора конечных деформаций, что возможно при использовании теории пластичности при исследовании процессов разрушения в окрестности вершины трещины.

Распределение диссипации механической энергии в окрестности углового выреза

Диссипация механической энергии при пластическом деформировании материалов является одним из основных источников повреждения структуры материала и, как следствие, его разрушения. При изучении процессов распространения трещины и разрушения материала в окрестности угловых вырезов в связи с этим возникает задача об адиабатическом рас-

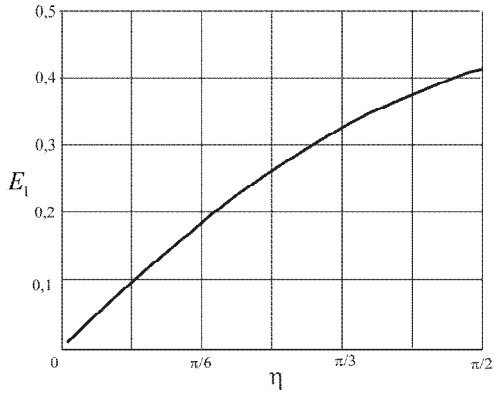


Рисунок 17 – *Максимальные значения деформаций в вершине выреза*

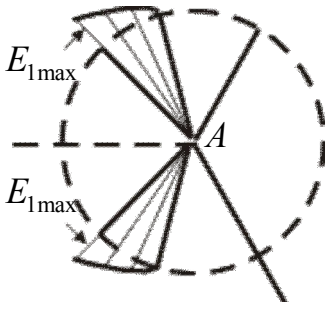


Рисунок 18 – *Максимальные деформации в центре веера характеристик*

пределении диссипации механической энергии в окрестности особой точки поля линий скольжения в виде центра веера. Удельная мощность диссипации энергии определяется выражением, [4]

$$\frac{dW}{dt} = 2k \cdot \gamma_{\max}, \tag{54}$$

где k – предел текучести, $\gamma_{\max} \geq 0$ – максимальная скорость сдвига:

$$\gamma_{\max} = \frac{1}{R}\left(\frac{\partial v}{\partial \alpha} + u\right) - \frac{1}{S}\left(\frac{\partial u}{\partial \beta} - v\right). \tag{55}$$

Для определения удельной энергии диссипации механической работы, произведенной частицей, уравнение (54) должно быть проинтегрировано вдоль траектории движения частицы. На рисунке 19 в окрестности центра веера линий скольжения β представлено поле скоростей перемещений и траектория l движения частицы с начальной точкой A, лежащей на границе веера при $\varphi = \varphi_0$. Компоненты скоростей u, v отнесены, соответственно, к линиям α и β.

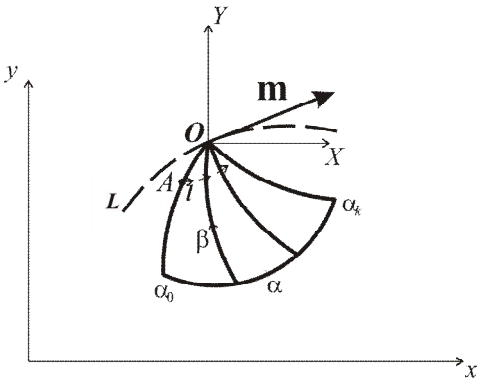


Рисунок 19 –*Поле скоростей в окрестности центра веера линий скольжения*

Пусть центр веера O движется со скоростью $\mathbf{m}$ вдоль линии L, а скорость перемещения частиц $\mathbf{V}$ определяется в некоторой неподвижной системе координат компонентами u и v. Введем подвижную систему координат XOY. Поле скоростей перемещений в ней определяется разностью $(\mathbf{V} - \mathbf{m})$ с компонентами u^* и v^*. Пусть некоторая частица занимает положение точки A в момент времени t_0. В интервале времени $[t_0, t_k]$ частица будет пересекать веер и в ней будет накапливаться удельная диссипация энергии. Из (54) следует

$$\frac{W}{2k} = \int_{t_0}^{t_k} \gamma_{\max} dt. \tag{56}$$

Вдоль траектории l изменяются расстояние от частицы до центра веера R и угловое расстояние от начального луча φ_0, которым соответствуют элементы длин дуг dS и dR, рисунок 20:

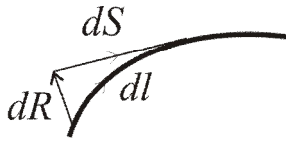


Рисунок 20 - *Элемент траектории движения частицы*

$$dl = \sqrt{(dS)^2 + (dR)^2}, \quad dR = v^* dt, \quad dS = u^* dt = Rd\varphi,$$

откуда

$$dt = \frac{Rd\varphi}{u^*}, \quad dt = \frac{dR}{v^*}. \tag{57}$$

Согласно (55) – (57) после замены переменной интегрирования t на φ, получим

$$\frac{W}{2k}=\int\limits_{t_0}^{t_k}\gamma_{\max}dt=\int\limits_{\phi_0}^{\phi_k}\frac{1}{R}\left(\frac{\partial v^*}{\partial\varphi}+u^*\right)\frac{Rd\varphi}{u^*}+\int\limits_{R_0}^{R_k}\frac{1}{S}\left(\frac{\partial u^*}{\partial\varphi}-v^*\right)\frac{1}{v^*}dR\,,$$

где $\varphi=\alpha+\beta,\quad d\varphi=d\alpha$ при β-const.

Если β-линии – прямые ($S\to\infty$), то второй интеграл равен нулю и для любой траектории накопление диссипации определяется первым слагаемым. Предельные значения W будут определяться выражением

$$\frac{W}{2k}=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\varphi_k}\left(\frac{\partial v^*}{\partial\varphi}+u^*\right)\frac{d\varphi}{u^*}. \tag{58}$$

В окрестности центра веера EAF (см. рисунки 8, 12) поля скоростей перемещений (36), (44) в решениях Е. Ли и О. Ричмонда совпадают и в каждый момент времени определяются выражениями:

$$v=V\cos\varphi,\;\; u=V\left(\sin\varphi-\sqrt{2}\right),\quad \varphi\in\left[\frac{\pi}{4},\;-\frac{\pi}{4}+\eta\right]. \tag{59}$$

Точка A (центр веера характеристик) движется со скоростью

$$\mathbf{m}=\left\{m_x,\,m_y\right\}=\left\{-V\operatorname{ctg}\frac{\eta}{2},\,0\right\}. \tag{60}$$

В неподвижной системе координат xOy компоненты скорости перемещения частиц $\mathbf{V^p}$ связаны с проекциями скоростей u, v на криволинейные оси α, β соотношениями

$$V_x^p=u\cos\varphi-v\sin\varphi,\quad V_y^p=u\sin\varphi+v\cos\varphi,$$

и согласно (59) равны

$$V_x^p=-\sqrt{2}V\cos\varphi,\quad V_y^p=V\left(1-\sqrt{2}\sin\varphi\right). \tag{61}$$

В неподвижной системе координат XOY скорость перемещения частиц определяется разностью $\left(\mathbf{V^p}-\mathbf{m}\right)$, и согласно (60), (61) ее компоненты определяются следующими выражениями:

$$\begin{cases}V_X^p=V_x^p-m_x=-\sqrt{2}V\cos\varphi+V\operatorname{ctg}\dfrac{\eta}{2},\\ V_Y^p=V_y^p-m_y=V\left(1-\sqrt{2}\sin\varphi\right),\end{cases} \tag{62}$$

Компоненты u^*, v^* поля скоростей перемещений в подвижной системе координат согласно (20), (62) получим в виде

$$\begin{aligned}u^*&=V_X^p\cos\varphi+V_Y^p\sin\varphi=V\left(\sin\varphi-\sqrt{2}\right)+V\operatorname{ctg}\frac{\eta}{2}\cos\varphi,\\ v^*&=-V_X^p\sin\varphi+V_Y^p\cos\varphi=V\cos\varphi-V\operatorname{ctg}\frac{\eta}{2}\sin\varphi.\end{aligned} \tag{63}$$

Согласно (58) и (63) адиабатическое распределение диссипации механической энергии в окрестности вершины углового выреза A (центра веера характеристик) при условии $\varphi = \alpha + \beta_0$ определяется выражением, [1]

$$\frac{W}{2k} = \int_{\pi/4}^{\varphi_k} \frac{-\sqrt{2}d\varphi}{\sin\varphi + \operatorname{ctg}\frac{\eta}{2}\cos\varphi - \sqrt{2}} = \int_{\varphi_k}^{\pi/4} \frac{\sqrt{2}\sin\eta d\varphi}{\cos(\eta-\varphi) + \cos\varphi - \sqrt{2}\sin\eta}, \tag{64}$$

где $\varphi_k = -\frac{\pi}{4} + \eta$. Величина (64) определяется выражением:

$$\frac{W}{2k} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{d^2-1}}\left[F\left(\frac{\pi}{4}\right) - F\left(\eta - \frac{\pi}{4}\right)\right],$$

$$F(\varphi) = \ln\left|\frac{-\sqrt{2}\operatorname{tg}\left(\frac{2\varphi+\pi-\eta}{4}\right) + \sqrt{d^2+1} - \sqrt{d^2-1}}{-\sqrt{2}\operatorname{tg}\left(\frac{2\varphi+\pi-\eta}{4}\right) + \sqrt{d^2+1} + \sqrt{d^2-1}}\right|, \quad d = \frac{m_x}{V} = -\operatorname{ctg}\frac{\eta}{2}.$$

На рисунке 21 представлено изменение величины $\frac{W}{2k}$ от половины угла раскрытия выреза η, причем эта зависимость достаточно хорошо аппроксимируется прямой $\frac{W}{2k} = 1,2704\eta - 0,0087$ (с достоверностью R=0,999). Из графика видно, что при стремлении угла выреза к математическому разрезу величина $\frac{W}{2k}$ стремится к нулю, что объясняется стремлением к бесконечности скорости движения вершины выреза (рисунок 22).

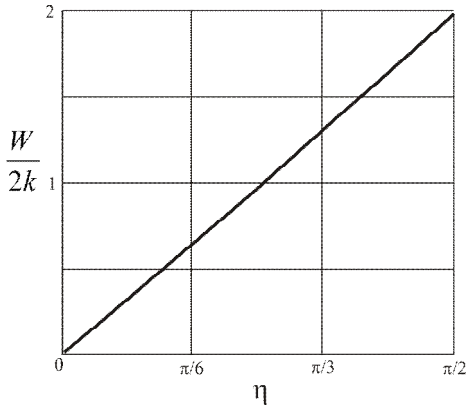


Рисунок 21 – *Изменение* $\frac{W}{2k}$ *в зависимости от угла выреза*

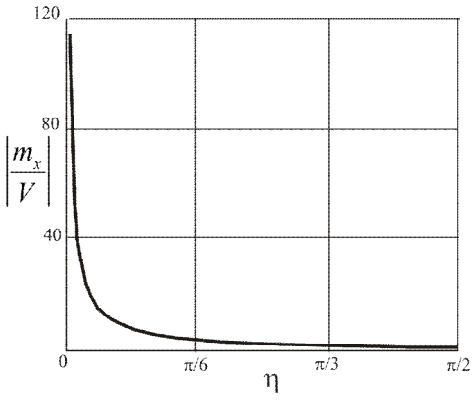


Рисунок 22 – *Скорость движения вершины выреза*

2.1.2 ОДНООСНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ ПЛОСКОГО И ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОБРАЗЦОВ

Процессы деформирования плоских и цилиндрических образцов являются одними из основных феноменологических экспериментов по определению механических свойств твердых тел и могут быть использованы для определения введенных характеристик разрушения материалов – W_{**} и W_{*}, [9, 30].

2.1.2.1 Деформирование плоского образца

Известны следующие решения данной задачи (рисунок 23,а): *решение с однородным полем деформирования образца*, *с разрывным полем скоростей перемещений – решение Оната-Прагера* (рисунок 23,б), [46]; и *возможное образование двойной «шейки»* в достаточно длинном образце (рисунок 23,в), [23]. В заштрихованных областях сосредоточены области деформированного материала.

В случае однородного поля скоростей перемещений интегрирование уравнений (28) приводит к соотношениям, [28]:

$$E_1 = \frac{2\delta + \delta^2}{2(\delta+1)^2}, \quad \frac{P}{4ka_0} = \frac{1}{\delta+1}, \tag{65}$$

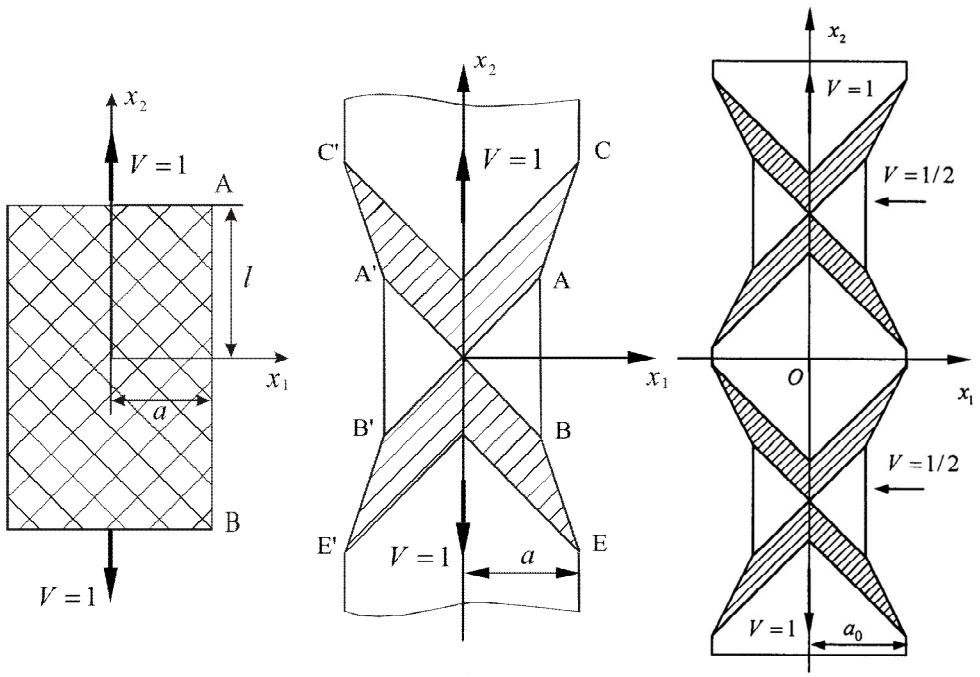
где $\delta = \dfrac{Vt}{l_0}$ – относительное удлинение полосы; a_0, l_0 – начальные ширина и длина полосы; P – усилие, необходимое для деформирования образца; k – предел текучести.

В случае разрывного поля скоростей перемещений (решение Оната-Прагера)

$$E_1 = \frac{\bar{W}^2}{4}\left(\sqrt{1+\frac{4}{\bar{W}^2}}-1\right), \quad \bar{W} = \frac{[V_\tau]}{G+V_v},$$

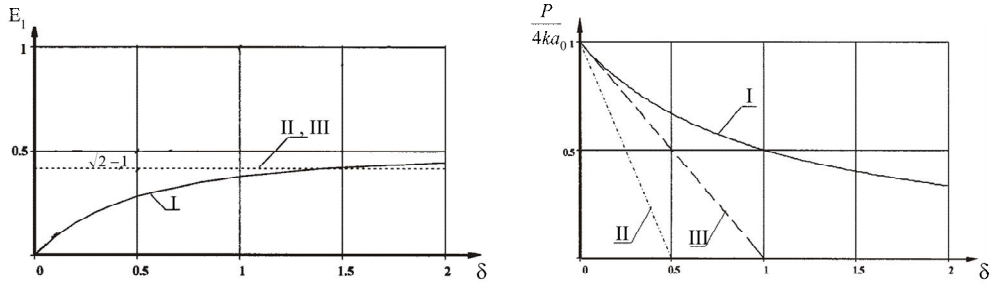
где $[V_\tau] = \sqrt{2}V, \quad V_v = \dfrac{V}{\sqrt{2}}, \quad G = 0, \quad \dfrac{P}{2ka_0} = 1 - 2tV$.

На рисунке 24 представлены зависимости основных механических величин, характеризующих процесс деформирования образца: первого главного значения тензора Альманси E_1 и усилия $\dfrac{P}{2ka}$, необходимого для деформирования образца. Данные зависимости показывают существенное различие процессов деформирования: в непрерывном однородном поле скоростей перемещений деформации увеличиваются с конечной скоростью, однородно по всему образцу; в разрывном поле деформации изменяются скачком на конечную величину и превышают деформации в однородном поле, причем деформациям подвергается незначительная часть образца. Работа, необходимая для деформирования образца в однородном поле скоростей, значительно превышает работу, необходимую для его деформирования в раз-



(а) (б) (в)

Рисунок 23 – *Деформирование плоского образца*



(а) (б)

Рисунок 24 – *Зависимости основных механических величин деформирования образца*

рывном поле скоростей. Аналогичные зависимости имеют место для осесимметричной деформации, [30].

Согласно критерию п. 2.1.1.4. предпочтительным является процесс деформирования образца при однородном поле скоростей перемещений. Это подтверждается экспериментальными наблюдениями на начальном этапе деформирования плоских и цилиндрических образцов до момента образования «шейки», [6].

Процесс распространения трещины в плоском и цилиндрическом образцах подробно рассмот-

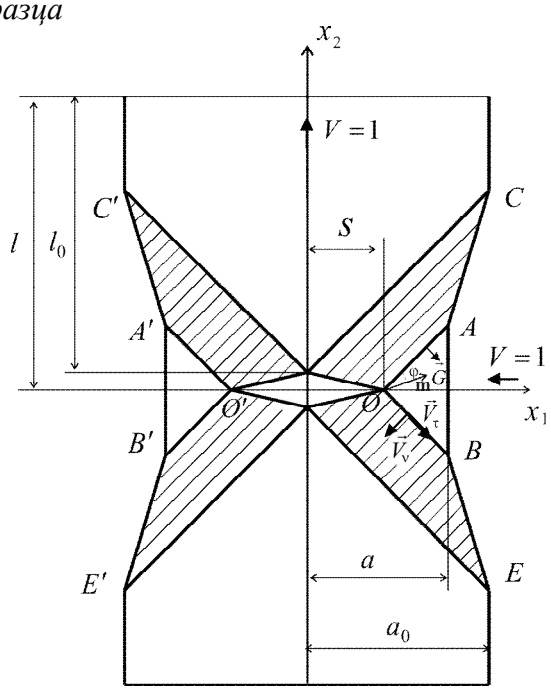


Рисунок 25 - *Обобщение решения Оната–Прагера*

рен в работах [10, 28, 30]. Соответствующие решения, являющиеся обобщением решения Оната–Прагера, представлены на рисунке 25. Такой характер пластического течения хорошо описывает заключительный этап деформирования цилиндрических образцов [30] при образовании «шейки», что подтверждается экспериментально.

2.1.2.2 Полная схема разрушения плоского образца

Одним из основных экспериментов по определению механических свойств материалов является эксперимент по растяжению плоских и цилиндрических образцов. Основной характеристикой процесса разрушения в данном эксперименте являются относительное удлинение и относительное сужение образца при разрушении:

$$\delta = \frac{l - l_0}{l_0}, \quad \psi = \frac{F_0 - F}{F_0} \ , \tag{66}$$

где l_0, l – первоначальная длина образца и длина образца при разрушении; F_0, F – соответственно начальная и конечная площади поперечного сечения образца. Для большинства материалов $\psi < 1$, $F > 0$, а величину F можно рассматривать как площадь образовавшейся трещины.

Из экспериментов на одноосное растяжение плоских образцов известно, что на первом этапе при относительно малых деформациях реализуется решение с непрерывным полем скоростей (рисунок 26); решение с разрывным полем скоростей описывает (пластическое течение описывается на основе обобщения решения Оната-Прагера) образование «шейки» на конечном этапе разрушения образца (рисунок 27) – происходит развитие макротрещины до разделения образца на две части.

Основными размерами образца, характеризующими процесс деформирования, являются: $a_0, l_0, a_{**}, l_{**}, a_*, l_*$ - соответственно начальные, промежуточные и конечные длина и ширина образца. Перед началом деформирования образец имеет длину и ширину соответственно l_0 и a_0. На первом этапе (рисунок 26) реализуется решение с непрерывным полем скоростей. К концу первого этапа образец имеет параметры $l_{П} = l_{**}$, $a_{П} = a_{**}$. Происходит зарождение макротрещины. На втором этапе (рисунок 27) реализуется решение с разрывным полем скоростей и происходит развитие трещины. Второй этап заканчивается разрывом образца, к моменту которого образец имеет следующие параметры: $l_K = l_*$ – конечная длина, $a_K = a_*$ – наименьшая ширина в месте разрыва.

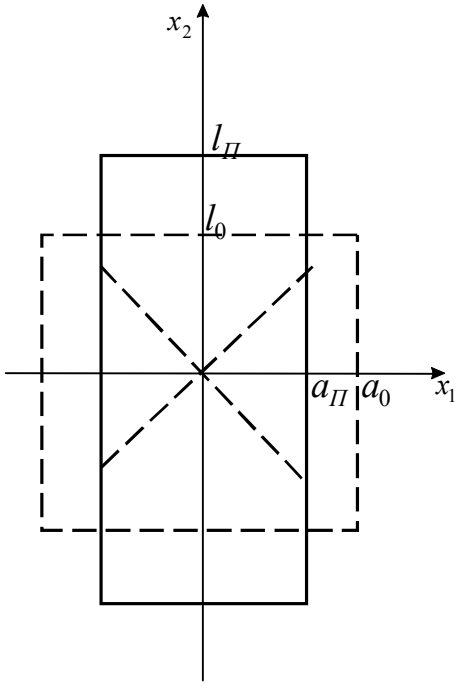


Рисунок 26 – *Первый этап растяжения плоского образца*

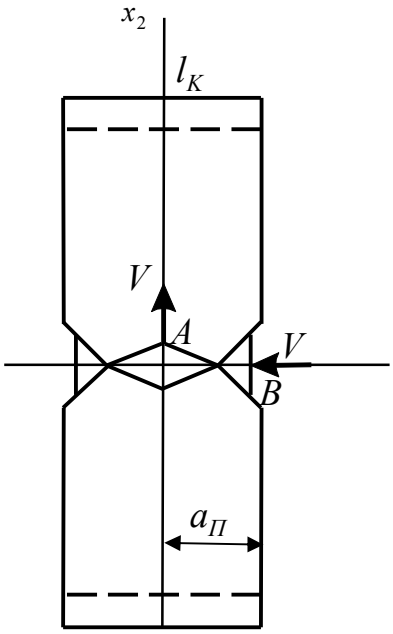


Рисунок 27 – *Второй этап растяжения плоского образца*

Введем две константы материала: W_{**} – удельная работа внутренних сил, соответствующая концу первого (однородного) этапа деформирования образца и определяющее момент зарождения макротрещины и начала образования «шейки», W_* – значение W в вершине макротрещины, определяющее скорость распространения макротрещины.

Из условия несжимаемости следует

$$l_П\, a_П = l_0\, a_0 . \tag{67}$$

На втором этапе точки A и B движутся с одинаковой по модулю скоростью V, поэтому

$$a_П - a_K = l_П - l_K . \tag{68}$$

Из уравнений (67), (68), учитывая (66) находим $l_П$, a_K

$$l_П = \frac{1}{2}\left[a_0\left(1-\psi\right) + l_0\left(\delta+1\right) + \sqrt{\left(a_0\left(1-\psi\right) + l_0\left(\delta+1\right)\right)^2 - 4 l_0 a_0} \right],$$

$$a_П = \frac{1}{2}\left[a_0\left(1-\psi\right) + l_0\left(\delta+1\right) - \sqrt{\left(a_0\left(1-\psi\right) + l_0\left(\delta+1\right)\right)^2 - 4 l_0 a_0} \right].$$

Соответствующие концу первого этапа деформирования первое главное значение тензора Альманси E_{**} и удельная диссипация энергии определяются выражениями (65):

$$E_{**} = E_1 = \frac{2\delta_П + \delta_П^2}{2\left(\delta_П + 1\right)^2}, \quad \bar{W}_{**} = 2\ln\left(1+\delta_П\right), \quad \delta_П = \frac{l_П - l_0}{l_0}, \quad \bar{W}_{**} = \frac{W_{**}}{k} . \tag{69}$$

На втором этапе деформирования (см. рисунок 27) скорость распространения трещины $\frac{dS}{dt}$ определяется скоростью распространения линии разрыва **G** . При постоянной скорости растяжения V эти величины связаны соотношением

$$\frac{dS}{dt}=\sqrt{2}G,\quad \frac{dS}{dt}=V\frac{a_*}{a_{**}-a_*}=V\frac{1-\psi_2}{\psi_2},\quad \psi_2=\frac{a_{**}-a_*}{a_{**}}.$$

Следовательно,

$$G=\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{dS}{dt}=\frac{V\left(1-\psi_2\right)}{\sqrt{2}\left(\frac{a_{**}}{a_0}-\left(1-\psi_2\right)\right)}.$$

Объемная плотность диссипации энергии на линии разрыва скоростей перемещений вычисляется по формуле, [30]:

$$\begin{aligned}&\bar{W}_*=\frac{\left[V_\tau\right]}{G+V_n}=\frac{2}{\sqrt{2}\bar{G}+1}=\frac{2}{\bar{c}+1},\\&\left[V_\tau\right]=\sqrt{2}V,\quad V_n=\frac{V}{\sqrt{2}},\quad \bar{G}=\frac{G}{V},\quad \bar{c}=\frac{c}{V},\quad \bar{W}_*=\frac{W_*}{k}\end{aligned}\qquad(70)$$

где c - скорость роста длины трещины.

Полная удельная объемная диссипация энергии для частиц, деформирующихся на первом и втором этапе, согласно (69) и (70) равна

$$\bar{W}=2\ln\left(1+\delta_{\Pi}\right)+\frac{2}{\bar{c}+1}.$$

Заметим, что в результате суммарной работы внутренних сил образование свободных поверхностей происходит лишь в точке O (в вершине трещины). Только в этой точке возможно раскрытие трещины.

В таблице 2 даны константы разрушения для некоторых конструкционных материалов, [9, 30]. Инвариантные тензорные деформационные и энергетические характеристики разрушения конструкционных материалов позволяет корректно использовать экспериментально определяемые величины при расчете сложных конструкций и их элементов различными численными методами.

Таблица 2 – *Пластические константы разрушения*

Материал	δ, %	ψ, %	W_*	E_*	E_{**}
Алюминиевые сплавы:					
АД0 (лист)	35	80	1,6	0,384	0,168
АК8 (профиль)	7	15	0,3	0,129	0,046
АК8 (штамповка)	10	25	0,5	0,195	0,056
АД31 (профиль закаленный и искусственно состаренный)	17	70	1,4	0,364	0,035

АМГ6 (плита, нагартованная, 18% в продольном направлении)	10	22	0,44	0,177	0,062
ВД17 (полоса прессованная, закаленная и искусственно состаренная, 60 мм)	10	19	0,38	0,157	0,068
АД33, Профиль прессованный, закаленный и искусственно состареный	12	30	0,6	0,223	0,066
Титановые сплавы:					
ВТ3-1 (штамповка)	14-20	45-60	0,9-1,2	0,291-0,340	0,056-0,085
ВТ6 (штамповка)	10-13	35-60	0,7-1,2	0,248-0,340	0,035-0,012
ВТ9 (штамповка)	8-14	25-45	0,5-0,9	0,195-0,291	0,035-0,056
ВТ14 (штамповка)	10-15	35-60	0,7-1,2	0,248-0,340	0,035-0,035

2.1.2.3 Одноосное растяжение сплошного цилиндра при однородном поле скоростей перемещений

В [30] рассматривается задача о растяжении прямого кругового цилиндра (рисунок 28), находящегося в пластическом состоянии при условии текучести Треска (25). Это пластическое течение может быть описано режимом В (см. рисунок 5). Верхняя и нижняя границы цилиндра перемещаются соответственно вверх и вниз со скоростью V вдоль оси z. Предполагается: частицы материала на этих границах могут свободно перемещаться в направлении оси r (трение в захватах отсутствует), боковая поверхность остается цилиндрической. При предположении, что весь цилиндр находится в пластическом состоянии, в нем реализуется однородное напряженное состояние:

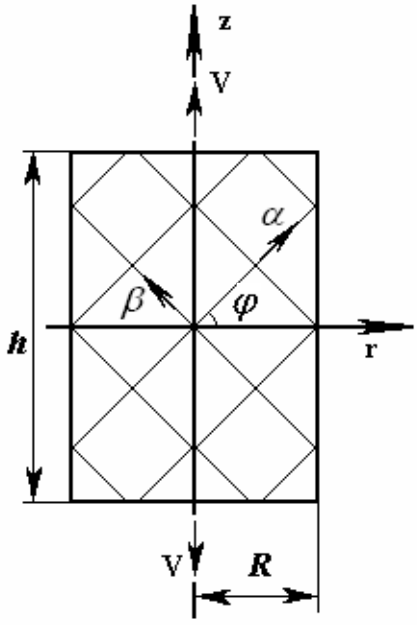


Рисунок 28 – *Растяжение прямого кругового цилиндра*

$$\sigma_{rr} = \sigma_{rz} = 0, \quad \sigma_{zz} = 2k .$$

В этом случае линии скольжения являются прямыми, наклоненными под углом $\pi/4$ к осям координат (рисунок 28).

Решение для непрерывного однородного поля скоростей перемещений определяется из условия несжимаемости (24) и условия изотропии (23) при $\overline{\varphi} = \pi/4$:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V_r}{\partial r} + \dfrac{\partial V_z}{\partial z} + \dfrac{V_r}{r} = 0, \\ \dfrac{\partial V_r}{\partial z} + \dfrac{\partial V_z}{\partial r} = 0. \end{cases} \tag{71}$$

Определяя решение в виде $V_r = V_r(r), \quad V_z = V_z(z)$, система (71) сводится к уравнению

$$\frac{dV_r}{dr}+\frac{dV_z}{dz}+\frac{V_r}{r}=0,$$

которое распадается на два уравнения:

$$\frac{dV_r}{dr}+\frac{V_r}{r}=-A, \qquad \frac{dV_z}{dz}=A.$$

Учитывая граничные условия:

$$V_r\big|_{r=0}=0,\ V_z\big|_{z=h}=V,\ V_z(0)=0,$$

поле скоростей определяется в виде

$$V_z=\frac{V}{h}z, \quad V_r=-\frac{V}{h}\frac{r}{2}, \tag{72}$$

что соответствует однородному полю скоростей перемещений и деформаций.

Мощность удельной диссипации энергии

$$W'=\varepsilon_{ij}\sigma_{ij}=\frac{\partial V_z}{\partial z}2k=\frac{V}{h}2k.$$

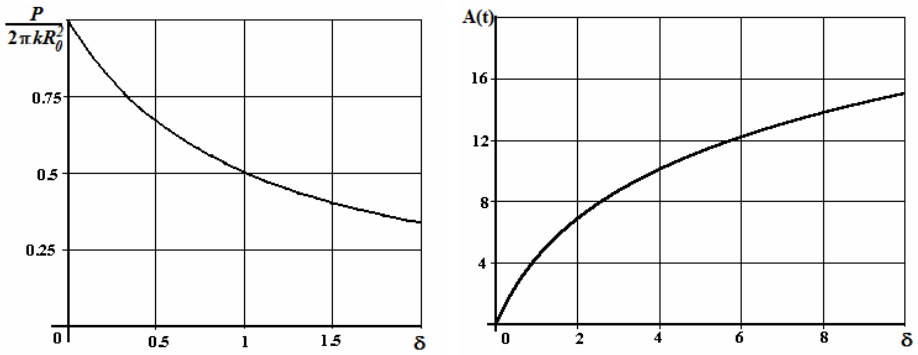
Зависимость радиуса цилиндра $R(t)$ для однородного поля скоростей перемещений (72) определена соотношением

$$R(t)=R_0+\int_0^t V_r(R(\tau))d\tau=R_0-\int_0^t\frac{V}{2h}R(\tau)d\tau.$$

Дифференцируя по t, и учитывая начальное условие $R(0)=R_0$, имеем

$$R(t)=\frac{\sqrt{h_0}R_0}{\sqrt{h_0+Vt}}=\frac{R_0}{\sqrt{1+\delta}}.$$

Усилие, необходимое для растяжения цилиндрического образца (рисунок 29, а), и работа, необходимая для деформации цилиндра (рисунок 29, б), определяются выражениями:



(а) (б)

Рисунок 29 – *Изменения усилия* (а) *и работы* (б) *при растяжении цилиндрического образца*

$$P = S\sigma_z = \pi R^2(t)2k = 2\pi k\frac{R_0^2}{1+\delta}, \qquad A = \frac{2\pi k}{V}h_0R_0^2\ln|1+\delta|,$$

где $\delta = \dfrac{Vt}{h_0}$ – относительное удлинение цилиндрического образца.

Процесс накопления деформаций при однородном поле скоростей перемещений связан с интегрированием системы уравнений (28). Учитывая, что однородное поле скоростей перемещений при одноосном растяжении цилиндра удовлетворяет соотношениям (72), компоненты тензора скоростей деформаций в цилиндрической системе координат (r,φ,z) определяются выражениями:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial V_r}{\partial r} = -\frac{V}{2h},\ \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{V_r}{r} = -\frac{V}{2h},\ \varepsilon_{zz} = \frac{\partial V_z}{\partial z} = \frac{V}{h},\ \varepsilon_{r\varphi} = \varepsilon_{rz} = \varepsilon_{\varphi z} = 0,$$
$$\gamma = \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_{rr}-\varepsilon_{zz})^2 + 4\varepsilon_{rz}^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(-\frac{V}{2h}-\frac{V}{h}\right)^2} = \frac{3V}{4h}, \qquad (73)$$
$$h = h_0 + Vt,\quad \gamma = \frac{3V}{4(h_0+Vt)},$$

где $2h_0$ – начальная высота цилиндрического образца.

Уравнения (28) при $\theta = \psi = \pi/2$ и соотношениях (73) примут вид:

$$\frac{d\left[\left(e-\frac{1}{2}\right)^2 - g^2\right]}{dt} = -\frac{V}{h_0+Vt}\left[\left(e-\frac{1}{2}\right)^2 - g^2\right],$$

$$\frac{d\left(g-e+\frac{1}{2}\right)}{dt} - \frac{3V}{2(h_0+Vt)}\left(g-e+\frac{1}{2}\right) = -\frac{V}{2(h_0+Vt)}\left(g-e+\frac{1}{2}\right).$$

Откуда

$$\left(e-\frac{1}{2}\right)^2 - g^2 = \frac{C_1}{h_0+Vt},\quad \left|g-e+\frac{1}{2}\right| = |h_0+Vt|C_2,$$

где $C_1, C_2 - const$. Если образец до растяжения не деформировался, то при $t = 0$

$$e = 0,\ g = 0,\ C_1 = \frac{h_0}{4},\ C_2 = \frac{1}{2h_0}.$$

Общее решение системы (28) при однородном поле скоростей перемещений определяется двумя интегралами:

$$\left(e-\frac{1}{2}\right)^2 - g^2 = \frac{1}{4}\frac{h_0}{h_0+Vt},\quad \left|g-e+\frac{1}{2}\right| = \frac{h_0+Vt}{2h_0},$$

откуда

$$e=-\frac{1}{4}\delta\frac{\left(\delta^2+\delta-1\right)}{\left(1+\delta\right)^2},\quad g=\frac{1}{4}\delta\frac{\left(\delta^2+3\delta+3\right)}{\left(1+\delta\right)^2}.$$

Тогда главные значения тензора Альманси равны

$$E_1=e+g=\frac{1}{2}\frac{\delta\left(2+\delta\right)}{\left(1+\delta\right)^2},\quad E_2=e-g=-\frac{1}{2}\delta,\quad E_3=r^2E_{\varphi\varphi}=-\frac{1}{2}\delta.$$

На рисунке 30 показана зависимость первого главного (алгебраически наибольшего) значения тензора Альманси от относительного удлинения цилиндрического образца при однородном поле скоростей перемещений.

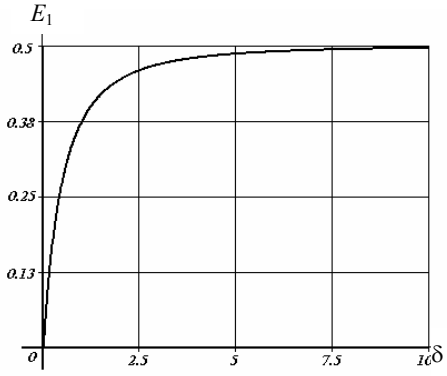


Рисунок 30 – *Изменение значений деформаций от относительного удлинения образца*

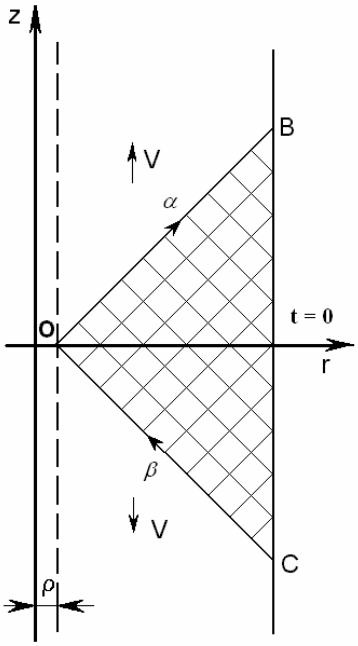


Рисунок 31 – *Одноосное растяжение полого цилиндра при разрывном поле скоростей*

2.1.2.4 Одноосное растяжение полого цилиндра при разрывном поле скоростей перемещений

Рассматривается одноосное растяжение полого цилиндра. При условии текучести Треска (25) это пластическое течение описывает режим B (см. рисунок 5). Верхний и нижний концы цилиндра движутся вдоль оси z со скоростью $V=1$ соответственно вверх и вниз (рисунок 31). Предполагается, что пластическая область в начальный момент времени $t=0$ заключена внутри треугольной области OBC, область выше линии OB и ниже линии OC движется как жесткое целое. Жесткопластические границы OB и OC являются при этом поверхностями разрыва скоростей перемещений. В процессе деформирования с течением времени свободная поверхность изменяет форму, и границы пластической области становятся криволинейными (рисунок 32).

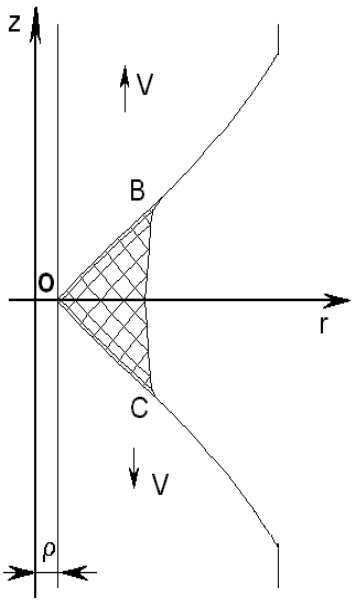


Рисунок 32 – *Границы свободной поверхности цилиндра при растяжении*

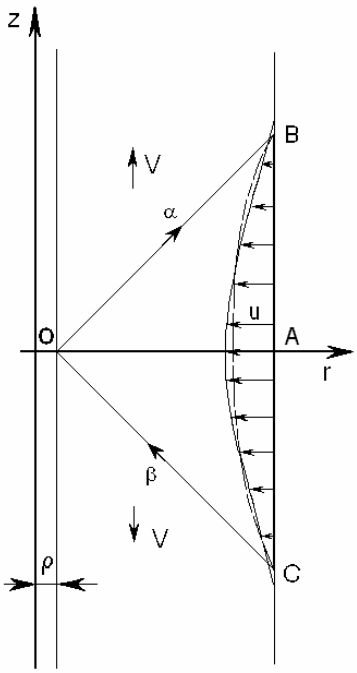


Рисунок 33 - *Скорости перемещений в начальный момент времени*

С учетом (28), (29) решение задачи сводится к интегрированию уравнений (30), которые при заданных граничных условиях для скоростей:

$$V_\beta = \frac{V_z}{\sqrt{2}} - \frac{V_r}{\sqrt{2}} = \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad V_\alpha = -\frac{V_z}{\sqrt{2}} - \frac{V_r}{\sqrt{2}} = -\frac{V}{\sqrt{2}}$$

позволяют численным методом [7] описать процесс изменения формы цилиндра вплоть до разделения его на две части.

Скорости перемещений в начальный момент времени представлены на рисунке 33: непрерывной линией представлены скорости перемещений, полученные методом конечных разностей, а штриховой линией – полученные Р. Шилдом в работе [51]. В отличии от этой работы в точках *B* и *C* скорость V_r отлична от нуля, т.к. линии *OB* и *OC* являются поверхностями разрыва скоростей перемещений.

Уравнения для компонент скоростей перемещений (30) также могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} &\cos\varphi dV_r + \sin\varphi dV_z + V_r \frac{dS_\alpha}{2r} = 0, \qquad \textit{вдоль}\ \alpha\text{-}\textit{линии}, \\ &\sin\varphi dV_r - \cos\varphi dV_z - V_r \frac{dS_\beta}{2r} = 0, \qquad \textit{вдоль}\ \beta\text{-}\textit{линии}, \end{aligned} \tag{74}$$

где V_r, V_z – компоненты скорости вдоль осей r, z; φ – угол наклона α-линии к оси r; dS_α, dS_β – элементы дуг линий скольжения α и β.

Если ввести составляющие скорости вдоль α-, β-линий V_α, V_β соответственно, так что

$$V_\alpha = V_r \cos\varphi + V_z \sin\varphi, \quad V_\beta = -V_r \sin\varphi + V_z \cos\varphi, \tag{75}$$

то уравнения (74) примут вид:

$$dV_\alpha - V_\beta\, d\varphi + V_r \frac{dS_\alpha}{2r} = 0 \ \textit{вдоль}\ \alpha,$$

$$dV_\beta + V_\alpha\, d\varphi + V_r \frac{dS_\beta}{2r} = 0 \ \textit{вдоль}\ \beta.$$

Граничные условия для скоростей:

$$\begin{aligned} V_\beta &= V\cos\varphi \quad \textit{на}\ \alpha\textit{- линии}\ OB, \\ V_\alpha &= -V\sin\varphi \quad \textit{на}\ \beta\textit{- линии}\ OC. \end{aligned} \tag{76}$$

Выше линии OB

$$V_\alpha = V_\alpha^{+} = V\ \sin\varphi, \tag{77}$$

ниже линии OB $V_\alpha = V_\alpha^{-}$, и из первого уравнения системы (75) следует

$$dV_\alpha^{-} - V_\beta^{-} d\varphi + V_r^{-} \frac{dS_\alpha}{2r} = 0\,.$$

Из первого уравнения системы (76) и условия неразрывности пластического течения $V_n^{+} = V_n^{-}$ получим

$$V_\beta^{+} = V_\beta^{-} = V\cos\varphi\,. \tag{78}$$

Из уравнений (75) выразим V_r, V_z:

$$V_r = V_\alpha \cos\varphi - V_\beta \sin\varphi, \quad V_z = V_\alpha \sin\varphi + V_\beta \cos\varphi\,. \tag{79}$$

Подставляя (78), (79) в (77), получим

$$dV_\alpha^{-} - V\cos\varphi d\varphi + \left[V_\alpha^{-}\cos\varphi - V\cos\varphi\sin\varphi\right]\frac{dS_\alpha}{2r} = 0\,. \tag{80}$$

Учитывая, что $dS_\alpha = \dfrac{dr}{\cos\ \varphi}$, преобразуем (80) к виду

$$\frac{d\left[V_\alpha^{-} - V\sin\varphi\right]}{d\varphi} + [V_\alpha^{-} - V\sin\varphi]\frac{dr}{2r\ \mathrm{d}\varphi} = 0\,. \tag{81}$$

Интегрируя (81) по φ вдоль линии OB, получим $\left(V_\alpha^{-} - V\sin\varphi\right)\sqrt{r} = C$, на внутренней поверхности цилиндра $\varphi = \dfrac{\pi}{4}$, $r = \rho$, $V_\alpha^{-} = -V\sin\varphi$, поэтому

$$C = -V\sqrt{2\rho} \quad \text{и} \quad V_\alpha^{-} = V\left(\sin\varphi - \sqrt{\frac{2\rho}{r}}\right).$$

Величина разрыва касательной составляющей на линии *OB*:

$$[V_\alpha] = V_\alpha^+ - V_\alpha^- = V\sqrt{\frac{2\rho}{r}}.$$

Удельная диссипация энергии определяется выражением:

$$\overline{W} = \frac{[V_\tau]}{G + V_n},\ V_n = V\cos\varphi,\ [V_\tau] = [V_\alpha].$$

Как показывают численные расчеты деформирования цилиндра с учетом изменения геометрии, величина G мало отличается от нуля на жесткопластической границе, являющейся линией разрыва скоростей перемещений, поэтому величина $\overline{W}$ может приближенно оцениваться выражением:

$$\overline{W} = \sqrt{\frac{2\rho}{r}}\frac{1}{\cos\varphi},$$

откуда следует, что величина $\overline{W}$ принимает наибольшее значение на внутренней поверхности цилиндра при $\rho = r$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$:

$$\overline{W} = 2,\ \ E_1 = \sqrt{2} - 1 \approx 0,414.$$

2.1.2.5 Упрощенная схема деформирования цилиндрического образца при одноосном растяжении до разрушения

Рассмотрим упрощенную схему деформирования цилиндрического образца, предполагая, что жесткопластические границы *OB*, *OC* и подвижная поверхность остаются прямолинейными (в сечении) (рисунок 34). Введем условные обозначения: параметры, относящиеся к начальному моменту времени обозначим индексом ноль, к моменту зарождения трещины – двумя звездочками, к разрушению – одной звездочкой (рисунок 35).

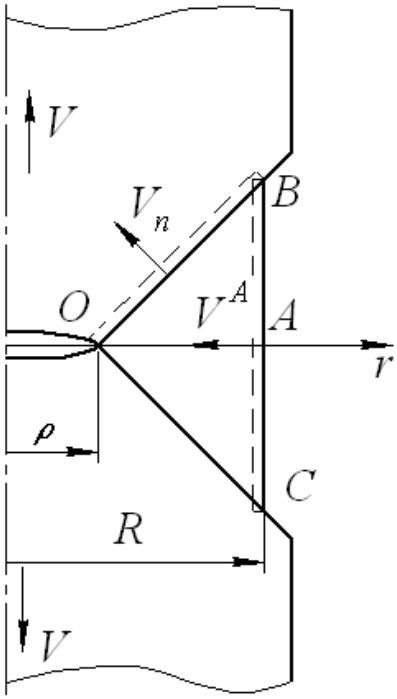


Рисунок 34 – *Деформирование цилиндрического образца*

Из условия несжимаемости материала следует:

$$V_n \cdot dt \cdot S_к = V^A \cdot dt \cdot S_ц,$$

где $S_к = \pi\sqrt{2}\left(R^2 - \rho^2\right)$ – площадь боковой поверхности усеченного конуса, $S_ц = 2\pi R\left(R - \rho\right)$ – площадь боковой поверхности цилиндра. Тогда $V^A = V_n\frac{S_к}{S_ц}$, где $V_n = \frac{V}{\sqrt{2}}$.

Радиус в точке *A* будет меняться по закону:

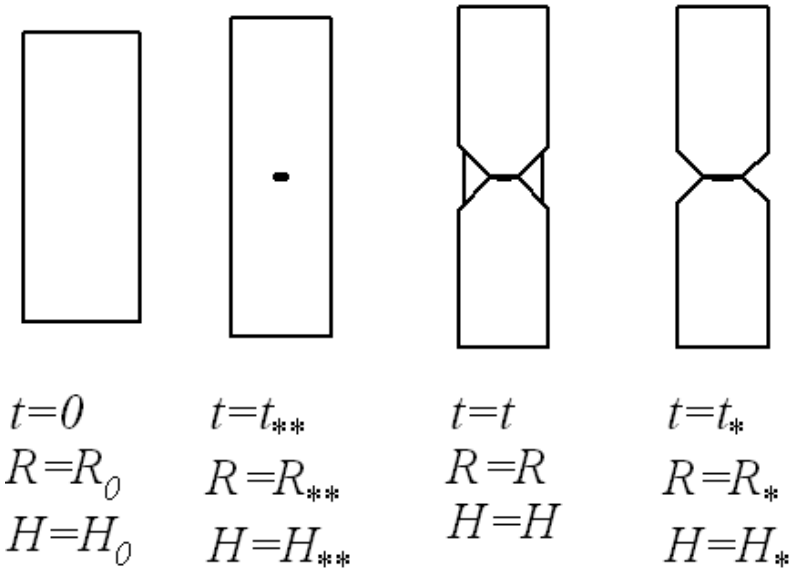


Рисунок 35 – *Схема деформирования образца*

$$R = R_{**} - \int_{t_{**}}^{t} \frac{V}{\sqrt{2}} \frac{\pi\sqrt{2}\left(R^2 - \rho^2\right)}{2\pi R\left(R - \rho\right)} dt = R_{**} - V\int_{t_{**}}^{t} \frac{R + \rho}{2R} dt \,. \tag{82}$$

Радиус вершины трещины определяется значением постоянной $\bar{W}_*$:

$$\rho = \frac{V}{2}\left(\frac{2}{\bar{W}_*} - 1\right)\left(t - t_{**}\right). \tag{83}$$

Подставляя (83) в выражение для радиуса (82), получим

$$R = R_{**} - V\int_{t_{**}}^{t} \frac{R + \frac{V}{2}\left(\frac{2}{\bar{W}_*} - 1\right)\left(t - t_{**}\right)}{2R} dt \,,$$

$$-R' = V\,\frac{R + \frac{V}{2}\left(\frac{2}{\bar{W}_*} - 1\right)\left(t - t_{**}\right)}{2R} \,,$$

$$-R' = \frac{V}{2} + \frac{V^2}{4}\left(\frac{2}{\bar{W}_*} - 1\right)\frac{t - t_{**}}{R} \,. \tag{84}$$

Введем в (84) замену: $\tau = t - t_{**}$, $\dfrac{R}{\tau} = z$, $R' = z'\tau + z$, тогда

$$-z \cdot z' \cdot \tau - z^2 = \frac{V}{2} z + \frac{V^2}{4}\left(\frac{2}{\bar{W}_*} - 1\right), \quad \int \frac{z \cdot dz}{z^2 + \frac{V}{2} z + \frac{V^2}{4}\left(\frac{2}{\bar{W}_*} - 1\right)} = -\int \frac{d\tau}{\tau} \,.$$

Введем обозначение $p=\frac{V}{2}$, $q=\frac{V^2}{4}\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)$. Для вычисления интеграла необходимо определить знак выражения $p^2-4q=\frac{V^2}{4}-V^2\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)$:

$$p^2-4q>0 \quad при \quad \overline{W}_*>\frac{8}{5}; \quad p^2-4q<0 \quad при \quad \overline{W}_*<\frac{8}{5}.$$

Тогда при $\overline{W}_*>\frac{8}{5}$:

$$-\ln\tau=\frac{1}{2}\ln\left|z^2+pz+q\right|-\frac{p}{2\sqrt{p^2-4q}}\ln\left|\frac{2z+p-\sqrt{p^2-4q}}{2z+p+\sqrt{p^2-4q}}\right|+\ln d_1; \tag{85}$$

при $\overline{W}_*<\frac{8}{5}$:

$$-\ln\tau=\frac{1}{2}\ln\left|z^2+pz+q\right|-\frac{p}{\sqrt{4q-p^2}}\operatorname{arctg}\frac{2z+p}{\sqrt{4q-p^2}}+d_2. \tag{86}$$

Рассмотрим случай, когда $\overline{W}_*>\frac{8}{5}$, из (85) имеем

$$\frac{1}{\tau}=d_1\sqrt{\left|z^2+pz+q\right|}\cdot\left|\frac{2z+p+\sqrt{p^2-4q}}{2z+p-\sqrt{p^2-4q}}\right|^{\frac{p}{2\sqrt{p^2-4q}}}.$$

В первоначальных обозначениях:

$$\frac{1}{\tau}=d_1\sqrt{\left|z^2+\frac{V}{2}z+\frac{V^2}{4}\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)\right|}\cdot\left|\frac{2z+\frac{V}{2}+V\sqrt{\frac{5}{4}-\frac{2}{\overline{W}_*}}}{2z+\frac{V}{2}-V\sqrt{\frac{5}{4}-\frac{2}{\overline{W}_*}}}\right|^{\frac{1}{4\sqrt{\frac{5}{4}-\frac{2}{\overline{W}_*}}}},$$

$$\frac{1}{\tau}=d_1\sqrt{\left|z^2+\frac{V}{2}z+\frac{V^2}{4}\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)\right|}\cdot\left|\frac{4z+V\left(1+\sqrt{\frac{5\overline{W}_*-8}{\overline{W}_*}}\right)}{4z+V\left(1-\sqrt{\frac{5\overline{W}_*-8}{\overline{W}_*}}\right)}\right|^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{5\overline{W}_*-8}}}.$$

Учитывая, что $\tau=t-t_{**}$, $\frac{R}{\tau}=z$, получим неявную функцию радиуса точки A от времени:

$$1=\sqrt{\left|R^2+\frac{V}{2}R\cdot\left(t-t_{**}\right)+\frac{V^2}{4}\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)\cdot\left(t-t_{**}\right)^2\right|}\times$$

$$\times\left|\frac{4R+V\left(t-t_{**}\right)\left(1+\sqrt{\frac{5\overline{W}_*-8}{\overline{W}_*}}\right)}{4R+V\left(t-t_{**}\right)\left(1-\sqrt{\frac{5\overline{W}_*-8}{\overline{W}_*}}\right)}\right|^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{5\overline{W}_*-8}}} \tag{87}$$

Найдем постоянную интегрирования d_1, учитывая граничное условие, что $R=R_{**}$ при $t=t_{**}$:

$$d_1=\frac{1}{R_{**}}.$$

При разрушении $t=t_*$, $\rho\left(t_*\right)=R\left(t_*\right)=R_*$. Тогда

$$R_*=\frac{V}{2}\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)\left(t_*-t_{**}\right)\quad \textit{или}\quad \left(t_*-t_{**}\right)=\frac{R_*}{\frac{V}{2}\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)}. \tag{88}$$

Подставив (88) в выражение для радиуса (87), получим

$$R_{**}=R_*\sqrt{\left|1+\frac{1}{\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)}+\frac{V^2}{4}\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)\left(\frac{1}{\frac{V}{2}\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)}\right)^2\right|}\times$$

$$\times\left|\frac{4+\frac{2}{\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)}\left(1+\sqrt{\frac{5\overline{W}_*-8}{\overline{W}_*}}\right)}{4+\frac{2}{\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)}\left(1-\sqrt{\frac{5\overline{W}_*-8}{\overline{W}_*}}\right)}\right|^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{5\overline{W}_*-8}}},$$

$$R_{**}=R_*\sqrt{\left|\frac{2+\overline{W}_*}{2-\overline{W}_*}\right|}\cdot\left|\frac{2+\frac{\overline{W}_*}{\left(2-\overline{W}_*\right)}\left(1+\sqrt{\frac{5\overline{W}_*-8}{\overline{W}_*}}\right)}{2+\frac{\overline{W}_*}{\left(2-\overline{W}_*\right)}\left(1-\sqrt{\frac{5\overline{W}_*-8}{\overline{W}_*}}\right)}\right|^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{5\overline{W}_*-8}}},$$

$$R_{**} = R_* \sqrt{\left|\frac{2+\overline{W}_*}{2-\overline{W}_*}\right|} \cdot \left| \frac{4+\overline{W}_* \left(\sqrt{\frac{5\overline{W}_* - 8}{\overline{W}_*}} - 1 \right)}{4-\overline{W}_* \left(\sqrt{\frac{5\overline{W}_* - 8}{\overline{W}_*}} + 1 \right)} \right|^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{5\overline{W}_* - 8}}},$$

$$\left(\frac{R_{**}}{R_*}\right)^2 = \left|\frac{2+\overline{W}_*}{2-\overline{W}_*}\right| \cdot \left| \frac{4+\overline{W}_* \left(\sqrt{\frac{5\overline{W}_* - 8}{\overline{W}_*}} - 1 \right)}{4-\overline{W}_* \left(\sqrt{\frac{5\overline{W}_* - 8}{\overline{W}_*}} + 1 \right)} \right|^{\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{5\overline{W}_* - 8}}}.$$

Учитывая, что

$$\begin{gathered} \frac{F_0 - F_*}{F_0} = \psi, \quad \frac{R_*}{R_0} = \sqrt{1-\psi}, \quad \overline{R}_* = \frac{R_*}{H_0} = \overline{R}_0 \sqrt{1-\psi}, \\ \overline{R}_0 = \frac{R_0}{H_0}, \quad \overline{R}_{**} = \frac{R_{**}}{H_0}, \end{gathered} \tag{89}$$

получим для случая $\overline{W}_* > \frac{8}{5}$

$$\left(\frac{\overline{R}_{**}}{\overline{R}_0}\right)^2 \frac{1}{1-\psi} = \left|\frac{2+\overline{W}_*}{2-\overline{W}_*}\right| \cdot \left| \frac{4+\overline{W}_* \left(\sqrt{\frac{5\overline{W}_* - 8}{\overline{W}_*}} - 1 \right)}{4-\overline{W}_* \left(\sqrt{\frac{5\overline{W}_* - 8}{\overline{W}_*}} + 1 \right)} \right|^{\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{5\overline{W}_* - 8}}}$$

или

$$\psi = 1 - \left(\frac{\overline{R}_{**}}{\overline{R}_0}\right)^2 \cdot \left|\frac{2-\overline{W}_*}{2+\overline{W}_*}\right| \cdot \left| \frac{4-\overline{W}_* \left(\sqrt{\frac{5\overline{W}_* - 8}{\overline{W}_*}} + 1 \right)}{4+\overline{W}_* \left(\sqrt{\frac{5\overline{W}_* - 8}{\overline{W}_*}} - 1 \right)} \right|^{\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{5\overline{W}_* - 8}}} \tag{90}$$

Рассмотрим случай, когда $\overline{W}_* < \frac{8}{5}$. В первоначальных обозначениях выражение (86) принимает вид

$$-\ln\tau = \frac{1}{2}\ln\left| z^2 + \frac{V}{2}z + \frac{V^2}{4}\left(\frac{2}{\overline{W}_*} - 1\right)\right| - \frac{1}{2\sqrt{\frac{2}{\overline{W}_*} - \frac{5}{4}}} \operatorname{arctg} \frac{2z + \frac{V}{2}}{\sqrt{\frac{2}{\overline{W}_*} - \frac{5}{4}}} + d_2,$$

$$\ln\tau\sqrt{\left|z^2+\frac{V}{2}z+\frac{V^2}{4}\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)\right|}=\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{8-5\overline{W}_*}}\operatorname{arctg}\frac{2z+\frac{V}{2}}{\frac{V}{2}\sqrt{\frac{8-5\overline{W}_*}{\overline{W}_*}}}-d_2.$$

Неявная функция радиуса точки A от времени будет иметь вид

$$\ln\sqrt{\left|R^2+\frac{V}{2}R\cdot\left(t-t_{**}\right)+\frac{V^2}{4}\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)\cdot\left(t-t_{**}\right)^2\right|}=$$

$$=\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{8-5\overline{W}_*}}\operatorname{arctg}\frac{2\frac{R}{t-t_{**}}+\frac{V}{2}}{\frac{V}{2}\sqrt{\frac{8-5\overline{W}_*}{\overline{W}_*}}}-d_2. \qquad (91)$$

Учитывая, что $R=R_{**}$ при $t=t_{**}$, получим постоянную интегрирования:

$$d_2=\lim_{t\to t_{**}}\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{8-5\overline{W}_*}}\operatorname{arctg}\frac{2\frac{R_{**}}{t-t_{**}}+\frac{V}{2}}{\frac{V}{2}\sqrt{\frac{8-5\overline{W}_*}{\overline{W}}}}-\ln R_{**},$$

$$d_2=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{8-5\overline{W}_*}}-\ln R_{**}.$$

Тогда выражение для радиуса (91) принимает вид:

$$\ln\frac{1}{R_{**}}\sqrt{\left|R^2+\frac{V}{2}R\cdot\left(t-t_{**}\right)+\frac{V^2}{4}\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)\cdot\left(t-t_{**}\right)^2\right|}=\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{8-5\overline{W}_*}}\left(\operatorname{arctg}\frac{2\frac{R}{t-t_{**}}+\frac{V}{2}}{\frac{V}{2}\sqrt{\frac{8-5\overline{W}_*}{\overline{W}_*}}}-\frac{\pi}{2}\right) \qquad (92)$$

Учитывая соотношения (88), из (92) получим

$$\ln\frac{R_*}{R_{**}}\sqrt{\left|1+\frac{V}{2}\frac{1}{\frac{V}{2}\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)}+\frac{V^2}{4}\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{\frac{V}{2}\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)}\right)^2\right|}=\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{8-5\overline{W}_*}}\left(\operatorname{arctg}\frac{2\frac{V}{2}\left(\frac{2}{\overline{W}_*}-1\right)+\frac{V}{2}}{\frac{V}{2}\sqrt{\frac{8-5\overline{W}_*}{\overline{W}_*}}}-\frac{\pi}{2}\right),$$

$$\ln\frac{R_*}{R_{**}}\sqrt{\left|\frac{2+\overline{W}_*}{2-\overline{W}_*}\right|}=\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{8-5\overline{W}_*}}\left(\operatorname{arctg}\frac{4-\overline{W}_*}{\sqrt{\overline{W}_*\left(8-5\overline{W}_*\right)}}-\frac{\pi}{2}\right).$$

Учитывая (89), получим для случая $\overline{W}_*<\frac{8}{5}$

$$\ln\frac{R_0\sqrt{1-\psi}}{R_{**}}\sqrt{\left|\frac{2+\overline{W}_*}{2-\overline{W}_*}\right|}=\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{8-5\overline{W}_*}}\left(\operatorname{arctg}\frac{4-\overline{W}_*}{\sqrt{\overline{W}_*\left(8-5\overline{W}_*\right)}}-\frac{\pi}{2}\right),$$

или

$$\psi = 1 - \left(\frac{R_{**}}{R_0}\right)^2 \cdot \frac{2-\overline{W}_*}{2+\overline{W}_*} \cdot e^{2\sqrt{\frac{\overline{W}_*}{8-5\overline{W}_*}}\left(\operatorname{arctg}\frac{4-\overline{W}_*}{\sqrt{\overline{W}_*\left(8-5\overline{W}_*\right)}}-\frac{\pi}{2}\right)}. \quad (93)$$

На рис. 36 представлен график зависимости $\overline{W}_*(\psi)$ согласно (90), (93). В таблице 3 приведены значения $\overline{W}_*(\psi)$ для различных конструкционных материалов в предположении, что $\frac{R_{**}}{R_0} = 1$.

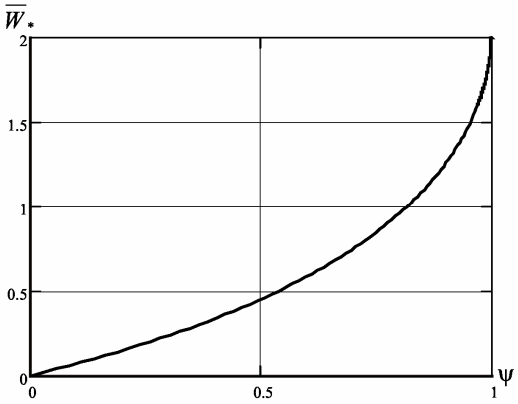


Рисунок 36 – *Зависимость* $\overline{W}_*(\psi)$

Таблица 3 – *Значения* $\overline{W}_*(\psi)$ *для различных конструкционных материалов*

Материал	$\sigma_в$, МПа	δ, %	ψ, %	$\overline{W}_*$
ЭИ696А	116,2	36,5	12 15	0,085 0,1079
ЭИ437Б	112,3	38,3	20	0,1730
ЭП718ВД	123,0	10,0	14	0,1002
ЭИ698	114,4	-	15 16 19	0,1079 0,1157 0,1397
ВТ20	111,1	17,8	15 20 23	0,1079 0,1730 0,1989
ОТ4	90,0	-	20 30	0,1730 0,2351
ВТ9	113,5	8,1	14 17 22 25 30 32	0,1002 0,1236 0,1902 0,2168 0,2351 0,2539
ВТ8	112,0	13,5	16 18 20 25 30	0,1157 0,1316 0,1730 0,2168 0,2351

2.1.2.6 Влияние малоцикловых нагружений на механические свойства материалов

Обзор исследований по влиянию числа циклов на свойства конструкционных материалов даны в работах [14, 15, 21, 34-37, 41-43, 45, 47, 52, 53].

В качестве основных механических характеристик состояния материала, как правило, используются напряжения σ и деформации ε. Показано, что при циклическом нагружении материала его свойства изменяются, как правило, с увеличением числа циклов до тех пор, пока не достигается стабильного состояния. Это означает, что в ходе циклического нагружения материал приобретает некоторое постоянное сопротивление воздействию приложенных напряжений и деформаций. Поэтому говорят, что материал подвергается либо циклическому деформационному упрочнению, либо циклическому деформационному разупрочнению. Для контролируемого напряжением случая, при котором усталостные испытания проводят в интервале значений напряжений между P' и S' (рисунок 37), ширина петли гистерезиса TQ (интервал пластической деформации) сужается в случае, когда происходит циклическое упрочнение, и расширяется при циклическом разупрочнении. Циклическое разупрочнение (контролируемое напряжением) является особенно опасным, так как постоянный интервал напряжений будет обусловливать непрерывно увеличивающуюся деформацию, что и приведет к преждевременному разрушению при напряжениях ниже предела текучести. В условиях циклического деформирования в пределах значений деформаций X и Y гистерезисная петля расширяется выше P и ниже S для циклического разупрочнения.

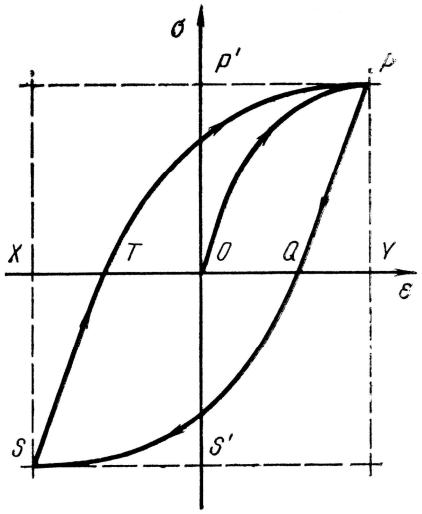


Рисунок 37 – *Петля гистерезиса для циклически нагружаемого материала, в котором происходят как упругие, так и пластические деформации*

После циклирования материала в течение относительно короткого времени (часто менее 100 циклов) петля гистерезиса обычно стабилизируется и материал для данных пределов деформации находится в равновесных условиях. Циклически стабилизированные, представленные в координатах «напряжение-деформация» ($\sigma - \varepsilon$) свойства материала могут отличаться от начальных, описываемых монотонной зависимостью. Следовательно, *циклически стабилизированные кривые в координатах* $\sigma - \varepsilon$ *являются важной характеристикой материала в условиях циклического нагружения*. Эти кривые можно получить несколькими различными путями. Например, ряд образцов можно подвергать циклическому нагружению в пределах различных значений напряжений до тех пор, пока соответствующие петли гистерезиса не стабилизируются. Циклическую кривую в координатах $\sigma - \varepsilon$ строят, проводя кривую через вершины различных наложенных одна на другую петель гистерезиса, как это показано на рисунке 38, [52, 53].

Этот метод предполагает использование множества образцов и является дорогостоящим и требующим много времени. Более быстрый метод получения циклических кривых в координатах $\sigma - \varepsilon$ включает проведение ступенчатых испытаний, в которых один и тот же образец подвергается воздействию увеличивающихся циклических деформаций. При этом, испытывая даже один образец, можно, правда, только в первом приближении построить циклическую кривую в координатах $\sigma - \varepsilon$, [43].

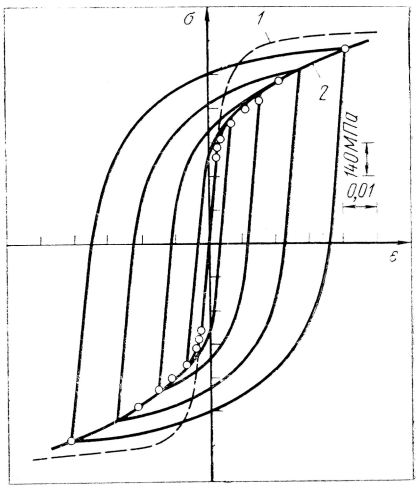


Рисунок 38 – *Монотонная* (1) *и циклическая* (2) *кривые в координатах* $\sigma - \varepsilon$ *для стали SAE 4340. Точки соответствуют вершинам стабильных петель гистерезиса, построенных при испытании образцов*

В работе [43] рассматривается другой метод получения циклических кривых, при котором единственный образец подвергается серии испытаний с последовательно увеличивающимися, а затем – уменьшающимися деформациями. Было обнаружено, что после относительно небольшого количества циклов испытаний (чем больше количество циклов в каждом режиме, тем меньше режимов необходимо для циклической стабилизации) материал достигает условия стабилизации. При этом исследователь просто проводит линию через вершины всех петель гистерезиса от наименьшего интервала деформаций до наибольшего. Каждая гистерезисная петля представляет условие циклической стабилизации материала для определенного интервала деформаций. Проводя испытания с максимальной амплитудой деформации, можно автоматически определить монотонную кривую в координатах $\sigma - \varepsilon$ для последующего сравнения с циклически стабилизированной кривой.

При этом монотонную и циклическую кривые в координатах $\sigma - \varepsilon$ можно определить в результате проведения испытаний одного и того же образца. Очевидно, что этот метод позволяет сокращать время и стоимость испытаний. Следует заметить, что *если образец, подвергнутый испытаниям, включающим уменьшение или приращение деформаций, после завершения циклических испытаний растягивают до разрушения, то получаемая кривая в координатах* $\sigma - \varepsilon$ *будет в основном совпадать с построенной по местоположениям вершин петель гистерезиса* (то есть будет совпадать с циклической стабилизированной диаграммой $\sigma - \varepsilon$).

Сравнивая монотонные и циклические стабилизированные кривые в координатах $\sigma - \varepsilon$, Ландграф с сотрудниками [43] показали, что одни конструкционные сплавы будут деформационно упрочняться, а другие – разупрочняться. Используя соотношение Холломона $\sigma = K\varepsilon^n$, математическими методами можно описать свойства материала в координатах

$\sigma - \varepsilon$ в состояниях, описываемых монотонными или циклическими стабилизированными кривыми. Следовательно, можно определить показатели деформационного упрочнения для «монотонного» (n) и «циклического» (n') условий, а также соответствующие значения «монотонного» (σ_0) и «циклического» (σ'_0) предела текучести. Приведенное ниже уравнение описывает циклически стабилизированную кривую в координатах «напряжение – деформация»:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{\frac{1}{n'}},$$

где K – нормирующий прочность коэффициент при циклическом приложении нагрузки; $\Delta\sigma$ и $\Delta\varepsilon$ – интервалы истинных напряжений и деформации, соответственно.

Хотя в результате циклического упрочнения или разупрочнения указанные свойства сильно изменяются, необходимо заметить, что для большинства металлов показатель n' изменяется от 0,1 до 0,2. Биэрдмор и Рабинович [34, 35, 47] провели сравнение циклических и монотонных кривых в координатах «напряжение – деформация» для нескольких полимеров. Все исследованные материалы (полукерамические, аморфные и двухфазные) характеризовались ярко выраженным разупрочнением при циклической деформации; для сравнения отметим, что циклического деформационного упрочнения не происходило.

Можно ли заранее определить, какие сплавы будут разупрочняться, а какие – упрочняться? Мэнсон с сотрудниками [45, 52, 53] наблюдали, что склонность к циклическому упрочнению или разупрочнению зависит от соотношения между пределом прочности при монотонном (статическом) нагружении и пределом текучести с допуском 0,2%. Когда $\frac{\sigma_B}{\sigma_0} > 1,4$, материал будет упрочняться; когда же $\frac{\sigma_B}{\sigma_0} < 1,2$, будет происходить разупрочнение. Для величин отношения, лежащие между 1,2 и 1,4, прогнозирование затруднено, хотя больших изменение в свойствах ожидать не следует. Кроме того, если $n > 0,20$, то материал склонен к деформационному упрочнению, а при $n < 0,10$ будет наблюдаться разупрочнение. Поэтому изначально твердые и прочные материала обычно разупрочняются при циклическом деформировании, а изначально мягкие материалы будут упрочняться.

В правиле Мэнсона для определения склонности материала к разупрочнению или упрочнению использованы свойства материала при монотонном нагружении. Однако величину изменений, происходящих под воздействием циклического нагружения, можно определить лишь сравнивая монотонные и циклические кривые в координатах $\sigma - \varepsilon$.

В чем физическая сущность того, что одни материалы циклически упрочняются, а другие – разупрочняются? Ответ на этот вопрос надо искать в природе и стабильности дислокационной субструктуры материала. В изначально мягком материале плотность дислокации низкая. В результате циклического пластического деформирования плотность дислокаций быстро возрастает, внося вклад в значительное деформационное упрочнение. В некоторый момент эти возникшие вначале деформирования дислокации образуют конфигурации, являющиеся стабильными для данного материала и для данной величины циклической деформации, возникшей в образце на начальных этапах испытаний. Последующее циклическое деформирование изначально мягкого материала вызывает дальнейшую перестройку дислокаций с образованием новых конфигураций, которые характеризуются меньшим сопротивлением деформации, т.е. материал разупрочняется под воздействием (вернее в ходе) деформации (циклической).

Подвижность дисклокаций, которая сильно влияет на характер и стабильность возникающей при деформации дислокационной субструктуры, во многом зивисит от величины энергии дефектов упаковки (ЭДУ) в материале. Когда ЭДУ высока, подвижность дислокаций велика, что обусловлено сильно развитым поперечным скольжением; в отличие от этого в материалах с низкой величиной ЭДУ поперечное скольжение ограничено. В результате этого одни материалы циклически упрочняются или разупрочняются в более полной степени, чем другие. При этом «циклически стабилизированное состояние» остается одним и тем же, независимо от исходного состояния материала. В этом случае механические свойства материала в «циклически стабилизированном состоянии» не зависят от деформационной предыстории.

Иная ситуация наблюдается для материалов с низкой величиной энергии дефектов упаковки, в которых затрудненное поперечное скольжение будет препятствовать образованию соответствующего дислокационного состояния (из исходно твердого и/или мягкого состояния, соответственно). Кроме того, материалы с низкой ЭДУ будут упрочняться или разупрочняться более медленно, чем материалы с высокой ЭДУ. Отмечены также случаи [21, 36], когда материал способен циклически разупрочняться и упрочняться, однако полностью стабилизированного состояния в этом материале достигнуть никогда не удается, и оно не является одинаковым для двух различных исходных состояний. Для таких материалов «конечное» (т.е. «сверху» или «снизу») циклически стабилизированное состояние зависит от деформационной предыстории.

Можно ожидать, что дислокационные субструктуры в циклически нагружаемых образцах будут аналогичны образующимся при нагружении в одном направлении. Действительно, Фелтнер и Лэйрд [37] обнаружили, что «те факторы, которые определяют образование определенных типов дислокационных структур при монотонном деформировании (в одном направление), таким же образом влияют на образование подобной же дислокационной субструктуры при циклическом нагружении». Например, из представленных на рисунке 39 данных следует, что при высоких циклически повторяющихся деформациях в сплавах в высокой ЭДУ развивается ячеистая субструктура.

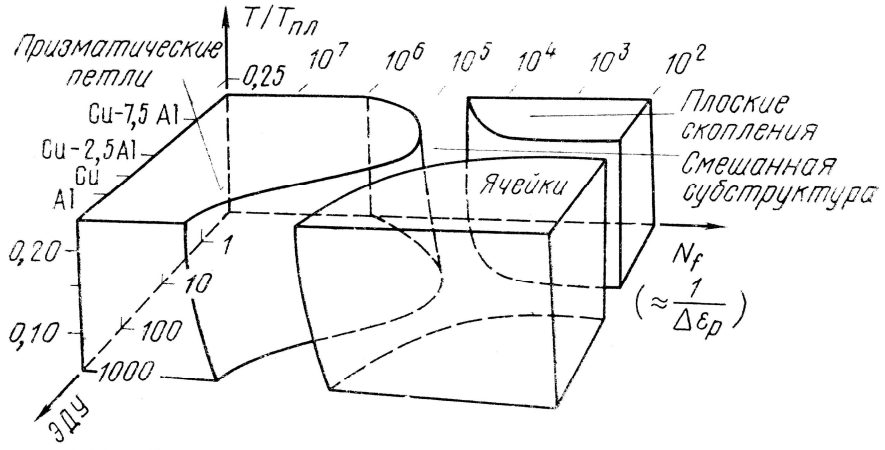


Рисунок 39 – *Схема, иллюстрирующая образование дислокационных субструктур в г.ц.к. металлах в зависимости от величины энергии дефектов упаковки, амплитуды деформации и температуры*, [106]

Если циклическое деформирование вызывает «укрупнение» ранее существовавшей ячеистой структуры, то будет происходить разупрочнение. Если же ячейки в этой субструктуре после циклической деформации становятся дисперснее (мельче), то циклическая деформация обуславливает развитие процесса упрочнения. В структуре сплавов с низкой ЭДУ присутствуют плоские дислокационные скопления и четко выраженные дефекты упаковки. При низких деформациях в случаях как монотонного, так и циклического нагружений, образующиеся дислокационные структуры также аналогичны

2.1.2.7 Методика определения величин W_{**} и W_{*} при циклическом нагружении образца

Рассмотренный в пп. 2.1.2.2, 2.1.2.5 метод определения величин W_{**} и W_{*} сформулирован для случая монотонного процесса деформирования с увеличением напряжения в образце от 0 до σ_B. Как отмечено в п. 2.1.2.6 при циклическом нагружении свойства материала изменяются и определяются циклическими стабилизированными кривыми $\sigma - \varepsilon$.

Рассмотрим в качестве примера процесс циклического нагружения образца (рисунок 40) с контролируемой деформацией цикла и фиксированной точкой C, определяющей ε_{max}. В каждой частице образца за один цикл будет происходить рассеяние (диссипация) механической работы внутренних сил, которое будет вызывать структурные изменения в материале и уменьшать ресурс упрочнения материала, что приведет к изменению диаграммы $\sigma-\varepsilon$ и величин W_{**} и W_{*}. Это может быть определено при доведении до разрушения образца после N циклов пластического деформирования образца без разрушения. В результате этих экспериментов на диаграмме $\sigma-\varepsilon$ может быть определен пучок линий CA_N, определяющих заключительный этап монотонного деформирования образца до разрушения, рисунок 41. Этим кривым будут соответствовать определенные значения предела прочности $\sigma_B(N)$ и максимальных деформаций $\varepsilon_{**}(N)$, которые могут выдержать частицы материала без разрушения. Величины $\sigma_B(N)$ и $\varepsilon_{**}(N)$ определяют положение точки A_N и соответствуют числу нагру-

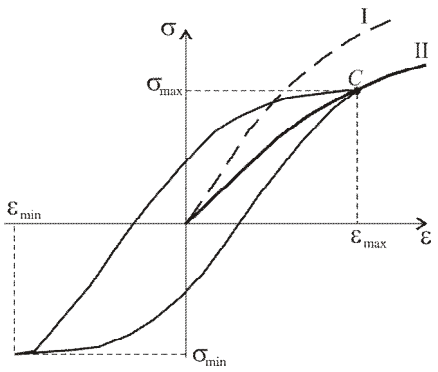


Рисунок 40 – *Монотонная* (I) *и циклическая стабилизированная* (II) *кривые в координатах* $\sigma-\varepsilon$

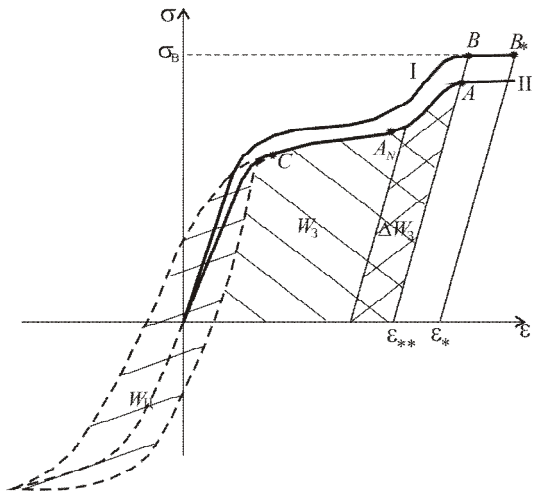


Рисунок 41 – *Определение величин* W_{**} *и* W_{*}

жений N. Как отмечено в п. 2.1.2.6 диаграммы $\sigma-\varepsilon$ на завершающей этапе монотонного нагружения в основном совпадают с циклическими стабилизированными диаграммами, то есть пучок линий CA является узким и критическая точка A_N при увеличении числа циклов движется вдоль циклической стабилизированной кривой II к точке C. При совпадении точки A_N с точкой C может произойти образование макротрещины.

Заметим, что критические значения величин W_{**} и W_{*} рассчитываются в данной методике с использованием жесткопластической модели разрушения цилиндрического или плоского образца и не используют статическую диаграмму $\sigma-\varepsilon$ в отличии от методики Фелтнера-Морроу-Мартина.

Ряд исследователей пытались установить связь между энергией гистерезиса и долговечностью, [17]. Однако исследования не всегда приводили к желаемому результату. В дальнейших исследованиях считалось, что с усталостным повреждением при малом числе циклов изменения напряжений связана только часть энергии гистерезиса, а именно энергия, накопленная за счет пластической деформации. Фелтнер и Морроу [38] предложили гипотезу, согласно которой *разрушение наступает тогда, когда суммарная энергия, рассеиваемая в единице объема материала, вследствие наличия необратимых пластических деформаций достигает определенной критической величины*:

$$\sum_{N=1}^{N_p} W_N = W_{\text{кр}}, \tag{94}$$

где N_p – число циклов до разрушения; W_N – энергия, рассеиваемая в единице объема материала при N-м цикле; $W_{\text{кр}}$ – критическая величина энергии, которая равна энергии разрушения при статическом разрыве.

Энергия пластической деформации при симметричном цикле определяется величиной

$$W_N = 2\int_0^{\varepsilon_{\text{пл}}} \sigma d\varepsilon .$$

Суммарная энергия пластического деформирования за N циклов

$$\sum_1^N W_N = 2N\int_0^{\varepsilon_{\text{пл}}} \sigma d\varepsilon .$$

Здесь изменение ширины петли гистерезиса с увеличением числа циклов не учитывалось.

Если принять $\varepsilon_{\text{пл}} = \overline{k}\,\sigma^{\frac{1}{m}}$, $\varepsilon_{\text{пл}} = \Delta\varepsilon_{\text{пл}}$, $\sigma = \sigma_{\text{а}}$ и проинтегрировать, а также предположить, что суммарная работа пластической деформации достигает критического значения, то можно получить зависимость между амплитудой напряжений и числом циклов до разрушения:

$$\lg\sigma_{\text{а}} = k_1 - \frac{m}{m+1}\lg N, \quad k_1 = \lg\left[\frac{W_{\text{кр}}(1+m)}{2\overline{k}}\right]^{\frac{m}{m+1}}.$$

Уравнение, полученное на основании критерия (94), было подтверждено экспериментально. Однако, как показали дальнейшие исследования, полная пластическая работа, необходимая для разрушения, не постоянна, а увеличивается с уменьшением напряжения. Кроме того, суммарная энергия, рассеиваемая в единице объема материала до разрушения, даже при ограниченной долговечности значительно превышает энергию, поглощаемую при статическом испытании на растяжение, и поэтому не может быть принята в качестве критерия разрушения материала при многократном упругопластическом деформировании. В дальнейшем

Мартин [13] предложил энергетический критерий разрушения материалов при ограниченной долговечности. Он предполагал, что мерой усталостных повреждений является только энергия, связанная с процессами упрочнения.

Часть пластической работы, связанная с упрочнением (при линейном законе упрочнения), показана на рисунке 42 (заштрихованная площадь). Работа повреждения за цикл определяется при этом выражением, [13]

$$W = E^* \Delta\varepsilon_{\text{пл}}^2 ,$$

где E^* - тангенс угла наклона линии упрочнения (α^*). Работа повреждения за N циклов может быть подсчитана как:

$$\sum_1^N W_{Ц} = NE^* \Delta\varepsilon_{\text{пл}}^2 . \qquad (95)$$

Если принять, что разрушение наступает тогда, когда достигается некоторая критическая величина повреждения, циклическая долговечность может быть определена из формулы (95) в виде

$$NE^* \Delta\varepsilon_{\text{пл}}^2 = W_{\text{кр}} . \qquad (96)$$

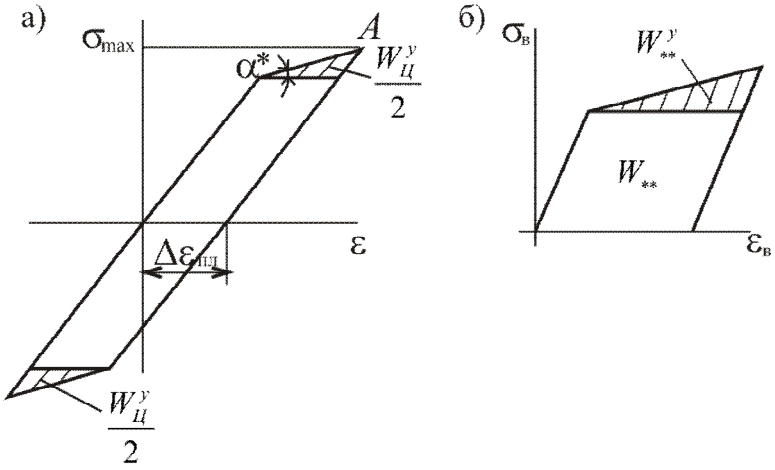


Рисунок 42 – *Энергия пластической деформации, связанная с процессами упрочнения (заштрихованные площади)*:
а) – *в цикле*; б) *при монотонном нагружении*

Критическую энергию можно определить, если предположить, что полная работа повреждения равна работе, затраченной при статическом нагружении $\left(N = \frac{1}{2}, \quad \Delta\varepsilon_{\text{пл}} = \varepsilon_{\text{в}} \right)$. На основании энергетического критерия разрушения (96) получаем формулу для определения долговечности материала:

$$N_{\text{р}}^{\frac{1}{2}} \Delta\varepsilon_{\text{пл}} = \frac{\varepsilon_{\text{в}}}{\sqrt{2}} ,$$

которая отличается от формулы Коффина-Мэнсона:

$$\varepsilon_{\text{пл}} N^a = M$$

только правой частью на постоянную величину. Здесь a, M - константы материала.

Таким образом, предложенный критерий разрушения материалов (94) при малом числе циклов изменения напряжений, принимающий для оценки повреждения материала ту часть энергии необратимого пластического деформирования, которая связана с процессами упрочнения, дает теоретическое обоснование уравнению Коффина-Мэнсона.

Выведенный в п. 2.1.1 деформационно-энергетический критерий разрушения с критериальными величинами W_{**}, W_* и поверхностью нагружения с деформационным параметром упрочнения $h = E_{ii}$ легко может быть обобщен на случай циклических деформаций и любых «зигзагообразных» процессов деформирования. По существу этот критерий совпадает с формулировкой Фелтнера и Морроу, [38], обобщенной на трехмерное напряженно-деформированное состояние с использованием тензора конечных деформаций Альманси E_{ij}: $W_{кр} = W_{**}$. Уточнение Мартина [13] приводит к замене W_{**} на W_{**}^y – удельную энергию, связанную с упрочнением материала (см. рисунок 42,б).

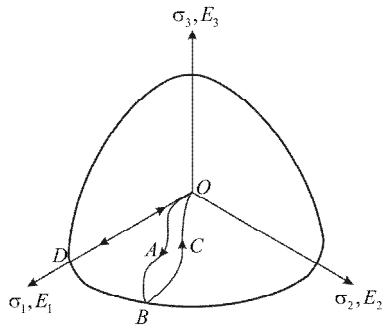


Рисунок 43 – *Циклическое деформирование частицы материала в условиях пространственного нагружения* (*OABCO*) *и эквивалентное по повреждаемости одноосное циклическое деформирование* (*ODO*) *цилиндрического образца*

Если изображать произвольный циклический процесс в девиаторной плоскости, рисунок 43 (замкнутая линия *OABCO*), то согласно свойств линий уровня поверхности $\sum$ (см. раздел 2.1.1) энергия пластической деформации, связанная с процессами упрочнения, точно будет равна энергии за цикл для соответствующего цикла одноосного деформирования цилиндрического образца (см. рисунок 42,а), изображаемого линией *ODO*, т.е. циклу при ортогональном одноосном деформировании.

Высказанные замечания позволяют сформулировать энергетический критерий запаса прочности в окрестности локализации пластических деформаций.

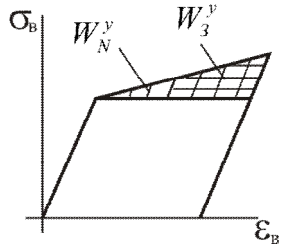


Рисунок 44 – *Оценка повреждаемости материала за N циклов, и запаса прочности при циклическом нагружении*

Суммарная диссипация работы внутренних сил за N циклов оценивается величиной

$$W_N^y = N \cdot W_Ц^y,$$

где $W_Ц^y$ – диссипация работы в цикле (часть площади петли гистерезиса, связанная с процессами упрочнения).

Для достижения состояния разрушения материала, определяемого величиной W_{**}^{y}, к величине W_{N}^{y} должна быть добавлена величина запаса диссипации работы $W_{З}^{y}$, равная площади под стабилизированной циклической кривой вне цикла, рисунок 44:

$$W_{**}^{y} = W_{N}^{y} + W_{З}^{y}.$$

Будем называть *коэффициентом запаса прочности по диссипации* величину

$$K_{Д} = \frac{W_{З}^{y}}{W_{N}^{y}}.$$

Здесь предполагается, что за один цикл рассеиваемая работа внутренних сил $W_{Ц}^{y}$ вызывает повреждение материала, и снижает способность материала упрочняться. Это приводит к уменьшению величины $W_{З}^{y}$ на величину $\Delta W_{З}^{y}$, что соответствует уменьшению ресурса упрочнения материала, т.е. фактическому уменьшению величины σ_{B} (снижению максимального значения диаграммы $\sigma - \varepsilon$ и движению этого максимума вниз по стабилизированной циклической кривой нагружения $\sigma - \varepsilon$).

Соотношение величин $W_{Ц}^{y}$ и $W_{З}^{y}$ определяется некоторым коэффициентом c:

$$W_{З}^{y} = c \cdot W_{Ц}^{y}.$$

Коэффициент c может быть найден из экспериментально определяемой зависимости:

$$W_{**}^{y} = W_{**}^{y}\left(W_{N}\right).$$

Если $c = 1$, то зарождение макротрещины определяется выражением

$$N_{разр} = \frac{W_{**}^{y}}{W_{Ц}^{y}}.$$

После доведения материала до критического состояния, определяемого величиной W_{**}^{y}, для продвижения макротрещины в частицы материала, пересекающие окрестность вершины трещины, должна быть доставлена дополнительная энергия W_{*}. При этом предполагается, что при распространении трещины предел текучести остается постоянным, так как материал исчерпал ресурс упрочнения. Диаграмма $\sigma - \varepsilon$ продолжается при этом за точку A (см. рисунок 42,а) по прямой, параллельной оси ε, до момента, разрушения. Величина W_{*} определяется экспериментально.

2.1.3 РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТРЕЩИН В УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ТЕЛАХ

Рассмотренные в разделе 2.1.1 пластические течения в окрестности вершины углового выреза при растяжении полосы описывают пластические течения как с разрушением, так и без разрушения. Это позволяет сформулировать подход к описанию процессов зарождения и распространения трещин в окрестности дефектов (повреждений) типа углового выреза. В дальнейшем рассмотрен только один вид раскрытия трещин – трещина отрыва в упругопластических телах (рисунок 45), при котором поверхности трещины прямо расходятся одна от другой во взаимно противоположных направлениях, [16].

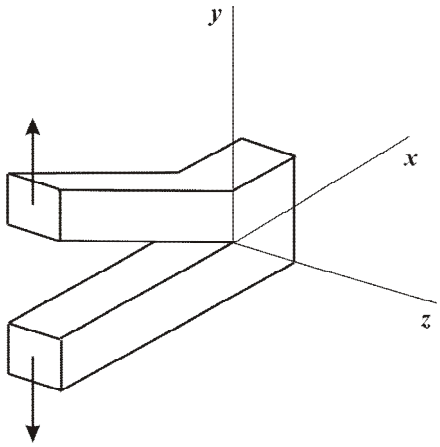


Рисунок 45 – *Модель раскрытия трещины отрыва*

2.1.3.1 Установившееся движение углового выреза внутри упругопластического тела (распространение трещины)

Рассмотрим подход к описанию процесса распространения трещины в упругопластическом теле в условиях плоской деформации, предполагая, что в целом все тело является составным (рисунок 46), [3, 12, 24].

Предполагается, что внешняя часть области, окружающая вершину трещины, является упругой (или упругопластической), напряженно-деформированное состояние в которой определяется численно-аналитическим методом; а внутренняя часть U : $ACDBEFGA$ - жесткопластической, деформации в которой являются большими (конечными), и описываются тензорами конечных деформаций (см. п. 2.1.1.5).

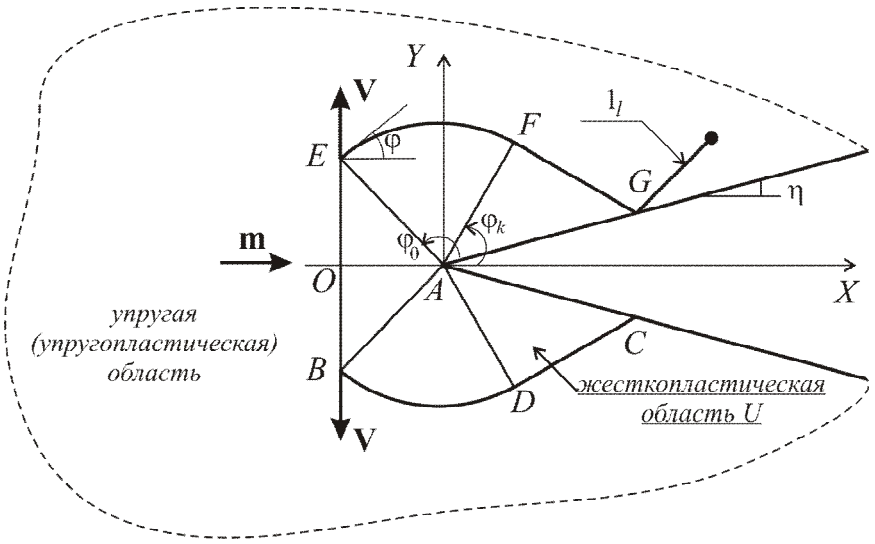


Рисунок 46 – *Схема распространения трещины в упругопластическом теле*

Будем предполагать, что:

– пластическое течение является установившимся, и область U сохраняет свои размеры со временем. Начало системы координат свяжем с вершиной трещины (точка A);

– материал внешней области «набегает» на область U со скоростью **m** вдоль оси X;

– скорости частиц вдоль оси Y на линии BOE изменяются линейно (от 0 до V) аналогично решению Ричмонда;

– распределение нормальных скоростей на линии EFG (BDC) совпадает с жестким смещением частиц со скоростью $V_y = V$ ($V_y = -V$). Это предположение будет тем точнее, чем меньше жесткопластическая область.

Заметим, что данная модель является приближенной, так как распределение касательных скоростей со стороны жесткопластической области U на линии EFG определяется по нормальным скоростям однозначно, и оно не совпадает с распределением касательных скоростей из численного решения. Это может привести к разрыву касательных компонент скоростей перемещений на участке контура EFG – $[V_\tau]$. Величина $[V_\tau]$ не подчиняется уравнениям теории идеального жесткопластического тела и изменяется от 0 (в точке F) до некоторого конечного значения (в точке G). При уменьшении жесткопластической области эта невязка будет стремиться к нулю, так как поле скоростей предполагается непрерывным и вне жесткопластической области.

При этих предположениях пластическое течение в области U будет полностью совпадать с решением Ричмонда и все соотношения п. 2.1.1.5 будут справедливы. В частности,

$$\frac{W}{2k} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_k} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + u \right) \frac{u + v}{\sqrt{u^2 + v^2}} \frac{d\varphi}{u} \,, \tag{97}$$

где согласно (60)

$$u = V\left(\sin\varphi - \sqrt{2}\right) - Vm\cos\varphi, \quad v = V\cos\varphi + Vm\sin\varphi.$$

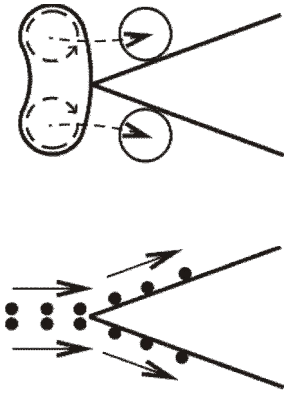


Рисунок 47 – *Схема движения частиц материала в окрестности распространяющейся трещины*

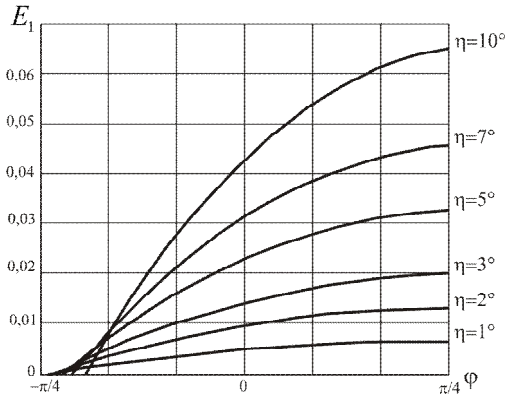


Рисунок 48 – *Распределение деформаций в окрестности вершины трещины*

На рисунке 47 представлена схема движения частиц в окрестности распространяющейся трещины. Процесс накопления деформаций в частице, пересекающей веер характеристик *EAF* по предельной траектории (стянутой в точку *A*) в окрестности вершины трещины, определяется уравнениями (34). На рисунке 48 представлено распределение величин первого (алгебраически наибольшего) главного значения тензора Альманси E_1 в зависимости от угла φ в веере линий скольжения *EAF* и угла раскрытия трещины η. Эти величины не являются малыми, и использование тензора малых деформаций в окрестности вершины трещины может привести к значительным погрешностям. Поэтому в окрестности вершины трещины необходимо использовать диаграмму деформирования в координатах $\sigma - h$, где $\sigma = \frac{1}{3}\sigma_{ii}$, $h = E_{ii}$ (см. раздел 2.1.1).

На рисунке 49 дано сравнение следующих величин: относительное удлинение образца $\delta = \frac{l - l_0}{l_0}$; логарифмические степени деформации $\ln(1+\delta)$; первое главное значение тензора малых деформаций $e_1 = \frac{\delta}{1+\delta}$; первое главное значение тензора конечных деформаций Альманси $E_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(1+\delta)^2}$ в образце при одноосном растяжении плоского образца в условиях плоской деформации, [30].

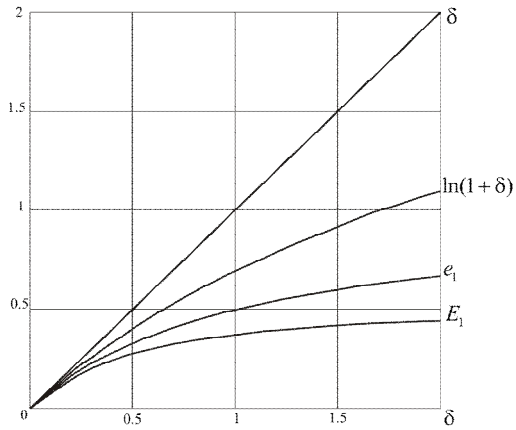


Рисунок 49 – *Сравнение величин технических и конечных деформаций*

2.1.3.2 Неустойчивое движение углового выреза внутри упругопластического тела (процесс зарождения трещины)

Рассмотренные в п. 2.1.3.1 процессы установившего движения углового выреза предполагают образование новых частей свободных поверхностей (берегов трещины), образованных внутренними частицами материала (см. рисунок 47). Возможен ли процесс смещения углового выреза без образования новых свободных поверхностей? На рисунке 50 представлены возможные схемы движения частиц материала в окрестности вершины углового выреза без разрушения. Это несимметричное движение частиц со смещением с одного берега на другой, которые соответствуют смещению углового выреза вверх или вниз. Такое пластическое течение не приводит к разрушению материала и выходу внутренних частиц на свободную поверхность. Подобное пластическое течение рассмотрено в п. 2.1.1.5.

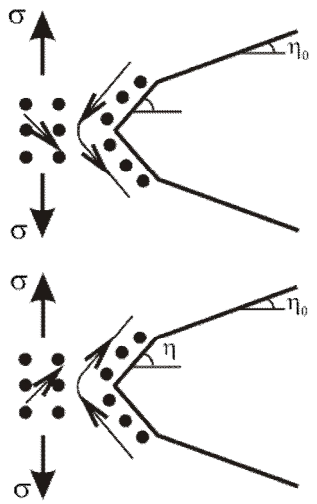


Рисунок 50 - *Возможные схемы движения частиц материала в окрестности вершины углового выреза без разрушения*

Схема пластического течения с линиями скольжения представлена на рисунке 51. В отличие от схемы, представленной на рисунке 46, частицы материала пересекают веер *EAF* в противоположном направлении. Линия скольжения *AE* здесь является линий разрыва скоростей перемещений, поэтому после пересечения веера *EAF* частица испытывает дополнительные пластические деформации и дополнительно рассеивает работу внутренних сил. Поэтому общая диссипация энергии в частице складывается из двух частей: в веере $W_в$ и на ли-

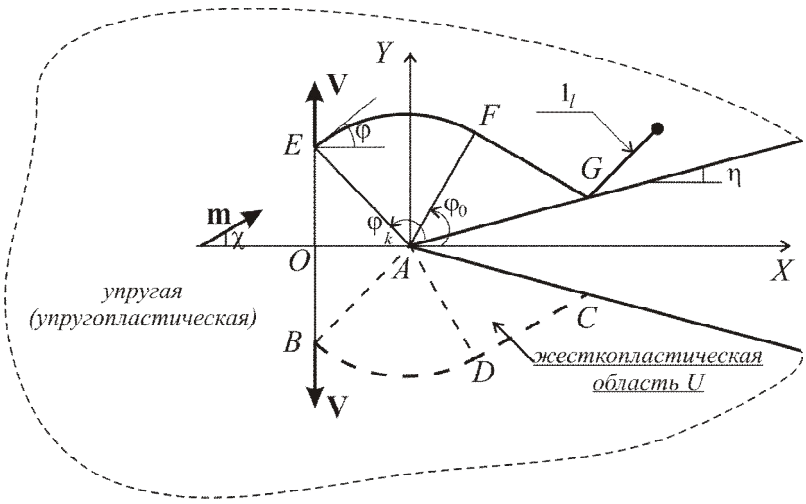


Рисунок 51 – *Схема пластического течения в окрестности углового выреза без разрушения*

нии разрыва $W_{\text{л.р.}}$:

$$\frac{W_{\text{л.р.}}}{2k}=\frac{\left[V_\tau\right]}{2\left(G+V_n\right)},\quad \frac{W_{\text{в}}}{2k}=\int\limits_{\varphi_0}^{\varphi_k}\left(\frac{\partial v}{\partial\varphi}+u\right)\frac{u+v}{\sqrt{u^2+v^2}}\frac{d\varphi}{u}$$

где $\left[V_\tau\right]=\sqrt{2}$, $G=\dfrac{m_x+m_y}{\sqrt{2}}$, $V_n=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ (из несимметричного решения, п. 2.1.1.5). Суммарная диссипация энергии определяется выражением

$$\frac{W}{2k}=\int\limits_{\varphi_0}^{\varphi_k}\left(\frac{\partial v}{\partial\varphi}+u\right)\frac{u+\nu}{\sqrt{u^2+\nu^2}}\frac{d\varphi}{u}+\frac{\left[V_\tau\right]}{2\left(G+V_n\right)}. \tag{98}$$

Здесь согласно (62), (52)

$$u=V\left(\sin\varphi-\sqrt{2}\right)-\left(m_x\cos\varphi+m_y\sin\varphi\right),$$
$$v=V\cos\varphi+\left(m_x\sin\varphi-m_y\cos\varphi\right),$$

где $m_x=\dfrac{1+\cos\eta}{\sin\left(\chi-\eta\right)}\cos\chi$, $m_y=\dfrac{1+\cos\eta}{\sin\left(\chi-\eta\right)}\sin\chi$.

2.1.3.3 Связь между удельной диссипацией энергии W_* и инвариантным J- интегралом

Рассмотрим модель упругопластического тела в окрестности вершина трещины, принятую в п. 2.1.3.1 (см. рисунок 46). Закон сохранения механической энергии для объема сплошной среды $CDBEFG$ с единичной глубиной 1_l вдоль оси плоской деформации можно записать в виде

$$\int\limits_S v_i t_i^{(\mathbf{n})}dS+\int\limits_V \rho b_i v_i dV=\frac{dK}{dt}+\int\limits_V \varepsilon_{ij}\sigma_{ji}dV \tag{99}$$

где v_i – поле скоростей, $t_i^{(\mathbf{n})}=\sigma_{ji}n_j$ – вектор напряжений, σ_{ji} – тензор напряжений, $\varepsilon_{ji}=\dfrac{1}{2}\left(v_{i,j}+v_{j,i}\right)$ – тензор скоростей деформаций, ρ – плотность, b_i – массовые силы, K – кинетическая энергия.

Для случая квазистатического процесса без учета массовых сил и несжимаемого тела уравнение (99), устанавливающие связь между мощностями внешних и внутренних сил, запишутся в виде

$$\int\limits_S v_i t_i^{(\mathbf{n})}dS=\int\limits_V \varepsilon_{ij}\sigma_{ji}dV\ .$$

Интегрируя по времени t, получим связь работ внешних и внутренних сил:

$$\underbrace{\int\limits_0^t\left(\int\limits_S v_i t_i^{(\mathbf{n})}dS\right)dt}_{\delta\Gamma}=\int\limits_0^t\left(\int\limits_V \varepsilon_{ij}\sigma_{ji}dV\right)dt\ . \tag{100}$$

где $\delta\Gamma$ – энергия, затрачиваемая на образование новой поверхности тела (в виде приращения поверхности трещины) за время t, за которое длина трещины получит приращение δl. Разделим обе части выражения (100) на приращение длины трещины δl:

$$\frac{1}{\delta l}\int_0^t\left(\int_S v_i t_i^{(\mathbf{n})} dS\right)dt = \frac{1}{\delta l}\int_0^t\left(\int_V \varepsilon_{ij}\sigma_{ji} dV\right)dt \tag{101}$$

Переходя к пределу при $t \to 0$ ($\delta l \to 0$), в левой части (101) получим значение *инвариантного J-интеграла*:

$$J_p = \frac{\delta\Gamma}{\delta l} = \lim_{\substack{t\to 0\\(\delta l\to 0)}} \frac{1}{\delta l}\int_0^t\left(\int_S v_i t_i^{(\mathbf{n})} dS\right)dt\,. \tag{102}$$

В соотношении (102) величина J_p, вообще говоря, не соответствует обычно рассматриваемому инвариантному *J*-интегралу, так как инвариантность последнего доказана для случая деформационной теории пластичности, [16, 18]. Разность между этими величинами может быть оценена выражением

$$\left|J - J_p\right| \le \left|\frac{\delta\Pi}{\delta l}\right| + \left|\frac{\delta}{\delta l}\left(2\int_{EFG}\left[V_\tau\right]kds\right)\right|.$$

Рассмотрим правую часть этого неравенства. При стягивании контура *GFEBDC* в точку *A* объем жесткопластической области будет стремиться к нулю быстрее, чем линейный размер δl, поэтому первое слагаемое будет стремиться к нулю. Касательные компоненты V_τ^+, V_τ^- являются непрерывными функциями в упругой и жесткопластической областях, соответственно. В точках *E* и *B* $V_\tau^+ = V_\tau^-$, поэтому величина разрыва $\left[V_\tau\right] = V_\tau^+ - V_\tau^-$ будет стремиться к нулю при стягивании контура в точку *A*, и поэтому второе слагаемой также будет стремиться к нулю. Отсюда следует, что при стягивании контура *GFEBDC* в точку *A* величина $\left|J - J_p\right| \to 0$. Учитывая данное замечание, можно принять

$$J \approx J_p\,. \tag{103}$$

Рассмотрим отдельно правую часть соотношения (101). Область *V* складывается из пяти частей:

$$V = \square AFG + \square EAF + \square EAB + \square BAD + \square ADC\,.$$

Здесь символ «$\square$» обозначает веер линий скольжения. Подынтегральное выражение имеет сингулярность типа $\frac{1}{r}$ только в веерах. Имея в виду в дальнейшем предельный переход при $OA \to 0$, ниже рассматриваются интегралы только по областям $\square EAF$ и $\square BAD$, которые численно равны между собой и учитываются множителем 2. Интегралы по остальным трем частям будут стремиться к нулю.

Примем $OA = \delta l = mdt$, что соответствует минимальному по размеру контуру, охватывающему вершину трещины при варьировании ее длины на δl. Учитывая, что $dV = R \cdot dR \cdot d\varphi \cdot 1_l$, $\rho = \sqrt{2} \cdot \delta l$, получим

$$\frac{1}{\delta l}\int_0^t \left(\int_V \varepsilon_{ij}\sigma_{ji} dV \right) dt = \frac{t}{\delta l}\int_V \varepsilon_{ij}\sigma_{ji} dV = 2\frac{1}{\delta l}\frac{1_l}{m}\int_0^\rho \int_{\varphi_0}^{\varphi_k} \varepsilon_{ij}\sigma_{ji} R dR d\varphi =$$

$$= 2\frac{1_l}{\delta l}\frac{2k}{m}\int_0^\rho \int_{\varphi_0}^{\varphi_k} \frac{1}{R}\left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + u \right) R dR d\varphi = \frac{1_l}{\delta l}\frac{4k}{m}\int_0^\rho dR \int_{\varphi_0}^{\varphi_k} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + u \right) d\varphi = \tag{104}$$

$$= \frac{4\sqrt{2}k \cdot 1_l}{m}\int_{\varphi_0}^{\varphi_k} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + u \right) d\varphi.$$

В приведенных выкладках при переходе от интеграла по объему U учитывается симметричность пластической области U, поэтому далее интеграл удваивается.

Выражение (104) не зависит от t и δl, поэтому его значение не изменится при переходе к пределу при $t \to 0$ ($\delta l \to 0$). Из соотношения (101), учитывая (102) и (104) получим:

$$J_p = \frac{4\sqrt{2}k \cdot 1_l}{m}\int_{\varphi_0}^{\varphi_k} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + u \right) d\varphi. \tag{105}$$

Найдем отношение $\frac{J_p}{W_*}$ согласно (97) и (105):

$$\frac{J_p}{2W_*} = \frac{\sqrt{2} \cdot 1_l}{m} \frac{\int_{\varphi_0}^{\varphi_k} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + u \right) d\varphi}{\int_{\varphi_0}^{\varphi_k} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + u \right) \frac{u + \nu}{\sqrt{u^2 + \nu^2}} \frac{d\varphi}{u}}. \tag{106}$$

Учитывая (103), в дальнейшем будем считать $J_p \approx J$. Ниже будет показано, что для конструкционных материалов значение угла η мало. Поле скоростей в окрестности выреза (см. рисунок 46) согласно (60) определяется выражениями

$$u = V\left(\sin\varphi - \sqrt{2} \right) - Vm\cos\varphi, \quad v = V\cos\varphi + Vm\sin\varphi,$$

$$|m| = V \operatorname{ctg}\frac{\eta}{2}, \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{4}, \quad \varphi_k = -\frac{\pi}{4} + \eta,$$

при подстановке которых формула (105) принимает вид

$$J_p = 8k \cdot 1_l \cdot \operatorname{tg}\frac{\eta}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \eta \right). \tag{107}$$

Линейное приближение выражения (107) имеет вид

$$J_p = 2k \cdot 1_l \cdot 2\pi \frac{\eta}{2} = \pi \sigma_s \eta \cdot 1_l , \qquad (108)$$

где $\sigma_s = 2k$ – предел текучести на растяжение. Выражение (108) позволяет установить связь между предлагаемым подходом и δ_k-моделью разрушения, используя соотношение, [16]

$$J = \sigma_S \delta_k ,$$

где δ_k – *критическое раскрытие трещины*. Из (108) и (103) следует

$$\delta_k = \pi \eta \cdot 1_l .$$

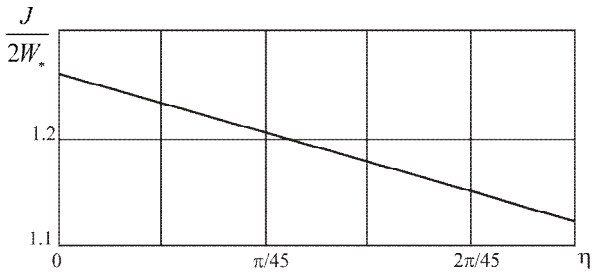


Рисунок 52 – *Изменение величины* $\frac{J_p}{2W_*}$ *в зависимости от угла раскрытия трещины*

На рисунке 52 представлены зависимости отношения (106) от угла выреза $\eta = 0 \div 10^\circ$ при изменении скорости вершины трещины по закону $m = -V \operatorname{ctg} \frac{\eta}{2}$, которая аппроксимируется линией

$$c = \frac{J}{2W_*} = -0,782\eta + 1,259 \ \left(R^2 = 0,999\right),$$

откуда следует, что при $\eta \to 0$ это отношение стремится к значению 1,259.

2.1.3.4 Конечно-элементное моделирование процесса растяжения с постоянной скоростью образца с трещиной

Рассматривается образец в виде пластины с габаритными размерами 200х50 мм с боковой трещиной, равномерно растягиваемый в направлении, перпендикулярном линии трещины (рисунок 53).

Длина трещины l принимается равной 5 мм. Пластина считается достаточно толстой, чтобы можно было рассматривать задачу о плоской деформации.

Материал образца сталь 40Х имеет следующие характеристики: модуль упругости $E = 2,16 \cdot 10^5$ МПа; коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$; предел пропорциональности $\sigma_{пц} = 364$ МПа; условный предел текучести $\sigma_{0,2} = 520$ МПа; временное сопротивление разрыву $\sigma_в = 690$ МПа; остаточное удлинение $\delta = 15\%$; относительное сужение $\psi = 40\%$; критическое значение J-интеграла $J_{1c} = 89$ кН/м.

Для аппроксимации диаграммы деформирования используется методика, разработанная А.Б. Айнбиндером. Для стали 40Х соответствующая кривая представлена на рисунке 54.

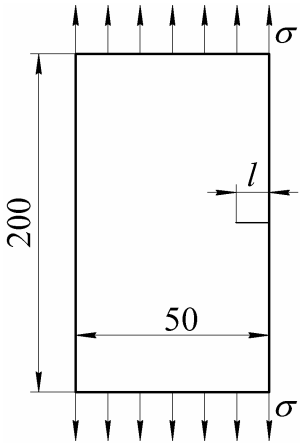


Рисунок 53 – *Схема образца*

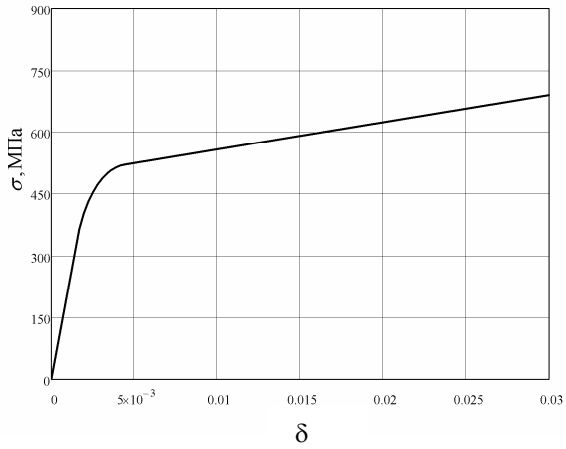


Рисунок 54 – *Кривая деформирования для стали* 40Х

Решение настоящей задачи выполняется методом конечных элементов в геометрически и физически нелинейной статической постановке. При этом используется МКЭ-пакет ANSYS.

При построении конечно-элементной модели образца в силу симметрии задачи рассматривается лишь верхняя половина конструкции с заданием соответствующих граничных условий по линии симметрии. При этом используются плоские элементы 2-го порядка PLANE183.

Учитывая высокую концентрацию напряжений вблизи вершины трещины, в пластине выделяются три области, в которых генерируется сетка элементов разной плотности. Малая полукруглая область с центром в вершине трещины разбивается с использованием регулярной радиальной сетки (8 элементов в окружном направлении, 10 в радиальном направлении). При этом вокруг вершины трещины применяются сингулярные элементы со смещенными на

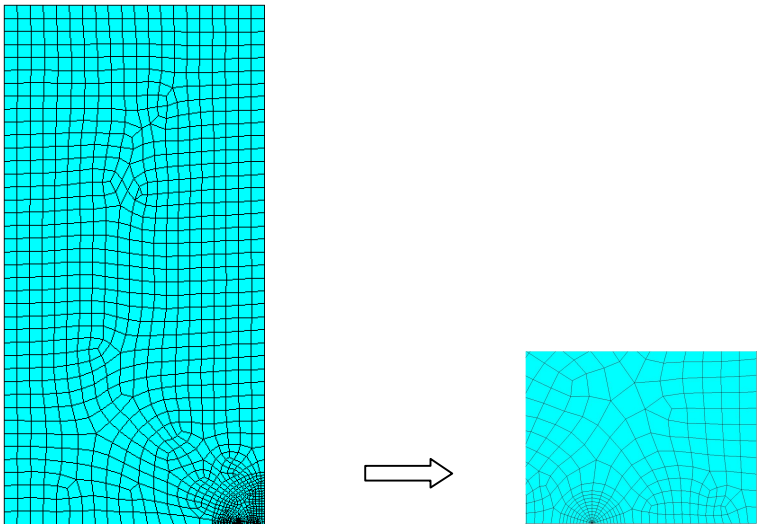


Рисунок 55 – *Конечно-элементная сетка в окрестности трещины*

четверть длины стороны средними узлами. Вдали от вершины трещины (вторая область) при построении сетки используются элементы, имеющие примерно одинаковые размеры. Для обеспечения перехода между этими частями вводится третья область, окружающая трещину, со средним размером конечных элементов. Конечно-элементная сетка показана на рисунке 55.

Растяжение образца осуществляется в режиме «жесткого» нагружения путем задания смещения верхней стороны пластины. Скорость приложения нагрузки V составляет $V = 1$ мм/с. Следует отметить, что при выполнении нелинейного статического анализа время не имеет физического смысла, а является просто удобной переменной для обозначения различных уровней приложения нагрузки и играет роль счетчика для идентификации подшагов по нагрузке.

В данной задаче нагрузка прикладывается за один шаг, который для повышения точности решения и улучшения сходимости разбивается на 100 подшагов. На каждом подшаге вычисляются промежуточные решения, позволяющие строить зависимость различных выходных величин от времени.

Рассчитанная в МКЭ-пакете ANSYS зависимость номинального напряжения в образце от времени (параметра нагружения) изображена на рисунке 56.

Для анализа разрушения образца с трещиной на каждом подшаге выполняется вычисление значений *J*-интеграла по нескольким контурам, окружающим вершину трещины. При этом используется метод интегрирования по области [50]. Данный метод по сравнению с традиционным подходом вычисления *J*-интеграла в большей степени совместим с процедурой МКЭ-решения. Поэтому он легко реализуем и обеспечивает значительно большую точность. На рисунке 57 показано изменение значений *J*-интеграла в зависимости от времени t, рассчитанных по второму (штриховая линия) и десятому (сплошная линия) контурам. Видно, что при $t = 0,37$ сек *J*-интеграл достигает критического значения $J_{1c} = 89$ кН/м. Таким образом, в данный момент времени наступает состояние неустойчивого роста трещины, приводящего к полному разрушению образца. До момента разрушения образца кривые на рисунке 57 почти совпадают, что доказывает инвариантность *J*-интеграла.

На рисунке 58 представлены эпюры эквивалентных напряжений по теории Мизеса в среднем сечении для различных моментов времени, где z – расстояние от вершины трещины.

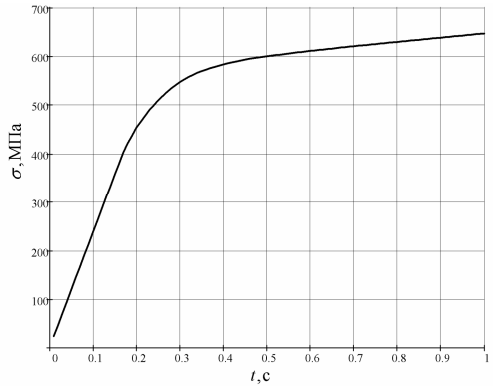


Рисунок 56 - *Зависимость номинального напряжения в образце от времени*

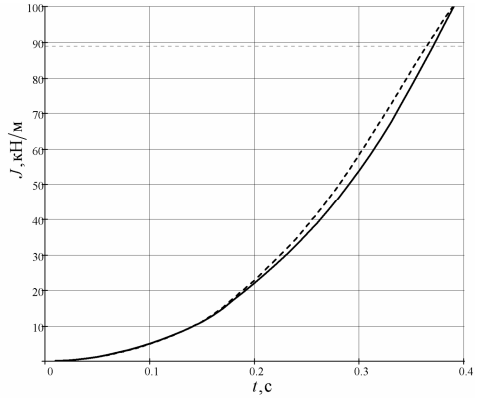


Рисунок 57 – *Изменение значений J-интеграла в зависимости от времени t*

В таблице 4 представлена связь между J_p, J и углом раскрытия трещины η, полученная из соотношения (107) и графиков, представленных на рисунках 57, 58.

Результаты, представленные в таблице 4, показывают, что углы раскрытия трещины η малы, что соответствует предположению, используемом при расчете *J*-интеграла, что трещина в материале может моделироваться в виде математического разреза.

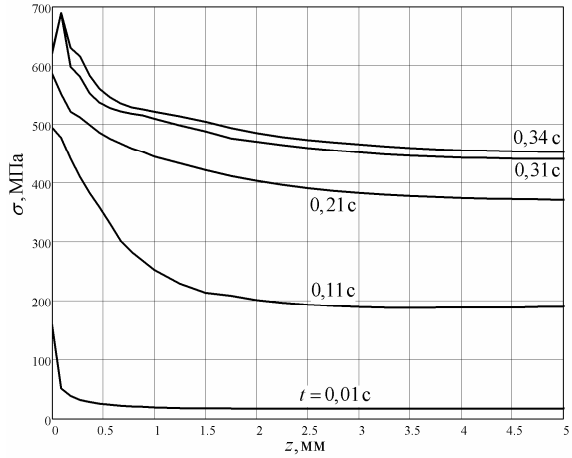


Рисунок 58 – *Эпюры эквивалентных напряжений по теории Мизеса в среднем сечении для различных моментов времени*

Таблица 4 – *Связь между J_p, J и углом раскрытия трещины* η

t, c	$\sigma_s, МПа$	$J_p \approx J, кН/м$	η, *рад.*
0,01	150	0	0
011	490	5	$1{,}62\cdot10^{-6}$
0,21	580	22	$6{,}04\cdot10^{-6}$
0,31	690	54	$12{,}46\cdot10^{-6}$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буханько, А. А. Адиабатическое распределение диссипации энергии в окрестности центра веера характеристик / А.А. Буханько, Е.П. Кочеров, В.А. Самойлов // Вестник СамГТУ. – 2009. – № 2(19). – С. 252-256.

2. Буханько, А.А. Деформационно-энергетический критерий разрушения жесткопластических тел / А.А. Буханько, А.Л. Григорьева, А.И. Хромов, Е.П. Кочеров // Известия РАН. МТТ. – 2009. – № 6. – С. 178-186.

3. Буханько, А.А. Растяжение полосы с V-образными вырезами и разрушение пластических тел / / А.А. Буханько, С.Л. Степанов, А.И. Хромов // Известия РАН. МТТ. – 2007. – № 3. – С. 177-186.

4. Быковцев, Г.И. Теория пластичности / Г.И. Быковцев, Д.Д. Ивлев. – Владивосток: Дальнаука, 1998. – 528 с.

5. Быковцев, Г.И. Об определении предельной нагрузки тел, вдавливаемых в пластическую среду / Г.И. Быковцев, Д.Д. Ивлев // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. – 1961. – № 1. – С. 173-174.

6. Годунов, С.К. Элементы механики сплошной среды / С.К. Годунов. – М.: Наука, 1978. – 304 с.

7. Друянов, Б.А. Теория технологической пластичности / Б.А. Друянов, Р.И. Непершин. – М.: Машиностроение, 1990. – 272 с.

8. Качанов, Л.М. Основы теории пластичности / Л.М. Качанов. – М.: Наука, 1969. – 420 с.

9. Козлова, О.В. Пластические константы разрушения : Учеб. пособие / О.В. Козлова, А.П. Наумкин, А.И. Хромов, С.А. Шамрай. – Комсомольск-на-Амуре: ГОУВПО «КнАГТУ», 2005. – 52 с.

10. Козлова, О.В. Константы разрушения для идеальных жесткопластических тел / О.В. Козлова, А.И. Хромов // Докл. РАН. – 2002. – Т. 385, № 3. – С. 342-345.

11. Кочеров, Е.П. Деформационные состояния и разрушение идеальных жесткопластических тел / Е.П. Кочеров, А.И. Хромов // Вестник СамГТУ. – 2006. – № 42. – С. 66-71.

12. Кочеров, Е.П. Численно-аналитические методы расчета деформаций и оценка прочности элементов конструкций в машиностроении / Е.П. Кочеров // Вестник Самарск. гос. аэрокосм. ун-та им. акад. С.П. Королева. – 2007. – № 1(12). – С. 182-186.

13. Martin, D.E. An energy criterion for low-cycle fatigue / D.E. Martin // J. Basic Eng., Trans. ASME. – 1961. – P. 565-571.

14. Махутов, Н.А. Конструкционная прочность, ресурс и техногенная безопасность: В 2 ч. / Н.А. Махутов. – Новосибирск: Наука, 2005. – Ч. 1: Критерии прочности и ресурса. – 494 с.

15. Махутов, Н.А. Конструкционная прочность, ресурс и техногенная безопасность: В 2 ч. / Н.А. Махутов. – Новосибирск: Наука, 2005. – Ч. 2: Обоснование ресурса и безопасности. – 610 с.

16. Партон, В.З. Механика упругопластического разрушения / В.З. Партон, Е.М. Морозов. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1985. – 504 с.

17. Писаренко, Г.С. Сопротивление жаропрочных материалов нестационарным силовым и температурным воздействиями / Г.С. Писаренко, Н.С. Можаровский, Е.А. Антипов. – Киев: Наук. думка, 1974. – 200 с.

18. Работнов, Ю.Н. Введение в механику разрушения / Ю.Н. Работнов. – М.: Книжный дом «ЛИБРИКОМ», 2009. – 80 с.

19. Соколовский, В.В. Теория пластичности / В.В. Соколовский. – М.: Высшая школа, 1969. – 608 с.

20. Томас, Т. Пластическое течение и разрушение в твердых телах / Т. Томас. – М.: Мир, 1964. – 308 с.

21. Херцберг, Р.В. Деформация и механика разрушения конструкционных материалов/ Р.В. Херцберг; пер. с англ.; под ред. М.Л. Бернштейна, С.П. Ефименко. – М.: Металлургия, 1989. – 576 с.

22. Хилл, Р. Математическая теория пластичности / Р Хилл. – М.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит, 1956. – 407 с.

23. Хромов, А.И. Пластические константы разрушения / А.И. Хромов, А.А. Буханько, О.В. Козлова, С.Л. Степанов // ПМТФ. – 2006. – Т. 47, № 2. – С. 147-155.

24. Хромов, А.И. Концентраторы деформаций / А.И. Хромов, А.А. Буханько, С.Л. Степанов // ДАН. – 2006. – Т 407, № 6. – С. 777-781.

25. Хромов, А.И. Деформация и разрушение жесткопластических тел / А.И. Хромов. – Владивосток: Дальнаука, 1996. – 181 с.

26. Хромов, А.И. Деформация и разрушение жесткопластической полосы при растяжении / А.И. Хромов // Изв. РАН. МТТ. – 2002. – № 1. – С. 136-142.

27. Хромов, А.И. Растяжение полосы с симметричными угловыми вырезами / А.И. Хромов, А.А. Буханько, О.В. Патлина, Е.П. Кочеров // Вестник СамГТУ. – 2008. – № 1(16). – С. 53–58.

28. Хромов, А.И. Математическое моделирование процесса деформирования материалов / А.И. Хромов, К.А. Жигалкин // Дальневосточный математический журнал. – 2002. – Ч. 3, № 1. – С. 93-101.

29. Хромов, А.И. Локализация пластических деформаций и разрушение идеальных жесткопластических тел / А.И. Хромов // Докл. РАН. – 1998. – Т. 362, №2. – С. 202–205.

30. Хромов, А.И. Разрушение жесткопластических тел. Константы разрушения / А.И. Хромов, О.В. Козлова. – Владивосток: Дальнаука, 2005. – 159 с.

31. Хромов, А.И. Деформационные состояния и условия разрушения жесткопластических тел / А.И. Хромов, Е.П. Кочеров, А.Л. Григорьева // ДАН. – 2007. – Т. 413, № 4. – С. 481-485.

32. Хромов, А.И. Поверхность нагружения, связанная с линиями уровня поверхности деформаций несжимаемого жесткопластического тела / А.И. Хромов, Е.П. Кочеров, А.Л. Григорьева // Вестник СамГТУ. – 2006. – Вып. 43. – С. 88-92.

33. Хромов, А.И. Расчет пластических концентраторов деформаций: учеб. пособие / А.И. Хромов, А.А. Буханько, А.Ю. Лошманов, Е.П. Кочеров. – Комсомольск-на-Амуре: ГОУВПО «КнАГТУ», 2007. – 99 с

34. Beardmore, P. Polymeric Materials / P. Beardmore, S. Rabinowitz // ASM, Metals Park. – Ohio, 1975. – P. 551.

35. Beardmore, P. Treatise on Materials Science and Technology / P. Beardmore, S. Rabinowitz . – New York: Academic Press. – V. 6, R.J. Arsenault, ed.. – 1975. – P. 267.

36. Feltner C.E. and Laird C. // Acta Met. – 1967. – 15. – P.1621.

37. Feltner C.E. and Laird C. // Trans., AIME. – 1968. – 242. – P. 1253.

38. Feltner, C.E., Microplastic strain hysteresis energy as a criterion for fatigue fracture / C.E. Feltner, J.D. Morrow. – Trans. ASMED, 1961. – 83, №1. – P. 15-22.

39. Geiringer, H. Fondements mathematiques de la theorie des corps plastiques isotropes. Memorial des sciences mathematiques / H. Geiringer. – Gauthier-Villars, Paris, 1937.

40. Hency, H. Uber einige statisch bestimmten Falle des Gleichgewichts in plastischen Korpern / H. Hency // ZAMM, 1923. – BD.3, h.4. – P.241-251.

41. Hickerson J.P. and Hertzberg R.W., Met. Trans. – 1972. – 3. – P. 179.

42. Landgraf, R.W. Achievement of High Fatigue Resistance in Metals and Alloys / R.W. Landgraf. – ASTM STP-467. – 1970. – P.3.

43. Landgraf, R.W., Morrow Jo Dean, and T. Endo // J. Mater., JMLSA. – 1969. – 4(1). – P. 176.

44. Lee, E.H. Plastic Flow in a V-Notched Bar Pulled in Tension / E.H. Lee // J. appl. Mech. – 1952. – V.19. – P.331-336.

45. Manson, S.S. Behavior of materials under condition of thermal stress. - In: Heat transfer Symp. Univ. of Michigan Eng. Res. Inst., 1953, p. 9-75.

46. Onat, E. The necking of a tension specimen in plane plastic flow / E. Onat, W. Prager // J. Appl. Phys. – 1954. – V. 25, N 4. – P.491-493.

47. Rabinowitz S., Beardmore P. // J. Mater. Sci.. – 1974. – 9. – P. 81.

48. Richmond, O. Plane strain necking of V-notched and un-notched tensile bars. / O. Richmond // J. Mech. Phys. Solids. – 1969. – V.17. – P. 83-90.

49. Saint Venant, B. Memoire sur l'etablissement des equations differentielles des mouvements interieurs operes dans les corps solides ductiles au dela des limites ou l'elasticite pourrait les ramener a leur premier etat / B. Saint Venant // C.R. Acad. Sci. (Paris). – 1870. – V.70.

50. Shih, C.F., Energy release rate along a three-dimensional crack front in a thermally stressed body / C.F. Shih, B. Moran, T. Nakamura // Int. J. of Fracture. – 1986. – V. 30, N 2. – P. 79-102.

51. Shield, R.T. On the plastic flow of metals under conditions of axial symmetry / R.T. Shield // Proc. Roy. Soc. – London: Ser. A. – 1955. – V. 233, N. 1193. – P. 267–287.

52. Smith, R.W., Hirschberg M.H., Manson S.S. // NASA TN D-1574, NASA April 1963.

53. Tavernelli J.F., Coffin L.F. Experimental support for generalized equation predicting low cycle fatigue. – J. Basic Eng. Trans. ASME, 1962, Dec., p. 533-541.

Раздел 2.2. Образовательный контент для аспирантуры по научной специальности 01.02.06 «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры»

1. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Наибольшее применение на практике получили механические методы определения остаточных напряжений, как наиболее надёжные и доступные [2]. В настоящей работе использовались два метода, подробно изложенные в работах [2,7 – 10]: метод колец и полосок и метод удаления части поверхности образца (детали). Ниже излагается методика проведения эксперимента по определению остаточных напряжений этими методами и приводятся конечные зависимости для расчёта остаточных напряжений.

1. МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И ПРОВЕДЕНИЯ ИСПЫТАНИЙ НА УСТАЛОСТЬ

2.1. Методика определения остаточных напряжений в гладких образцах и деталях

Остаточные напряжения гладких цилиндрических образцов и деталей определялись на образцах и деталях, используемых для испытаний на усталость. Если диаметр составлял 5-10 мм, то напряжения определялись методом удаления части поверхности [7]. При этом удалялись слои детали в пределах центрального угла α и измерялись его прогибы по схеме, изображённой на рис.2.1. Осевые $\sigma_z(a)$ и окружные $\sigma_\theta(a)$ остаточные напряжения вычислялись по формуле:

$$\sigma_z(a) - \mu\sigma_\theta(a) = E\frac{\pi R^2}{l^2 \sin\dfrac{\alpha}{2}} \cdot \frac{df(a)}{da}, \qquad (2.1)$$

где R – радиус детали, l – длина детали, $f(a)$ – прогиб среднего сечения детали.

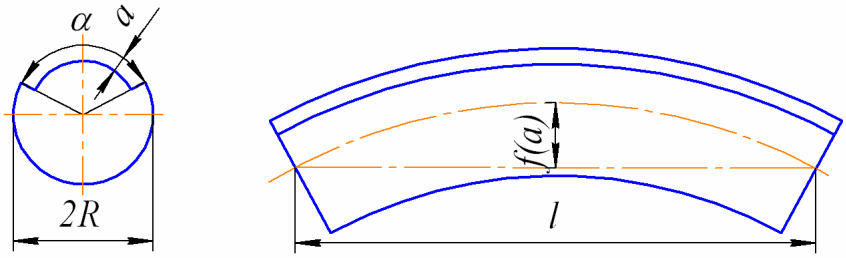


Рис.2.1. Схема измерения прогибов детали после удаления части цилиндрической поверхности

Для увеличения разрешающей способности применялась консольная схема измерения перемещений. Приведение измеренных прогибов $f_{изм}(a)$ к прогибам основного случая *f(a)* осуществлялось по следующей формуле

$$f(a) = \frac{f_{изм}(a)}{4\left[1 + \frac{2(L-l)}{l}\right]}, \qquad (2.2)$$

где L – расстояние от места крепления детали до сечения, в котором измеряются перемещения.

Удаление слоёв деталей и образцов из сталей и сплавов производилось методом анодного растворения.

Метод удаления части цилиндрической поверхности позволяет определить лишь комбинацию остаточных напряжений $\sigma_z(a) - \mu\sigma_\theta(a)$. Каждое из напряжений этим методом можно определить только при $\sigma_z = \sigma_\theta$, что имеет место в ряде практических случаев, например, после обработки дробью, микрошариками, ультразвукового упрочнения, химико-термической обработки.

Остаточные напряжения в гладких цилиндрических деталях и образцах диаметром D_1 = 10-50 мм определялись методом колец и полосок [2,8,10], для чего детали предварительно рассверливались и растачивались до толщины стенки 1,1-1,2 мм (D_1= 10мм), 1,4-1,6 (D_1 = 15мм), 2,3-2,5 (D_1 = 25мм), 2,5-2,7 (D_1 = 40мм), 2,8-3,0 (D_1 = 50 мм), где D_1 – наружный диаметр детали (образца). Дополнительные осевые $\sigma_{z\partial}$ и окружные $\sigma_{\theta\partial}$ остаточные напряжения за счёт расточки определялись по формулам работы [2]

$$\sigma_{z\partial} = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_{z\partial} + \mu\varepsilon_{\theta\partial}), \qquad (2.3)$$

$$\sigma_{\theta\partial} = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_{\theta\partial} + \mu\varepsilon_{z\partial}),$$

где $\varepsilon_{z\partial}$, $\varepsilon_{\theta\partial}$ – деформации цилиндра на внешней поверхности в осевом и окружном направлениях, соответственно, в результате расточки, измеренные тензорезисторами.

Из полученных втулок вырезались кольца и полоски (рис.2.2), производилось измерение прогиба полосок *f(0)* (рис.2.3), затем измерялось расхождение концов колец после разрезки $\Delta(0)$ (рис.2.4,а), по которому определялось изменение диаметра

$$\delta(0) = \frac{\Delta(0)}{\pi}. \qquad (2.4)$$

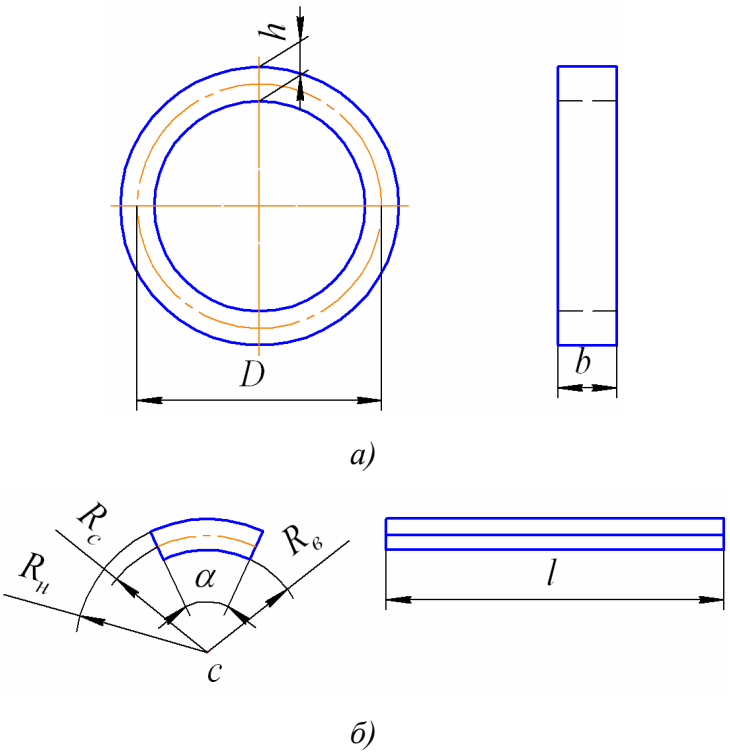


Рис.2.2 Кольцо (*а*) и полоска (*б*), вырезанные из втулки

Далее производилось удаление слоёв колец и измерение диаметра $\delta(a)$ (рис.2.4,б). При удалении слоёв полосок измерялись их прогибы *f(a)* по схеме рис. 2.1, которые отсчитывались, как и $\delta(a)$, от состояния до вырезки из втулки. Удаление слоёв полосок, колец и измерение возникающих при этом перемещений производилось с помощью специального приспособления.

Остаточные напряжения втулки определялись по формулам [8]

$$\sigma_\theta^в - \mu\sigma_z^в = 2\frac{E\delta(0)}{D^2}\left(\frac{h}{2}-a\right) - \frac{1}{3}\frac{E(h-a)^2}{D}\frac{d\delta(a)}{da} + \frac{4E(h-a)}{3D^2}\delta(a) - \frac{2E}{3D^2}\int_o^a \delta(\xi)d\xi \ , \qquad (2.5)$$

$$\sigma_z^в(a) - \mu\sigma_\theta^в(a) = \frac{8E}{l^2 R_н(2R_н \sin\frac{\alpha}{2} - R_c(\ ))}\left[f(a)\frac{dI(aI}{da} + I(a(\frac{df(a)}{da}\right], \qquad (2.6)$$

где D – средний диаметр кольца, h – толщина стенки кольца , a – расстояние от наружной поверхности втулки до слоя, в котором вычислялись остаточные напряжения, ξ – расстояние от наружной поверхности до текущего слоя,

$R_c = \frac{4\sin\frac{\alpha}{2}}{3\alpha}\frac{(R_н-a)^3 - R_в^3}{(R_н-a)^2 - R_в^2}$ – радиус центра тяжести поперечного сечения полоски,

$I(a) = \frac{\alpha+\sin\alpha}{8}\left[(R_н-a)^4 - R_в^4\right] - \frac{8\sin^2\frac{\alpha}{2}}{9\alpha}\frac{\left[(R_н-a)^3 - R_в^3\right]^2}{\left[(R_н-a)^2 - R_в^2\right]}$ – момент инерции поперечного сечения полоски относительно нейтральной оси.

При малом угле ɑ (рис. 2.2, б) формула (2.6) принимает вид [8]:

$$\sigma_z^в(a) - \mu\sigma_\Theta^в(a) = \frac{4E}{3l^2}\left[h\cdot f(0) - 4(h-a)\cdot f(a) + (h-a)^2\cdot\frac{df(a)}{da} + 2\int_a^a f(\xi)d\xi \right]. \qquad (2.7)$$

По формуле (2.7) представляется возможным также вычислять напряжения в пластинах.

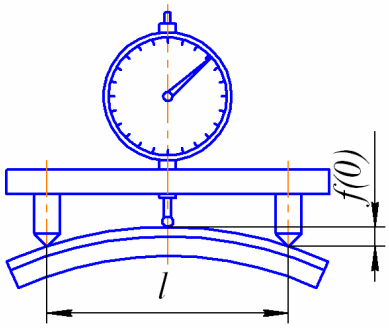


Рис.2.3 Схема измерения прогиба полоски $f(0)$ после вырезки

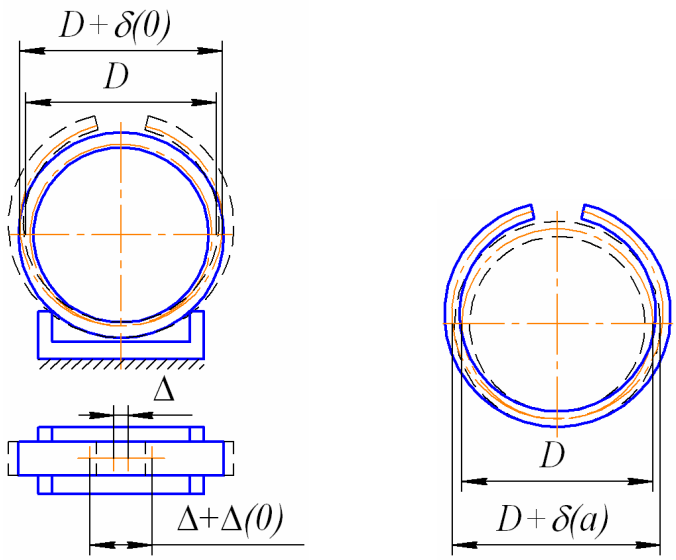


Рис.2.4 Схема измерения перемещений кольца: *а* – после разрезки, *б* – после разрезки и удаления слоя толщиной *a*

Окончательные формулы для определения осевых $\sigma_z(a)$ и $\sigma_\theta(a)$ окружных остаточных напряжений в гладких цилиндрических деталях имеют следующий вид:

$$\sigma_z(a)=\frac{1}{1-\mu^2}\left[\sigma^{в}_{zn}(a)+\mu\sigma^{в}_{\theta к}(a)\right]-\sigma_{z\partial},$$
$$\sigma^{в}_{\theta}(a)=\frac{1}{1-\mu^2}\left[\sigma^{в}_{\theta к}(a)+\mu\sigma^{в}_{zn}(a)\right]-\sigma_{\theta\partial}, \qquad (2.8)$$

где $\sigma^{в}_{zn}(a)=\sigma^{в}_{z}(a)-\mu\sigma^{в}_{\theta}(a)$, $\sigma^{в}_{\theta к}(a)=\sigma^{в}_{\theta}(a)-\mu\sigma^{в}_{z}(a)$ определяются по формулам (2.6), (2.7) и (2.5), а $\sigma_{z\partial}$, $\sigma_{\theta\partial}$ – по формулам (2.3).

Меридиональные остаточные напряжения σ_φ, (которые в наименьшем поперечном сечении цилиндрической (плоской) детали (рис.2.5 и 2.6) равны осевым $\sigma_z(\sigma_x)$), в деталях и образцах с V-образными надрезами вычислялись по формуле (2.9) в случае осесимметричной и по формуле (2.10) в случае плоской детали

$$\sigma_{\varphi} = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)\left(L-\frac{l}{2}\right)n} \cdot \frac{d}{da}\left[\frac{f(a)}{xp(a)}\right], \tag{2.9}$$

$$\sigma_{\varphi} = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)\left(L-\frac{l}{2}\right)n} \cdot \frac{d}{da}\left[\frac{f(a)}{xq(a)}\right], \tag{2.10}$$

где *xp(a), xq(a)* – коэффициенты жёсткости.

Измерение толщины удалённого слоя цилиндрических образцов с V-образными надрезами проводилось на инструментальном микроскопе УИМ 23 с точностью ± 2 мкм, гладких цилиндрических деталей с точностью ±5 мкм, а плоских образцов с V-образными надрезами, колец и полосок – с помощью приспособления, изображённого на рис 2.7. В этом случае в качестве измерительного прибора применялся микронный индикатор типа 1МИГ. Толщина удалённого слоя определялась по разности показаний приборов до и после травления в 10-15 точках, а для расчётов использовалось среднее значение.

Остаточные напряжения для достоверности определялись в каждом случае как среднее на 10-30 образцах. Эпюры напряжений имели хорошее совпадение. Суммарное измеряемое перемещение $f_{изм}$ составляло для различных деталей (образцов) и обработок от 0,15 до 2,50 мм при цене деления прибора 1,3-1,9 мкм/дел. Всё это гарантировало проведённые исследования от заметных ошибок.

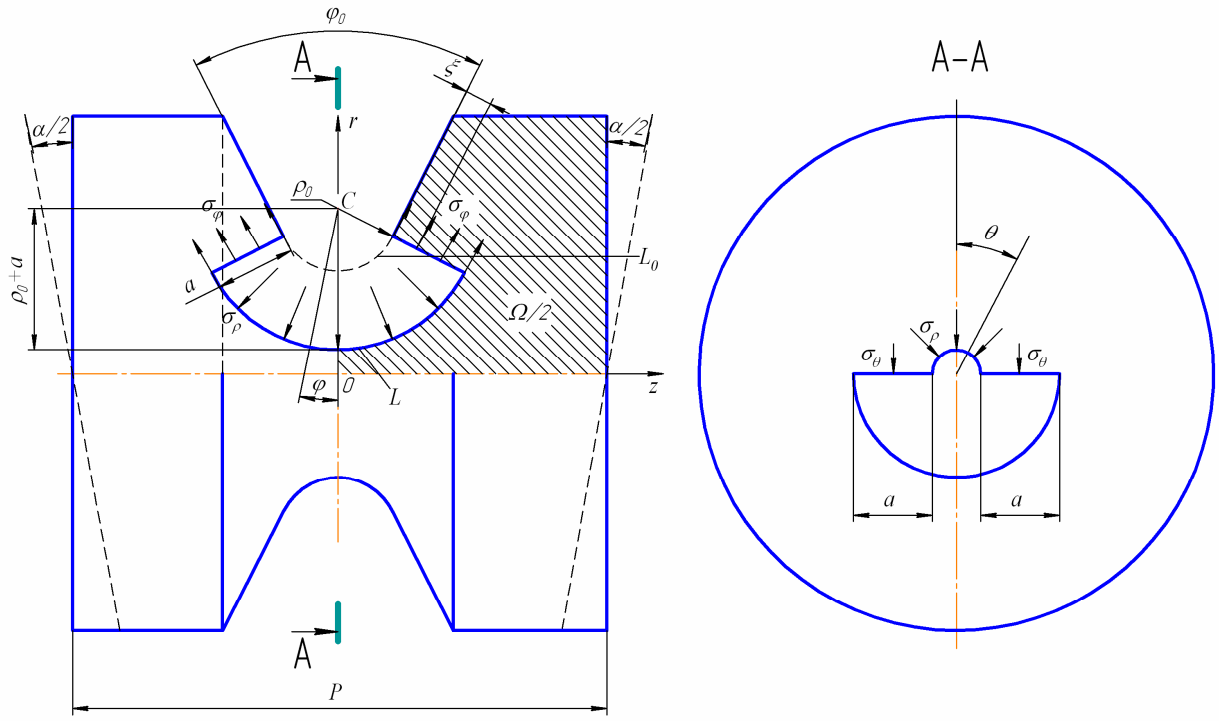


Рис. 2.5. Нагружение периодического элемента цилиндрической детали, эквивалентное удалению слоя материала толщиной *a*

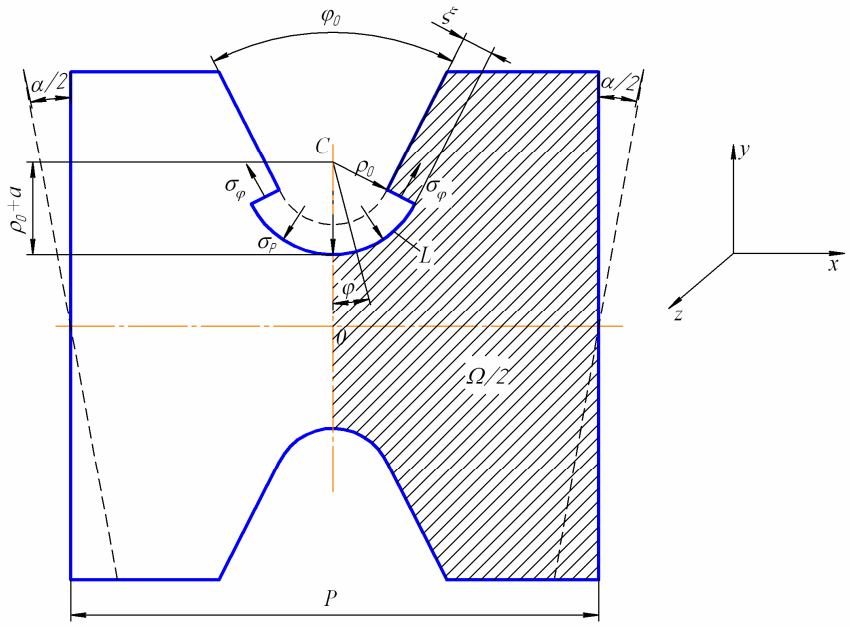


Рис. 2.6. Нагружение периодического элемента плоской детали, эквивалентное удалению слоя материала толщиной *a*

Для сравнения результатов определения остаточных напряжений различными методами на рис 2.8 приведены эпюры напряжений в усталостных образцах и втулках из отожжённой стали 45, подвергнутых после точения гидродробеструйной обработке в течение 8 минут дробью диаметром 2мм при давлении масла 0,2 МПа.

Размеры образцов:

– образец для испытаний на усталость:

R = 5мм, l = 50мм, L = 85мм, $\alpha = 180^\circ$;

– кольцо:

D = 48,25мм, h = 3,25мм, b = 10мм;

– полоска:

L = 50мм, L = 60мм, $R_н = 25{,}75$мм, $R_в = 22{,}5$мм, $\alpha = 25^\circ$.

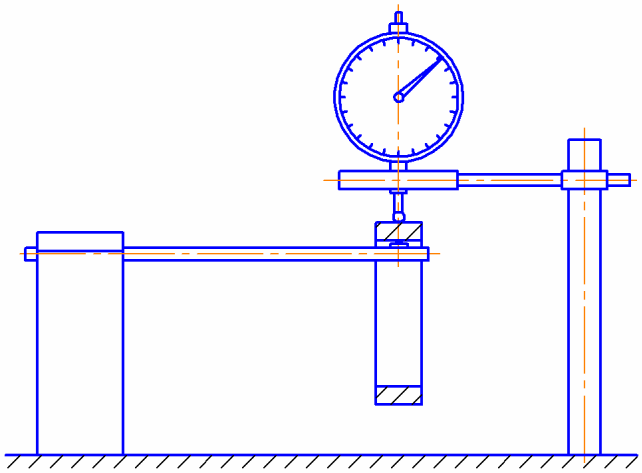


Рис. 2.7 Схема измерения толщины удалённого слоя

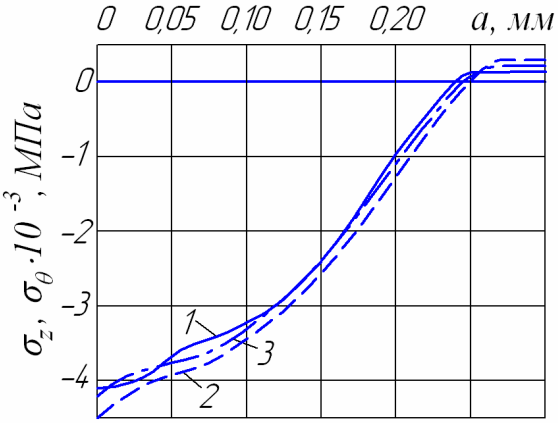


Рис. 2.8. Результаты определения остаточных напряжений двумя методами: *1* – методом удаления части цилиндрической поверхности; *2,3* – методом колец (3) и полосок (2)

Напряжениям, найденным методом удаления части цилиндрической поверхности в предположении $\sigma_z = \sigma_\theta$, соответствует кривая 1. Кривая 2 даёт σ_z , кривая 3 – σ_θ, найденные методом колец и полосок. Можно видеть, что предположение $\sigma_z = \sigma_\theta$ достаточно хорошо подтверждается, а напряжения, определённые двумя различными методами, практически совпадают. Теоретическое обоснование этого совпадения дано в работе [9]. Результаты измерения остаточных напряжений подвергались статистической обработке.

При определении дополнительных остаточных напряжений в наименьшем сечении деталей после нанесения полукруглого и полуэллиптического надрезов на упрочнённую поверхность использовалась зависимость (2.11), а при определении напряжений на поверхности надреза – формула (2.12) [12]

$$\sigma_{v\partial}(\xi) = \frac{1+c}{1-c\xi^2} \cdot \left[\lambda(\xi) + \sum_{k=0,2,\ldots}^{2m} A_k \mu_k(\xi) \right], \tag{2.11}$$

$$\sigma_{v\partial}(1) = \sqrt{\frac{t}{\rho_0}} \int_0^1 \left[\frac{4}{\pi\sqrt{1-\xi^2}} + 0{,}37 \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{(1+\sqrt{\frac{\rho_0}{t}})^2} \right] \sigma_z(\xi) d\xi \,, \tag{2.12}$$

$$\sigma_{\theta\partial}(1) = \mu\sigma_{v\partial}(1)$$

где – $c = \frac{a-b}{a+b}$; *a=t, b* – полуоси эллипса, $\rho_0 = \frac{b^2}{a}$ – радиус кривизны у дна надреза, $\xi = \frac{y}{t}$ – безразмерное расстояние от поверхности гладкой детали до текущего слоя, $\sigma_z(\xi)$ – остаточные напряжения гладкой детали.

Для полукруглого и прямоугольного надрезов применялась методика, основанная на использовании метода конечных элементов. Аналитическому решению отдавалось предпочтение при исследовании деталей бóльшего размера (D_1 >25мм), МКЭ – мéньшего (D_1 < 25мм). Исходными данными для расчёта дополнительных напряжений являлись остаточные напряжения гладкой детали, которые определялись изложенными выше методами. Суммируя дополнительные остаточные напряжения с напряжениями

гладкой детали, получали остаточные напряжения детали с надрезом, которые использовались в дальнейшем при оценке влияния остаточных напряжений на сопротивление усталости.

2.2.Методика проведения и оборудование для испытаний на усталость

Испытания деталей и образцов с концентраторами на усталость при изгибе, кручении и растяжении-сжатии проводились в соответствии с ГОСТ 25.502-79. В случае изгиба и кручения применялся симметричный цикл нагружения, растяжения-сжатия – как симметричный, так и асимметричный. База испытаний при нормальной температуре принималась равной $3\cdot10^6$ для сталей и сплавов на основе никеля и $10\cdot10^6$ циклов нагружения для алюминиевых сплавов. При повышенных температурах база испытаний увеличивалась до $20\cdot10^6$ циклов. Каждая партия содержала 15-20 образцов. Определение предела выносливости проводилось как по методике, предусмотренной ГОСТ 25.502-79, так и по методу ступенчатого изменения нагрузки (метод «вверх-вниз») [3, 50]. В последнем случае статистические оценки среднего значения и среднего квадратического отклонения вычислялись по формулам [50]:

$$\overline{P}_R = P_0 + d\left(\frac{\sum_{i=0}^{k} in_i}{N} \pm 0{,}5\right), \tag{2.13}$$

$$S_{P_R} = 1{,}62d\left[\frac{N\sum_{i=0}^{k} i^2 n_i - \left(\sum_{i=0}^{k} in_i\right)^2}{N^2} - 0{,}029\right], \tag{2.14}$$

где $P_0(\sigma_0, \tau_0)$ – минимальный уровень напряжений, d – величина приращения напряжения при переходе от одного уровня к другому, i – порядковый номер уровня напряжений, N – полное число менее частых исходов, n_i – число менее частых исходов на i–ом уровне нагрузки. Знак «+» в формуле (2.14) ставится в том случае, когда общее число разрушений больше числа неразрушений, знак «–», когда меньше.

Испытания образцов диаметром до 15 мм при чистом изгибе с вращением образца проводились при нормальной температуре на машинах МУИ–6000 и при повышенных температурах – на машинах МВП–10000. Образцы диаметром 25мм испытывались при поперечном изгибе в одной плоскости на универсальной испытательной машине малой мощности УММ–01, диаметром 40-50мм – на машине повышенной мощности УМП-02. Устройство и описание машин приведено в работе [55]. На машине УММ-01 проводились испытания на усталость при кручении и растяжении-сжатии, используя соответствующие наладки.

В связи с тем, что в исследовании проводились сравнительные испытания на усталость, то каждая серия образцов испытывалась на одной и той же машине. При этом достоверность экспериментальных данных, в основном, определялась точностью силоизмерения и тщательностью тарировки. Проводилась как статическая, так и динамическая тарировка на машинах УММ-01 и УМП-02 с каждым типом образцов. Динамическая тарировка проводилась с помощью тензорезисторов, наклеенных на рабочую часть образцов, во всем диапазоне рабочих нагрузок. Статическая тарировка, то есть тарировка упругого силоизмерительного элемента-динамометра, проводилась согласно инструкции по эксплуатации машин. Оба вида тарировки осуществлялись систематически и в полном объёме, что позволяло также и диагностировать техническое состояние испытательных комплексов.

При деформации упругого элемента, включённого последовательно с образцом, на основании результатов тарировки определялась нагрузка, воспринимаемая образцом. Для повышения точности измерения деформаций применялись усовершенствованная оптическая система, стробоскопическое освещение регистрирующей части измерительной системы и оптический микрометр МОВ-I-15$^{\otimes}$ в составе измерительного микроскопа.

Для исключения влияния окончательной механической обработки (точение, шлифование) на предел выносливости неупрочнённых образцов [57, 58] удалялся электрополированием до нанесения надреза наклёпанный слой толщиной 0,10-0,15мм. Исследования показали, что после удаления слоя такой толщины остаточные напряжения практически полностью снимаются. После образования надреза фасонным резцом также применялось электрополирование с целью удаления по контуру надреза слоя толщиной 40-50мкм, наклёпанного точением.

В связи с использованием электрополирования необходимо было установить его влияние на предел выносливости. С этой целью проводились испытания на усталость

гладких неупрочнённых образцов из стали 45 при изгибе и упрочнённых дробью образцов из стали 40 при кручении [13]. Результаты испытаний приведены в табл. 2.1. Чтобы не изменять напряжённое состояние поверхностного слоя, испытывались неупрочнённые и упрочнённые образцы, электрополированные на глубину 4-5мкм. Можно видеть, что пределы выносливости как при изгибе, так и при кручении совпали. Это указывает на отсутствие коррозионного повреждения, что находится в соответствии с данными, приведенными в работах [18,21].

Таблица 2.1

Результаты испытаний на усталость образцов
при изгибе и кручении

Материал	Серии образцов	σ_{-1}, *МПа*	τ_{-1}, *МПа*
сталь 45	гладкие, после точения и механического полирования	215	-
	гладкие, после точения и электрополирования на глубину 4-5 мкм	215	-
сталь 40	гладкие, после упрочения дробью	-	187
	гладкие, после упрочения дробью и электрополирования на глубину 4-5 мкм	-	187

При изготовлении деталей и образцов использовались прутки одной плавки для каждого материала. Повышенные требования к точности определения предела выносливости предопределили применение селекции по механическим свойствам заготовок образцов для испытаний на усталость. Для каждого прутка механические свойства на растяжение определялись на 3-5 образцах с размерами, соответствующими типу VII ГОСТ 1497-84, максимальное отклонение от номинальной величины прочностных характеристик для отобранных прутков не превышало $\pm 2\%$.

2. ТЕОРИЯ ВЛИЯНИЯ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА СОПРОТИВЛЕНИЕ УСТАЛОСТИ В УСЛОВИЯХ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ

Одним из важных вопросов механики остаточных напряжений является установление связи между остаточными напряжениями и сопротивлением деталей усталости. Особую значимость эта задача приобрела в связи с широким применением на практике различных методов поверхностного упрочнения, приводящих к существенному увеличению характеристик сопротивления усталости, особенно в условиях концентрации напряжений. Наиболее актуально выявление зависимости сопротивления усталости от остаточных напряжений для деталей с концентраторами, так как разрушение этих деталей происходит, как правило, в местах нарушения призматической формы.

Следует рассматривать два критерия учёта влияния остаточных напряжений на предел выносливости. Первым критерием, использованным в работах [11, 13, 16, 28, 30, 46, 47, 53] являются остаточные напряжения на поверхности концентратора. Зависимость в этом случае имеет следующий вид:

$$p_R = p_R^0 - \psi_p (\sigma_{ост}^{экв})^{пов}, \qquad (3.1)$$

где $p_R(\sigma_R, \tau_R)$ – предел выносливости упрочнённой детали, $p_R^0(\sigma_R^0, \tau_R^0)$ – предел выносливости неупрочнённой детали, ψ_P – коэффициент влияния остаточных напряжений на предел выносливости, $(\sigma_{ост}^{экв})^{пов}$ – эквивалентное остаточное напряжение на поверхности детали.

Чаще всего в расчётах используется теория наибольших касательных напряжений. Учитывая, что после поверхностного упрочнения на поверхности детали $\sigma_1 = \sigma_r^{пов} = 0$, а $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_z^{пов} = \sigma_\theta$ (обработка дробью, ультразвуковое упрочнение, химико-термическая обработка (ХТО)) или $\sigma_2 = \sigma_\theta$, $\sigma_3 = \sigma_z$ (обкатка роликом, шариком, алмазное выглаживание), то в этом случае $(\sigma_{ост}^{экв})^{пов} = \sigma_z^{пов}$. Тогда формула (3.1) с учётом этих зависимостей будет иметь вид

$$p_R = p_R^0 - \psi_p \sigma_z^{пов}. \qquad (3.2)$$

Обычно (3.2) записывают для приращения Δp_R предела выносливости

$$\Delta p_R = \psi_p \, | \sigma_z^{пов} | . \qquad (3.3)$$

Первый критерий $\sigma_z^{пов}$, учитывающий остаточные напряжения на поверхности, может быть применён для расчёта предела выносливости по трещинообразованию. Однако, как следует из литературного обзора и наших исследований, при рассмотрении предела выносливости по разрушению формула (3.3) оказывается несостоятельной, что можно было предвидеть в связи с наличием нераспространяющихся трещин. Заметим, что практическое значение, в основном, имеет предел выносливости по разрушению.

На практике при обработке деталей механическими способами, в том числе поверхностным пластическим деформированием (ППД), наблюдается подповерхностный максимум сжимающих остаточных напряжений, то есть к поверхности напряжения уменьшаются. Этот спад часто является весьма существенным, иногда остаточные напряжения снижаются к поверхности до нуля и даже становятся растягивающими [60]. Однако увеличение предела выносливости по разрушению наблюдается и в этих случаях. Какие же остаточные напряжения принимать в расчёт при вычислении приращения предела выносливости в таких случаях? Логично учитывать не только напряжения на поверхности концентратора, но и напряжения в приповерхностных слоях. О влиянии характера распределения остаточных напряжений по толщине поверхностного слоя на предел выносливости указывается в работах [44, 49, 51, 59, 62]. Так, например, авторы исследования [52] определяли остаточные напряжения и сопротивление усталости азотированных и упрочнённых роликом стальных цилиндрических образцов. При нагреве и выдержке этих образцов при температурах 150 и 200°С наблюдалось уменьшение сжимающих остаточных напряжений на поверхности и увеличение на некотором расстоянии от неё при одновременном повышении предела выносливости.

Всё вышеизложенное говорит о том, что критерий оценки влияния остаточных напряжений на предел выносливости деталей с концентраторами должен базироваться на учёте остаточных напряжений по толщине поверхностного слоя. Прежде всего необходимо установить толщину слоя с сжимающими остаточными напряжениями, ответственную за приращение предела выносливости.

При достаточно больших переменных напряжениях, близких к пределу выносливости, в упрочнённой детали с концентратором всегда возникают нераспространяющиеся

усталостные трещины [1, 4, 15, 16, 17, 20, 22-28, 30-32, 42, 45-48, 53]. На рис. 3.1 в качестве примера приведена фотография излома упрочнённого дробью образца из сплава В93 диаметром 10мм с надрезом ρ_0 = 0,3мм, прошедшего базу испытаний $10 \cdot 10^6$ циклов нагружения и разрушенного затем при статическом растяжении. На фотографии чётко видна нераспространяющаяся трещина усталости *2* глубиной 0,20мм. На рис. 3.2, а для этих же образцов из сплава В93 по результатам нашей работы [33] построен график изменения дополнительных остаточных напряжений $\sigma_{zo}^{пов}$ на дне трещины, возникающих в результате перераспределения остаточных усилий упрочнённых дробью образцов. Радиус трещины ρ считался постоянным, глубина трещины $t >> \rho$, $B = \sqrt{\frac{1}{\rho}}$. Видно, что по мере развития трещины остаточные напряжения на её дне растут и, достигнув наибольшей величины, останавливают трещину. В связи с этой особенностью сопротивления усталости логично взять за искомый критерий остаточные напряжения на дне трещины, в качестве которых следует рассматривать дополнительные остаточные напряжения, возникающие за счёт перераспределения остаточных усилий детали в результате образования трещины[34, 39, 40]. Исходные остаточные напряжения детали на дне трещины можно не учитывать в силу их малости.

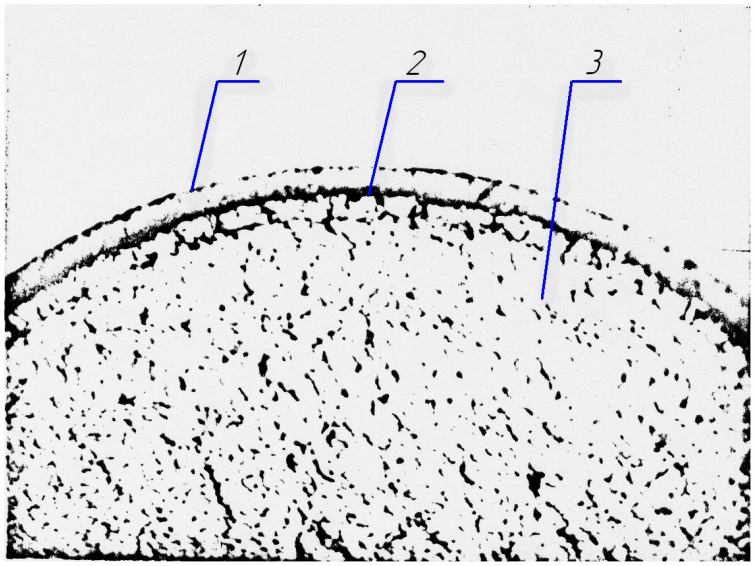
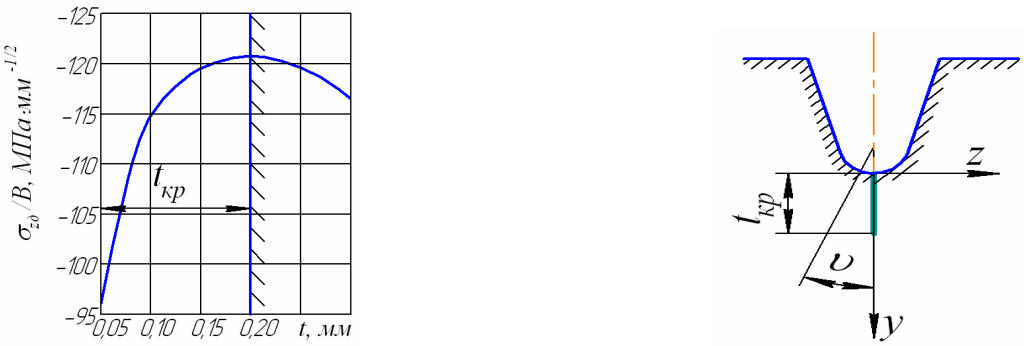


Рис. 3.1. Фрагмент излома упрочнённого дробью образца диаметром 10мм с ρ_0 = 0,3мм из сплава В93: *1* – надрез, *2* – нераспространяющаяся трещина, *3* – зона статического долома Х 21



а) *б)*

Рис. 3.2 Дополнительные остаточные напряжения на дне трещины в зависимости от её глубины, упрочнённых дробью образцов из сплава В93 диаметром 10мм с надрезом ρ_0 = 0,3мм (*а)* и нераспространяющаяся трещина усталости в детали с концентратором напряжений *(б)*

Для определения предлагаемого критерия применим (2.11) – формулу определения дополнительных остаточных напряжений после нанесения надреза полуэллиптического профиля на упрочнённую деталь. Если в (2.11) пренебречь уточняющими членами $\sum_{k=0,2}^{2m} A_k \mu_k(\xi)$, которые, как показали расчёты, составляют при $\xi \approx 1$ не более 5 – 10% от основной части $\lambda(\xi)$, то формула для определения дополнительных остаточных напряжений на дне надреза будет иметь вид

$$\sigma_{z\partial}(1) = \frac{2(1+c)}{1-c}\overline{\sigma}_{ост}, \tag{3.4}$$

где

$$\overline{\sigma}_{ост} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_z(\upsilon)d\upsilon - \tag{3.5}$$

– среднеинтегральное осевое остаточное напряжение по толщине слоя, равной глубине концентратора a.

В формуле (3.4) исходные остаточные напряжения участвуют только в $\overline{\sigma}_{ост}$, что даёт основание взять это напряжение в качестве критерия, который имеет чётко

выраженный физический смысл – остаточное напряжение на дне трещины с точностью до постоянного коэффициента, зависящего от радиуса у дна трещины и её глубины. Предел выносливости упрочнённой детали при использовании критерия $\overline{\sigma}_{ост}$ предлагается определять по формуле

$$p_R = p_R^0 - \overline{\psi}_p \overline{\sigma}_{ост}, \tag{3.6}$$

где $\overline{\psi}_p$ – коэффициент влияния остаточных напряжений на предел выносливости по разрушению. Напряжение $\overline{\sigma}_{ост}$ можно вычислять по формуле (3.5) или, произведя в (3.5) замену переменной, – по более удобной для расчётов зависимости

$$\overline{\sigma}_{ост} = \frac{2}{\pi}\int_0^1 \frac{\sigma_z(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}}\,d\xi, \tag{3.7}$$

где $\sigma_z(\xi), (\sigma_z(\upsilon))$ – осевые остаточные напряжения в наименьшем сечении детали с концентратором; $\xi = \dfrac{y}{t_{кр}}$ – расстояние от дна надреза (рис.3.2) до текущего слоя, выраженное в долях $t_{кр}$. Через $t_{кр}$ обозначена максимально возможная глубина нераспространяющейся усталостной трещины, возникающей при работе детали на пределе выносливости.

Формула для вычисления приращения предела выносливости упрочнённой детали с использованием критерия $\overline{\sigma}_{ост}$ будет иметь вид

$$\Delta p_R = \overline{\psi}_p \mid \overline{\sigma}_{ост} \mid. \tag{3.8}$$

Возможность использования предлагаемой теории влияния остаточных напряжений на предел выносливости в условиях концентрации напряжений подтверждается приведёнными в исследовании результатами экспериментов.

3. ВЛИЯНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ НА ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И ПРЕДЕЛ ВЫНОСЛИВОСТИ

Рассматривалось влияние остаточных напряжений, вызванных различными способами поверхностного упрочения, совместное и раздельное влияние остаточных напряжений и наклёпа, а также коротких зон упрочнения на предел выносливости деталей и образцов с концентраторами напряжений.

С целью определения критической глубины $t_{кр}$ нераспространяющейся трещины все образцы, выстоявшие базу испытаний, были доведены до разрушения при статистическом растяжении или при переменных напряжениях, существенно больших предела выносливости. Для контрастности трещин часть образцов обрабатывалась красителями на основе родалина или судана [29]. При обнаружении трещин без разрушения образцов применялся магнитопорошковый метод дефектоскопии [6].

Во всех упрочнённых образцах наблюдались нераспространяющиеся трещины, глубина которых замерялась на инструментальном микроскопе УИМ - 23 с точностью ± 2 мкм. В образцах без остаточных напряжений такие трещины отсутствовали. Нераспространяющиеся трещины были и на изломах разрушившихся до базы испытаний упрочнённых образцов (рис.4.1), причём размер этих трещин соответствует $t_{кр}$ образцов, прошедших базу испытаний без разрушения

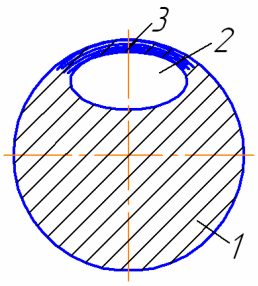


Рис.4.1. Усталостный излом упрочнённого образца:
1 – зона развития магистральной трещины, *2* – зона долома,
3 – нераспространяющаяся трещина усталости

Для образцов, испытанных при напряжениях, меньших предела выносливости, глубина нераспространяющейся трещины тем меньше, чем меньше напряжение от внешних сил. На рис.4.2 представлен график изменения глубины нераспространяющейся трещины $t_{кр}$ в зависимости от действующего номинального

напряжения σ при изгибе для сплошных образцов из стали 45 диаметром 15мм с надрезом $\rho_0 = 0{,}3$ мм, подвергнутых гидродробеструйной обработке.

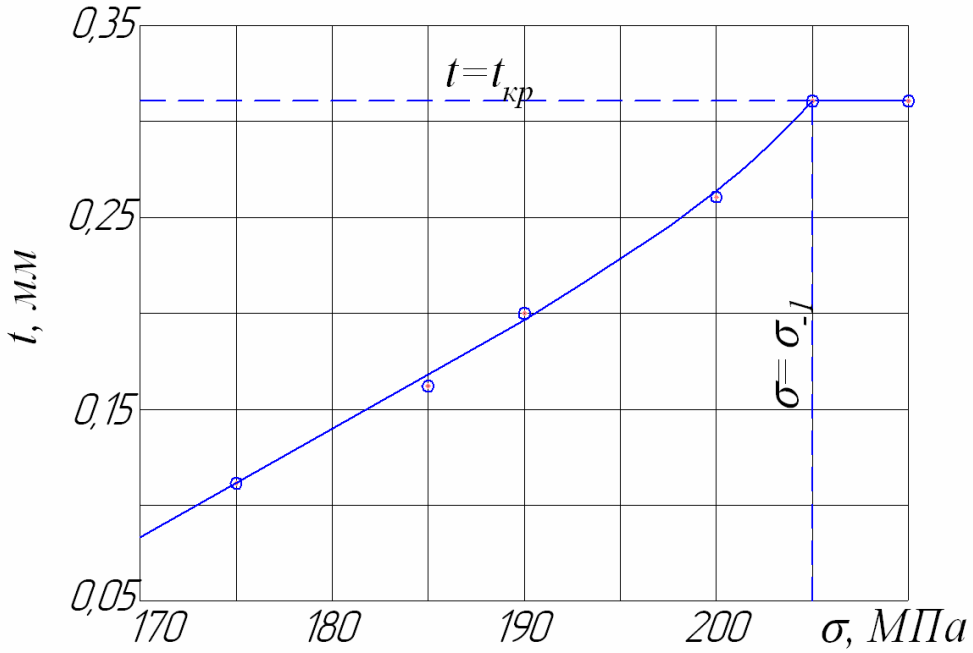


Рис.4.2. Зависимость глубины *t* нераспространяющейся трещины усталости от действующего напряжения σ

Подобные зависимости наблюдались и в других случаях. Из данных рис.4.2 следует, что при напряжении, равном пределу выносливости, трещина достигает значения $t_{кр}$ и при дальнейшем увеличении рабочего напряжения своих размеров не изменяет.

4.1. Методы поверхностного упрочнения, материал, последовательность образования концентратора

Для создания остаточных напряжений применялись следующие методы поверхностного упрочнения: гидродробеструйная обработка (ГДО), пневмодробеструйная обработка (ПДО), обкатка роликом (ОР), алмазное выглаживание (АВ), обработка микрошариками (ОМ), ультразвуковое упрочнение (УЗУ), азотирование (А). Концентраторы на исследуемые детали и образцы наносились как до, так и после упрочнения.

Рассмотрим вначале случай создания сжимающих остаточных напряжений в опасном сечении детали за счёт перераспределения остаточных усилий после нанесения надреза на гладкую упрочнённую деталь. Точением и затем шлифованием были изготовлены образцы диаметром 10мм из сталей 30ХГСА, 12Х18Н10Т, ЭИ961, 45, сплавов ЭИ437Б, В93 и диаметром 7,5мм из стали ЭИ961. Механические характеристики материалов после нормализации (30ХГСА, сталь 45) и стандартной термообработки (12Х18Н10Т, ЭИ961, ЭИ437Б, В93) приведены в таблице 4.1.

Одна половина образцов после изготовления подвергалась электрополированию, другая половина – поверхностному упрочнению на режимах (табл. 4.2), характерных для практики авиационных предприятий. В качестве смазывающеохлаждающей жидкости (СОЖ) при обкатке роликом и алмазном выглаживании использовалось масло И20А.

Таблица 4.1

Механические характеристики материалов

Материал	Механические характеристики				
	$\sigma_в, МПа$	$\sigma_{0,2}, МПа$	$\delta,\%$	$\psi,\%$	$S_к, МПа$
30ХГСА	788	536	18,9	65,9	1484
12Х18Н10Т	646	281	50,8	65,6	1444
ЭИ961	1090	992	11,3	67,4	2047
сталь 45	757	411	17,4	39,6	1097
ЭИ437Б	972	728	13,4	15,2	1100
В93	334	219	16,3	20,8	358

Таблица 4.2

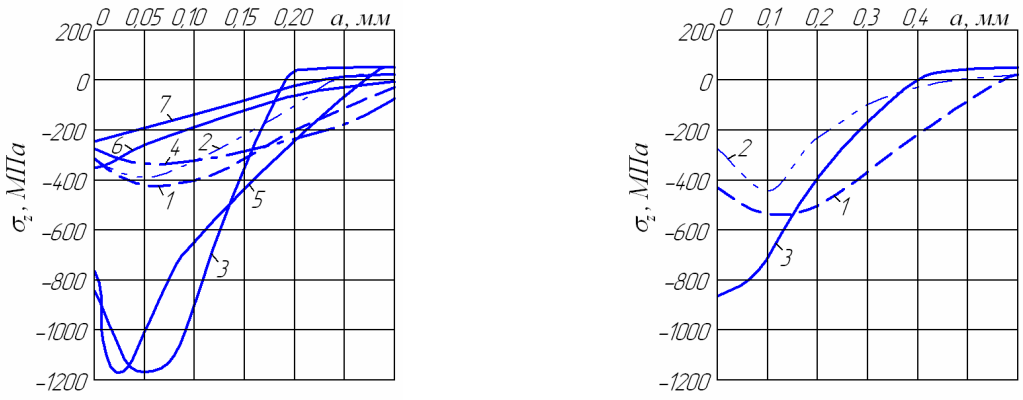
Режимы упрочняющих обработок

Обработка	Материал	Давление масла *p,МПа*	Диаметр шариков, *d, мм*	Время обработки *t, мин*	Усилие накатывания *P* (выглаживания) , *кН*	Число оборотов образца *n, об/мин*	Подача *S, мм/об*	Диаметр ролика *D, мм*	Профильный радиус ролика $R_{пр}$, *мм*
ГДО	ЭИ961, ЭИ437Б, 30ХГСА, 12Х18Н10Т , сталь 45	0,28	2	8	-	-	-	-	-
	В93	0,19	2	8	-	-	-	-	-
ОР	30ХГСА 12Х18Н10Т	-	-	-	0,5 1,0	400	0,1 1	60	1,6
АВ	ЭИ961	-	-	-	0,1	160	0,0 5	-	2,0

Эпюры осевых остаточных напряжений в гладких образцах после гидродробеструйной обработки приведены на рис.4.3,*а*, а после обкатки роликом и алмазного выглаживания - на рис.4.3,*б*. Определялись и окружные остаточные напряжения σ_θ, но в настоящей работе они не приведены, так как в критерии оценки предела выносливости эти напряжения не входят. Однако следует отметить, что после гидродробеструйной обработки выполняется условие $\sigma_\theta = \sigma_z$, а после обкатки роликом и алмазного выглаживания σ_θ меньше σ_z в 1,8-2,2 раза.

Из данных рис.4.3 видно, что остаточные напряжения после упрочнения дробью в образцах из ЭИ961 и ЭИ437Б превышают -1100 МПа, имея подповерхностный максимум. Наибольший спад напряжений к поверхности наблюдается у образцов из сплава ЭИ437Б как имеющих наименьшую температуропроводность [36]. Толщина

слоя с сжимающими остаточными напряжениями после обкатки роликом примерно в два раза больше по сравнению с обработкой на гидродробеструйной установке. Эпюры остаточных напряжений гладких образцов (рис.4.3) использовались для вычисления дополнительных напряжений, возникающих в области надреза после его нанесения на упрочнённую поверхность.

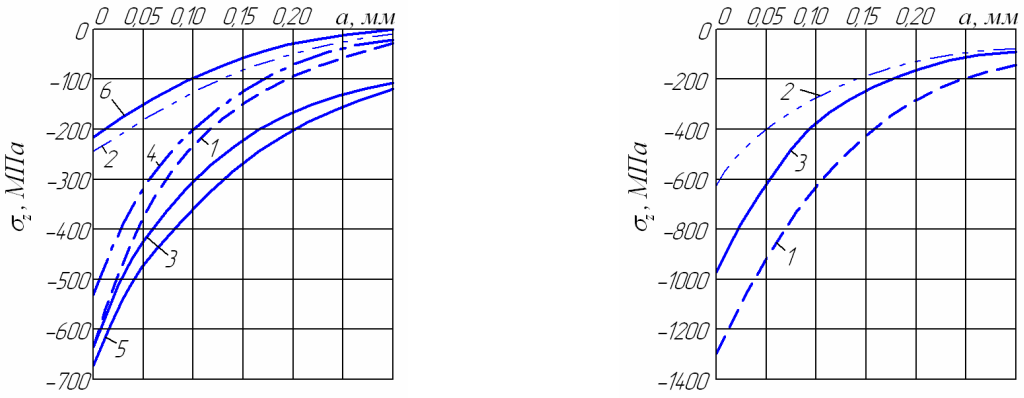


а) *б)*

Рис. 4.3. Остаточные напряжения в гладких образцах после гидродробеструйной обработки (*а*), обкатки роликом (*б* – 1,2), алмазного выглаживания (*б* – 3): 1 – 30ХГСА, 2 – 12Х18Н10Т, 3 – ЭИ961, 4 – сталь 45, 5 – ЭИ437Б, 6 – В93

На гладкие неупрочнённые и упрочнённые образцы безнаклёпным способом с использованием электрополирования наносились надрезы полукруглого профиля ρ_0 = 0,3мм. По методике раздела 2.1 проводились расчёты дополнительных остаточных напряжений, просуммировав которые с исходными напряжениями, получали остаточные напряжения в образце с надрезом. Эпюры остаточных напряжений в наименьшем сечении образцов приведены на рис.4.4. Можно видеть, что сжимающие остаточные напряжения, имея максимум на поверхности надреза, быстро уменьшаются по толщине поверхностного слоя. Следует обратить внимание на тот факт, что величину напряжений в детали с надрезом определяет не только наибольшая величина остаточных напряжений гладкой детали, но и характер их распределения. Так, например, в гладких образцах из сплава ЭИ437Б (рис.4.3,*а*, эпюра 5) максимальные остаточные напряжения выше, чем в образцах из стали 30ХГСА (рис.4.3,*б*, эпюра 1). Однако в надрезанных образцах из 30ХГСА максимальные напряжения в два раза выше в силу более полного распределения исходных остаточных напряжений. Это

обстоятельство хорошо подтверждает установленные ранее закономерности концентрации остаточных напряжений [37].



а) *б)*

Рис. 4.4. Остаточные напряжения в образцах с надрезом ρ_0 =0,3мм после гидродробеструйной обработки (*а*), обкатки роликом (*б* – 1,2); алмазного выглаживания (*б* – 3): 1 – 30ХГСА, 2 – 12Х18Н10Т, 3 – ЭИ961, 4 – сталь 45, 5 –ЭИ437Б, 6 – В93

Значения пределов выносливости при изгибе в случае симметричного цикла, остаточных напряжений $\sigma_z^{пов}$ на поверхности концентратора, глубин нераспространяющихся трещин усталости $t_{кр}$, среднеинтегральных остаточных напряжений $\overline{\sigma}_{ост}$, коэффициентов ψ_σ и $\overline{\psi}_\sigma$ приведены в таблице 4.3 .

Таблица 4.3

Результаты испытаний на усталость и определения остаточных напряжений

Материал	Неупрочнённые образцы σ_{-1}, *МПа*	Упрочнённые образцы						
		упрочняющая обработка	σ_{-1}, *МПа*	$\sigma_z^{пов}$, *МПа*	ψ_σ	$t_{кр}$, *мм*	$\overline{\sigma}_{ост}$, *МПа*	$\overline{\psi}_\sigma$
30ХГСА	180	ГДО ОР	270 400	-620 -1320	0,145 0,167	0,204 0,202	-233 -576	0,386 0,382
12Х18Н10Т	75	ГДО ОР	220 280	-268 -640	0,168 0,164	0,207 0,198	-126 -273	0,356 0,384
ЭИ961	230	ГДО АВ*	330 380	-616 -1010	0,163 0,150	0,200 0,160	-302 -422	0,331 0,356
сталь 45	155	ГДО	225	-590	0,119	0,197	-204	0,343
ЭИ437Б	215	ГДО	325	-694	0,159	0,200	-325	0,338
В93	67,5	ГДО	100	-213	0,153	0,203	-96	0,339

*Образцы, упрочнённые алмазным выглаживанием, имели в гладкой части диаметр 7,5мм

На изломах образцов из сталей 30ХГСА и 45 хорошо просматривались нераспространяющиеся трещины усталости, которые являлись практически концентричными.

Из приведённых в табл. 4.3 данных следует, что для различных материалов и методов поверхностного упрочнения коэффициент $\overline{\psi_\sigma}$, учитывающий характер распределения остаточных напряжений в наименьшем сечении детали, изменяется в меньших пределах, чем ψ_σ, и равен в среднем 0,358. Обращает также на себя внимание небольшое различие глубин нераспространяющихся трещин для образцов диаметром 10мм, изготовленных из материалов, существенно отличающихся физико-механическими свойствами и упрочнённых различными методами ППД.

Далее были рассмотрены остаточные напряжения и их влияние на предел выносливости образцов с концентраторами, изготовленными до упрочняющей обработки. На образцы диаметром D_1 = 15мм из сталей 45, 30ХГСА, ВНС40 наносились V-образные надрезы глубиной t = 3,75мм и ρ_0 = 0,5мм (рис.4.5) по ГОСТ 25.502-79 и на образцы диаметром D_1 = 10мм из сталей 38Х2МЮА – V-образные надрезы глубиной t = 2.5мм двух радиусов ρ_0 = 0,5мм и ρ_0 = 2,5мм (рис.4.6). Механические характеристики материалов приведены в табл. 4.4.

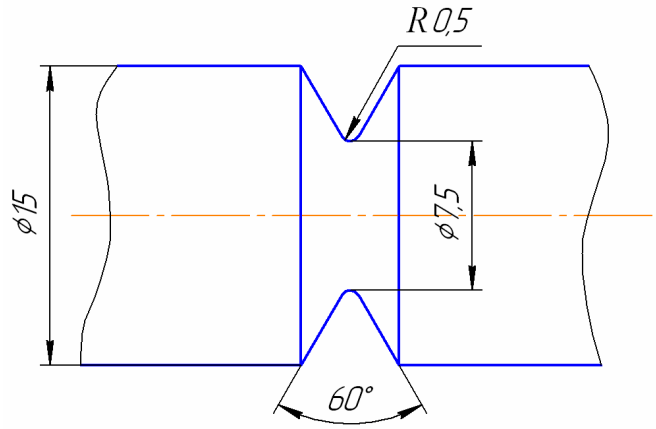
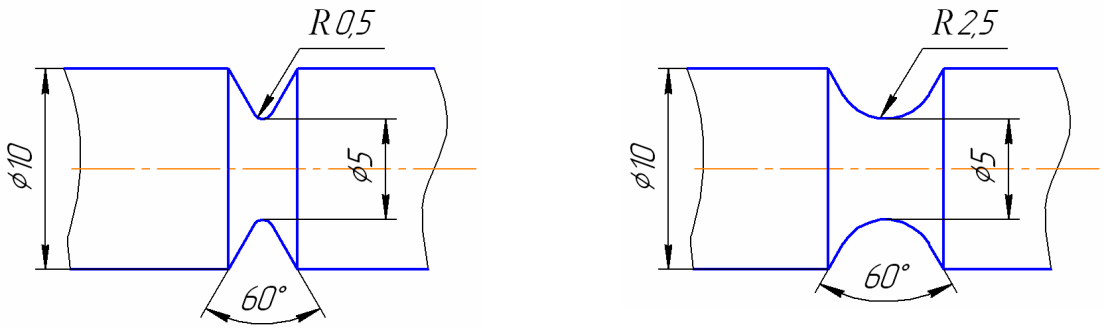


Рис. 4.5. Рабочая часть образцов из сталей 30ХГСА, ВНС40 и 45



а) *б)*

Рис. 4.6. Рабочая часть образцов из стали 38Х2МЮА

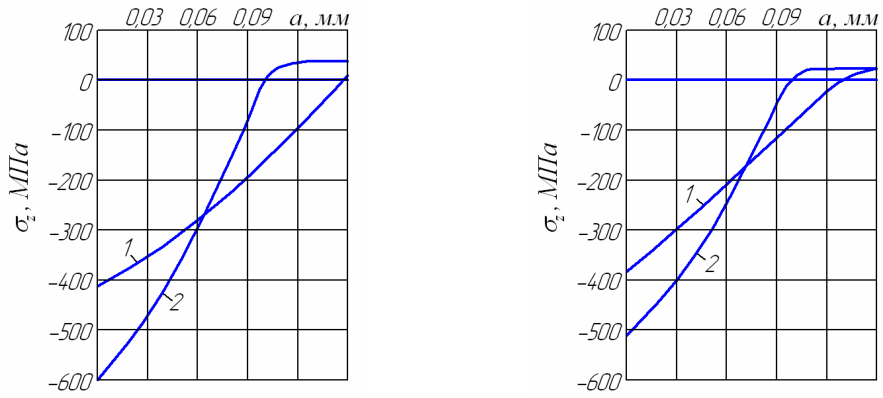
Таблица 4.4

Механические характеристики материалов

Материал	Механические характеристики				
	$\sigma_в, МПа$	$\sigma_{0,2}, МПа$	$\delta,\%$	$\psi,\%$	$S_к, МПа$
30ХГСА	788	536	18,9	65,9	1484
ВНС40	1070	980	18,0	70,0	2080
сталь 45	710	422	19,7	41,4	1079
38Х2МЮА	1000	810	16,2	58,3	1790

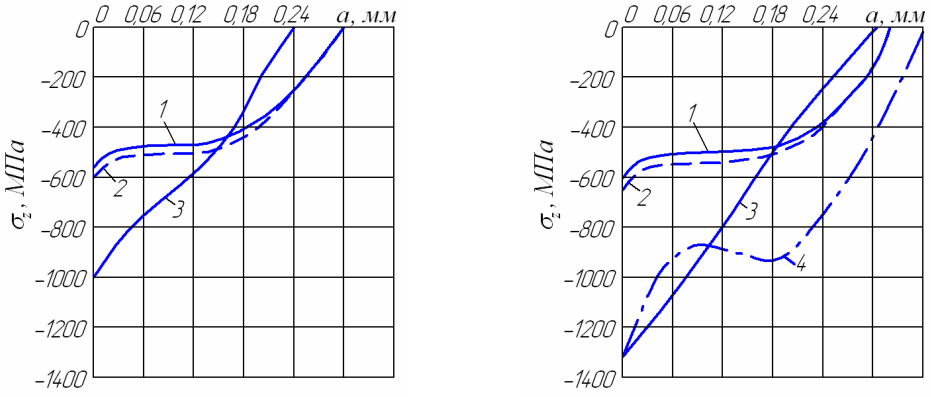
Образцы из сталей 30ХГСА и 45 подвергались обработке микрошариками (ОМ) диаметром 0,10 – 0,15мм в течение трёх минут на дробемётной установке, ВНС40 и 38Х2МЮА – азотированию при температуре $550^\circ C$ в среде аммиака. Для получения азотированного слоя различной толщины часть образцов из стали 38Х2МЮА подвергалоась азотированию в течение 6 часов (А1), другая – 8 часов (А2), образцы из ВНС40 азотировались в течение 8 часов (А2), охлаждение с печью.

Распределение остаточных напряжений в образцах из сталей 30ХГСА и 45 после упрочнения микрошариками приведено на рис.4.7, в образцах из сталей ВНС40 и 38Х2МЮА после азотирования – на рис.4.8. Здесь же для сравнения представлены остаточные напряжения в гладких образцах. Видно, что в образцах с концентраторами остаточные напряжения выше, причём при уменьшении радиуса надреза до 0,5мм (рис.4.8,*б*) и неизменной толщине деформированного слоя наблюдается существенный рост напряжений на поверхности образца и уменьшается толщина слоя с сжимающими остаточными напряжениями.



а) *б)*

Рис.4.7. Остаточные напряжения в гладких образцах (1) и образцах с надрезом (2) ρ_0 = 0,5мм после обработки микрошариками: *а* – 30ХГСА, *б* – сталь 45



а) *б)*

Рис. 4.8. Остаточные напряжения в гладких образцах (*1*), образцах с надрезами ρ_0 = 2,5мм и ρ_0 = 0,5мм (3,4) из сталей 38Х2МЮА (*1,2,3*) и ВНС40 (*4*) после азотирования: *а* – выдержка 6 час (А1), *б* – выдержка 8 час (А2)

В табл. 4.5 приведены результаты испытаний на усталость при изгибе, остаточные напряжения $\sigma_z^{пов}$ на поверхности концентратора, среднеинтегральные остаточные напряжения $\overline{\sigma}_{ост}$, а также результаты измерения критической глубины трещины $t_{кр}$. На изломе азотированного образца из стали ВНС40 также наблюдалась нераспространяющаяся трещина усталости (рис. 4.9), критическая глубина которой составляла 0,160 МПа. Из данных табл. 4.5 следует, что и при непосредственном упрочнении концентраторов микрошариками и азотированием коэффициент $\overline{\psi}_\sigma$

изменяется в значительно меньших пределах, чем ψ_σ, и равен в среднем 0,359. Коэффициент ψ_σ, учитывающий влияние остаточных напряжений на поверхности концентратора, изменяется от 0,064 (30ХГСА, ОМ) до 0,284 (38Х2МЮА, А2). Также как и в предыдущих опытах, не наблюдалось влияния вида упрочняющей обработки на коэффициент $\overline{\psi_\sigma}$.

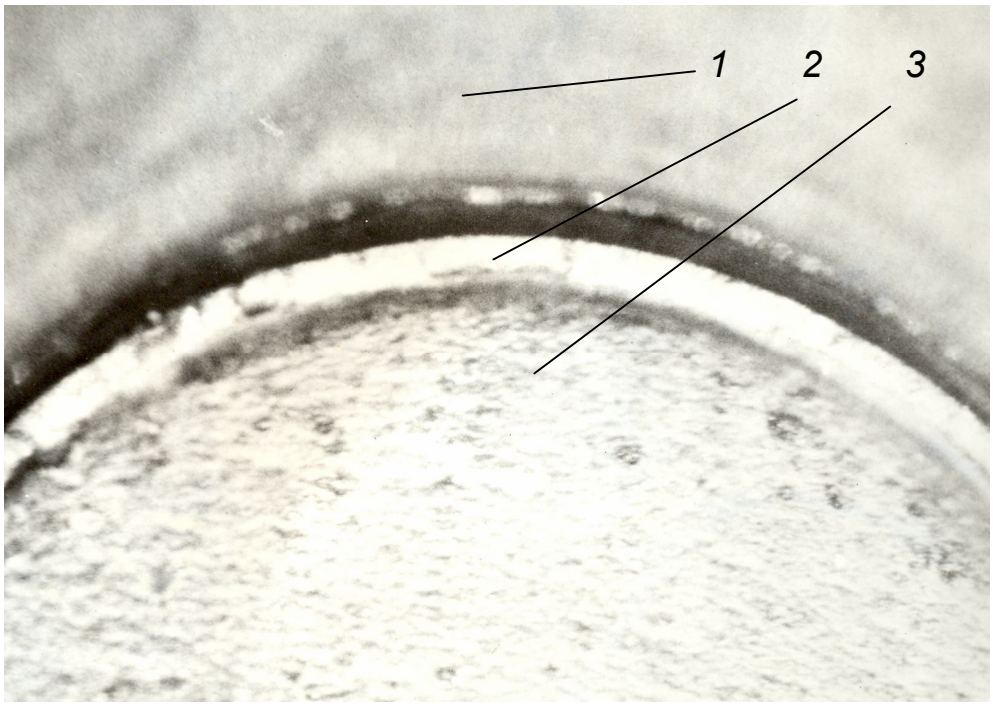


Рис.4.9 Фрагмент излома азотированного образца
из стали ВНС40 после испытаний на усталость:
1 – надрез, 2 – нераспространяющаяся трещина,
3 – зона долома

Таблица 4.5

Результаты испытаний на усталость и определения остаточных напряжений

Материал	ρ_0, мм	Неупрочнённые образцы σ_{-1}, *МПа*	Упрочнённые образцы						
			упрочняющая обработка	σ_{-1}, *МПа*	$\sigma_z^{пов}$, *МПа*	ψ_σ	$t_{кр}$, *мм*	$\overline{\sigma}_{ост}$, *МПа*	$\overline{\psi}_\sigma$
30ХГСА	0,5	35	ОМ	85	-780	0,064	0,166	-137	0,364
ВНС40	0,5	200	А2	560	-1320	0,273	0,160	-947	0,380
сталь 45	0,5	77,5	ОМ	120	-580	0,072	0,162	-119	0,357
38Х2МЮА	0,5	165	А1	405	-990	0,242	0,110	-712	0,337
	2,5	545	А2	738	-680	0,284	0,103	-539	0,356

Таким образом, проведённые эксперименты показывают, что оценку приращения предела выносливости поверхностно упрочнённых деталей с концентраторами для рассмотренных методов упрочнения и материалов можно проводить по критерию среднеинтегрального остаточного напряжения $\overline{\sigma}_{ост}$ с помощью формулы (3.7), приняв в ней $\overline{\psi}_\sigma$ = 0,36.

4.2 Наклёп

Исследовалось раздельное и совместное влияние остаточных напряжений и наклёпа на предел выносливости при изгибе образцов из отожжённой стали 45 диаметром 10мм с надрезом полукруглого профиля ρ_0= 0,3мм. Проводился отжиг заготовок с целью исключения остаточных напряжений и наклёпа, которые возможны в прутках в состоянии поставки. Механические характеристики стали 45 после отжига приведены в табл. 4.6.

Таблица 4.6

Механические характеристики стали 45

$\sigma_в$, *МПа*	σ_T, *МПа*	δ, %	ψ, %	S_K, *МПа*
580	300	23	38	1014

Для создания остаточных напряжений в ненаклёпанном материале использовались упрочнённые микрошариками и дробью гладкие образцы, на которые точением, а затем электрополированием наносились надрезы на глубину, превышающую толщину наклёпанного слоя. Остаточные напряжения на дне надреза в наклёпанном материале возникали за счёт перераспределения остаточных усилий гладкой детали.

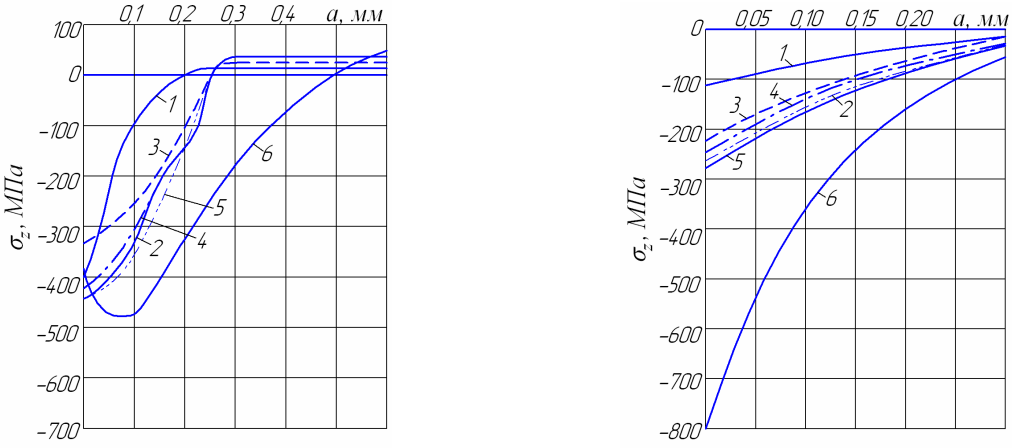
Для создания наклёпа без остаточных напряжений заготовки из исследуемых материалов подвергались растяжению до степени пластической деформации $\varepsilon_{ост}$ = 2, 10, 15%. После изготовления образцов точением использовалось электрополирование на глубину, необходимую для удаления вторично наклёпанного слоя и устранения остаточных напряжений.

Для создания наклёпа с остаточными напряжениями гладкие образцы, изготовленные из предварительно растянутых заготовок, электрополировались и подвергались упрочнению дробью. Далее точением, а затем электрополированием наносились надрезы на глубину, превышающую толщину вторично наклёпанного слоя. В изготовленных таким образом образцах на дне надреза действовали известные остаточные напряжения в материале с заданным наклёпом.

В качестве методов поверхностного деформирования использовалась обработка микрошариками диаметром 0,10 – 0,15мм на роторной установке в течение трёх минут, гидродробеструйная обработка и обкатка роликом, режимы которых приведены в табл.4.2. После упрочнения гладких образцов микрошариками и дробью сжимающие остаточные напряжения меняли знак на глубине до 0,3мм, обкаткой роликом – 0,5мм. Распределение остаточных напряжений в гладких и надрезанных образцах представлено на рис.4.10, а результаты испытаний на усталость, значения $\sigma_z^{пов}$ на поверхности, $\overline{\sigma}_{ост}$, $t_{кр}$, ψ_σ и $\overline{\psi}_\sigma$ – в табл. 4.7.

Из представленных в табл.4.7 данных видно, что наклёп без остаточных напряжений в условиях концентрации не влияет на предел выносливости. Такой же результат получен в работе [11] применительно к алюминиевому сплаву АК8. Влияние

остаточных напряжений на предел выносливости при наличии наклёпа на дне надреза остаётся таким же, как и без него – коэффициент $\overline{\psi}_\sigma$ различается в этих случаях незначительно. Кроме того, неравномерный наклёп в наименьшем сечении надрезанного образца, обкатанного роликом (здесь наклёпанный роликом слой был прорезан не полностью), также не оказывает влияние на коэффициент $\overline{\psi}_\sigma$. В целом, среднее значение коэффициента $\overline{\psi}_\sigma$ = 0,341 здесь несколько ниже, чем в предыдущих случаях, но это различие не превышает 6%.



а) *б)*

Рис. 4.10. Остаточные напряжения в гладких образцах (а) и образцах с надрезом ρ_0 = 0.3 мм (б) из отожжённой стали 45: 1 – ОМ (δ = 0), 2 – ГДО (δ = 0), 3 – ГДО (δ = 2%), 4 – ГДО (δ = 10%); 5 – ГДО (δ = 15%), 6 – ОР (δ = 0)

Таблица 4.7

Результаты испытаний на усталость и определения остаточных напряжений

Обработка	$\varepsilon_{ост}$, %	Неупрочнённые образцы σ_{-1}, МПа	Упрочнённые образцы					
			σ_{-1}, МПа	$\sigma_z^{пов}$, МПа	ψ_σ	$t_{кр}$, мм	$\overline{\sigma}_{ост}$, МПа	$\overline{\psi}_\sigma$
ОМ	0	120	140	-118	0,169	0,203	-59	0,338
ГДО	0	120	165	-275	0,164	0,203	-135	0,333
	2	120	160	-214	0,187	0,205	-111	0,362
	10	120	165	-255	0,176	0,198	-140	0,320
	15	115	160	-261	0,172	0,206	-132	0,341
ОР	0	120	235	-827	0,139	0,197	-325	0,354

Обращает на себя внимание и тот факт, что $\overline{\psi}_\sigma$ остаётся практически постоянным при изменении остаточных напряжений на дне надреза в широком диапазоне: от -118 МПа после обработки микрошариками до - 827 МПа после обработки роликом.

Критическая глубина нераспространяющейся трещины усталости $t_{кр}$ практически одинакова во всех партиях образцов (табл.4.7). На изломе образца, упрочнённого микрошариками, была обнаружена нераспространяющаяся трещина глубиной 0,2 мм. Следовательно, в исследованных пределах $t_{кр}$ не зависит ни от степени наклёпа, ни от величины сжимающих остаточных напряжений и составляет в среднем для исследованных образцов примерно 0,2мм. На это обстоятельство указывалось также в работе [38], где описаны результаты исследования нераспространяющихся трещин в образцах из стали 30ХГСА с резьбой М16х2, нарезанной по предварительно упрочнённой роликом поверхности. Было установлено, что $t_{кр}$ не зависит от усилия обкатывания, наклёпа и глубины наклёпанного слоя.

Обращает на себя внимание значительная величина сжимающих остаточных напряжений на дне надреза в случае обкатки роликом, которая существенно превышает предел текучести материала образца (σ_T = 300 МПа). Объясняя это явление, необходимо учесть, что упрочнённый поверхностный слой материала имеет механические характеристики, превышающие механические характеристики всего образца(детали), так как предел текучести поверхностного слоя в результате наклёпа

может достигать величины истинного сопротивления разрыву $S_к$. Кроме того, в работе [2] показано, что при плоском напряжённом состоянии остаточные напряжения могут быть выше предела текучести на 15%, то есть применительно к упрочнённому слою остаточные напряжения могут превышать $S_к$ на 15%.

4.3.Короткие зоны упрочнения

Для подтверждения расчётного исследования коротких зон упрочнения [35] были проведены испытания на усталость гладких образцов диаметром 10мм из стали 45, механические характеристики которой приведены в табл.4.1. В качестве упрочняющей обработки использовалось обкатывание роликом диаметром 60мм и профильным радиусом 1,6мм. Было изготовлено пять партий образцов, характер и режимы упрочнения (усилие накатывания *P*, продольная подача *S* , число оборотов *n* , СОЖ), а также результаты испытаний представлены в табл. 4.8.

Первая партия образцов испытывалась после точения (исходное состояние). Вторая и третья подвергались равномерному упрочнению по всей поверхности рабочей части образца. На образцы четвёртой и пятой партий за один оборот наносились одиночные следы упрочняющим роликом без продольной подачи.

Равномерное упрочнение образцов привело к существенному увеличению предела выносливости, которое составляет соответственно 26 и 32% при P = 0,5 и 1,0 кН. Предел выносливости четвёртой и пятой партий несколько снизился по сравнению с исходным состоянием, причём при P = 1,0 кН снижение более значительное, чем при P = 0,5 кН. Необходимо отметить, что все поломки образцов этих партий произошли по середине следа от упрочняющего ролика. Ширина одиночного кольцевого следа ролика, которую можно принять за протяжённость зоны упрочнения $S_{упр}$, измерялась на инструментальном микроскопе УИМ-23 с точностью $\pm$2мкм. В табл. 4.9 приведены средние значения $S_{упр}$ по 15 образцам в каждой партии и результаты расчётов толщины упрочнённого слоя δ по методике работы [19].

Таблица 4.8

Режимы упрочнения образцов и результаты испытаний на усталость

Партия	Характер обработки образцов	Режимы упрочнения			СОЖ	σ_{-1}, *МПа*	$S_{\sigma_{-1}}$, *МПа*
		P, *кН*	*S*, *мм/об*	*n*, *об/мин*			
1	исходное состояние	-	-	-	-	272	8,6
2	равномерное упрочнение по всей поверхности	0,5	0,11	400	масло И20А	343	4,1
3	равномерное упрочнение по всей поверхности	1,0	0,11	400	-“-	358	16,4
4	одиночный кольцевой след от обкатного ролика	0,5	0	12,5	-“-	264	6,5
5	одиночный кольцевой след от обкатного ролика	1,0	0	12,5	-“-	255	4,5

Таблица 4.9

Параметры одиночного кольцевого следа

Партия	$S_{упр}$, *мм*	δ, *мм*	ρ_0, *мм* не менее	K_σ не более
4	0,34	0,71	1,6	1,01
5	0,50	1,01	1,6	1,03

Можно видеть, что для образцов с одиночным кольцевым следом выполняется условие $S_{упр} < \delta$, поэтому, как это следует из расчётного исследования [35], в среднем сечении образца возникают растягивающие остаточные напряжения, чем и объясняется уменьшение предела выносливости четвёртой и пятой партий образцов по сравнению с первой.

Возникает вопрос – не является ли наблюдаемое снижение предела выносливости следствием концентрации рабочих напряжений, возникающей на дне кольцевого следа? Для ответа на этот вопрос по результатам измерений глубины следа и радиуса ρ_0 был вычислен эффективный коэффициент концентрации напряжений по формуле

$$K_\sigma = 1 + q_\sigma(\alpha_\sigma - 1)$$

(4.1)

Значения K_σ (табл.4.9) свидетельствуют о том, что столь малая концентрация рабочих напряжений не может быть причиной уменьшения предела выносливости образцов с одиночным кольцевым следом.

Таким образом, уменьшение предела выносливости, локализация очага разрушения, параметры зоны упрочнения образцов с одиночным кольцевым следом от обкатного ролика подтверждают выявленное расчётным путём [35] возникновение растягивающих остаточных напряжений при упрочнении малых по протяжённости зон деталей.

4. ВЛИЯНИЕ КОНСТРУКТИВНЫХ ФАКТОРОВ НА ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И ПРЕДЕЛ ВЫНОСЛИВОСТИ

Рассматривалось влияние типа и размеров концентраторов, поперечных размеров деталей, в том числе и диаметра отверстия, на остаточные напряжения и предел выносливости деталей и образцов.

5.1. Тип концентратора

Изучались остаточные напряжения и предел выносливости деталей и образцов с концентраторами в виде полукруглых и V-образных надрезов, галтелей различного радиуса, напрессованной втулки.

На неупрочнённые и упрочнённые дробью и роликом образцы диаметром 15мм из стали 30ХГСА безнаклёпным способом с использованием электрополирования наносились надрезы полукруглого профиля двух радиусов ρ_0 = 0,3 и 0,5мм, на упрочнённые роликом образцы диаметром 25мм из стали 40Х таким же способом наносились надрезы полукруглого профиля ρ_0= 1,0мм. Режимы упрочнения приведены в табл. 4.2, причём образцы из стали 40Х накатывались при усилие P = 1,0

кН, а образцы диаметром 25мм из стали 20 при усилии P = 0,5 кН и P = 1,0 кН. Механические характеристики материалов представлены в табл.5.1.

Эпюры остаточных напряжений гладких образцов показаны на рис.5.1,*а*, образцов с надрезом – на рис.5.1,*б*. Можно видеть, что в обкатанных образцах с надрезом действуют значительные сжимающие остаточные напряжения, достигающие для стали 30ХГСА -1530 МПа.

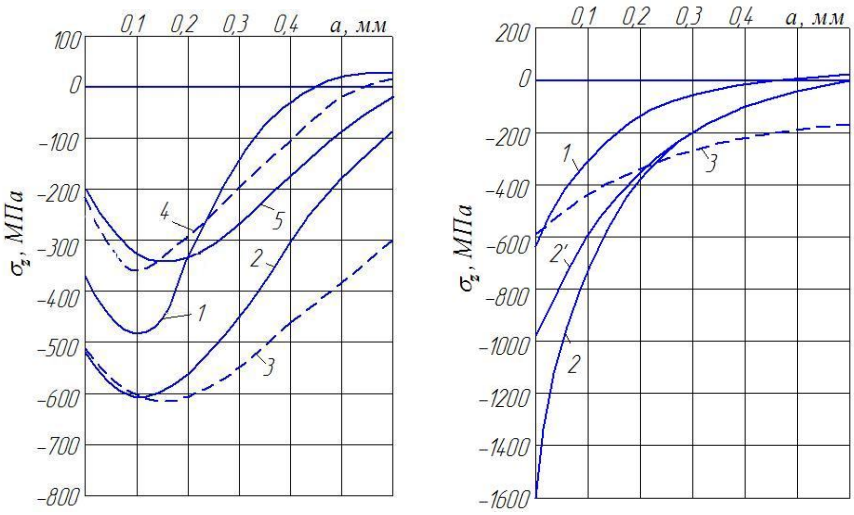
Образцы из сталей 30ХГСА, 45, 12Х18Н10Т и сплава Д16Т (табл.5.1) диаметром 10мм в гладкой части с галтелью радиуса ρ_0 (рис.5.2) подвергались упрочнению микрошариками диаметром 0,10-0,15мм на роторной установке в течение трёх минут.

Таблица 5.1

Механические характеристики материалов

Материал	Механические характеристики				
	$\sigma_в$, *МПа*	$\sigma_{0,2}$, *МПа*	δ, %	ψ, %	S_k, *МПа*
30ХГСА	788	536	18,9	65,9	1484
40Х	751	444	17,6	60,7	1330
Д16Т	557	410	15,0	23,1	728
сталь 45	710	422	19,7	41,4	1079
12Х18Н10Т	646	281	50,8	65,6	1444
сталь 20	522	395	26,1	65,9	1416

Обработка образцов микрошариками осуществлялась перпендикулярно их оси, поэтому упрочнялась лишь цилиндрическая часть поверхности с галтелью, а боковая поверхность оставалась в исходном состоянии, то есть без упрочнения. В связи с этим на основании работы [37] остаточные напряжения в галтели не будут заметно отличаться от напряжений гладкой части образца. Поэтому для вычисления среднеинтегрального остаточного напряжения $\overline{\sigma}_{ост}$ использовались эпюры напряжений гладких образцов, приведенные на рис.5.3.



а) *б)*

Рис. 5.1. Остаточные напряжения в гладких образцах (*а*) и в образцах с надрезом (*б*) из сталей 30ХГСА (*1,2*) и 40Х (*3*) и 20 (4, 5): *1* – ГДО, ρ_0 = 0,3мм; *2* – ОР, *P* = 0,5*кН*, ρ_0 = 0,3мм; *2′* – ОР, *P* = 0,5кН, ρ_0 = 0,5мм; *3* – ОР, *P* = 1,0кН, ρ_0 = 1мм; 4 – ОР, *P* = 0,5кН; 5 – ОР, Р = 1,0кН

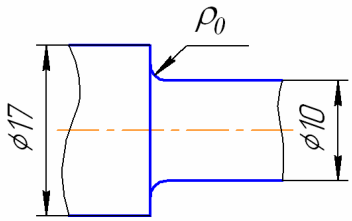


Рис.5.2. Рабочая часть образца с галтелью

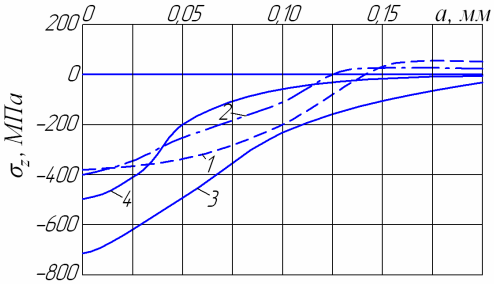


Рис.5.3. Остаточные напряжения в гладких образцах после обработки микрошариками: *1* –30ХГСА, *2* – сталь 45, *3* – 12Х18Н10Т, *4* – Д16Т

Испытывались также упрочнённые роликом образцы диаметром 25мм из сталей 40Х (*P* = 1,0кН) и 20 (*P* = 0,5кН и *P* = 1,0кН) с напрессованной втулкой, через которую передавалось усилие. Механические характеристики сталей 40Х и 20 представлены в табл.5.1, а эпюры остаточных напряжений – на рис.5.1,*а* (кривые 3, 4, 5).

Результаты определения пределов выносливости при изгибе, расчёта среднеинтегральных остаточных напряжений $\overline{\sigma}_{ост}$, измерения $t_{кр}$, вычисления коэффициентов ψ_σ и $\overline{\psi}_\sigma$ приведены в табл. 5.2.

Из приведённых в табл.5.2 данных видно, что для надрезов и галтелей с различными радиусами коэффициент $\overline{\psi}_\sigma$, отражающий влияние упрочнения через критерий среднеинтегральных остаточных напряжений, изменяется также, как и в предыдущих опытах, в небольших пределах и равен в среднем $\overline{\psi}_\sigma$ = 0,361. Это значение близко к величине $\overline{\psi}_\sigma$ в других экспериментах, для образцов с аналогичной степенью концентрации напряжений. Коэффициент ψ_σ, учитывающий влияние остаточных напряжений на поверхности, изменяется в широких пределах – от 0,065 до 0,156.

Рассмотренные в этом разделе концентраторы следует дополнить V-образными надрезами с радиусами ρ_0 = 0,5 и 2,5 мм, изученными в разделе 4, для которых коэффициент $\overline{\psi}_\sigma$ имел такие же значения. Необходимо обратить внимание на увеличение критической глубины $t_{кр}$ нераспространяющейся трещины с увеличением диаметра детали.

Для образцов из стали 40Х с напрессованной втулкой коэффициент $\overline{\psi}_\sigma$ = 0,253, что заметно меньше, чем в других случаях, а также для образцов из стали 20 с напрессованной втулкой. Это различие объясняется бóльшей степенью концентрации напряжений для образцов из стали 40Х, чем для образцов из стали 20. Эффективный коэффициент концентрации напряжений K_σ в случае втулки, напрессованной на вал, для стали 40Х составляет K_σ = 3,95, а для стали 20 – K_σ = 2,33 [48].

Таким образом, для исследованных типов концентраторов в случае, если через них не передаётся усилие, в среднем коэффициент $\overline{\psi}_\sigma$ = 0,36. Если же через концентратор передаётся сила (втулка, напрессованная на вал), то коэффициент $\overline{\psi}_\sigma$ будет меньше и его ориентировочно можно принять равным 0,25.

Таблица 5.2

Результаты испытаний на усталость и определения остаточных напряжений

Материал	Концентратор ρ_0, мм	Неупрочнённые образцы σ_{-1}, МПа	Упрочнённые образцы						
			упрочняющая обработка	$\sigma_z^{пов}$, *МПа*	σ_1, *МПа*	ψ_σ	$t_{кр}$, *мм*	$\overline{\sigma}_{ост}$, *МПа*	$\overline{\psi}_\sigma$
30ХГСА	надрез 0,3	177,5	ГДО	255	-740	0,105	0,309	-200	0,387
			ОР	360	-1530	0,119	0,314	-507	0,360
	надрез 0,5	180	ОР	327,5	-1005	0,147	0,300	-422	0,350
	галтель 0,1	155	ОМ	180	-332	0,075	0,217	-74,8	0,335
сталь 45	галтель 0,125	117,5	ОМ	152,5	-412	0,085	0,225	-95,3	0,367
12Х18МН10Т	галтель 0,15	150	ОМ	220	-680	0,103	0,220	-180	0,389
Д16Т	галтель 0,08	42,5	ОМ	72,5	-460	0,065	0,220	-81,5	0,368

40Х	надрез 1,0	160	ОР P = 1,0 кН	257,5	-642	0,156	0,490	-110	0,334
	напрес. втулка	162,5	ОР P = 1,0 кН	285	-520	0,235	0,523	-484	0,253
сталь 20	напрес. втулка	100	ОР P = 0,5 кН	150	-220	0,227	0,535	-148	0,338
			ОР P = 1,0 кН	170	-200	0,350	0,540	-201	0,348

5.2. Размеры поперечного сечения детали

Вначале было рассмотрено влияние размеров отверстия цилиндрической детали на остаточные напряжения и предел выносливости при изгибе. Эксперименты проводились на сплошных и полых образцах с надрезом полукруглого профиля с наружным диаметром D_1 = 15мм (рис.5.4) из сталей 30ХГСА, 45, 12Х18Н10Т и сплава Д16Т, а также на образцах D_1 = 25мм из стали 40Х. Механические характеристики материалов приведены в табл.5.1. Образцы диаметром 15мм изготавливались с отверстием d=5, 8 (сталь 45), 10, 12,4мм (сталь 45), диаметром 25мм – d = 10 и 19 мм. Гладкие образцы упрочнялись на гидродробеструйной установке и обкаткой роликом с режимами, указанными в табл.4.2. Отличие было лишь для образцов из стали 40Х, для которых усилие накатывания было увеличено до P = 1,0 кН.

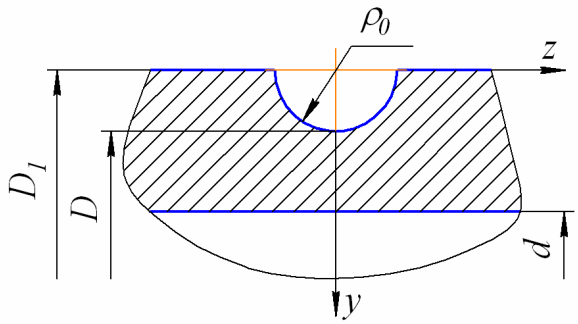
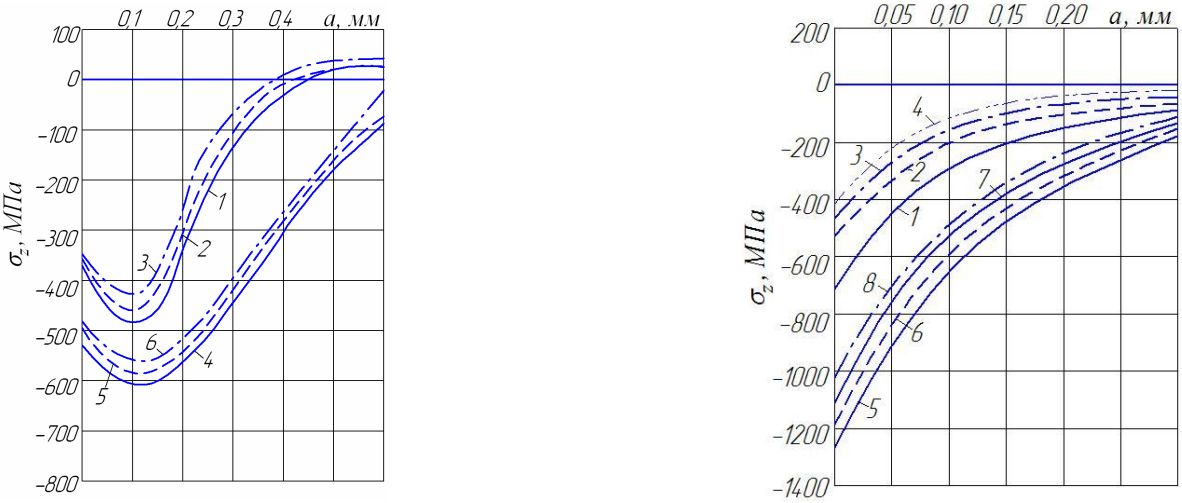


Рис. 5.4. Надрез полукруглого профиля на цилиндрической детали

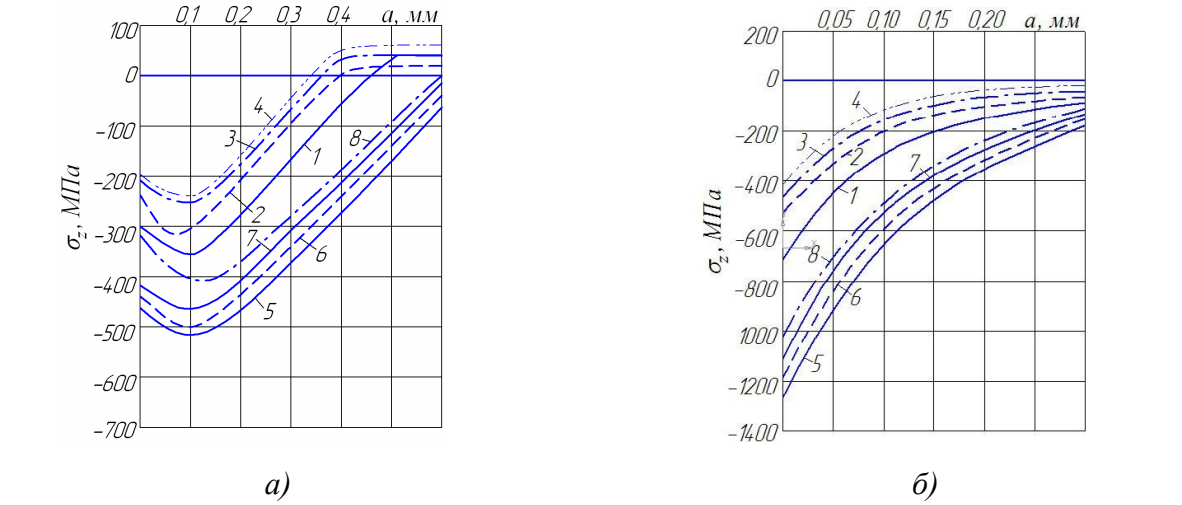
На неупрочнённые и упрочнённые образцы безнаклёпным способом наносились надрезы полукруглого профиля ρ_0 = 0,3мм (30ХГСА, 45, 12Х18Н10Т, Д16Т, 40Х), 0,5мм (30ХГСА) и 1,0мм (40Х). Эпюры остаточных напряжений в гладких и надрезанных образцах приведены на рис. 5.5 – 5.9. На рис. 5.5,*б* не вынесены лишь эпюры напряжений для образцов из стали 30ХГСА с радиусом надреза ρ_0 = 0,5мм.

Из приведенных на рис.5.5 – 5.9 данных для гладких образцов можно видеть, что при упрочнении на одних и тех же режимах сжимающие остаточные напряжения уменьшаются с увеличением диаметра отверстия, то есть с уменьшением толщины стенки. Этот результат согласуется с расчётами по аналитическим зависимостям работы [2]. Кроме того, уменьшение толщины стенки детали приводит к уменьшению толщины слоя с сжимающими остаточными напряжениями. Для образцов с надрезом уменьшение толщины стенки не приводит к резкому падению остаточных напряжений, как этого следовало ожидать из-за снижения напряжений гладких деталей, так как в соответствии с выявленными закономерностями уменьшение толщины стенки влечёт за собой рост концентрации остаточных напряжений.



а) *б)*

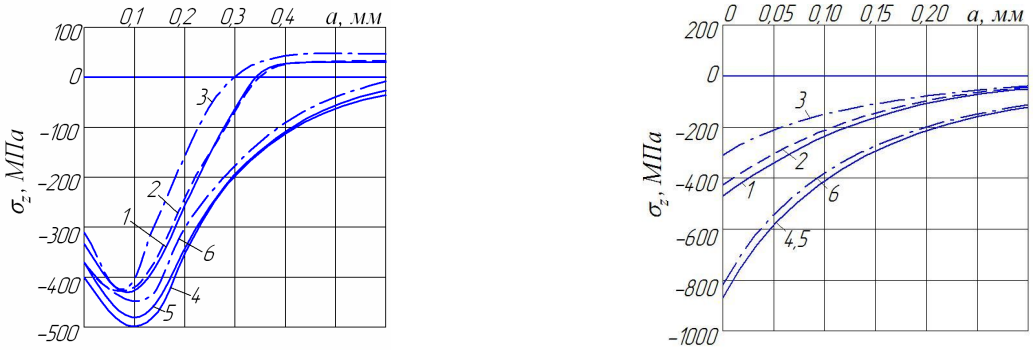
Рис. 5.5. Остаточные напряжения в гладких образцах *(а)* и в образцах с надрезом ρ_0 =0,3мм*(б)* из стали 30ХГСА после ГДО (*1-3*) и ОР (*4-6*): *1,4 – d* =0; 2,5 – *d*=5мм;*3,6 – d*=10мм



а) *б)*

Рис. 5.6. Остаточные напряжения в гладких образцах *(а)* и в образцах с надрезом ρ_0 = 0,3 мм *(б)* из стали 45 после ГДО (*1-4*) и ОР(*5-8*): *1,5 – d* = 0; *2,6 – d* = 5мм; *3,8 – d* = 10мм;

4 – d – 12,4мм; 7 – *d* = 8мм



а) *б)*

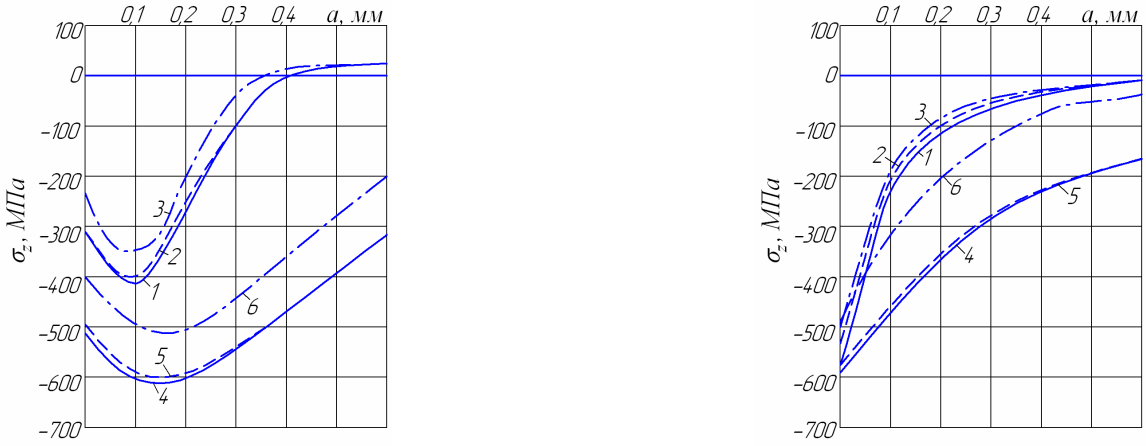
Рис.5.7. Остаточные напряжения в гладких образцах *(а)* и в образцах с надрезом ρ_0 = 0,3 мм *(б)* из стали 12Х18Н10Т после ГДО (*1-3*) и ОР (*4-6*): *1,4 – d* = 0; *2,5 – d* = 5мм; *3,6 –d* = 10мм

а) *б)*

Рис.5.8. Остаточные напряжения в гладких образцах *(а)* и в образцах с надрезом ρ_0 = 0,3мм *(б)* из сплава Д16Т после ГДО: *1 – d* = 0; *2 – d* = 5мм;: *3 – d* = 10мм

Результаты испытаний на усталость, остаточные напряжения $\sigma_z^{пов}$ на поверхности концентраторов, критическая глубина нераспространяющейся трещины $t_{кр}$, среднеинтегральные остаточные напряжения $\overline{\sigma}_{ост}$, коэффициенты ψ_σ и $\overline{\psi}_\sigma$, размеры образцов и надрезов приведены в табл. 5.3. Из данных этой таблицы следует, что с

увеличением диаметра отверстия глубина нераспространяющейся трещины $t_{кр}$ уменьшается, однако это изменение $t_{кр}$ не является пропорциональным ни толщине стенки, ни диаметру отверстия. Отметим также, что для образцов из разных материалов, но одинаковой геометрии, значения $t_{кр}$ практически не различаются. Для образцов из стали 40Х, испытанных при изгибе в одной плоскости, нераспространяющаяся трещина имеет серповидную форму: в наиболее удалённых от нейтральной оси точках её глубина $t_{кр}$ – наибольшая, ближе к оси – глубина трещины уменьшается.



а) *б)*

Рис. 5.9. Остаточные напряжения в гладких образцах *(а)* и в образцах с надрезом *(б)* ρ_0=0,3мм после ГДО (*1-3*) и ρ_0= 1,0мм после ОР (*4-6*) из стали 40Х: *1,4* – *d* = 0; *2,5* – *d* = 10мм; *3,6* – *d* = 19мм

Коэффициент $\overline{\psi}_\sigma$ изменяется от 0,318 до 0,388, равняясь в среднем 0,358 для всех партий образцов. Он практически не зависит от толщины стенки образца, то есть и в этих случаях среднеинтегральное остаточное напряжение $\overline{\sigma}_{ост}$ хорошо отражает влияние сжимающих напряжений на приращение предела выносливости полых цилиндрических деталей с различным соотношением наружного и внутреннего диаметров.

На примере образцов из стали 40Х видно, что предложенный критерий оценки учитывает характер распределения напряжений по толщине поверхностного слоя.

Остаточные напряжения на поверхности концентратора после гидродробеструйной обработки выше, чем после обкатки роликом, однако приращение предела выносливости, наоборот, в два раза ниже, что объясняется различной полнотой эпюр остаточных напряжений (рис.5.9).

Далее было рассмотрено влияние наружного диаметра детали на распределение и величину остаточных напряжений, а также приращение предела выносливости при изгибе.

Таблица 5.3

Результаты испытаний на усталость и определения остаточных напряжений

Материал	Размеры образцов и концентраторов				Неупрочнённые образцы σ_{-1}, *МПа*	Упрочнённые образцы						
	D_1, *мм*	D, *мм*	d, *мм*	ρ_0, *мм*		упрочняющая обраб.	σ_{-1}, *МПа*	$\sigma_z^{пов}$, *МПа*	ψ_σ	$t_{кр}$, *мм*	$\overline{\sigma}_{ост}$, *МПа*	$\overline{\psi}_\sigma$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
30ХГСА	15	14,4	0	0,3	177,5	ГДО	255	-740	0,105	0,309	-200	0,387
						ОР	360	-1550	0,119	0,314	-507	0,360
	15	14,0	0	0,5	180	ОР	327,5	-1005	0,147	0,300	-422	0,350
	15	14,4	5	0,3	177,5	ГДО	255	-704	0,110	0,294	-206	0,376
						ОР	360	-1520	0,120	0,310	-510	0,357
	15	14,0	5	0,5	180	ОР	317,5	-990	0,139	0,302	-404	0,341
	15	14,4	10	0,3	175	ГДО	255	-658	0,121	0,249	-206	0,388
						ОР	380	-1540	0,133	0,257	-592	0,346
	15	14,0	10	0,5	175	ОР	290	-940	0,122	0,262	-321	0,358
сталь 45	15	14,4	0	0,3	130	ГДО	205	-712	0,098	0,309	-184	0,381
						ОР	260	-1250	0,104	0,310	-409	0,318
	15	14,4	5	0,3	130	ГДО	180	-524	0,095	0,296	-133	0,376
						ОР	260	-1220	0,107	0,298	-388	0,335
	15	14,4	8	0,3	130	ОР	250	-1120	0,107	0,276	-357	0,336
	15	14,4	10	0,3	125	ГДО	175	-510	0,098	0,243	-134	0,372
						ОР	245	-1050	0,114	0,248	-360	0,33
	15	14,4	12,4	0,3	105	ГДО	152,5	-466	0,102	0,184	-136	0,348

продолжение таблицы 5.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
12Х18Н10Т	15	14,4	0	0,3	162,5	ГДО	205	-460	0,092	0,310	-129	0,329
						ОР	262,5	-865	0,116	0,308	-277	0,361
	15	14,4	5	0,3	162,5	ГДО	205	-448	0,095	0,299	-126	0,338
	15	14,4	10	0,3	155	ГДО	197,5	-322	0,132	0,256	-117	0,364
Д16Т	15	14,4	0	0,3	75	ГДО	140	-635	0,103	0,309	-171	0,380
	15	14,4	5	0,3	75	ГДО	135	-615	0,097	0,296	-160	0,375
	15	14,4	10	0,3	70	ГДО	130	-555	0,108	0,245	-167	0,358
40Х	25	24,4	0	0,3	160	ГДО	202,5	-642	0,066	0,540	-110	0,386
		23,0		1,0	160	ОР	257,5	-624	0,156	0,490	-292	0,334
	25	24,4	10	0,3	160	ГДО	202,5	-644	0,066	0,520	-114	0,373
		23,0		1,0	160	ОР	260	-628	0,159	0,510	-293	0,41
	25	24,4	19	0,3	147,5	ГДО	187,5	-528	0,076	0,360	-111	0,360
		23,0		1,0	125	ОР	195	-512	0,136	0,340	-193	0,364

Эксперименты проводились на сплошных образцах из сплава Д16Т, сталей 45, 20 и полых образцах из сталей 45, 20 с постоянной толщиной стенки, равной 5мм. Механические характеристики материалов приведены в табл.5.4. Гладкие сплошные и полые образцы диаметром D_1 = 10-50 мм изготавливались из прутков диаметром 50мм (Д16Т) и диаметром 60мм (стали 45 и 20).

Таблица 5.4

Механические характеристики материалов

Материа	Механические характеристики				
	$\sigma_в$, *МПа*	$\sigma_{0,2}$, *МПа*	δ, %	ψ, %	S_k, *МПа*
ДІ6Т	547	426	14,8	16,5	647
сталь 45	757	411	17,4	39,6	1097
сталь 20	522	395	26,1	65,9	1416

Размеры образцов представлены в табл. 5.5. Половина образцов из сплава Д16Т и стали 45 подвергалась гидродробеструйной обработке (ГДО) с режимами, приведёнными в табл.4.2, из стали 20 – пневмодробеструйной обработке (ПДО) и обкатке роликом (ОР). Пневмодробеструйная обработка проводилась стальной дробью диаметром 1,5-2мм при давлении воздуха 0,25 МПа в течение 10 минут, обкатка роликом – по режимам табл. 4.2 при усилии накатывания P = 0,5кН и P = 1,0 кН. На упрочнённые и неупрочнённые образцы наносились надрезы полукруглого профиля ρ_0 = 0,3мм, 0,5мм и 1,0мм.

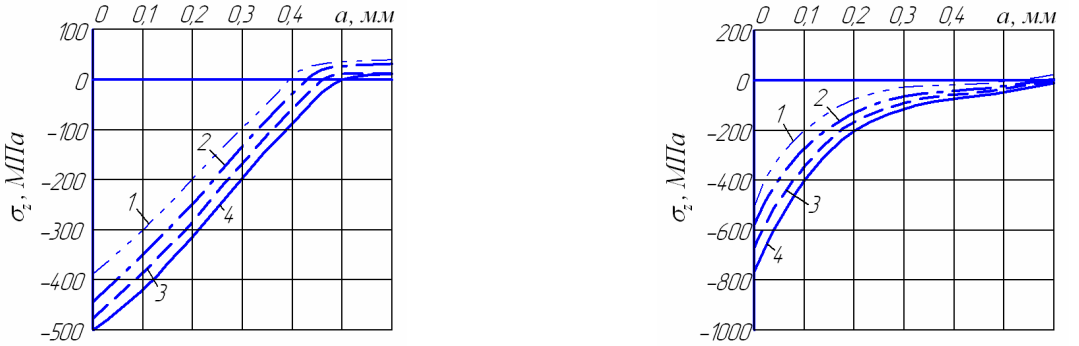
Эпюры остаточных напряжений в гладких образцах и в образцах с надрезом представлены на рис.5.10 – 5.12. На рис.5.12 приведены эпюры остаточных напряжений только для сплошных образцов из стали 20 диаметром D_1 = 10мм и D = 25мм с надрезами ρ_0 = 0,3мм и ρ_0 = 0,5мм. Из данных рис.5.10 – 5.12 следует, что при одинаковой упрочняющей обработке в сплошных образцах большего диаметра возникают большие сжимающие остаточные напряжения с большей глубиной их залегания. В полых образцах при постоянной толщине стенки с увеличением диаметра величина и глубина залегания сжимающих остаточных напряжений изменяется незначительно. Эти закономерности совпадают с результатами расчётов по первоначальным деформациям [2].

Результаты испытаний на усталость при изгибе, остаточные напряжения $\sigma_z^{пов}$ и $\overline{\sigma}_{ост}$, глубина трещины $t_{кр}$, коэффициенты ψ_σ и $\overline{\psi}_\sigma$ представлены в табл.5.5

Из данных табл.5.5 следует, что с увеличением диаметра сплошного образца остаточные напряжения на дне надреза возрастают, что связано с более полной эпюрой остаточных напряжений гладкой детали. Приращение предела выносливости с ростом диаметра уменьшается. Коэффициент ψ_σ в проведённых экспериментах изменяется в широких пределах – от 0,030 до 0,251 (в 8 раз), то есть критерий оценки предела выносливости по остаточным напряжениям на поверхности концентратора не может быть использован для прогнозирования предела выносливости упрочнённых деталей различного диаметра.

Глубина нераспространяющейся трещины усталости с увеличением диаметра увеличивается, при одинаковой толщине стенки детали $t_{кр}$ растёт с ростом диаметра. На рис. 5.13 и 5.14 представлены фотографии изломов упрочнённых ПДО образцов из стали 20 с надрезом R = 0,5мм диаметром D_1 = 10мм (рис. 5.13) и D_1 = 25мм с отверстием диаметром d = 15мм (рис. 5.14). На фотографиях чётко видны нераспространяющиеся трещины усталости 2, причём для образцов с D_1 = 10мм нераспространяющаяся трещина имеет концентрическую форму, так как в этом случае испытания на усталость проводились при чистом изгибе с вращением образцов. Для образцов диаметром D_1 = 25мм и d = 15мм трещина имеет серповидную форму, так как испытания этих образцов проводились при поперечном изгибе в одной плоскости.

Оценка приращения предела выносливости по среднеинтегральным остаточным напряжениям и в этом случае даёт хорошие результаты – коэффициент $\overline{\psi}_\sigma$ изменяется в значительно меньших пределах (от 0,331 до 0,390),чем коэффициент ψ_σ, составляя в среднем 0,361 и практически не зависит от размеров поперечного сечения детали. Из приведённого анализа следует, что для повышения эффекта поверхностного упрочнения деталей с большими поперечными размерами необходимо увеличивать толщину слоя с сжимающими остаточными напряжениями, что обусловлено большими размерами трещины.



а) *б)*

Рис. 5.10. Остаточные напряжения в гладких образцах *(а)* и в образцах с надрезом ρ_0 = 0,3 мм *(б)* из сплава Д16Т после ГДО: *1* – D_1=10мм; *2* – D_1= 15 мм; *3* – D_1 = 25 мм; *4* – D_1 = 40 мм

а) *б)*

в) *г)*

Рис.5.11. Остаточные напряжения в гладких образцах *(а, б)* и в образцах с надрезом ρ_0 = 0,3мм *(в, г)* из стали 45 после ГДО: *1* – D_1 = 10мм, *2* – D_1= 15мм, *3* – D_1= 25мм, *4* – D_1= 50мм, *5* – D_1 = 15мм, d = 5мм, *6* – D_1 = 25мм, d = 15мм, *7* – D_1 = 50мм, d = 40мм

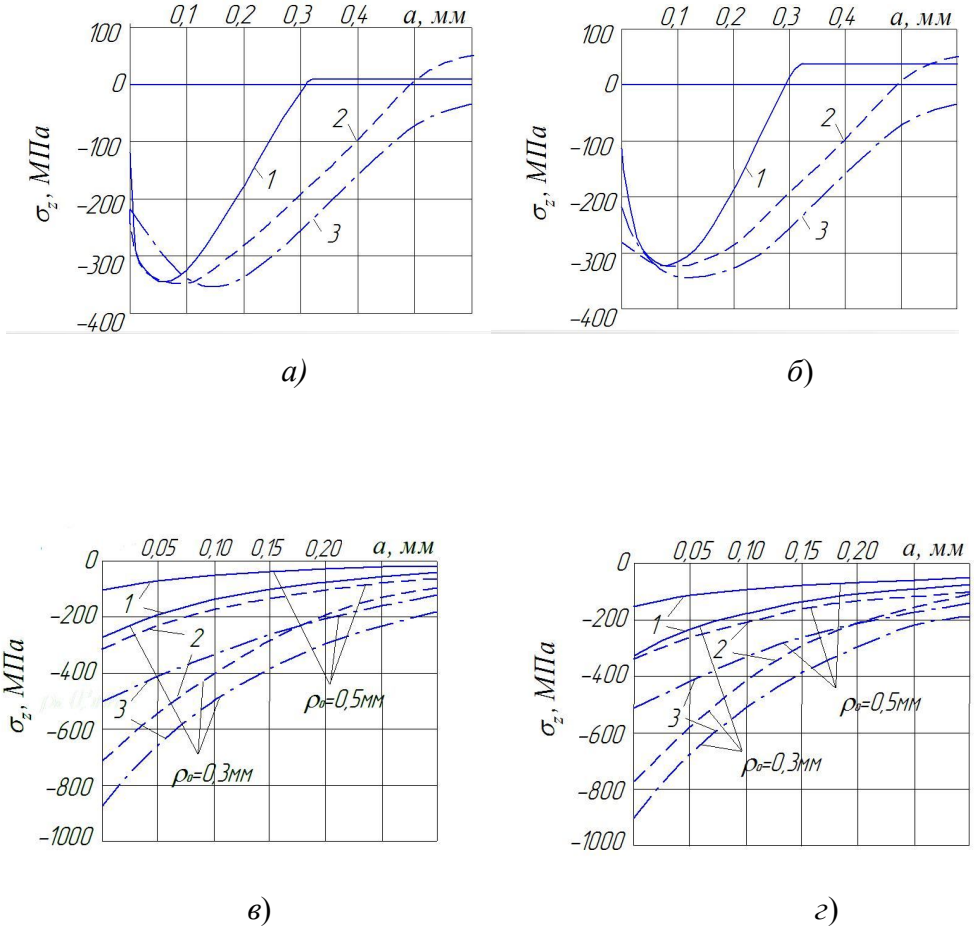


Рис.5.12. Остаточные напряжения в гладких сплошных образцах (*а, б*) диаметром D_1 = 10 мм (*а*), D_1 = 25 мм (*б*) и в образцах с надрезом (в, г) диаметром D_1 = 10 мм (*в*), D_1 = 10 мм (*г*) из стали 20 после: 1 – ПДО; 2 – ОР, P = 0,5кН; 3 – ОР, P = 1,0 кН

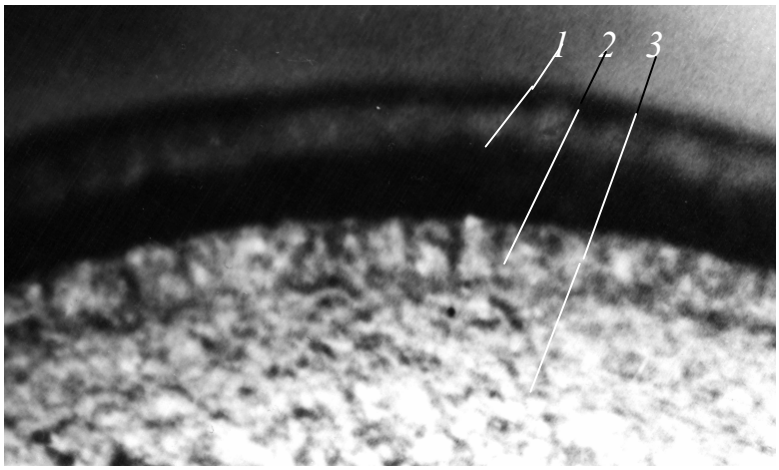


Рис.5.13. Фрагмент излома упрочнённого дробью образца диаметром D_1 = 10 мм с надрезом ρ_0 = 0,5 мм из стали 20: *1* – надрез, *2* – нераспространяющаяся трещина, *3* – зона долома

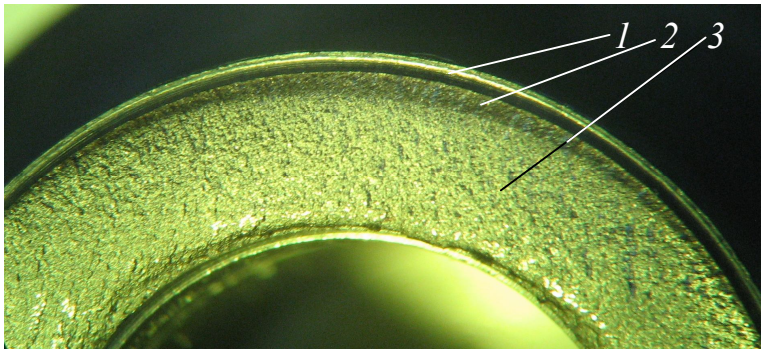


Рис.5.14 Фрагмент излома упрочнённого роликом при P = 1,0 кН образца диаметром D_1 = 25 мм с отверстием диаметром d = 15 мм и надрезом ρ_0 = 0,5 мм из стали 20: *1* – надрез, *2* – нераспространяющаяся трещина, *3* – зона долома

Таблица 5.5

Результаты испытаний на усталость и определения остаточных напряжений

Материал	Размеры образцов и концентраторов				Неупрочнённые образцы	Упрочнённые образцы						
	D_1, *мм*	D, *мм*	d, *мм*	ρ_0, *мм*	σ_{-1}, *МПа*	упрочняющая обработка	σ_{-1}, *МПа*	$\sigma_z^{пов}$, *МПа*	ψ_σ	$t_{кр}$, *мм*	$\overline{\sigma}_{ост}$, *МПа*	$\overline{\psi}_\sigma$
ДІ6Т	10	9,4	0	0,3	102,5	ГДО	172,5	-528	0,132	0,209	-191	0,367
	15	14,4	0	0,3	85	ГДО	142,5	-564	0,087	0,305	-170	0,338
	25	24,4	0	0,3	62,5	ГДО	107,5	-686	0,066	0,535	-127	0,354
	40	39,4	0	0,3	57,5	ГДО	87,5	-732	0,041	0,860	-85	0,352
сталь 45	10	9,4	0	0,3	155,0	ГДО	225	-590	0,119	0,197	-204	0,343
	15	14,4	0	0,3	152,5	ГДО	210	-640	0,090	0,312	-157	0,366
	15	14,4	5	0,3	152,5	ГДО	210	-616	0,093	0,300	-154	0,372
	25	24,4	0	0,3	147,5	ГДО	190	-724	0,059	0,508	-112	0,378
	25	24,4	15	0,3	140	ГДО	185	-734	0,061	0,477	-125	0,361
	50	49,4	0	0,3	122,5	ГДО	147,5	-828	0,030	1,064	-67	0,372
	50	49,4	40	0,3	87,5	ГДО	117,5	-776	0,039	0,763	-80	0,375
сталь 20	10	9,4	0	0,3	110	ПДО	155	-263	0,171	0,203	-126	0,357
						ОР P = 0,5кН	230	-732	0,164	0,195	-337	0,356
						ОР P = 1,0кН	267,5	-861	0,183	0,205	-454	0,347
		9,0	0	0,5	120	ПДО	137,5	-90	0,194	0,196	-48	0,365
						ОР P = 0,5кН	187,5	-311	0,217	0,202	-178	0,379
						ОР P = 1,0кН	250	-517	0,251	0,192	-333	0,390
	25	24,4	0	0,3	107,5	ПДО	137,5	-343	0,087	0,540	-87	0,345
						ОР P = 0,5кН	165	-787	0,073	0,510	-171	0,336

						ОР P = 1,0кН	175	-908	0,074	0,520	-202	0,334
		24,0	0	0,5	112,5	ПДО	130	-142	0,123	0,525	-52	0,337
						ОР P = 0,5кН	150	-349	0,107	0,530	-111	0,338
						ОР P = 1,0кН	172,5	-515	0,117	0,520	-169	0,355
		23,0	0	1,0	112,5	ПДО	120	-46	0,163	0,490	-21	0,357
						ОР P = 0,5кН	130	-92	0,190	0,510	-46	0,380
						ОР P = 1,0кН	142,5	-145	0,207	0,495	-79	0,380
	25	24,4	15	0,3	95	ПДО	127,5	-307	0,106	0,452	-88	0,368
						ОР P = 0,5кН	155	-732	0,082	0,445	-181	0,331
						ОР P = 1,0кН	177,5	-861	0,096	0,442	-248	0,333
		24,0	15	0,5	110	ПДО	127,5	-124	0,121	0,438	-47	0,372
						ОР P = 0,5кН	152,5	-311	0,137	0,442	-128	0,332
						ОР P = 1,0кН	182,5	-517	0,140	0,446	-218	0,333
		23,0	15	1,0	90	ПДО	95	-29	0,175	0,410	-14	0,357
						ОР P = 0,5кН	105	-77	0,195	0,420	-39	0,384
						ОР P = 1,0кН	110	-105	0,191	0,420	-53	0,377
	50	49,0	40	0,5	60	ОР P = 0,5кН	87,5	-311	0,088	0,710	-82	0,335
						ОР P = 1,0кН	105	-517	0,087	0,720	-133	0,338

Таким образом, проведённые эксперименты показали, что такие конструктивные факторы, как тип и размеры поперечного сечения детали не оказывают влияния на коэффициент $\overline{\psi}_\sigma$, поэтому и здесь $\overline{\psi}_\sigma$ = 0,36 можно использовать при вычислении приращения предела выносливости по формуле (3.9). Этот вывод не распространяется на концентратор типа напрессованной втулки, где $\overline{\psi}_\sigma$ = 0,25.

5. ВЛИЯНИЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ФАКТОРОВ НА ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И ПРЕДЕЛ ВЫНОСЛИВОСТИ

Изучалось влияние типа деформации (изгиб, кручение, растяжение-сжатие), асимметрии цикла напряжений и рабочих температур на остаточные напряжения и предел выносливости упрочнённых деталей и образцов.

6.1. Тип деформации

В разделах 4 и 5 было изучено влияние остаточных напряжений на предел выносливости при изгибе упрочнённых деталей и образцов с концентраторами в зависимости от различных технологических и конструктивных факторов. Характерной деформацией для большой группы авиационных деталей (валы, торсионы, рессоры) является переменное кручение, поэтому представляет интерес исследование влияния остаточных напряжений на предел выносливости при кручении в условиях концентрации напряжений.

Были изготовлены образцы диаметром 12мм из сталей 30ХГСА, ЭИ961, 40 и алюминиевого сплава В95 [13, 41]. Механические характеристики материалов представлены в табл. 6.1. Половина образцов подвергалась обработке на гидродробеструйной установке по режимам, приведённым в табл. 6.2. С целью изучения влияния на предел выносливости величины и характера распределения остаточных напряжений образцы из 30ХГСА упрочнялись на двух режимах.

Таблица 6.1

Механические характеристики материалов

Материал	Механические характеристики				
	$\sigma_в$, *МПа*	$\sigma_{0,2}$, *МПа*	δ, %	ψ, %	$S_к$, *МПа*
30ХГСА	796	534	17,4	67,3	1520
ЭИ961	913	769	16,9	65,1	1720
сталь 40	580	322	30,8	52,1	988
В95	649	593	8,8	16,4	792

Таблица 6.2

Режимы гидродробеструйной обработки

Материал	Давление масла *p, МПа*	Время обработки τ, *мин*	Диаметр шариков $d_ш$, *мм*
30ХГСА	0,19	8	2
30ХГСА	0,30	8	2
ЭИ961	0,29	8	2
сталь 40	0,25	8	2
В95	0,19	8	2

На упрочнённые и неупрочнённые образцы из сталей ЭИ961, 40 и сплава В95 безнаклёпным способом наносились надрезы полукруглого профиля с ρ_0 = 0,3мм, на образцы из стали 30ХГСА – с ρ_0 = 0,35 и 0,5 мм. Образцы из стали 40 исследовались также с одиночным и групповым надрезами прямоугольного профиля, размеры которых показаны на рис.6.1 и 6.2 ($t = b$ = 0,5мм, ρ_0 = 0,1мм, P = 3мм, D_1 = 12мм).

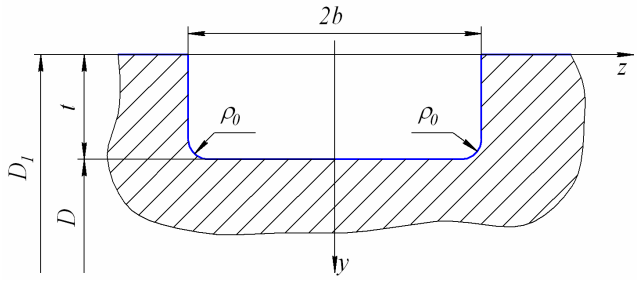


Рис.6.1. Надрез прямоугольного профиля

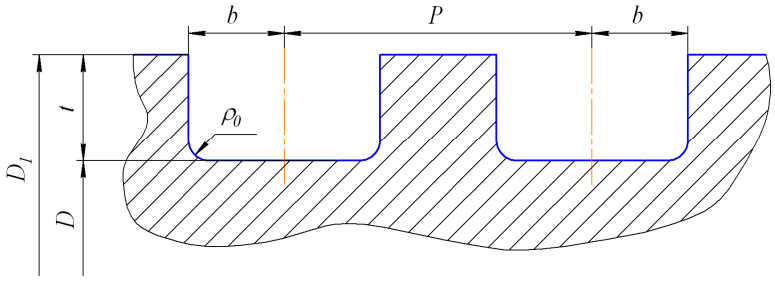
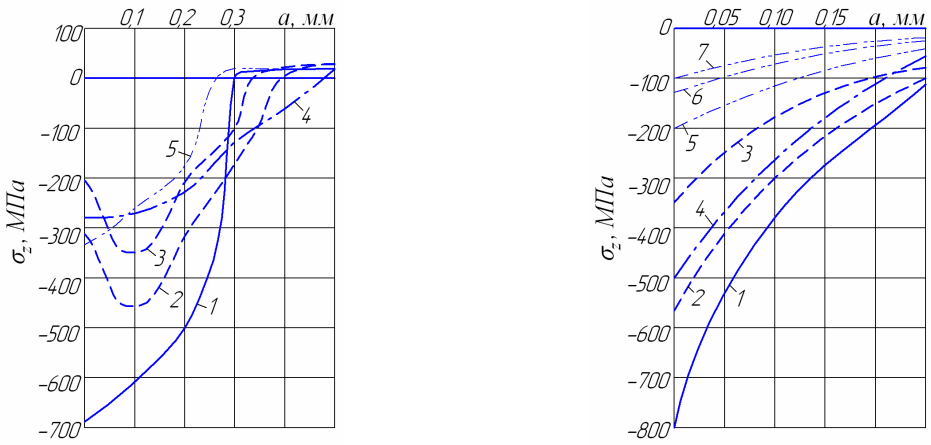


Рис. 6.2. Групповой надрез прямоугольного профиля

Эпюры остаточных напряжений для гладких образцов и образцов с надрезами полукруглого профиля приведены на рис.6.3, кроме образцов из 30ХГСА с ρ_0 = 0,5мм.

Эпюры остаточных напряжений в поперечном сечении образцов с надрезом прямоугольного профиля у радиусного перехода, где наблюдалась нераспространяющаяся трещина усталости , приведены на рис.6.3,*б*. Из данных рис. 6.3,*а* видно, что материал на дне надрезов образцов из сталей ЭИ961, 30ХГСА (ρ_0 = 0,5мм), 40 находился в ненаклёпанном состоянии, а из сталей 30ХГСА (ρ_0 = 0,35мм) и сплава В95 – в наклёпанном.

Результаты испытаний на усталость при кручении в случае симметричного цикла, остаточные напряжения $\sigma_z^{пов}$ на поверхности надреза, среднеинтегральные остаточные напряжения $\overline{\sigma}_{ост}$, глубина нераспространяющейся трещины усталости $t_{кр}$, значения коэффициентов ψ_τ и $\overline{\psi}_\tau$ приведены в табл.6.3.



а) б)

Рис.6.3. Остаточные напряжения в гладких образцах *(а)* и в образцах с надрезом *(б)* после ГДО: *1* – ЭИ961; *2* – 30ХГСА (p = 0,30МПа); *3* – 30ХГСА (p = 0,19МПа); *4* – В95; *5* – сталь 40, полукруглый надрез; *6* – сталь 40, групповой надрез; *7* – сталь 40, одиночный надрез

Необходимо отметить, что в случае кручения нераспространяющиеся усталостные трещины видны менее отчётливо, чем при изгибе. Они прерывисты, их размеры имеют значительные отклонения от средней глубины $t_{кр}$ при обходе по контуру излома.

Из данных табл. 6.3 видно, что для всех рассмотренных типов концентраторов и материалов коэффициент $\overline{\psi}_\tau$ различается незначительно и составляет в среднем 0,181, что в два раза ниже значения аналогичного коэффициента при изгибе. Также как и при изгибе, коэффициент $\overline{\psi}_\tau$ не зависит от степени неравномерного наклёпа на дне концентратора. При изменении остаточных напряжений на поверхности надреза образцов из стали 30ХГСА от -222МПа до -584МПа коэффициент $\overline{\psi}_\tau$ также не изменяется. Следовательно выводы о закономерностях влияния сжимающих остаточных напряжений на предел выносливости при изгибе справедливы и для кручения с той лишь разницей, что коэффициент $\overline{\psi}_\tau$ в два раза меньше, чем $\overline{\psi}_\sigma$.

Таблица 6.3

Результаты испытаний на усталость и определения остаточных напряжений.

Материал	Размеры образцов и концентратов				Неупрочнённые образцы		Упрочнённые образцы						
	D_1, *мм*	D, *мм*	тип надреза	ρ_0, *мм*	τ_{-1}, *МПа*	$S_{\tau_{-1}}$, *МПа*	τ_{-1}, *МПа*	$S_{\tau_{-1}}$, *МПа*	$\sigma_z^{пов}$, *МПа*	ψ_τ	$t_{кр}$, *мм*	$\overline{\sigma}_{ост}$, *МПа*	$\overline{\psi}_\tau$
30ХГСА	12	11,3	полукр.	0,35	180,7	4,07	207,1	1,84	-358	0,074	0,240	-146	0,181
							222,5	1,72	-584	0,072	0,235	-233	0,179
	12	11,0	полукр.	0,50	185,3	3,71	201,1	1,64	-222	0,071	0,235	-92	0,172
							211,4	1,59	-361	0,072	0,220	-149	0,175
ЭИ961	12	11,4	полукр.	0,30	244	4,20	300	1,57	-790	0,070	0,240	-293	0,191
В95	12	11,4	полукр.	0,30	37,5	2,84	72,5	2,02	-510	0,069	0,250	-193	0,180
сталь 40	12	11,4	полукр.	0,30	150	4,53	166	1,37	-210	0,080	0,250	-94	0,170
	12	11,0	прямоуг. одиноч.	0,10	150,8	3,83	157,8	2,08	-103	0,068	0,245	-38	0,187
	12	11,0	прямоуг. группов.	0,10	150,4	4,53	160	2,14	-132	0,073	0,230	-49	0,195

*)в проведении испытаний на усталость при кручении принимал участие Прохоров А.А.

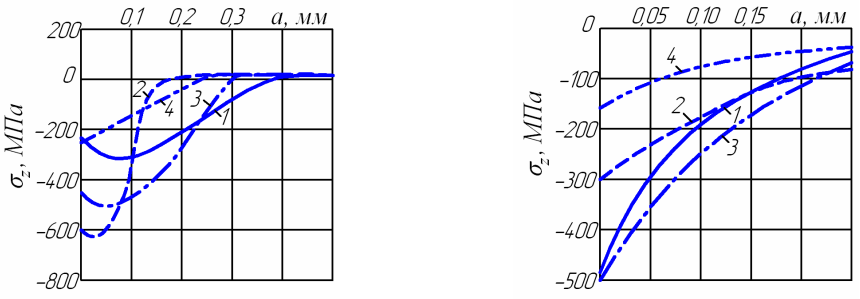
Далее было рассмотрено влияние остаточных напряжений на предел выносливости при растяжении-сжатии в случае симметричного цикла напряжений. Опыты проводились на образцах диаметром 10мм из нормализованной стали 45, 30ХГСА, ЭИ961 и сплава Д16Т, механические характеристики которых содержатся в табл. 6.4. Половина образцов после изготовления подвергалась упрочнению на установке с режимами, приведёнными в табл.4.2.

Таблица 6.4

Механические характеристики исследуемых материалов

Материал	$\sigma_в$, *МПа*	$\sigma_{0,2}$, *МПа*	δ, %	ψ, %	$S_к$, *МПа*
сталь 45	610	396	24,2	51,8	1010
30ХГСА	788	536	18,9	65,9	1484
ЭИ961	1090	990	11,3	67,4	2050
Д16Т	547	426	14,8	16,5	647

На упрочнённые и неупрочнённые образцы безнаклёпным способом наносились надрезы полукруглого профиля с радиусом ρ_0= 0,3мм. Распределение остаточных напряжений по толщине поверхностного слоя гладких и надрезанных образцов представлено на рис.6.5.



а) *б)*

Рис. 6.4. Остаточные напряжения в гладких образцах *(а)* и в образцах с надрезом ρ_0=0,3мм *(б)* после гидродробеструйной обработки: 1 – сталь 45; 2 – 30ХГСА; 3 – ЭИ961; 4 – Д16Т

Пределы выносливости образцов с надрезом и значения $\sigma_z^{пов}$, $\bar{\sigma}_{ост}$, $t_{кр}$, ψ_σ и $\bar{\psi}_\sigma$ приведены в табл.6.5.

Можно видеть, что оценка влияния поверхностного упрочнения на предел выносливости при растяжении-сжатии в случае симметричного цикла по критерию среднеинтегральных остаточных напряжения $\overline{\sigma}_{ост}$ для образцов с одинаковой степенью концентрации напряжения приводит к таким же результатам, как и при изгибе – коэффициент $\overline{\psi}_{\sigma}$ =0,355 практически равен аналогичному коэффициенту. Необходимо обратить внимание и на то, что критическая глубина нераспространяющейся трещины усталости практически не отличается от $t_{кр}$ при изгибе аналогичных по поперечным размерам образцов.

Таблица 6.5

Результаты испытаний на усталость и определения остаточных напряжений

Материал	Неупрочнённые образцы σ_{-1p}, *МПа*	Упрочнённые образцы					
		σ_{-1p}, *МПа*	$\sigma_z^{пов}$, *МПа*	ψ_{σ}	$t_{кр}$, *мм*	$\overline{\sigma}_{ост}$, *МПа*	$\overline{\psi}_{\sigma}$
сталь 45	152,5	200	-478	0,099	0,206	-134	0,355
30ХГСА	146	198	-300	0,173	0,200	-144	0,361
ЭИ961	151,3	233,4	-500	0,164	0,160	-258	0,357
Д16Т	78,4	105	-160	0,166	0,200	-75,3	0,353

6.2. Асимметрия цикла напряжений

Большая группа деталей испытывает асимметричный цикл напряжений. Например, тяги, резьбовые детали работают при переменных нагрузках со средними растягивающими напряжениями. Поэтому представляет определённый интерес исследовать совместное влияние остаточных и средних напряжений на предельную амплитуду цикла и установить возможность использования предложенного критерия применительно к такому нагружению.

Испытания на усталость при растяжении-сжатии с средним напряжением цикла σ_m проводились на таких же упрочнённых и неупрочнённых образцах из стали 45, как и при

симметричном цикле. Результаты испытаний на усталость, измерения $t_{кр}$, вычисления ψ_σ и $\overline{\psi}_\sigma$ представлены в табл. 6.6. Можно видеть, что с увеличением среднего напряжения предельная амплитуда цикла σ_{Ra} упрочнённых образцов уменьшается. Уменьшается σ_{Ra} и для неупрочнённых образцов, но менее интенсивно. Следует отметить, что критическая глубина нераспространяющейся трещины усталости $t_{кр}$ не зависит от среднего напряжения и равна в среднем 0,206мм.

С увеличением среднего напряжения коэффициенты ψ_σ и $\overline{\psi}_\sigma$ уменьшаются. Возникает вопрос – как же в этом случае проводить оценку приращения предельной амплитуды с помощью критерия среднеинтегральных остаточных напряжений? Для этого предлагается использовать диаграмму Ганна [43, 56, 61, 63] предельных амплитуд цикла напряжений $\sigma_a = \sigma_a(\sigma_m)$ (рис.6.5).

Таблица 6.6

Результаты испытаний на усталость и определения остаточных напряжений

σ_m, *МПа*	Неупроч-нённые образцы σ_{Ra}, *МПа*	Упрочнённые образцы					
		σ_{Ra}, *МПа*	$\sigma_z^{пов}$, *МПа*	ψ_σ	$t_{кр}$, *мм*	$\overline{\sigma}_{ост}$, *МПа*	$\overline{\psi}_\sigma$
0	152,5	200	-478	0,099	0,206	-134	0,355
50	137,5	-	-	-	-	-	-
100	135	180	-478	0,094	0,205	-134	0,336
200	132,5	155	-478	0,047	0,207	-134	0,167

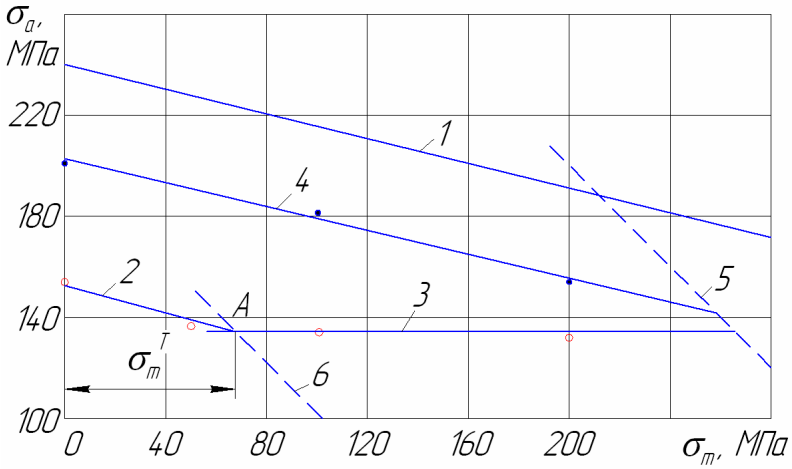


Рис. 6.5. Диаграммы предельных амплитуд цикла: *1* – материала; *2,3* – неупрочнённой детали; *4* – упрочнённой детали; *5,6* – по текучести

Построим диаграмму для нашего случая, сначала для материала. Предел выносливости исследованной стали 45 (табл. 6.4) при растяжении-сжатии в случае симметричного цикла (σ_{-1p}) составляет 240МПа, который откладывается по оси σ_a. По оси σ_m откладывается не предел прочности $\sigma_в$, как это обычно принято, а сопротивление отрыву $S_к$ = 1010МПа, что обосновано в работе [54]. Далее проводится схематизированная по линейному закону диаграмма предельных амплитуд цикла для материала (прямая 1). Справа диаграмма ограничивается условием текучести (прямая 5).

Затем строится диаграмма (ломаная прямая 2, 3) для упрочнённой детали с концентратором напряжений [56]. Левая часть (прямая 2) этой диаграммы проводится параллельно диаграмме 1 материала, уменьшая амплитуду в K_σ раз, где K_σ – эффективный коэффициент концентрации напряжений.

В нашем случае K_σ =1,55, тогда $\sigma_{-1p}^{дет}$ = 154МПа. Точка A возникновения пластических деформаций в концентраторе находится на пересечении прямых 2 и 6. Здесь штриховая прямая 6 ограничивает текучесть. Далее предполагается, что среднее напряжение в надрезе с ростом статической нагрузки из-за течения материала не увеличивается, поэтому правая часть (прямая 3) диаграммы предельных амплитуд цикла проводится параллельно оси σ_m.

Для построения диаграммы предельных амплитуд цикла упрочнённой детали (прямая 4) по формуле (3.7) вычисляется предел выносливости детали с остаточными напряжениями. Приняв $\overline{\psi}_\sigma$ = 0,36 и $\overline{\sigma}_{ост}$ = -134МПа (табл.6.6), получим $\sigma_{-1p}^{дет}$ = 202МПа. Эта величина откладывается по оси σ_a и проводится прямая 4, параллельная диаграмме материала – это и будет диаграмма предельных амплитуд цикла для упрочнённой детали с концентратором. На рис.6.5 точками показаны экспериментальные данные. Можно видеть, что эксперимент достаточно хорошо согласуется с принятой диаграммой предельных амплитуд цикла, поэтому предложенный подход может быть использован в практических расчётах.

Из геометрических соображений можно получить формулу для коэффициента $\overline{\psi}_\sigma^{(m)}$ при среднем напряжении цикла σ_m

$$\overline{\psi}_\sigma^{(m)} = \overline{\psi}_\sigma - \frac{\sigma_{-1p}(\sigma_m - \sigma_m^T)}{S_K \overline{\sigma}_{ост}}, \qquad (6.1)$$

где σ_m^T – среднее напряжение (рис.6.5), при котором в концентраторе без остаточных напряжений появляются первые пластические деформации. Формула (6.1) справедлива при $\sigma_m > \sigma_m^T$, если же $\sigma_m \le \sigma_m^T$, то коэффициент $\overline{\psi}_\sigma^{(m)} = \overline{\psi}_\sigma$. Значение сопротивления разрыву S_K можно вычислить по формуле [5]

$$S_к = \sigma_в(1+1{,}35\psi), \tag{6.2}$$

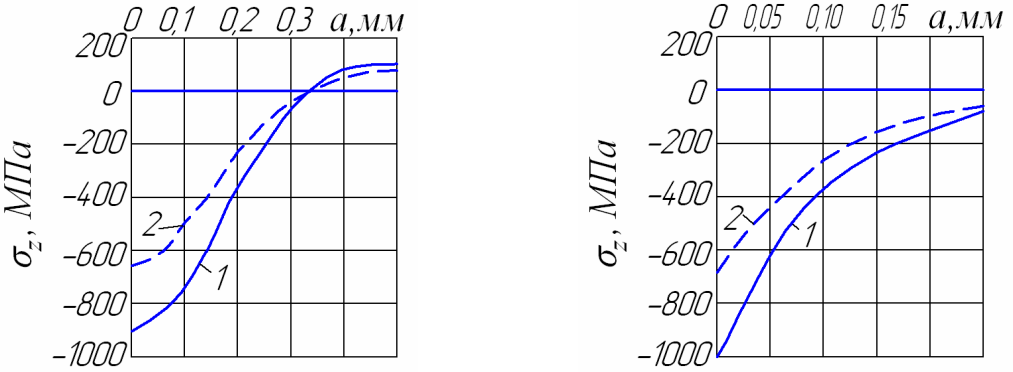
где $\sigma_в$ – предел прочности материала, ψ – относительное остаточное сужение после разрушения (в долях).

Таким образом, зная предел выносливости материала, сопротивление разрыву, эффективный коэффициент концентрации, напряжений, среднеинтегральные остаточные напряжения и коэффициент $\overline{\psi}_\sigma$, можно построить диаграмму предельных амплитуд цикла упрочнённой детали описанным выше способом. Для определения приращения предела выносливости при любом среднем напряжении можно воспользоваться формулой (3.8), в которой $\overline{\psi}_\sigma^{(m)}$ определяется по зависимости (6.1).

6.3. Рабочая температура

Вначале рассматривалось влияние рабочей температуры на остаточные напряжения и предел выносливости в случае изгиба при симметричном цикле. Опыты проводились на образцах диаметром 7,5 мм из стали ЭИ961, механические характеристики которой представлены в табл. 4.1. Часть образцов после изготовления подвергалась алмазному выглаживанию (табл. 4.2), а затем на все образцы наносились надрезы полукруглого профиля

ρ_0 = 0,3мм. Эпюры остаточных напряжений в гладких и надрезанных образцах приведены на рис. 6.6. На этом же рисунке показаны остаточные напряжения в образцах после их выдержки в печи при температуре 400°С в течение 100 часов. Видно, что после термоэкспозиции остаточные напряжения уменьшились примерно на 30%.



а) *б)*

Рис. 6.6. Остаточные напряжения в гладких образцах *(а)* и в образцах с надрезом *(б)* из стали ЭИ961 после алмазного выглаживания:

1 – Т = 20 °С; *2* – Т = 400 °С

Результаты испытаний на усталость при изгибе, остаточные напряжения $\sigma_z^{пов}$ и $\overline{\sigma}_{ост}$ представлены в табл.6.7. Можно видеть, что коэффициент $\overline{\psi}_\sigma$, учитывающий влияние упрочнения через критерий среднеинтегральных остаточных напряжений, для стали ЭИ961 и при температуре 400 °С достаточно близок к значению $\overline{\psi}_\sigma$ = 0,36. Поэтому формулу (3.8) можно использовать для приближённых вычислений приращения предела выносливости упрочнённых деталей при рабочих температурах, заложив в неё оставшиеся после воздействия температуры остаточные напряжения.

Далее проводились эксперименты на образцах прямоугольного поперечного сечения из сплавов ЭИ698ВД и ЖС6У с V-образными надрезами (рис.6.7) двух радиусов – ρ_0 = 0,5 и 1,0мм, имитирующих ёлочный замок лопатки ГТД.

Таблица 6.7

Результаты испытаний на усталость и определения остаточных напряжений

Темпера град.	Неупроч-нённ образцы σ_{-1}, *МПа*	Упрочнённые образцы					
		σ_{-1}, *МПа*	$\sigma_z^{пов}$, *МПа*	ψ_σ	$t_{кр}$, *мм*	$\overline{\sigma}_{ост}$, *МПа*	$\overline{\psi}_\sigma$
20	230	380	-1010	0,150	0,160	-422	0,356
400	190	270	-630	0,127	0,160	-242	0,331

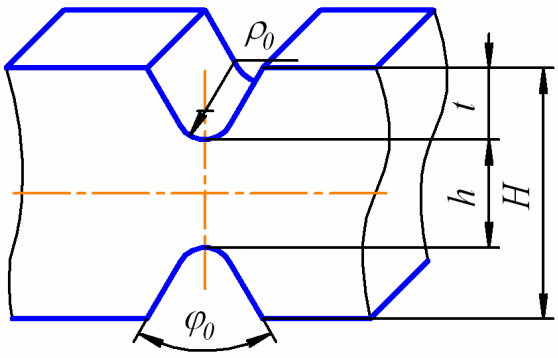


Рис. 6.7. Рабочая часть образца, имитирующего ёлочный замок лопатки ГТД

Размеры образцов представлены в табл.6.8, а механические характеристики материалов при температуре Т = 20° и 700°С – в табл.6.9.

Таблица 6.8

Геометрические параметры образцов

Вариант	*H, мм*	*h, мм*	*t, мм*	ρ_0, *мм*	φ_0, *град*
1	4,74-5,74	2,0-3,0	1,37	0,5	55°30`
2	6,10-7,10	2,0-3,0	2,05	1,0	55°30`

Таблица 6.9

Механические характеристики материалов

Материал	Т, °С	Механические характеристики				
		$\sigma_в$, *МПа*	$\sigma_{0,2}$, *МПа*	δ, %	ψ, %	$S_к$, *МПа*
ЭИ698ВД	20	1120	700	25	28	1540
	700	920	640	19	21	1180
ЖС6У	20	1030	940	4	6	1110
	700	960	870	2	3	1000

Надрезы на образцы наносились вначале фрезерованием, а затем доводились до нужных размеров профильным шлифовальным кругом. Половина образцов после шлифования подвергалась ультразвуковому упрочнению (УЗУ) по вариантам режимов, приведённых в табл. 6.10, где $d_ш$ – диаметр шариков, τ – время упрочнения.

Для определения остаточных напряжений использовались образцы с пятью идентичными надрезами, отстоящими друг от друга на расстоянии 12мм, а для испытаний на усталость – с одним надрезом. Исследовались остаточные напряжения как непосредственно после УЗУ, так и после термоэкспозиции при температуре Т = 700°С в течение 1000 часов. Эпюры остаточных напряжений приведены на рис.6.8 – 6.10.

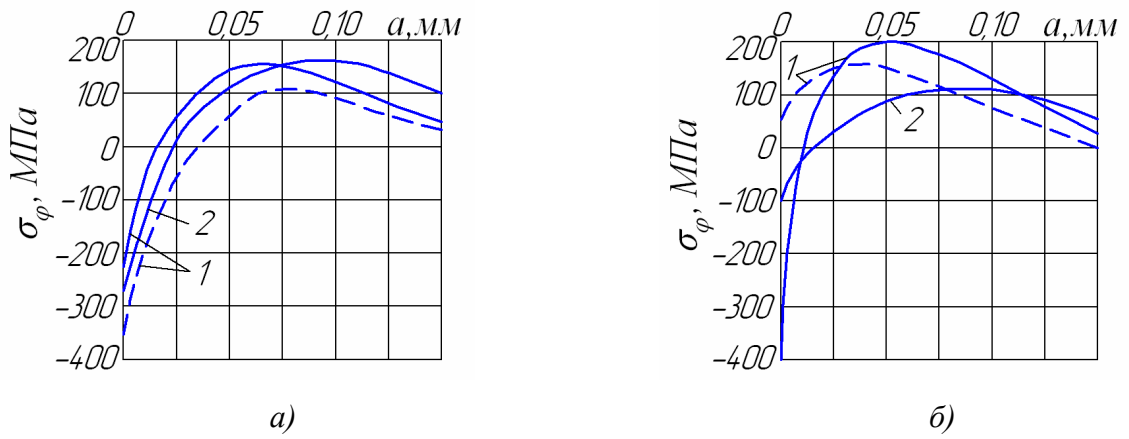
Таблица 6.10

Режимы ультразвукового упрочнения

Материал	ρ_0, *мм*	Вариант упрочнения	Режимы УЗУ	
			$d_ш$, *мм*	τ, *с*
ЭИ698ВД	0,5	1	1,0	60
		2	0,68	40
	1,0	3	1,3	60
		4	1,0	60
ЖС6У	0,5	5	0,68	80
	1,0	6	0,68	60
		7	0,68	30

После шлифования на поверхности дна надрезов возникают сжимающие остаточные напряжения до -360МПа, переходящие на глубине 15-40 мкм в растягивающие. Термоэкспозиция не привела к существенному изменению характера распределения остаточных напряжений после шлифования, но в образцах из сплава ЭИ698ВД с ρ_0= 0,5мм (рис.6.8,а) растягивающие напряжения появились и на поверхности надреза.

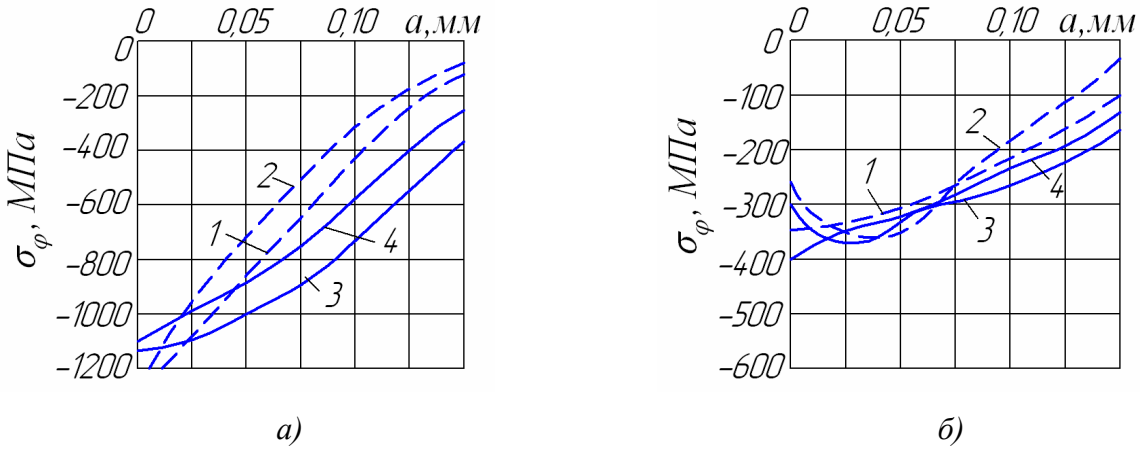
Ультразвуковое упрочнение образцов привело к созданию в области впадин надрезов значительных сжимающих остаточных напряжений с глубиной залегания 150 – 200мкм, достигающих у поверхности концентратора -1200МПа для сплава ЭИ698ВД (рис.6.9,*а*) и -1300 МПа для сплава ЖС6У (рис.6.10,*а*). В образцах с ρ_0= 0,5мм напряжения несколько выше, а глубина смены знака меньше, чем при ρ_0= 1,0мм, что совпадает с результатами расчётов по первоначальным деформациям [37]. Одновременное увеличение диаметра упрочняющих шариков с 0,68 до 1,0мм и времени обработки с 40 до 60с, не изменяет максимальных значений остаточных напряжений в образцах из сплава ЭИ698ВД (рис.6.9), но приводит к созданию более полной эпюры.



а) *б)*

Рис. 6.8. Остаточные напряжения в образцах с надрезом после шлифования *(а)* и последующей термоэкспозиции *(б)*: *1*–ЭИ698ВД; *2*–ЖС6У:

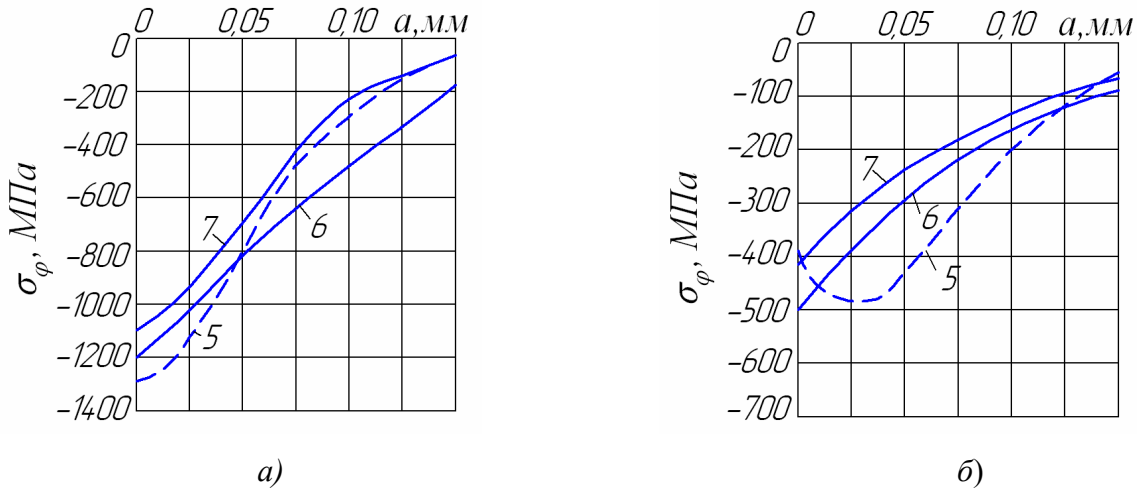
— ρ_0 = 1,0мм; – – – ρ_0 = 0,5мм



а) *б)*

Рис. 6.9. Остаточные напряжения в образцах из сплава ЭИ698ВД с надрезом после УЗУ *(а)* и последующей термоэкспозиции *(б)* : —— ρ_0 = 1,0мм; – – – ρ_0 = 0,5мм (номера кривых соответствуют номерам вариантов упрочнения табл.6.10)

Наибольшие остаточные напряжения возникают в образцах из сплава ЖС6У с радиусом надреза ρ_0 = 0,5мм (рис.6.10,*а*). Увеличение времени обработки образцов с ρ_0 = 1,0мм из этого сплава с 30 до 60с при неизменном диаметре упрочняющих шариков $d_ш$ = 0,68мм приводит к повышению как максимальных остаточных напряжений на поверхности концентратора, так и по толщине слоя.



а) *б)*

Рис. 6.10. Остаточные напряжения в образцах из сплава ЖС6У с надрезом после УЗУ *(а)* и последующей термоэкспозиции *(б)* : —— ρ_0 = 1,0мм; – – – ρ_0 = 0,5мм (номера кривых соответствуют номерам вариантов упрочнения табл.6.10)

Термоэкспозиция образцов с УЗУ привела к снижению сжимающих остаточных напряжений в 2,5-3 раза, причём в некоторых случаях наблюдается появление подслойного максимума, обусловленного, бóльшим наклёпом впадин надрезов шариками мéньшего диаметра. В образцах из сплава ЖС6У максимум остаточных напряжений выше, чем в образцах из сплава ЭИ698ВД, однако эпюра менее полная. Наблюдавшееся различие остаточных напряжений образцов, обработанных на различных режимах УЗУ, термоэкспозиция снивелировала. Исключение составляет лишь случай упрочнения образцов из сплава ЖС6У по режиму 7 (рис.6.10,*б*), при котором остаточные напряжения заметно меньше, чем в случае упрочнения по режиму 6. Поэтому можно рекомендовать для сплава ЖС6У режим 6 как более предпочтительный.

Были проведены испытания на усталость образцов с единичными V-образными надрезами ρ_0 = 0,5 и 1,0мм при температуре 700 °С. Испытания осуществлялись при растяжении в случае асимметричного цикла напряжений с σ_m = 450МПа для образцов из сплава ЭИ698ВД и σ_m = 350МПа – ЖС6У. Результаты испытаний приведены в табл.6.11, где представлены также остаточные напряжения $\sigma_z^{пов}$ и $\overline{\sigma}_{ост}$, коэффициенты ψ_σ и $\overline{\psi}_\sigma$.

Таблица 6.11

Результаты испытаний на усталость и
определения остаточных напряжений

Материал	ρ_0, *мм*	Вариант упрочнения	Неупрочнённые образцы σ_{Ra}, *МПа*	Упрочнённые образцы				
				σ_{Ra}, *МПа*	$\sigma_z^{пов}$, *МПа*	ψ_σ	$\overline{\sigma}_{ост}$, *МПа*	$\overline{\psi}_\sigma$
ЭИ698ВД	0,5	1	168	192	-350	0,069	-315	0,076
		2		193	-260	0,096	-330	0,076
	1,0	3	195	220	-400	0,062	-340	0,074
		4		218	-310	0,074	-320	0,072
ЖС6У	1,0	6	159	184	-500	0,050	-335	0,075
		7		177	-410	0,044	-250	0,072

Следует отметить, что глубина нераспространяющейся трещины усталости $t_{кр}$ = 0,065мм не измерялась, а вычислялась по формуле (7.1) по аналогии с упрочнёнными цилиндрическими образцами.

Можно видеть, что и в этом случае коэффициент $\overline{\psi}_\sigma$, равный в среднем 0,074, изменяется в значительно меньших пределах, чем ψ_σ. Для определения значений пределов выносливости при других средних напряжениях необходимо построить диаграммы предельных амплитуд циклов для каждого материала по вышеизложенной методике.

6. МЕТОД РАСЧЁТА ПРЕДЕЛА ВЫНОСЛИВОСТИ УПРОЧНЁННЫХ ДЕТАЛЕЙ С КОНЦЕНТРАТОРАМИ НАПРЯЖЕНИЙ

Проведённые эксперименты показали, что оценку приращения предела выносливости упрочнённых деталей можно проводить по критерию среднеинтегральных остаточных напряжений с помощью формул (3.8) и (6.1), приняв в ней $\overline{\psi}_\sigma$ = 0,36. Для расчёта, кроме остаточных напряжений по толщине поверхностного слоя опасного сечения детали,

необходимо знать критическую глубину $t_{кр}$ нераспространяющейся трещины усталости. При анализе результатов измерения $t_{кр}$ установлено, что её величина определяется только размерами поперечного сечения детали. На рис.7.1,*а* представлены значения $t_{кр}$ в зависимости от наименьшего диаметра D сплошных деталей с концентраторами, испытанных при изгибе, кручении и растяжении-сжатии. Кроме полученных в настоящем исследовании величин, использованы также данные, приведённые в литературе [26, 38, 42] для деталей из сталей 40, 45, 30ХГСА с галтелями, напрессованной втулкой, резьбой, упрочнённых роликом.

Можно видеть, что приведённые на рис.7.1, *а* значения $t_{кр}$ в зависимости от диаметра хорошо описываются линейной функцией

$$t_{кр} = 0{,}0216D\,. \qquad (7.1)$$

С этой зависимостью согласуются и результаты исследований [26, 48] для валов диаметром 160мм с галтелью и диаметром 241мм с напрессованной втулкой. Значения $t_{кр}$ для этих случаев составляли соответственно 3,3 и 5,5мм, а зависимость (7.1) даёт 3,46 и 5,2мм, различие не превышает 6%.

При проведении экспериментов в некоторых образцах наблюдались эксцентричные нераспространяющиеся трещины, в этом случае хорошо согласуется с (7.1) средняя их глубина. Отклонение от зависимости (7.1) результатов работ [22, 26, 45], в которых $t_{кр}$ определялась в одном осевом сечении образца, можно объяснить наличием эксцентричной трещины.

На рис.7.1,*б* представлены значения $t^{\circ}_{кр} / t_{кр}$ в зависимости от отношения *d/D*, где $t^{\circ}_{кр}$ – критическая глубина нераспространяющейся трещины в упрочнённой полой детали, $t_{кр}$ – по формуле (7.1), d – диаметр отверстия, D – наименьший диаметр детали (рис.5.4). Видно, что $t^{\circ}_{кр}$ зависит от *d/D* по нелинейному закону, который в исследованных пределах изменения *d/D* можно приближённо аппроксимировать выражением

$$t^{\circ}_{кр} = t_{кр}\left[1 - 0{,}04\left(\frac{d}{D}\right)^2 - 0{,}54\left(\frac{d}{D}\right)^3\right]. \qquad (7.2)$$

Если учесть (7.1), то зависимость (7.2) будет иметь следующий вид:

$$t^{\circ}_{кр} = 0{,}0216D\left[1 - 0{,}04\left(\frac{d}{D}\right)^2 - 0{,}54\left(\frac{d}{D}\right)^3\right]. \qquad (7.3)$$

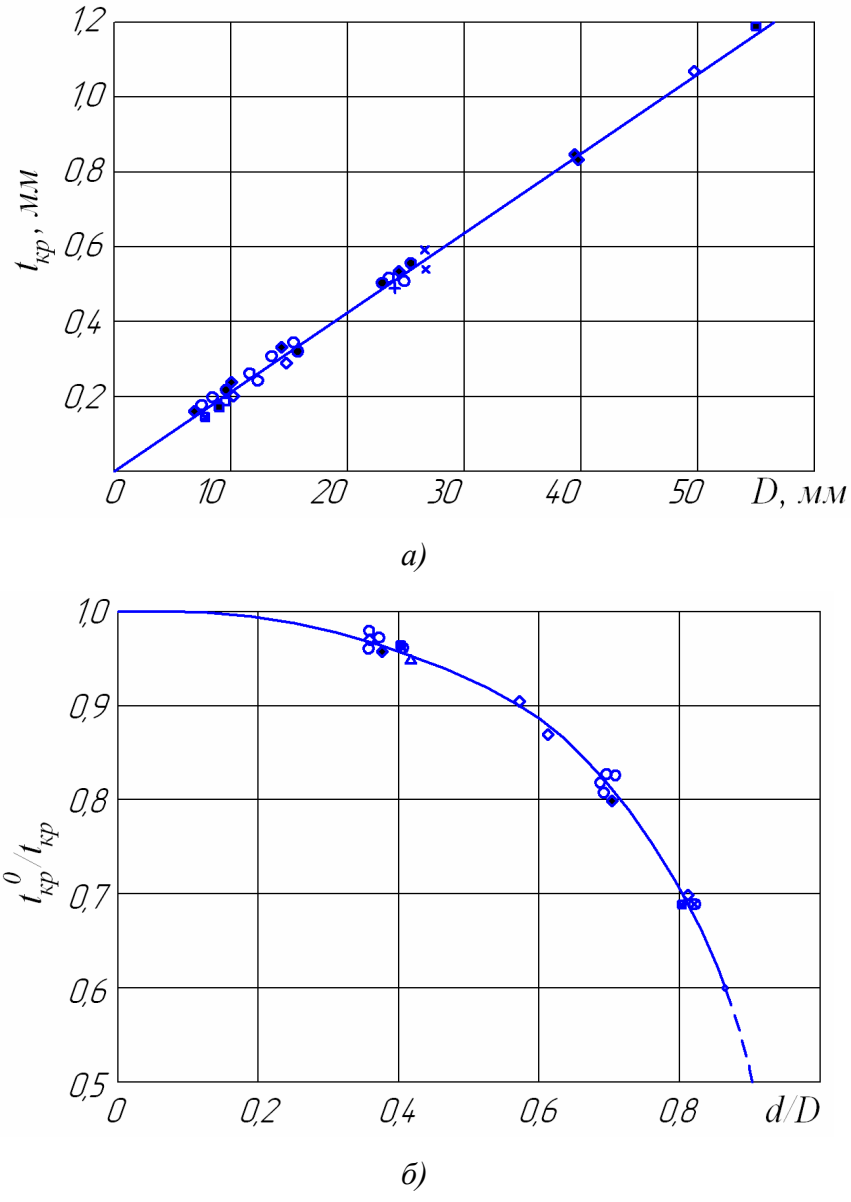


Рис.7.1. Зависимость глубины нераспространяющейся трещины от размеров поперечного сечения деталей: ◦ – 30ХГСА; • – 12Х18Н10Т; □ – ЭИ961;

■ – ЭИ437Б; ◇ – сталь 45; ◆ – Д16Т; ⊗ – 40Х; – сталь20 ⊠ – сталь 40 [42];
х – сталь 45 [26]; + – 30ХГСА [38]; *а* – сплошные детали, *б* – полые детали

Следовательно, для рассмотренных случаев критическая глубина нераспространяющейся трещины усталости в сплошных и полых упрочнённых цилиндрических деталях с концентраторами зависит от размеров поперечного сечения. Это даёт возможность определять значения $t_{кр}$ и $t^{\circ}_{кр}$ по формулам (7.1) и (7.3) без проведения экспериментов.

Таким образом, предел выносливости при изгибе, кручении и растяжении-сжатии поверхностно упрочнённой детали с концентратором можно определить расчётным путём по формуле (3.8), где $\overline{\psi}_{\sigma}$ = 0,36 (изгиб, растяжение-сжатие), $\overline{\psi}_{\tau}$ = 0,18 (кручение), а среднеинтегральные остаточные напряжения $\overline{\sigma}_{ост}$ вычисляются с помощью формулы (3.7) по толщине поверхностного слоя, равной глубине нераспространяющейся трещины усталости $t_{кр}$ (7.1) или $t^{\circ}_{кр}$ (7.3).

Необходимо заметить, что изложенная теория учёта влияния остаточных напряжений при прогнозировании предела выносливости гладких деталей применима только в том случае, когда остаточные напряжения в этих деталях не изменяются под действием переменных нагрузок.

7. ВЫВОДЫ

8.1. По результатам большого числа опытов при различных методах упрочнения, степенях наклёпа, размерах и формах концентраторов, асимметриях цикла напряжений предложен критерий оценки влияния остаточных напряжений на предел выносливости по разрушению поверхностно упрочнённой детали с концентратором – среднеинтегральное остаточное напряжение, вычисляемое по толщине поверхностного слоя, равной глубине нераспространяющейся трещины усталости.

8.2. Выявлено, что глубина нераспространяющейся трещины усталости в упрочнённой детали с концентратором определяется только размерами поперечного сечения и не зависит от вида поверхностного упрочнения, материала, последовательности изготовления и упрочнения концентратора, наклёпа, типа и размеров концентратора, величины сжимающих остаточных напряжений, типа деформации и асимметрии цикла напряжений.

8.3. Установлено, что для исследованных видов поверхностного упрочнения (гидродробеструйная обработка, обкатка роликом, алмазное выглаживане, обработка микрошариками, азотирование), различных материалов (стали 30ХГСА, 12Х18Н10Т, ЭИ961, ВНС40, 38Х2МЮА, 40Х, 45, 40, 20; сплавы ЭИ43Б7, В93, В95, Д16Т), степеней равномерного и неравномерного наклёпа, величин (118 – 1530 МПа) и характера распределения сжимающих остаточных напряжений, типов и размеров концентраторов, поперечных размеров деталей предложенный критерий хорошо отражает связь между остаточными напряжениями и приращением предела выносливости $\Delta p_R = \overline{\psi}_p \left| \overline{\sigma}_{ост} \right|$. В случае симметричного цикла коэффициент влияния остаточных напряжений по предложенному критерию составляет при изгибе и растяжении-сжатии $\overline{\psi}_\sigma$ = 0,36, при кручении $\overline{\psi}_\tau$ = 0,18.

8.4. В случае асимметричного цикла напряжений на основе указанного критерия оценки влияния остаточных напряжений предложена методика построения диаграммы предельных амплитуд и вычисления предельной амплитуды для упрочнённых деталей с концентраторами напряжений.

8.5. Показано, что критерий среднеинтегральных остаточных напряжений может быть использован и в случае работы детали при повышенной температуре, но при этом в расчёт следует брать остаточные напряжения детали в конце её ресурса, то есть с учётом релаксации. Их можно определить путем термоэкспозиции.

8.6. Экспериментально подтверждены закономерности распределения остаточных напряжений, выявленные расчётом по первоначальным деформациям: повышение остаточных напряжений на поверхности концентратора и уменьшение толщины слоя с сжимающими напряжениями при увеличении теоретического коэффициента концентрации, повышение остаточных напряжений в области концентратора с увеличением толщины упрочнённого слоя, увеличение остаточных напряжений гладкой сплошной детали с увеличением диаметра.

8.7. Уменьшением предела выносливости, локализацией очага разрушения, параметрами зоны упрочнения образцов с одиночным кольцевым следом от обкатного ролика подтверждено выявленное расчётным путем возникновение растягивающих остаточных напряжений при упрочнении малых по протяжённости зон деталей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бесман А.И. Изменение прочностных свойств сталей при усталостном разрушении (обзор) // Повышение прочности и долговечности деталей машин. – М.:Машиностроение,1969. – С.284-296.
2. Биргер И.А. Остаточные напряжения. – М.:Машгиз, 1963. – 232 с.
3. Ван дер Варден Б.Л. Математическая статистика. – М.:Изд-во иностр.литер., 1960. – 434 с.
4. Гуревич С.Е. Некоторые закономерности усталостного разрушения при наличии острых концентраторов напряжений // Физико-химическая механика материалов. – 1970. – №4. – С.107-109.
5. Давиденков Н.Н., Спиридонова Н.И. Анализ напряжённого состояния в шейке растянутого образца // Заводская лаборатория,1945. – №6. – С.583-593.
6. Дефектоскопия деталей при эксплуатации авиационной техники / Под ред. П.И.Беды. – М.: Воениздат, 1978. – 231с.
7. Иванов С.И., Григорьева И.В. К определению остаточных напряжений в цилиндре методом снятия части поверхности // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций.-Куйбышев:КуАИ, !971. – Вып.48. – С.179-183.
8. Иванов С.И. К определению остаточных напряжений в цилиндре методом колец и полосок // Остаточные напряжения.-Куйбышев, КуАИ, 1971. – Вып.53. – С.32-42.
9. Иванов С.И., Митряев К.Ф. Об изучении остаточного напряжённого состояния детали путем исследования образцов // Остаточные напряжения. – Куйбышев:КуАИ,1971. – Вып.53. – С.115-121.
10. Иванов С.И. Определение остаточных напряжений в поверхностном слое цилиндра// Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. – Куйбышев:КуАИ,1971. – Вып.48. – С.139-152.
11. Иванов С.И., Павлов В.Ф. Влияние остаточных напряжений и наклёпа на усталостную прочность // Проблемы прочности. – 1976. – №5. – с.25-27.
12. Иванов С.И., Шатунов М.П., Павлов В.Ф. Влияние остаточных напряжений на выносливость образцов с надрезом // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. – Куйбышев: КуАИ, 1974. – Вып.3 – С.88-95.
13. Иванов С.И., Павлов В.Ф., Прохоров А.А.Роль остаточных напряжений в сопротивлении усталости при кручении в условиях концентрации напряжений // Вопросы прочности и долговечности элементов авиационных конструкций. – Куйбышев: КуАИ, 1986. – С. 136-142.

14. Иванов С.И., Павлов В.Ф., Прохоров А.А. Влияние остаточных напряжений на сопротивление усталости при кручении в условиях концентрации напряжений // Проблемы прочности. – 1988. – №5. – С.31-33.
15. Когаев В.П., Гальперин М.Я. Оценка критических радиусов кривизны в зонах концентрации напряжений // Проблемы прочности. – 1982. – №3. – С.21-25.
16. Кравченко Б.А., Митряев К.Ф. Обработка и выносливость высокопрочных материалов. – Куйбышев,1968. – 131 с.
17. Кудрявцев И.В., Андреенко В.М. Экспериментальное определение сопротивления усталости крупных стальных валов при кручении // Вестник машиностроения. – 1964. – №6. – С.50-54.
18. Кудрявцев И.В. Внутренние напряжения как резерв прочности в машиностроении. – М.:Машгиз,1951. – 278 с.
19. Кудрявцев И.В., Минков Я.Л., Дворникова Е.Э. Повышение прочности и долговечности крупных деталей машин поверхностным наклёпом. – М.:НИИинформтяжмаш,1970. – 144 с.
20. Кудрявцев И.В. О причинах, вызывающих остановку развития усталостной трещины // Заводская лаборатория. – 1965. – №7. – С.754-759.
21. Кудрявцев И.В., Саверин М.М., Рябченков А.В. Методы поверхностного упрочнения деталей машин. – М.:Машгиз,1949. – 222 с.
22. Кудрявцев И.В., Салтыков М.А., Тищенко А.Т. Повышение прочности коленчатых валов методом ППД галтелей малого радиуса // Вестник машиностроения. – 1986. – №5. – С.49-50.
23. Кудрявцев П.И. Изменение номинальной напряжённости в вершине кольцевой усталостной трещины // Повышение прочности и долговечности деталей машин. – М.:Машиностроение,1969. – С.233-238.
24. Кудрявцев П.И., Морозова Т.И. Развитие усталостных трещин в сталях всвязи с поверхностным наклёпом // Исследования по упрочнению деталей машин. – М.:Машиностроение,1972. – С.194-200.
25. Кудрявцев П.И. Некоторые особенности строения трещин усталости в низкоуглеродистой стали // Повышение прочности и долговечности деталей машин.Кн.ЦНИИТМАШ,№110. – М.:Машиностроение, 1969. – С.105-113.
26. Кудрявцев П.И. Нераспространяющиеся усталостные трещины. – М.:Машиностроение,1982. – 171 с.

27. Кудрявцев П.И. Нераспространяющиеся усталостные трещины при кручении стальных деталей, упрочнённых ППД // Вестник машиностроения. – 1977. – №3. – С.55-57.
28. Митряев К.Ф. и др. Повышение усталостной прочности жаропрочных материалов алмазным выглаживанием поверхности деталей // Остаточные напряжения. – Куйбышев: КуАИ, 1971.Вып.53. – С.150-159.
29. Неразрушающий контроль металлов и изделий/Под ред.Г.С.Самойловича. – М.:Машиностроение, 1976. – 456 с.
30. Нисиока К. и др. Влияние остаточных напряжений на усталостную прочность. Перев. с яп.яз.статьи из журн. // Сумитомо киндзоку. – 1974. – Т.26. – №4. – С.448-457. – Пер.№Ц 88462.
31. Одинг И.А., Гуревич С.Е. Механизм возникновения нераспространяющихся трещин усталости в надрезах металлов. – ДАН СССР, 1965. – Т.161. – №2. – С.336-340.
32. Одинг И.А., Гуревич С.Е. Циклическая прочность стали в случае острых надрезов // Прочность металлов при переменных нагрузках.:Материалы третьего совещания по усталости металлов 5-9 марта 1962 г. – М.:АН СССР,1963. – С.75-81.
33. Павлов В.Ф., Вакулюк В.С., Кутовой В.А. Влияние остаточных напряжений на образование нераспространяющихся усталостных трещин/КуАИ.-Куйбышев.-1986.-7 с.-Деп. в ВИНИТИ 14.08.86,№5770 - В86.
34. Павлов В.Ф. Влияние величины сжимающих остаточных напряжений на приращение предела выносливости при изгибе в условиях концентрации напряжений // Известия вузов. Машиностроение. – 1988. – №7. – С.10-14.
35. Павлов В.Ф., Столяров А.К. Влияние размеров зоны поверхностного упрочнения на распределение остаточных напряжений в деталях/ КуАИ.-Куйбышев. – 1986. – 12с. – Деп.в ВИНИТИ 19.02.86, №1162-В86.
36. Павлов В.Ф.Влияние теплофизических характеристик материала на распределение остаточных напряжений у поверхности детали // Вестник машиностроения. – 1986. – №5. – С.23-24.
37. Павлов В.Ф., Столяров А.К. Влияние схем поверхностного деформирования на распределение остаточных напряжений в области концентратора/КуАИ. – Куйбышев. – 1985.-7 с. – Деп.в ВИНИТИ 12.11.85,№1870-В86.
38. Павлов В.Ф., Филатов А.П., Вакулюк В.С. Нераспространяющиеся трещины усталости в резьбовых образцах из стали 30ХГСА/КуАИ-Куйбышев. – 1986.-5 с. – Деп.в ВИНИТИ 13.08.86,№5750-В86.

39. Павлов В.Ф. О связи остаточных напряжений и предела выносливости при изгибе в условиях концентрации напряжений// Известия вузов. Машиностроение.-1986.-№8.-С.29-32.
40. Павлов В.Ф. Влияние характера распределения остаточных напряжений по толщине поверхностного слоя детали на сопротивление усталости // Известия вузов. Машиностроение. – 1987. – №7. – С3-6.
41. Павлов В.Ф., Прохоров А.А. Связь остаточных напряжений и предела выносливости при кручении в условиях концентрации напряжений // Проблемы прочности. – 1991. – №5. – С.43-46.
42. Попов Г.Г., Усов А.М. Исследование устаостной прочности стали. – М.:Трансжелдориздат, 1958. – 132 с.
43. Ромашёв Р.В., Фёдоров В.В., Соболев В.Л. О корреляционной связи пределов выносливости металлов с характеристиками статической прочности // Проблемы прочности. – 1980. – №11. – С.24-27.
44. Рублёв Я.А. Поверхностный наклёп и кинетика разрушения//Поверхностный наклёп высокопрочных материалов. – М.:ОНТИ, 1971. – С.82-90.
45. Рудницкий Н.М. Некоторые закономерности усталостного разрушения деталей машин, упрочняемых остаточными напряжениями // Проблемы прочности. – 1980. – №1. – С.29-34.
46. Свешников Д.А. и др. Сопротивление усталости цементованных и цианированных сталей применительно к зубчатым колесам/Свешников Д.А., Кудрявцев И.В., Гуляева Н.А., Голубовская Л.Д. // Вопросы прочности и долговечности машиностроительных материалов и деталей.-М.: ВНИИТМАШ, ОНТИ,1966. – С.48 – 55.
47. Серенсен С.В., Борисов С.П., Бородин Н.А. К вопросу об оценке сопротивления усталости поверхностно упрочнённых образцов с учетом кинетики остаточной напряженности // Проблемы прочности. – 1969. – №2. – С.3-7.
48. Серенсен С.В., Когаев В.П., Шнейдерович Р.М. Несущая способность и расчёт деталей машин на прочность. – М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.
49. Смагленко Ф.П. Влияние распределения остаточных напряжений на усталостную прочность твёрдого сплава ВК15 // Проблемы прочности. – 1980. – №8. – С. 35-38.
50. Степнов М.Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний:Справочник. – М.:Машиностроение,1985. – 232 с.

51. Торбило В.М., Маркус Л.И. Остаточные напряжения в поверхностном слое закалённых сталей после алмазного выглаживания // Вестник машиностроения. – 1969. – №6. – С. 44-45.
52. Туровский М.Л., Новик Р.А. Упрочняющая обкатка роликами азотированных стальных деталей // Вестник машиностроения. – 1970. – №1.-С.39-42.
53. Туровский М.Л. Остаточные напряжения во впадинах зубьев цементованных шестерён // Вестник машиностроения. – 1971. – №9. – С.38-40.
54. Фёдоров В.В., Щипачёв А.М., Цыганов С.Г. Зависимость для определения предела выносливости с учётом асимметрии цикла // Оптимизация технологических процессов по критериям прочности. – Уфа:УАИ,1986. – С. 26-30.
55. Филатов Э.Я., Павловский В.Э. Универсальный комплекс машин для испытания материалов и конструкций на усталость. – Киев: Наукова Думка,1985. – 92 с.
56. Форрест П. Усталость металлов. – М.:Машиностроение,1968. – 352 с.
57. Шашин М.Я., Кузько Э.Р. О влиянии надреза на циклическую прочность стали // Вестник машиностроения. – 1970. – №3. – С.33-35.
58. Шашин М.Я., Харченко Л.А., Кузько Э.Р. Чувствительность металлов к надрезу в зависимости от способа его нанесения // Вестник машиностроения. – 1972. – №3. – С.68-69.
59. Шканов И.Н., Смирнов В.А., Касаткин А.С. Сравнение усталостной прочности стали, упрочнённой вибро- и дробеструйными способами на одинаковую толщину наклёпанного слоя // Поверхностное упрочнение деталей машин и инструментов. – Куйбышев:КпТИ, 1976. – С.91-96.
60. Школьник Л.М., Девяткин В.П. Повышение прочности шестерён дробеструйным наклёпом // Вестник машиностроения. – 1950. – №12. – С.13-15.
61. Gunn K. Effect of Yielding on the Fatigue Properties of Test-pieces Containing Stress Concentrations // Aero.Quarterly 6, 1955. – 277 p.
62. Starker P., Macherauch E. Kugelstrahlen und Schwingfestigkeit // Zeitschrift fur Werkstofftechnik. – 1983. – No.14.S.109-115.
63. Yoshimoto I., Mazuyama K., Yamada Y. Prediction of Fatigue Strength of Bolt-Nut Joints Based on Residual Stress // Bulletin of Research Laboratory of Precision Machinery and Elektroniks. – 1985. – No.55 – P.5-10.

2.3 Образовательный контент по разделу «Теоретические основы высокоэффективных виброизоляторов»

1. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ БОРЬБЫ С ВИБРАЦИЕЙ И УДАРНЫМИ НАГРУЗКАМИ В АВИАЦИОННОЙ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКЕ

Вспомним некоторые понятия и определения, известные из курсов физики и теории колебаний.

Вибрация – длительное знакопеременное движение, вызываемое колебательными силами во всех движущихся системах.

Удар – резкое приложение нагрузки к конструкции, сопровождающееся мгновенным или почти мгновенным изменением скорости. Последствие удара – колебания конструкции с затухающей амплитудой на частоте собственных колебаний. Удар может привести к местным пластическим деформациям и в последующем к поломкам машины.

Работа всех энергетических машин сопровождается вибрацией и ударами, которые приводят к усталостным поломкам. Не допустить этого – одна из главных задач инженера – проектировщика и прочниста.

Как же обеспечить низкую виброактивность машин?

Борьба с вибрацией и ударами вот уже более 40 лет является стратегическим направлением кафедры «Конструкции и проектирования двигателей летательных аппаратов» Самарского государственного аэрокосмического университета. Первым заведующим кафедрой КиПДЛА являлся профессор Сойфер Александр Миронович. Он создал в 60-х годах прошлого века научное направление по разработке перспективных средств виброударозащиты на основе нового упругодемпфирующего материала, получившего название «металлический аналог резины» или более кратко – металлорезина.

Металлорезина – это цельнометаллический пористый материал, получаемый путем холодного прессования специальным способом созданного массива из металлической спирали. С момента начала космической эры все приборы и оборудование ракет нашей страны защищаются виброизоляторами из материала «металлорезина», созданными трудом ученых и специалистов СГАУ. Эти же средства борьбы с вибрацией нашли применение в авиации, судостроении, нефтехимической отрасли, в тяжелом машиностроении.

Какие же методы борьбы с вибрацией машин существуют в настоящее время? К этим методам можно отнести:

- уменьшение возбуждающих сил;

- частотную отстройку;

-изменение формы колебаний;

-виброизоляцию;

- демпфирование колебаний;

- одновременное применение виброизоляции и демпфирования.

Уменьшение возбуждающих сил в машинах осуществляется за счет:

- балансировки;

- уравновешивания звеньев механизма;

- уменьшением неравномерностей полей давления рабочих сред и температурных полей;

- использованием более рациональных кинематических схем;

- использованием новых принципов работы машин ;

- грамотным профилированием деталей, соприкасающихся с воздушными (или иными) потоками газов или жидкостей.

Частотная отстройка осуществляется за счет;

- Расположения агрегатов, узлов не на жестких основаниях, а на податливых элементах конструкции машины;

- применения в узлах крепления и в самих объектах податливых материалов и конструктивных элементов;

- изменением граничных условий (шарнирная лопатка, шаровые опоры, упруго податливые шарниры;

- разношагицы сопловых спрямляющих аппаратов;

- изменения коэффициентов перекрытия в зубчатых колесах.

Виброизоляция осуществляется:

за счет применения специальных податливых узлов крепления агрегатов машин – виброизоляторов (резиновых, пластмассовых, стальных пружин, тросовых элементов, многослойных пакетов лент, сеток.

Демпфирование осуществляется:

- за счет внутреннего трения в материалах;

- аэродинамического демпфирования;

- демпфирования в болтовых, заклепочных, шлицевых, прессовых соединениях, сварных узлах;

- за счет применения специально спроектированных и встроенных в машину демпферов, работающих на принципах конструкционного демпфирования за счет сухого трения контактирующих пар, магнитного гистерезиса, гидродинамического сопротивления;

- за счет применения демпфирующих покрытий специальными лаками;

- за счет применения клеевых соединений.

Более подробно мы разберем эти темы в последующих разделах.

2. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМЫ ВИБРОИЗОЛЯЦИИ

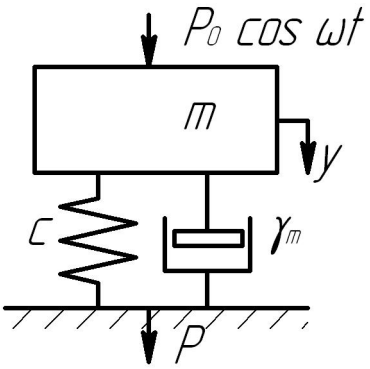


Рис.2.1.Модель одномассовой системы

Запишем известное дифференциальное уравнение движения одномассовой системы в комплексной форме, предложенной Е.С.Сорокиным [165]:

$$m\ddot{y} + (1 + \bar{i} \cdot \gamma_m)cy = P_0 \cos \omega. \qquad (2.1)$$

здесь m – масса объекта (рис. 2.1);

ω - круговая частота колебаний;

γ_m – коэффициент демпфирования;

P_0 – амплитуда внешней силы;

y – текущее смещение массы m;

P – амплитуда силы, передающаяся на основание при колебаниях массы m,

$\bar{i} = \sqrt{-1}$.

Введем несколько безразмерных параметров:

- коэффициент виброизоляции

$$\eta = \frac{P}{P_0}; \qquad (2.2)$$

и относительную частоту

$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}, \qquad (2.3)$$

где собственная частота колебаний

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}. \qquad (2.4)$$

Известно [2], что коэффициент виброизоляции

$$\eta = \sqrt{\frac{1 + \gamma_m^2}{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + \gamma_m^2}}. \qquad (2.5)$$

Здесь

$$\gamma_m = \frac{\psi}{2\pi}; \qquad (2.6)$$

$$\psi = \frac{W}{\dot{I}}; \qquad (2.7)$$

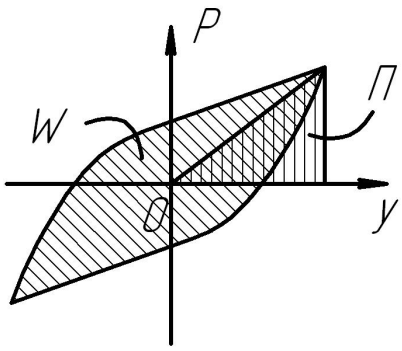


Рис. 2.2. Петля гистерезиса

ψ - коэффициент поглощения;

W – рассеянная циклическая энергия;

$П$ – условная величина амплитуды потенциальной энергии, накопленной упругой системой за цикл деформирования (рис. 2.2).

На рис. 2.3 показана типовая амплитудно-частотная характеристика, построенная в безразмерных координатах (η — $\bar{\omega}$).

Из графика видно, что если частота возбуждения мала по сравнению с частотой собственных колебаний изолируемой системы, то коэффициент виброизоляции η незначительно отличается от единицы и применение виброизоляторов в этом диапазоне бесполезно.

Когда отношение частот приближается к единице, т.е. собственная частота изолируемой системы ω_0 близка к частоте возбуждения ω, коэффициент η возрастает и при малом демпфировании амплитуды колебаний (и амплитуды передаваемых на основание сил) принимают большие значения. Возникает *явление резонанса*. Упругая подвеска должна быть выполнена так, чтобы на рабочем диапазоне явление резонанса по возможности исключалось.

Весьма интересно, что для всех величин коэффициентов демпфирования существует особая точка $\bar{\omega} = \sqrt{2}$, после которой собственно начинается зона виброизоляции, т.е. снижения передаваемых на основание сил по сравнению с действующей на объект внешней силой. Одновременно снижаются и амплитуды колебаний по сравнению со статической осадкой от веса объекта.

Введем параметр, количественно оценивающий эффективность виброизоляции:

$$Э=(1-\eta)\times 100\%. \quad (2.8)$$

С увеличением относительной частоты $\bar{\omega}$ эффективность виброизоляции увеличивается (см. рис. 2.3). Начиная с $\bar{\omega} \approx 5$ наклон кривой Э($\bar{\omega}$) уменьшается, так что нет существенного улучшения эффективности изоляции при уменьшении жесткости упругой подвески. Кроме того, стоимость подвески существенно увеличивается с уменьшением жесткости виброизоляторов, так как увеличивается статическая осадка и конструкторам необходимо предусматривать специальные противоударные ограничители хода и обеспечивать устойчивость вибраций в трех взаимно-перпендикулярных направлениях вибровоздействий. Частично этот вопрос будет рассмотрен при дальнейшем изложении.

В большинстве случаев достаточно, чтобы

$$\bar{\omega} \approx (2{,}5\ldots5{,}0). \qquad (2.9)$$

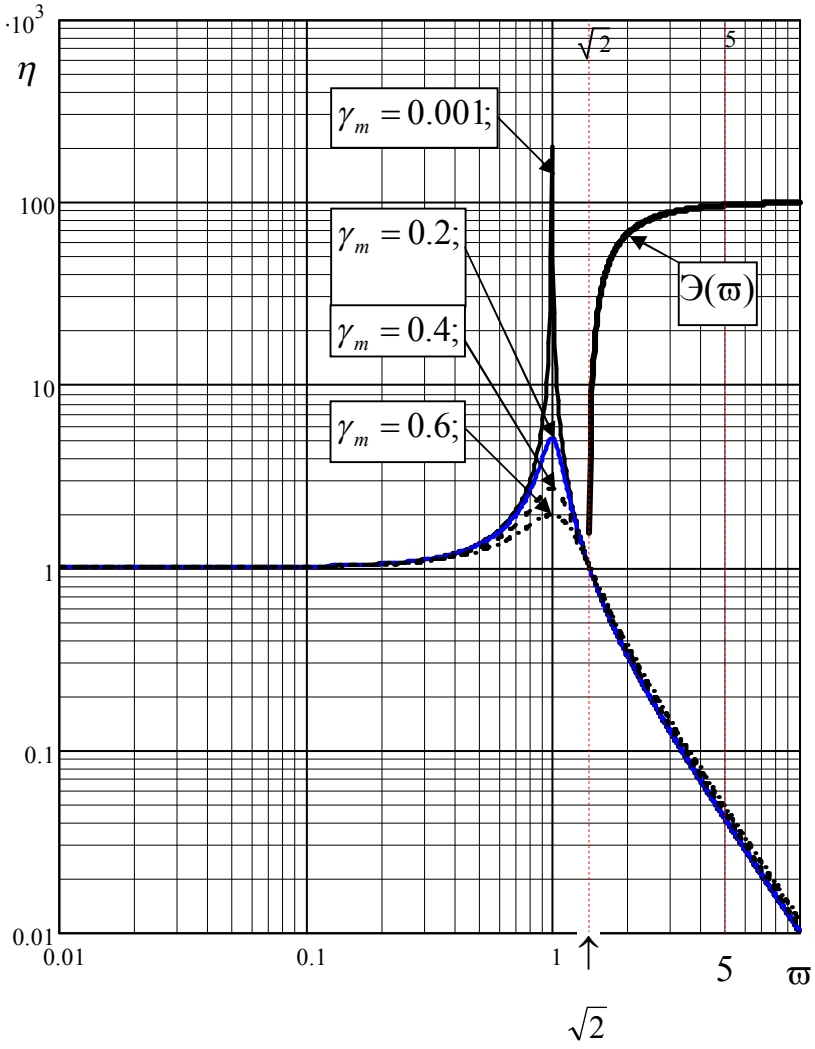


Рис. 2.3. Амплитудно-частотная характеристика одномассовой системы с демпфированием, пропорциональным скорости нагружения демпфера

Уже при $\bar{\omega}$ = 2,5 виброизоляторы изолируют 81% вибрации, а при $\bar{\omega}$ = 5 эффективность виброизоляции составляет 96%.

Таким образом, при правильном выборе $\bar{\omega}$ (условие (2.9) нагрузка опорного основания динамическими возмущающими силами существенно уменьшается. Поэтому правильно изолированную машину можно монтировать без фундамента на одних виброизоляторах, устанавливаемых на любом жестком основании (чердачном или этажном перекрытии, стенных кронштейнах и т. д. , если оно обладает достаточной грузоподъемностью для выдерживания веса машины [75].

При $\bar{\omega} > \sqrt{2}$ величина η уменьшается с увеличением $\bar{\omega}$ и слабо зависит от величины γ_m.

На рис. 2.4 показано изменение эффективности виброизоляции от безразмерной частоты $\bar{\omega}$ и коэффициента демпфирования γ_m. Сплошной линией показана кривая, подсчитанная для γ_m=0,0001, а пунктиром – для γ_m = 0,6 (такая величина является практически максимально возможной для упругодемпфирующих элементов из материала МР, тросов, многослойных пакетов, рессор). Из графика видно, что максимальное расхождение эф-

фективности виброизоляции находится при $\bar{\omega}$ = 2…2,5 и составляет не более 5%. При $\bar{\omega}$ = 5 расхождение эффективности виброизоляции демпфированной и недемпфированной систем составляет 0, 721%, где амплитуды колебаний и передаваемые на основание силы очень малы.

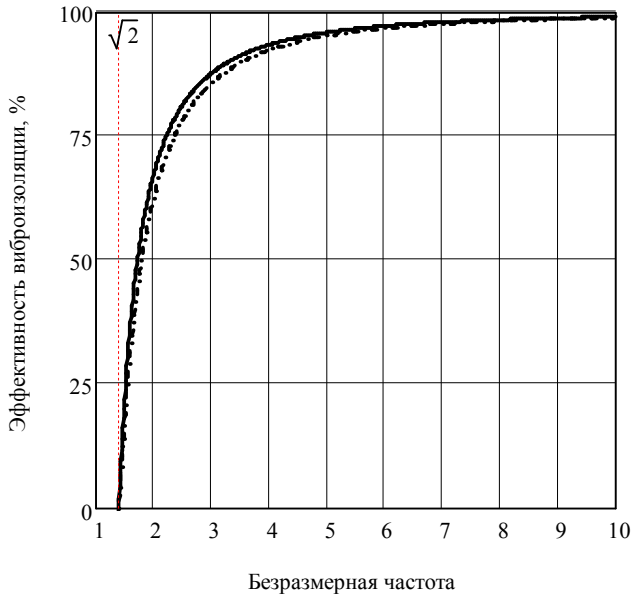


Рис. 2.4. Сопоставление эффективности виброизоляции для недемпфированной (——) и демпфированной (— · — · —) систем виброзащиты

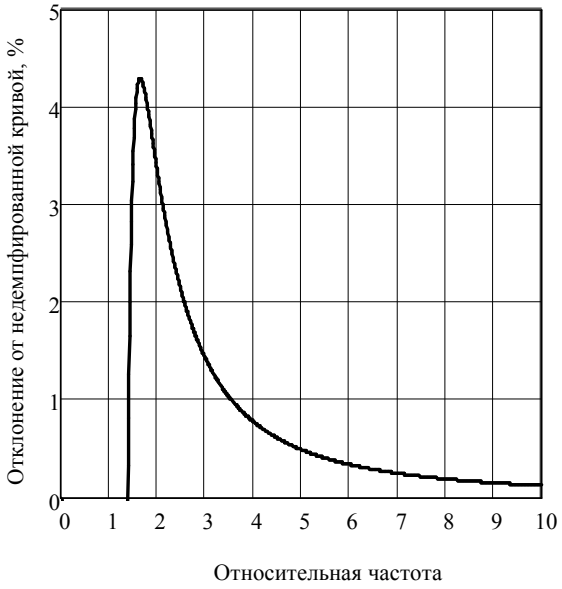


Рис. 2.5. Отклонение кривых друг от друга для недемпфированной и демпфированной систем виброзащиты

Так, для недемпфированной системы при $\bar{\omega}$ = 5 эффективность виброизоляции составляет η = 95,833%, а для демпфированной при γ_m = 0,6 – 95,142%. Таким образом, за резонансом демпфирование, хотя и ухудшает эффективность виброизоляции, но настолько слабо по сравнению с чисто упругой недемпфированной системой, что этим ухудшением можно смело пренебречь. Зато демпфированные системы при переходе через резонанс существенно выигрывают, значительно снижая нагрузки на основание и амплитуды колебаний.

Кстати, заметим, что у ряда инженеров, научных работников, преподавателей ВУЗов сложилось ложное впечатление о том, что в зарезонансной зоне с увеличением относительной частоты $\bar{\omega}$ демпфирование все больше и больше ухудшает вибрационное состояние машины, увеличивая виброактивность по сравнению с упругой подвеской. Это совершенно не так!

Данное суждение возникло вследствие представления амплитудно-частотной характеристики в логарифмических координатах. Если же ту же кривую, показанную на рис. 2.3 представить в обычных координатах мы получим совсем иную картину: все кривые

после точки $\overline{\omega} > \sqrt{2}$ сначала незначительно расходятся (не более чем на 4%), а затем при $\overline{\omega} = 5...8$ практически сходятся в одну кривую, асимптотически приближаясь к нулю (рис. 2.6).

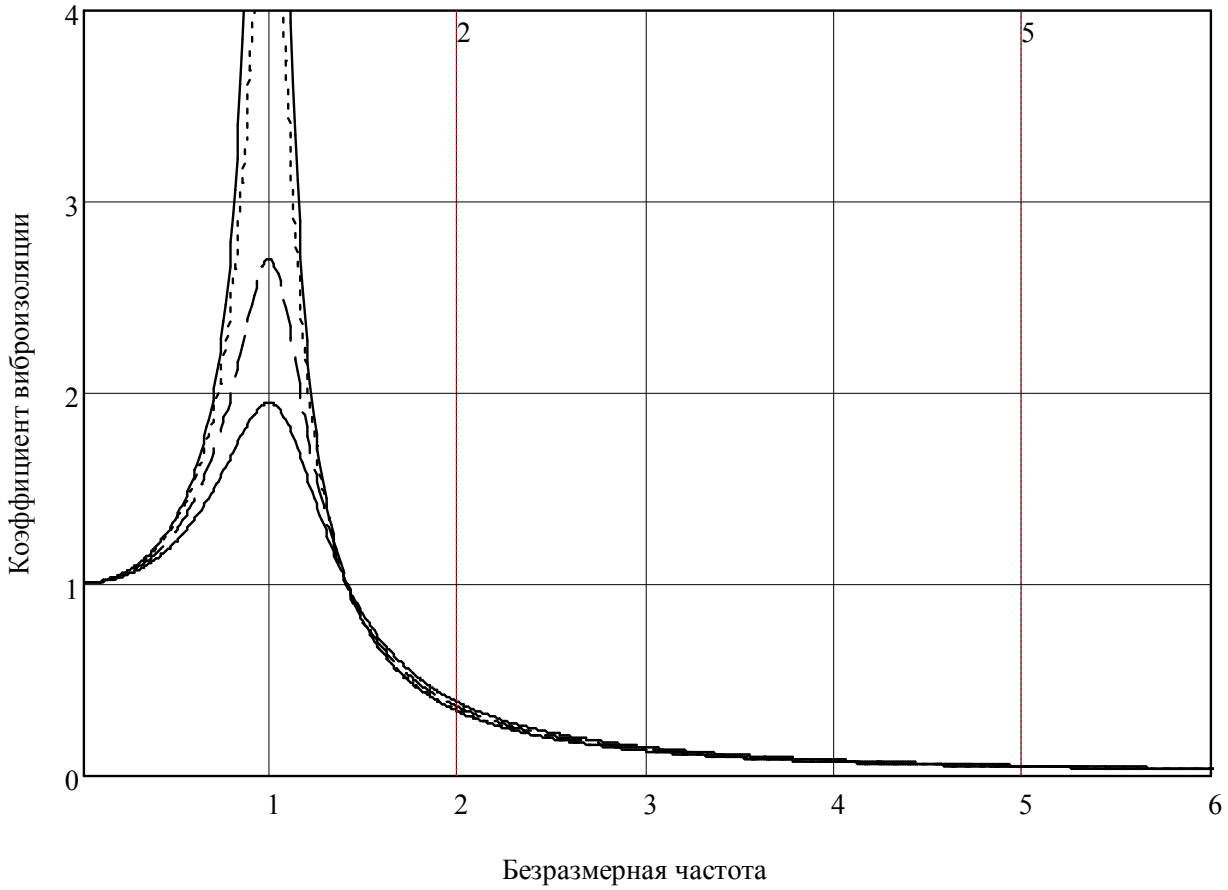


Рис. 2.6. Представление амплитудно-частотных характеристик механических систем с различными уровнями демпфирования ($0 \le \gamma_m \le 0{,}6$) в обычных линейных координатах

Полезно учесть, что виброизоляторы, допускают некоторое перемещение изолируемого объекта относительно жесткого основания. Поэтому все подводки к подрессоренному объекту (трубы, кабели, приводные соединения, тяги управления и.т.д.) должны монтироваться так, чтобы не препятствовать свободе его перемещения. Недостаточно гибкие подводки вносят в изолируемую систему добавочную жесткость, увеличивают собственные частоты, могут сами сильно вибрировать, ухудшая виброизоляцию объекта.

3. СВЯЗЬ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ СО СТАТИЧЕСКОЙ ОСАДКОЙ ВИБРОИЗОЛЯТОРОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВЕСА ОБЪЕКТА

Запишем выражение, связывающее жесткость c, массу m, круговую и линейную частоты механической одномассовой системы:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}. \qquad (3.1)$$

Здесь круговая частота ω_0 измеряется в рад/сек, линейная частота f_0 в Гц. Жесткость упругой системы можно определить в виде

$$c = \frac{G}{y_{ñò}}, \qquad (3.2)$$

где G – вес объекта виброзащиты, $y_{ñò}$ - статический прогиб или осадка виброзащитной системы под действием веса объекта в мм. Массу объекта представим в виде

$$m = \frac{G}{g}, \qquad (3.3)$$

где ускорение свободного падения g = 9800 мм/сек^2.

Подставив выражения (3.2-3.3) в (3.1), получим

$$2\pi f_0 = \sqrt{\frac{G \cdot g}{y_{ñò} \cdot G}} = \sqrt{\frac{g}{y_{ñò}}}. \qquad (3.4)$$

Подставив значение g и возведя обе части равенства (3.4) в квадрат, получим

$$y_{ñò} = \frac{g}{4\pi^2 f_0^2} \cong \frac{250}{f_0^2}. \qquad (3.5)$$

В выражении (3.5) $y_{ст}$ в мм, а частота f_0 – в Гц.

На рис. 3.1 показано изменение статического прогиба (осадки) виброизолированной системы в зависимости от потребной собственной частоты.

Из рисунка видно, что для собственной частоты системы в один герц осадка составит 250 мм, для двух герц – 62,5 мм, для пяти герц – 10 мм, для 10 герц – 2,5 мм и т.д. Отсюда следует вывод, что не для всех объектов можно создавать упругие подвески малой жесткости и низкой собственной частоты. Для аэрокосмической техники при плотной компоновке агрегатов и приборов в полезных отсеках позволить роскошь низкочастотной виброзащитной системы невозможно – потребуются очень большие объемы пространства. К тому же при низкой собственной частоте систем есть возможность попасть в зону неустойчивой работы с неизбежным задеванием корпусов друг за друга и возможными поломками. В связи с этим приборы и оборудование в аэрокосмической технике размещают, как правило, на виброизоляторах, дающих собственную частоту механической системы 10-20 Гц.

Железнодорожные вагоны размещают на упругих виброзащитных системах с собственной частотой 2-3 Гц, но эти объекты позволяют иметь осадку 50-70 мм (см. табл.

3.1). Есть, однако способы создания виброзащитных систем с очень малой жесткостью подвески. Это так называемые системы квазинулевой жесткости. Об этом будет сказано далее при изложении материала книги.

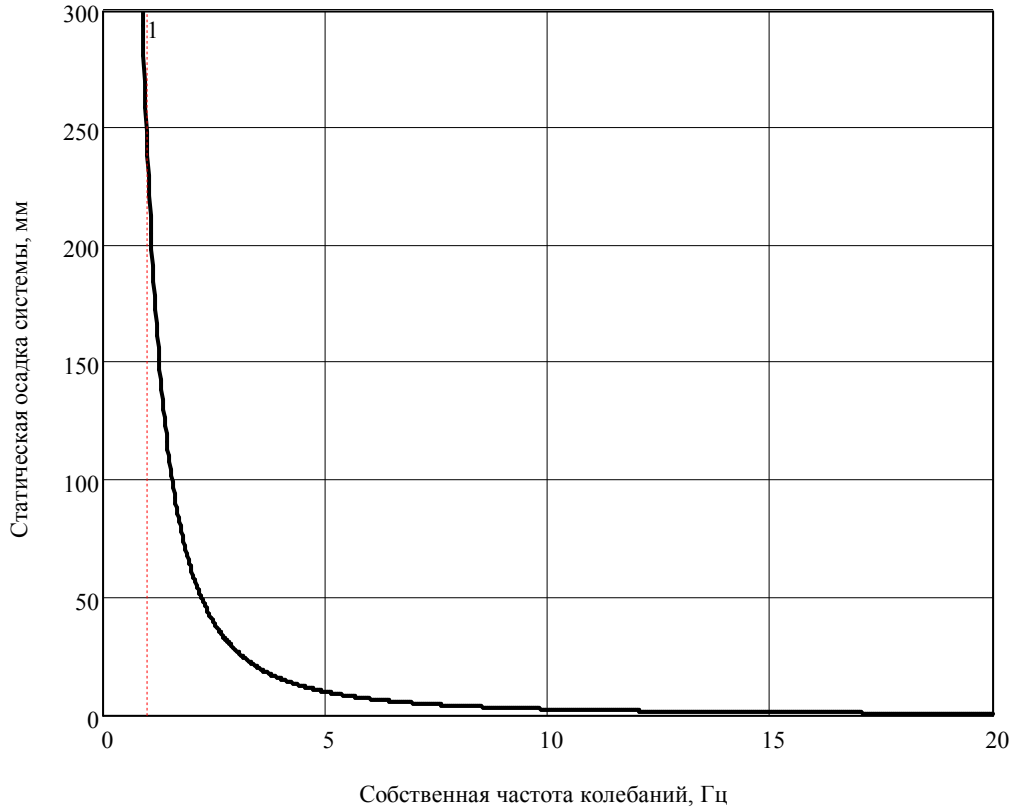


Рис. 3.1. Связь собственной частоты механической системы с линейной упругой подвеской с осадкой под действием собственного веса объекта

Таблица 3.1

Таблица соответствия статической осадки линейной системы виброизоляции и ее собственной частоты

f_0, Гц	0,5	1,0	2,0	5,0	10	25	50
$y_{ст}$, мм	1000	250	62,5	10	2,5	0,4	0,1

Блоки атомных электростанций подвешивают на специальных податливых подвесках с собственной частотой колебаний механической системы 0,25…0,5 Гц. Для таких устройств статическая осадка составляет 1…2 м, но это можно осуществить, размещая блок в специальном котловане.

Ракетные двигатели, как правило, размещают на виброизоляторах довольно большой жесткости. Собственная частота их подвески обеспечивается величиной 50…70 Гц, так как в этих конструкциях не допускается статическая осадка более 0,1 мм.

4. ОСОБЕННОСТИ ОПИСАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕМПФИРОВАНИЯ В ДЕМПФЕРАХ И ВИБРОИЗОЛЯТОРАХ СУХОГО ТРЕНИЯ

4.1. Характеристики демпферов сухого трения при одноосном нагружении

Расчетная схема сухого трения показана на рис. 4.1. Здесь R – сила сопротивления в демпфере сухого трения, N – сила, сжимающая контактную пару.

Как правило, элемент сухого трения в машинах работает параллельно с упругими элементами. Расчетная схема такого кобинированного устройства показана на рис. 4.2.

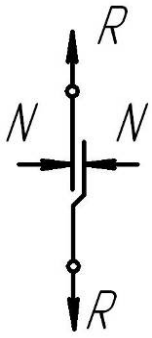


Рис. 4.1. Расчетная схема элемента с сухим трением

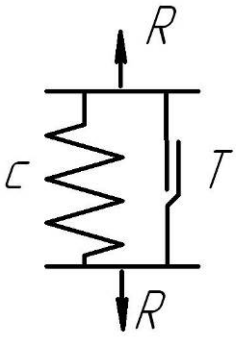


Рис. 4.2. Расчетная схема устройства сухого трения с упругостью

Математически зависимость силы сопротивления элемента сухого трения записывается в виде закона Кулона:

$$R = const = T \cdot sign(\dot{y}), \quad (4.1)$$

где $sign(\dot{y})$ - знак скорости перемещения подвижного элемента контактирующей пары (вибратора), а сила трения

$$T = N \cdot f ,$$

где f – коэффициент трения в контактном элементе.

Для схемы, показанной на рис. 4.2 сила сопротивления равна

$$R = c \cdot y + T \cdot sign(\dot{y}) . \quad (4.2)$$

Графически зависимости (4.1) и (4.2) показаны на рис. 4.3 и 4.4.

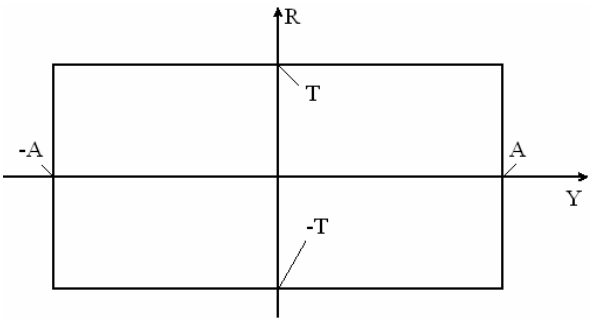


Рис. 4.3. Петля гистерезиса элемента сухого трения

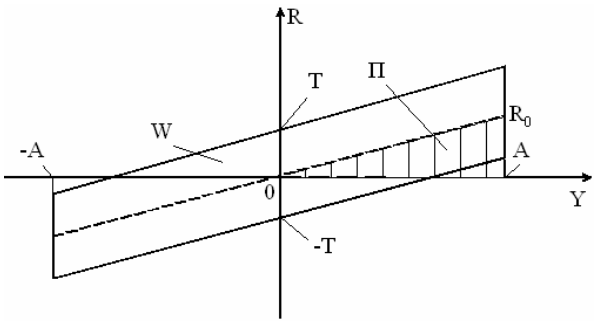


Рис. 4.4. Петля гистерезиса элемента сухого трения с упругостью

Рассеянная за цикл энергия численно равна площади петли гистерезиса. В связи с этим для демпфера сухого трения имеем:

$$W = 4TA. \quad (4.3)$$

Коэффициент жесткости c численно равен тангенсу угла наклона средней линии петли рис. 4.4

$$c = \frac{R_0}{A}, \tag{4.4}$$

тогда коэффициент поглощения

$$\psi = \frac{W}{\Ï} = \frac{4 \cdot \dot{O} \cdot \dot{A} \cdot 2}{R_0 \cdot A} = \frac{8T}{R_0} = \frac{8T}{cA}. \tag{4.5}$$

С учетом (4.5) коэффициент демпфирования найдется в виде:

$$\gamma_m = \frac{\psi}{2\pi} = \frac{4T}{\pi cA}. \tag{4.6}$$

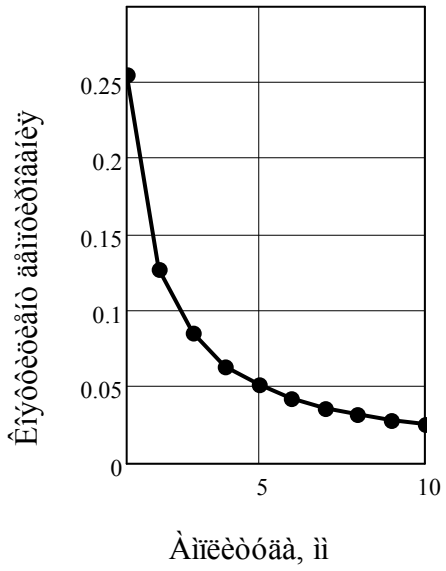


Рис. 4.5. Зависимость коэффициента демпфирования γ_m при сухом трении от амплитуды A

Если учесть, что сила трения T и жесткость c являются постоянными величинами, то при сухом трении коэффициент демпфирования γ_m является переменной величиной, зависящей от амплитуды деформирования подвески (рис. 4.5) и имеет вид гиперболы.

Следует отметить, что приведенные формулы справедливы только при одноосном (однонаправленном) циклическом деформировании элемента сухого трения. Если же демпфер сухого трения работает при пространственном деформировании упругодемпферной подвески, характер гистерезиса существенно меняется. Эксперименты и теоретические исследования показывают, что вид траектории движения подвижного элемента демпфера сухого трения (вибратора) оказывает существенное влияние на характер гистерезиса. Это влияние мы и рассмотрим в следующем подразделе главы 4.

4.2. Особенности характеристик демпфирования систем с сухим трением при круговых движениях вибратора

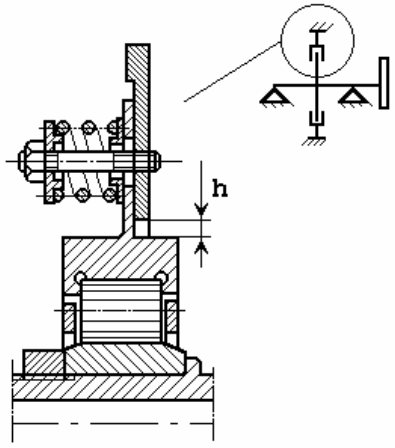


Рис.4.6. Конструкция демпфера сухого трения авиационного ГТД

На рис. 4.6 показана конструкция демпфера сухого трения, расположенного посередине ротора турбомашины. Он состоит из дополнительного роликового подшипника, установленного на валу и опирающегося на фрикционный диск, укрепленный на неподвижном диске корпуса. Диски стянуты болтами с помощью пружин, создающих необходимое усилие затяжки. При возникновении опасных прогибов ротора диск смещается и силы трения препятствуют развитию колебаний. Рассмотрим процесс статического деформирования нагружения опоры постоянной по модулю силой P, при кото-

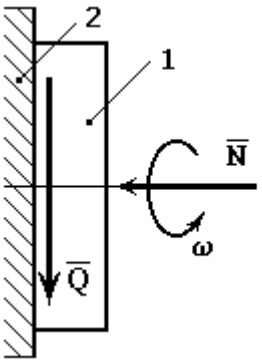


Рис.4.7. Пара сухого трения при сложном нагружении

ром вибратор 1 осуществляет плоское движение относительно основания 2 (рис. 4.7) с траекторией в виде окружности (рис. 4.8). Сила сопротивления демпфера Q будет направлена всегда против движения, т.е. по касательной к траектории, но в противоположную сторону к вектору t.

Пусть в произвольный момент движения вибратор сместился в точку M (см. рис. 4.8) с координатами

$$x = A\cdot\cos\varphi;\ y = A\cdot\sin\varphi. \qquad (4.7)$$

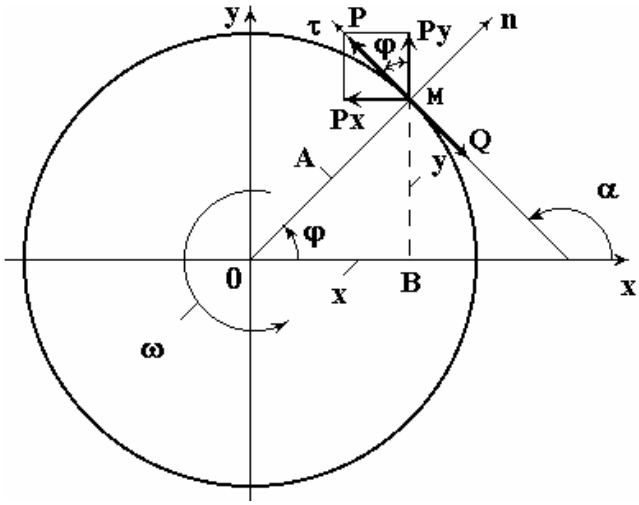


Рис.4.8. Расчетная схема демпфера сухого трения

В этом положении внешняя сила P, численно равная силе сопротивления Q, спроецируется на оси координат в виде:

$$P_x = -P\cdot\sin\varphi;$$
$$P_y = P\cdot\cos\varphi. \qquad (4.8)$$

Найдем зависимости между P_x и x, а также между P_y и y. Для этого сделаем следующие преобразования. Из (4.7-4.8) найдем:

$$x/A = \cos\varphi;\ y/A = \sin\varphi; \qquad (4.9)$$
$$P_x/P = -\sin\varphi;\ P_y/P = \cos\varphi. \qquad (4.10)$$

Возведем левые и правые части выражений (4.9) и (4.10) в квадрат и сложим соответствующие части этих выражений:

$$x^2/A^2 + P^2_x/P^2 = \sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1; \qquad (4.11)$$
$$y^2/A^2 + P^2_y/P^2 = \sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1. \qquad (3.12)$$

Из выражений (3.11) и (3.12) получим:

$$P_x = P\times\sqrt{1-\frac{x^2}{A^2}};\ P_y = P\times\sqrt{1-\frac{y^2}{A^2}}. \qquad (4.13)$$

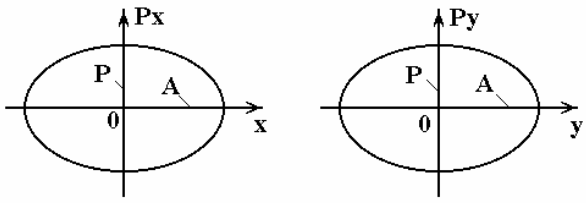


Рис. 4.9. Внешний вид гистерезисных кривых демпфера сухого трения при круговых орбитах движения вибратора

Нетрудно видеть, что при сухом трении и круговых орбитах частные гистерезисы в проекциях на координатные оси представляют собой кривые в виде эллипсов с полуосями P и A (рис. 4.9).

Известно [55], что площади эллипсов (4.13), численно равные рассеиваемой энергии, определяются в виде:

$$W_x = W_y = \pi\cdot A\cdot P. \qquad (4.14)$$

Таким образом полная рассеянная энергия в демпфере сухого трения при круговых движениях вибратора будет равна:

$$W_o = W_x + W_y = 2\,\pi \cdot A \cdot P. \qquad (4.15)$$

При одноосном нагружении демпфера сухого трения реализуется петля гистерезиса в форме прямоугольника (или, при наличии упругости, - параллелограмма). При тех же амплитудах силы и смещения P и A, что и в случае круговой орбиты, при одноосном нагружении получим рассеянную энергию

$$W_1 = 4PA. \qquad (4.16)$$

Тогда получим, что значения рассеянных энергий при круговых орбитах и одноосном нагружении соотносятся как:

$$W_o / W_1 = 2\,\pi \cdot A \cdot P / 4A \cdot P, \qquad (4.17)$$

т.е. для рассмотренной системы конструкционного демпфирования в виде сухого трения рассеянная энергия при круговых орбитах движения вибратора в $\pi/2$ раза больше, чем при одноосном движении. При этом обобщенные силы трения в обоих случаях нагружения совпадают.

В заключение данного раздела приведем фрагмент двигателя, использующего демпфер сухого трения (рис. 4.10). Экспериментальное и теоретическое исследование данного демпфера и механической системы двигателя с демпфером проведено Д.Ф.Пичугиным [198].

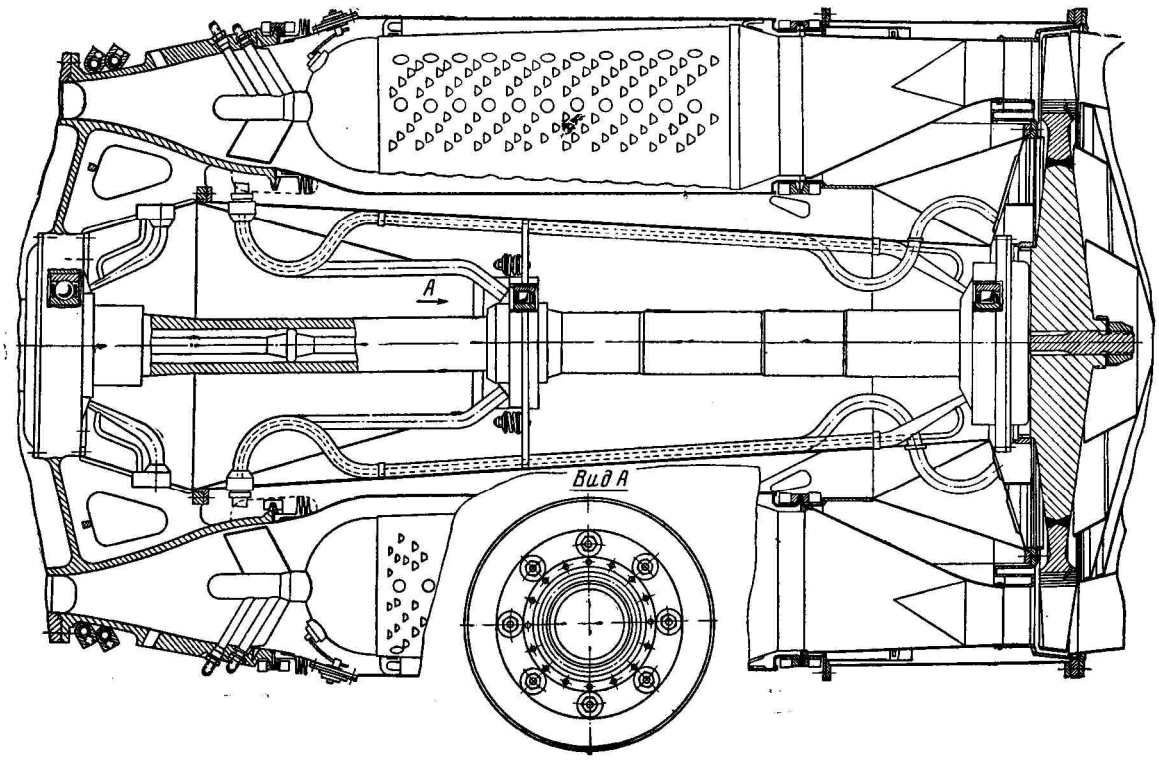


Рис. 4.10. Газовая турбина ТРД с демпферной опорой сухого трения (из книги Г.С.Скубачевского «Авиационные газотурбинные двигатели».

Как указывают работы Г.С.Скубачевского и Д.Ф.Пичугина, затяжка гаек шпилек, крепящих корпус роликового подшипника к стенке, должна строго контролироваться при получении нужной величины силы трения. Кроме того, у этого демпфера найдены зоны его неустойчивой работы, благодаря чему конструкция не получила широкого распространения.

4.3. Использование результатов исследования особенностей пространственного гистерезиса в динамике механических систем

Если заменить во всех формулах раздела 4.2 параметр φ через ωt, то выражение (4.7) будет иметь вид (рис. 4.11):

$$x = A\cdot\cos\omega t;\ y = A\cdot\sin\omega t. \qquad (4.18)$$

Продифференцировав выражения (4.18) по t, получим:

$$\dot{x} = -A\cdot\omega\cdot\sin\omega t;\ \dot{y} = A\cdot\omega\cdot\cos\omega t. \qquad (4.19)$$

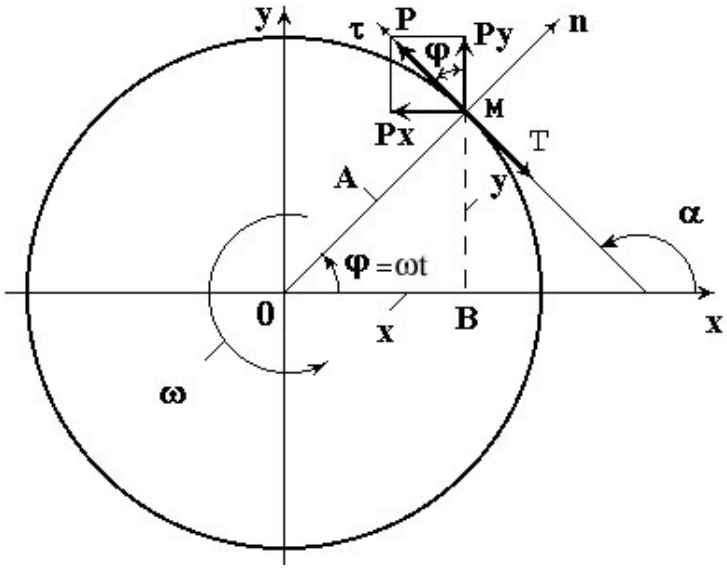


Рис.4.11. Расчетная схема демпфера сухого трения

Умножив и разделив выражения (4.19) на $A\omega$ и учтя (4.8), получим

$$P_x=[P/(A\cdot\omega)]\cdot\dot{x}; \qquad (4.20)$$

$$P_y=[P/(A\cdot\omega)]\cdot\dot{y}, \qquad (4.21)$$

или

$$T_x = -P_x = -h\dot{x}; \qquad (4.22)$$

$$T_y = -P_y = -h\dot{y}, \qquad (4.23)$$

где коэффициент h, если учесть, что $P = T$, равен

$$h=T/(A\omega) \qquad (4.24)$$

и имеет размерность [Н·сек/м].

Если параллельно с силой трения имеется упругая линейная пружина с восстанавливающей силой, направленной к центру траектории, то суммарная сила сопротивления упругодемпферной системы будет определяться в виде

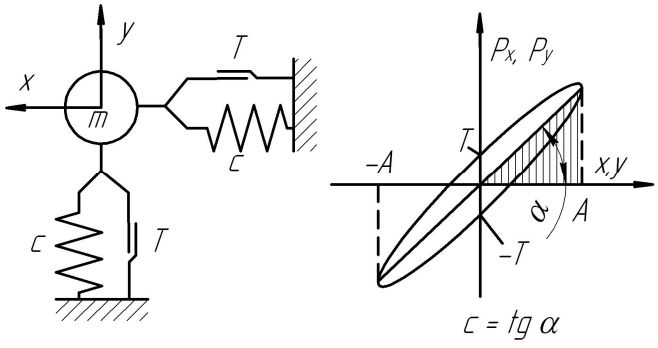
$$R_x = (h\dot{x} + cx); \qquad (4.25)$$

$$R_y = (h\dot{y} + cy). \qquad (4.26)$$

В результате, используя принцип Даламбера для массы m, движущейся под действием силы P_0 по круговой орбите, получим систему уравнений движения в виде

$$m\ddot{x} + h\dot{x} + cx = P_0\cos\omega t; \qquad (4.27)$$

$$m\ddot{y} + h\dot{y} + cy = P_0\sin\omega t. \qquad (4.28)$$



а б

Рис. 4.12. Схема пространственной виброзащитной системы с демпфером сухого трения (а) и ее упруго демпфирующие характеристики при круговых траекториях движения массы (б)

Уравнения (4.27), (4.28) описывают колебания системы с упруговязким трением и досконально изучены большим числом авторов[1].

Данный результат очень важен для авиационной и ракетно-космической техники по ряду соображений:

Поскольку огромное число деталей и узлов АиРКТ подвержены пространственным воздействиям от вращающихся неуравновешенных роторов, имеет смысл рассматривать не одноосные, а связные колебания этих объектов с круговыми, или близкими к круговым траекториями движения. В этом случае, трудоемкость решения динамических задач, как это не парадоксально, существенно упрощается, так как гистерезисные кривые систем конструкционного демпфирования практически совпадают с гистерезисом упруговязких систем, для которых решения известны и изучены.

При динамическом исследовании упругодемпферных систем и сравнении динамических характеристик со статическими необходимо убеждаться в соответствии сравниваемых траекторий движения вибраторов. Если, к примеру, испытания гистерезиса упругодемпферных опор трубопроводов были проведены в статике, при одноосном нагружении, а затем использовались при расчете колебаний трубопровода, то эти расчеты годятся для сравнения только при одноосном возбуждении системы "трубопровод - опоры". В большинстве случаев трубопроводы, закрепленные на тонкостенных оболочках корпусов ДЛА подвержены связным колебаниям по замкнутым траекториям. Измерения колебаний с помощью однонаправленных датчиков представляют собой лишь часть информации о поведении трубопровода в динамике и не согласуются с расчетом. Все дело в том, что зачастую сравниваются несравнимые данные.

Систему уравнений (4.27) – (4.28) можно записать и в другом виде:

$$m\ddot{x} + cx \pm T\sqrt{1-\frac{x^2}{A^2}} = P_0 \cos \omega t \qquad (4.29)$$

$$m\ddot{y} + cy \pm T\sqrt{1-\frac{y^2}{A^2}} = P_0 \sin \omega t \qquad (4.30)$$

или в комплексной форме Е.С.Сорокина[2] с использованием коэффициента демпфирования γ_m

$$m\ddot{x} + (1+i\gamma_m)cx = P_0 \cos \omega t \qquad (4.31)$$

$$m\ddot{y} + (1+i\gamma_m)cy = P_0 \sin \omega t \qquad (4.32)$$

где $i = \sqrt{-1}$, а коэффициент демпфирования γ_m

$$\gamma_m = \frac{\psi}{2\pi} = \frac{\frac{2\pi T}{cA}}{2\pi} = \frac{T}{cA}. \qquad (4.33)$$

Из формулы (4.16) следует, что при постоянной жесткости упругой подвески для сухого трения коэффициент демпфирования зависит от амплитуды, поэтому, если пользоваться выражением для определения коэффициен-

---

[1] Э. Камке. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., 1971, 576 с.

[2] Сорокин Е.С. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем. М., Госстройиздат, 1960, 130 с.

та виброизоляции (2.5), следует учесть, что сама амплитуда колебаний зависит от частоты, а коэффициент демпфирования γ_m – от амплитуды, поэтому выражение (2.5) представляет собой нелинейное трансцедентное уравнение, которое необходимо решать численным методом.

Запишем формулу для определения коэффициента динамичности[3] как отношение амплитуды установившихся колебаний к статической осадке под действием веса объекта:

$$\mu = \frac{A}{y_{ñò}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\overline{\omega}^2)^2 + (\frac{\dot{O}}{\dot{A}\tilde{n}})^2}}. \qquad (4.34)$$

Поскольку $Ac=P_0$, получим

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{(1-\overline{\omega}^2)^2 + (\frac{\dot{O}}{P_0})^2}}. \qquad (4.18)$$

Для случая, когда внешняя нагрузка $P_0 > T$, получим амплитудно-частотную характеристику, показанную на рис. 4.13.

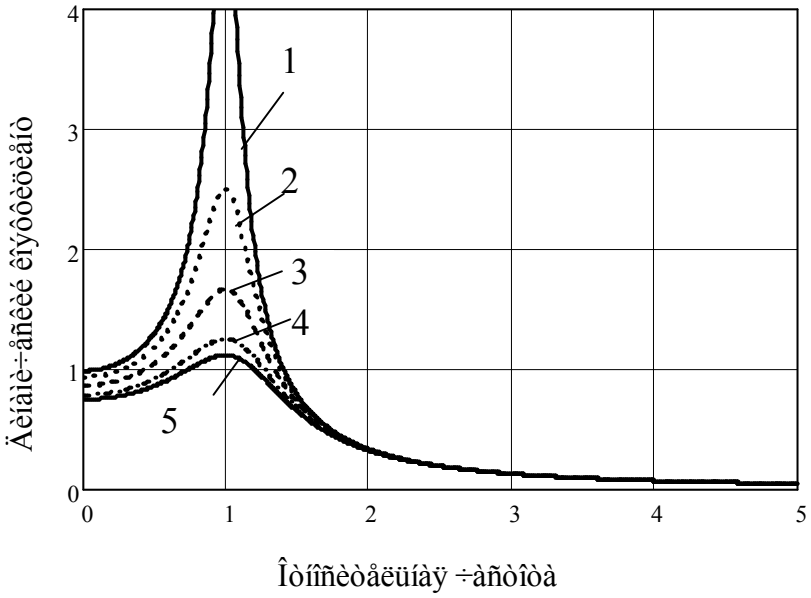


Рис. 4.13. Амплитудно-частотная характеристика демпфера сухого трения с разными значениями относительной силы трения: 1 – $\overline{t}=T/P_0=0{,}2$; 2 – $\overline{t}=0{,}4$; 3 – $\overline{t}=0{,}6$; 4 – $\overline{t}=0{,}8$; 5 – $\overline{t}=0{,}9$

Для случая малых возбуждающих нагрузок, когда силы трения $T>P_0$ задача усложняется тем, что демпфер начинает работать в области так называемой зоны предварительного смещения.

Если не учитывать податливость контакта, т.е. считать жесткость самого демпфера бесконечной, масса объекта как бы заклинивается в демпфере и его перемещение равно нулю. На самом деле, даже если демпфер сухого трения «закрыт», в нем есть взаимные перемещения и на этих премещениях происходит рассеивание энергии колебаний.

[3] Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний: Учебное пособие.- 2-е изд., перераб.- М.: Наука. Главное издательство физико-математической литературы, 1980.- 272 с.

4.4. Исследование влияния восстанавливающих сил на эволюцию гистерезиса в демпфере сухого трения при эллипсных траекториях движения вибратора

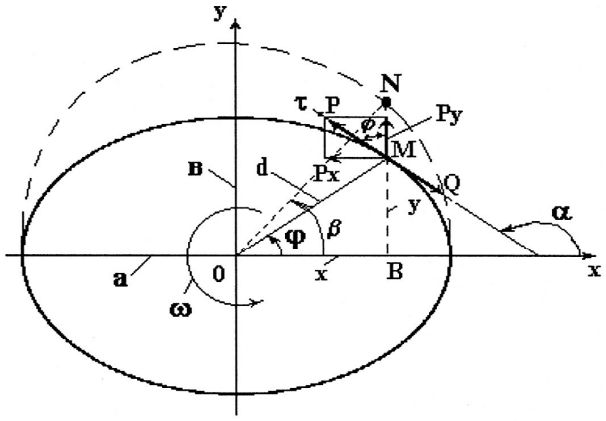


Рис. 4.5. Схема сил и перемещений при движении вибратора по эллипсу.

Рассмотрим процесс статического деформирования пары трения, при котором вибратор 1 (рис. 4.2) совершает плоское движение относительно основания 2 с траекторией в виде эллипса (рис. 4.5). Обозначим полуоси эллипса через *"а"* и *"в"*. Пусть центр вибратора, совершая движение против часовой стрелки, в данный момент находится в положении М, определяемом вектором d с координатами

$$x = a \cdot \cos \beta;$$
$$y = в \cdot \sin \beta. \qquad (4.13)$$

В этом случае сила трения Q будет направлена по касательной в сторону, противоположную перемещению вибратора по траектории (см. рис. 4.5). Внешняя сила P, равная по модулю силе Q, направлена по касательной τ.

Запишем уравнение касательной к эллипсу [49]:

$$(в \cdot \sin \varphi) \cdot x + (a \cdot \cos \varphi) \cdot y - a \cdot в = 0. \qquad (4.14)$$

Выразим (4.14) через y:

$$y = в/\sin \varphi - в \cdot x /(a \cdot \operatorname{tg} \varphi). \qquad (4.15)$$

Из (4.15) видно, что это есть уравнение прямой с угловым коэффициентом

$$k = \operatorname{tg} \alpha = - в/(a \cdot \operatorname{tg} \varphi), \qquad (4.16)$$

откуда

$$\alpha = \operatorname{arctg} [- в/(a \cdot \operatorname{tg} \varphi)]. \qquad (4.17)$$

Проекции силы сопротивления на оси координат найдутся в виде:

$$Q_x = Q \cdot \sin \alpha,$$
$$Q_y = -Q \cdot \sin \alpha, \qquad (4.18)$$

а сдвиг фаз между векторами Q и d

$$\theta = \alpha - \varphi. \tag{4.19}$$

Отметим, что обычно исследования гистерезиса ведут в координатах - "активная внешняя сила" - перемещение (P_x - x, P_y - y,), где

$$P_x = -Q_x,$$

$$P_y = -Q_y, \tag{4.20}$$

а P_x, P_y - проекции внешней силы на соответствующие оси координат.

Для удобства исследований введем безразмерные координаты

$$\bar{P}_x = P_x / Q, \quad \bar{P}_y = P_y / Q, \quad \bar{x} = x/a, \quad \bar{y} = y/a, \tag{4.21}$$

при этом полуось эллипса "а" зафиксируем, а заданное соотношение в/а будем изменять за счет полуоси "в".

Рассмотрим эволюцию гистерезиса в координатах $\bar{P}_x$ - $\bar{x}$ и $\bar{P}_y$ - $\bar{y}$ при изменении траектории движения вибратора от круговой (в/а = 1) до одноосной (в/а = 0) при $|Q|$ = const. Одновременно с изучением эволюции гистерезиса рассмотрим законы изменения рассеиваемой энергии W_x, W_y, W.

На рис. 4.6, 4.7 показано семейство гистерезисных кривых в проекциях на координатные оси. При изменении соотношения в/а от единицы до нуля форма гистерезиса в координатах $\bar{P}_x$ - $\bar{x}$ (назовем его X-гистерезисом) изменилась от эллиптической, характерной для гидравлического сопротивления, до прямоугольной формы, характерной для сухого трения. Форма Y-гистерезиса (в координатах $\bar{P}_y$ - $\bar{y}$,

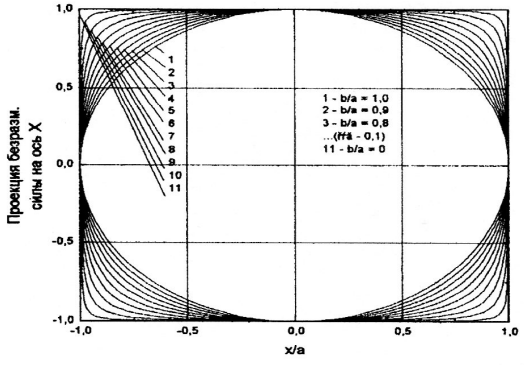


Рис. 4.6. Эволюция X-гистерезиса при изменении формы траектории движения вибратора.

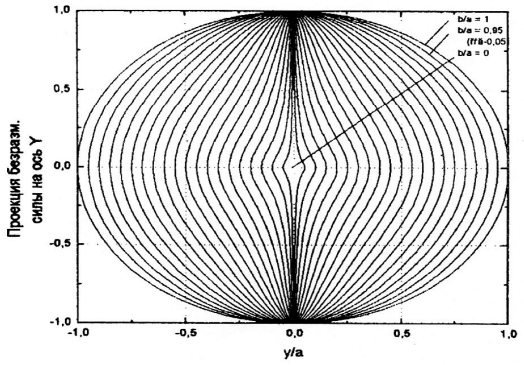


Рис. 4.7. Эволюция Y-гистерезиса при изменении формы тректории движения вибратора.

рис. 4.7) изменялась при этом от эллипсной (в/а=1) до гипоциклоидной при 0,4 ≥ (в/а)>0, и при в/а = 0 выродилась в точку.

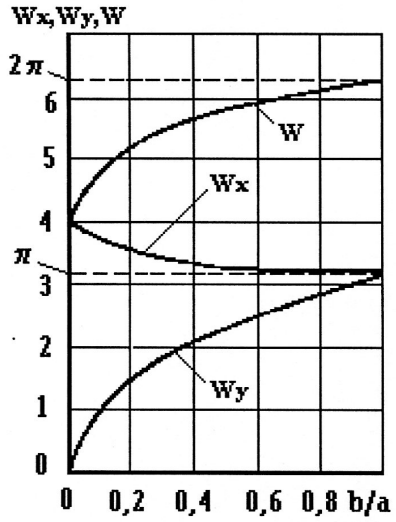


Рис. 4.8. Графики изменения рассеянных энергий $\bar{W}_x$, $\bar{W}_y$ и $\bar{W}$ от отношения в/а.

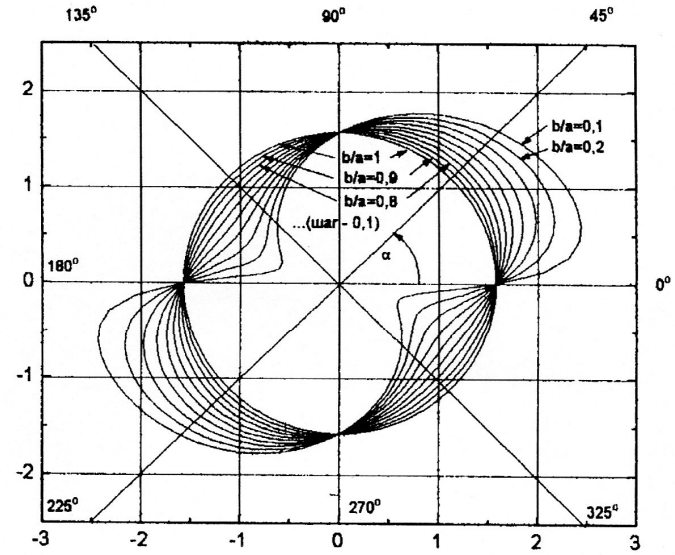


Рис. 4.9. Изменение сдвига фаз между векторами силы Q и смещения d при различных соотношениях полуосей эллипса b/a.

На рис. 4.8 показаны графики изменения рассеянной за цикл нагружения энергии в зависимости от соотношения диаметров эллипса в/а. Расчет проводился численным методом Симпсона [49]. Исследование показывает, что при в/а=0 X-гистерезис имеет форму прямоугольника с рассеянной безразмерной энергией $\bar{W}_x = 4$, Y- гистерезис вырожден в точку с $\bar{W}_y = 0$ и суммарная энергия $\bar{W} = 4$. При увеличении соотношения диаметров в/а оба гистерезиса плавно видоизменяются в эллипсы и при в/а=1 $\bar{W}_x = \bar{W}_y = \pi$, а $\bar{W} = 2\pi$.

На рис.4.9 показано изменение угла сдвига фаз θ между векторами силы сопротивления Q и смещения вибратора d от угла φ. Та же зависимость, построенная в декартовых координатах, представлена на рис. 4.10. Можно предположить, что сдвиг фаз между векторами сил и деформаций для СКД играет важную роль в формировании формы гистерезиса. Из этих рисунков видно, что постоянство сдвига фаз для сухого трения определяет петлю гистерезиса идеально эллиптической формы. Количественное изменение (параметр в/а) периодического закона сдвига фаз с периодом T=π приводит к

качественному изменению формы петель гистерезиса, в пределе стремящейся к параллелограмму.

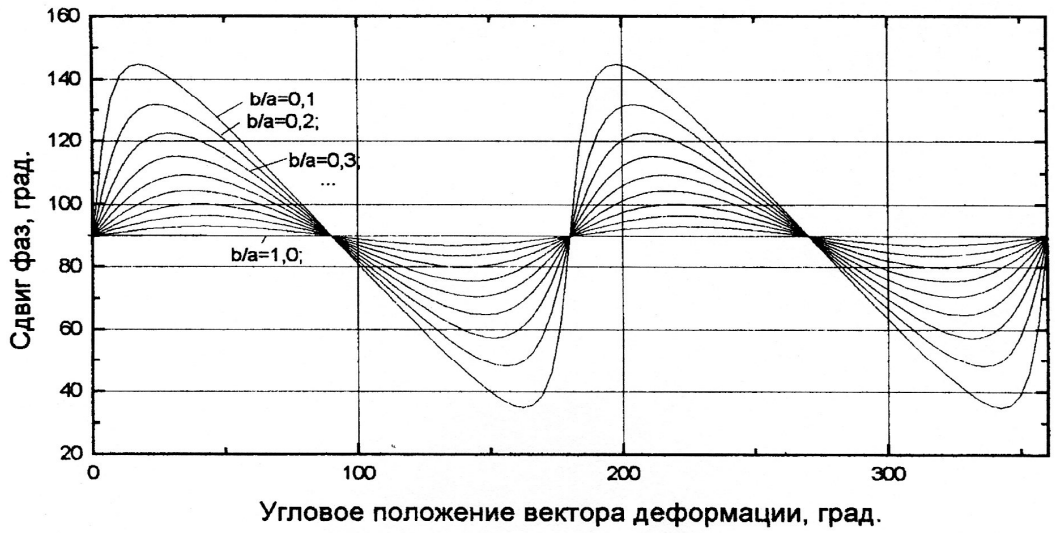


Рис. 4.10.Изменение сдвига фаз между векторами силы Q и смещения d при различных соотношениях полуосей эллипса b/a и угловом положении вектора деформации d.

4.5. Эволюция гистерезиса в демпферах сухого трения с линейной упругостью при изменении формы траектории движения вибратора от окружности до прямой линии

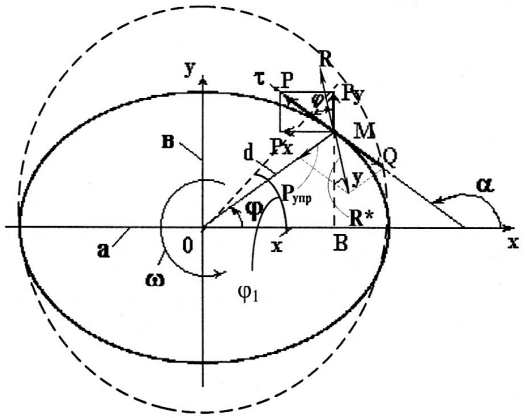


Рис. 4.11. Схема сил и перемещений при движении вибратора под действием центральной возвращающей силы $P_{упр}$ и силы сопротивления.

Рассмотрим случай, когда движение вибратора демпфера осуществляется по эллипсу (рис. 4.11) с координатами

$$x = a \cdot \cos \varphi_1; \quad y = b \cdot \sin \varphi_1,$$

а сила сопротивления состоит из упругой составляющей $P_{упр}$, направленной вдоль вектора **d,** и силы трения **Q**, направленной вдоль касательной τ в сторону, противоположную относительному смещению вибратора. Причем

$$P_{упр\ x} = k \cdot x^n, \quad P_{упр\ y} = k \cdot y^n . \tag{4.22}$$

В этом случае

$$P_x = - Q \cdot \cos \alpha + k \cdot x = - Q \cdot \cos \alpha + k \cdot a^n \cdot \cos^{n} \varphi_1;$$

$$P_y = Q \cdot \sin \alpha + k \cdot y = Q \cdot \sin \alpha + k \cdot b^n \cdot \sin^{n} \varphi_1 . \tag{4.23}$$

Выражения (4.22) и (4.23) в параметрическом виде определяют семейство гистерезисных петель в проекциях на координатные оси.

На рис. 4.12 показано семейство упругогистерезисных петель - X-гистерезис в безразмерном виде в зависимости от соотношения полуосей эллипса b/a для случая n=1.

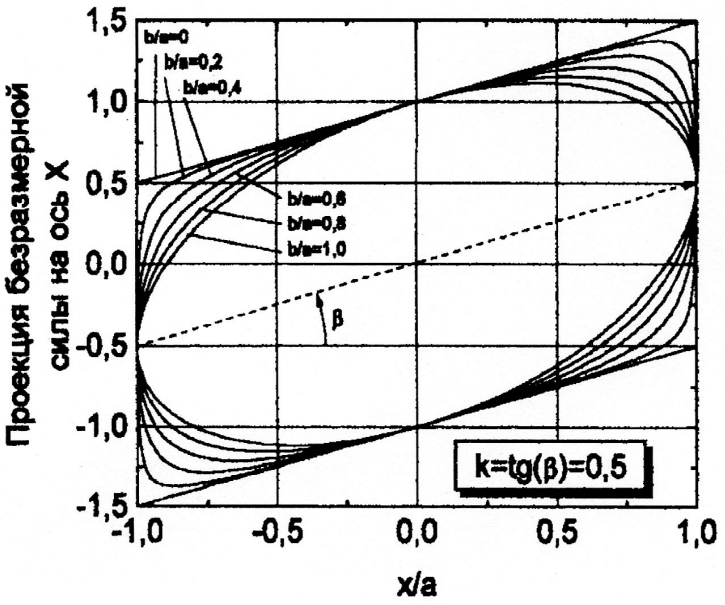


Рис. 3.12. Эволюция X-гистерезиса в упругогистерезисном демпфере с линейной восстанавливающейся силой.

Из рисунка видно, что при b/a=1 X-гистерезис имеет эллипсоидную форму, при b/a = 0 - форму параллелограмма. Однако, в отличие от чисто сухого трения, изложенного в разделе 4.1.2 все семейство петель повернуто на угол β, равный арктангенсу коэффициента k в выражениях (4.22) и (4.23). При n=3 гистерезис имеет нелинейный характер (рис.4.13).

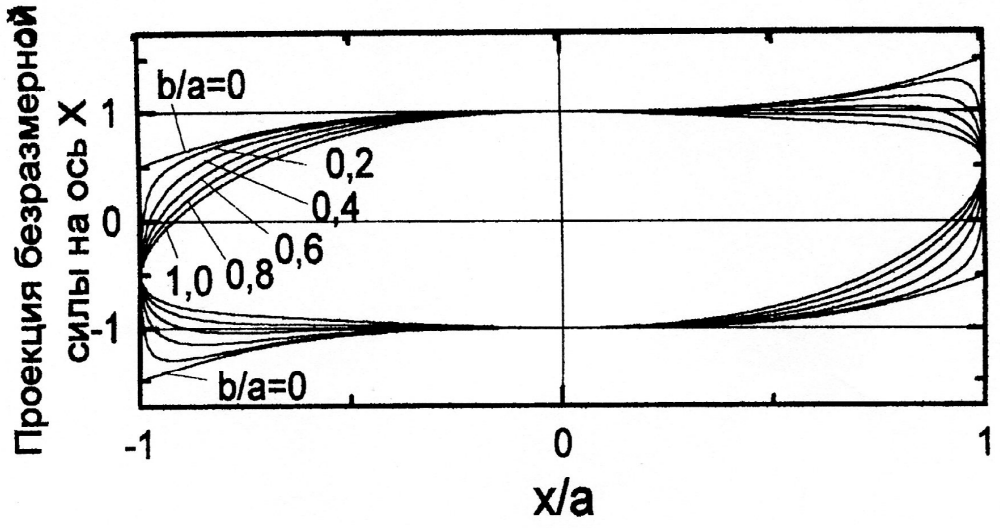


Рис.4.13. Эволюция X-гистерезиса в упругогистерезисном демпфере с нелинейной восстанавливающей силой.

4.6. Исследование эволюции гистерезиса в системах с силой сопротивления, движущихся по квадратичной (незамкнутой) траектории

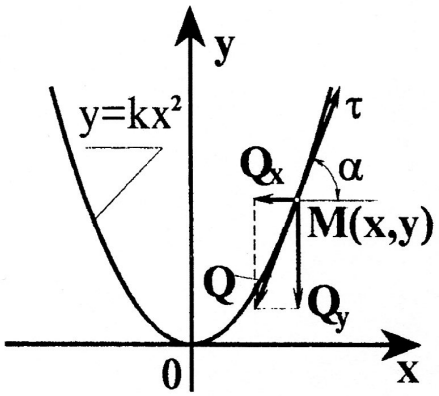


Рис. 4.14. Траектория движения и схема действия сил сопротивления.

Пусть вибратор 1 (см.рис.4.2) движется по квадратичной траектории (рис.4.14):

$$y = kx^2. \qquad (4.24)$$

Сила сопротивления **Q** направлена по касательной к траектории в сторону, противоположную скорости движения. Пусть координата x изменяется во времени по гармоническому закону

$$x = a\cdot\cos t. \qquad (4.25)$$

Тогда

$$y = k \cdot a^2 \cdot \cos^2 t. \qquad (4.26)$$

$$(0 \le t \le 2\pi)$$

Касательная в точке M имеет наклон к оси x, определяемый углом α, тангенс которого

$$\operatorname{tg}\alpha = dy/dx = 2kx\,, \qquad (4.27)$$

откуда

$$\alpha = \operatorname{arctg}(2kx)\,. \qquad (4.28)$$

Найдем проекции силы сопротивления на оси:

$$Q_x = -\,Q\cos\alpha; \qquad Q_y = -\,Q\sin\alpha, \qquad (4.29)$$

или в безразмерном виде

$$\bar{Q}_x = Q_x / Q = -\cos\alpha; \qquad \bar{Q}_y = Q_y / Q = -\sin\alpha. \qquad (4.30)$$

Поскольку внешняя (активная) сила направлена противоположно силе сопротивления, имеет:

$$\bar{P}_x = -\,\bar{Q}_x = \cos\alpha; \qquad \bar{P}y = -\,\bar{Q}y = \sin\alpha. \qquad (4.31)$$

Этим силам соответствуют перемещения

$$x = a\cdot\cos t; \quad y = ka^2\cos^2 t. \qquad (4.32)$$

При k = 0 имеем одноосное перемещение вибратора вдоль оси x (при этом y = 0); при $k \to \infty$ траектория практически совпадает с осью y.

По данной методике была составлена программа расчета на языке БЕЙСИК для ПЭВМ, по которой проведено исследование эволюции гистерезиса в координатах $\bar{P}_x - \bar{x}$ и $\bar{P}_y - \bar{y}$, приведена на следующих рисунках.

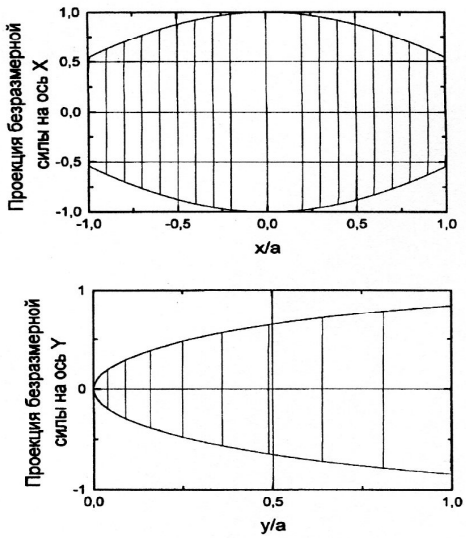


Рис. 4.15. Поля упругогистерезисных петель в системе с силой сопротивления, движущейся по квадратичной траектории.

На рис. 4.15 показаны поля упругогистерезисных петель $\bar{P}_x - \bar{x}$ и $\bar{P}_y - \bar{y}$, построенные для безразмерных амплитуд $\bar{a}$, изменяющихся от нуля до единицы с шагом 0,1. Коэффициент k = 1 (см. формулу 4.24). X - гистерезис имеет характерный вид для сухого нелинейного трения с вертикальными участками в точках смены знака скорости. Y - гистерезис имеет очертания в виде параболы, повернутой на 90^0 (с горизонтальной осью симметрии) и с вертикальными участками в точках максимальных смещений. При этом Y - гистерезис имеет удвоенную частоту, т.е. когда X - гистерезис очерчивает замкнутую петлю, Y - гистерезис успевает сделать то же самое дважды.

На рис. 4.16 показана эволюция гистерезиса при изменении наклона траектории движения вибратора относительно x за счет варьирования коэффициента k в формуле (4.24) от единицы до нуля. Из рисунка видно, что в пределе, когда траектория движения вырождается в прямую линию (k = 0), гистерезис имеет типичный вид для сухого трения - прямоугольник с вертикальными участками. Во всех других случаях гистерезис имеет нелинейный вид.

На рис. 4.17 в математическую модель пространственного гистерезиса введена дополнительно линейная восстанавливающая сила

$$R_x = - k_1 x; \qquad Ry = - k_1 y. \tag{4.33}$$

При этом амплитуда деформации была постоянной (a = 1), а варьировался наклон параболы за счет изменения коэффициента k от единицы до нуля.

На рис. 4.18 в большом масштабе показана эволюция гистерезиса с восстанавливающей силой R пропорциональной кубу отклонения от центра, т.е.

$$R_x = - k_1 x^3; \quad Ry = - k_1 y^3 \tag{4.34}$$

Тот же эксперимент, но при амплитудах $3 \le a \le 0{,}2$ показан на рис. 4.19.

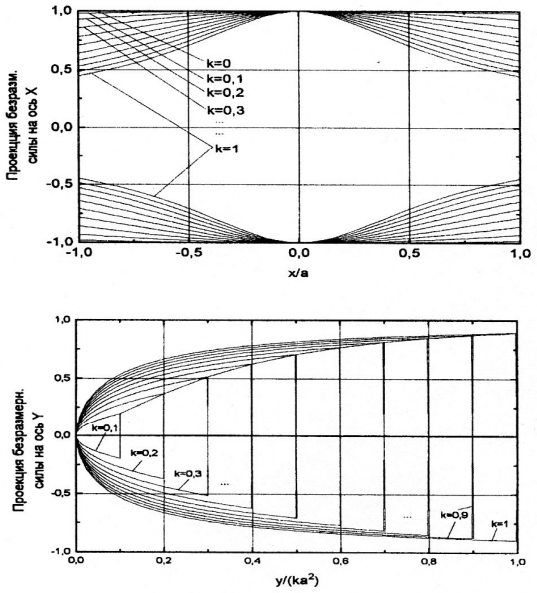


Рис. 4.16. Эволюция гистерезиса в системе с постоянной силой сопротивления, движущейся по квадратичной траектории; k = var.

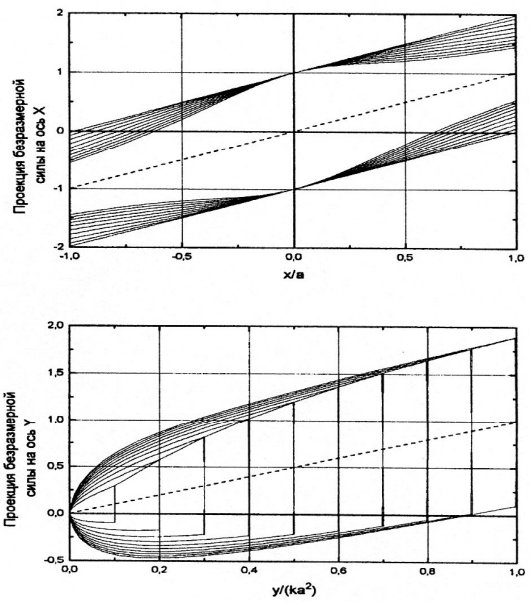


Рис. 4.17. Эволюция гистерезиса в системе с линейной восстанавливающей силой и постоянной силой сопротивления, где вибратор движется циклически по квадратичной незамкнутой траектории; параметр k изменялся так же, как на рис 4.16.

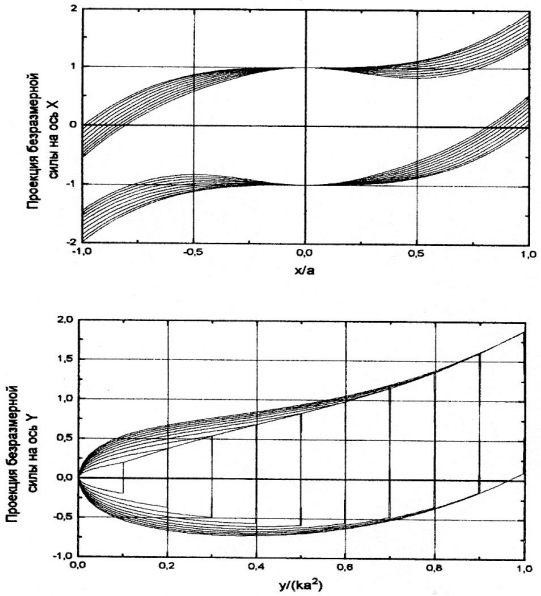


Рис. 4.18. Эволюция гистерезиса в системе с нелинейной восстанавливающей силой и постоянной силой сопротивления, где вибратор движется циклически по квадратичной незамкнутой траектории; k = var (см. рис. 4.26).

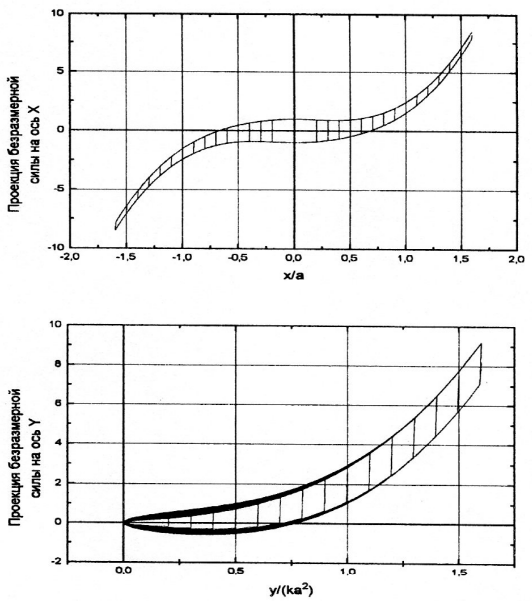


Рис. 4.19. Эволюция гистерезиса в системе с нелинейной восстанавливающей и постоянной силой сопротивления, где вибратор движется циклически по квадратичной незамкнутой траектории; a = var.

4.7. Исследование эволюции гистерезиса в системах с силой сопротивления, движущейся циклически по дуге окружности

Пусть вибратор демпфера сухого трения движется циклически по дуге окружности радиуса r по закону

$$s = r \cdot \alpha, \tag{4.35}$$

где

$$\alpha = \alpha_O \cdot \sin t; \tag{4.36}$$

$$0 \le t \le 2\pi; \qquad 0 \le \alpha_o \le 2\pi;$$

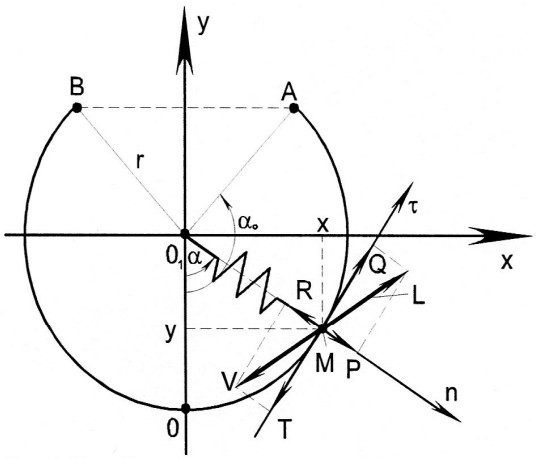


Рис.4.20. Схема циклического деформирования демпфера сухого трения по дуге окружности.

При такой системе координат (рис. 4.20) начало отсчета дуги s находится в точке «0». При этом движение против часовой стрелки будем считать с отрицательными значениями угла α, а по часовой стрелке - с положительными значениями α. Соответственно этому будем считать и знаки длины дуги s (см. Формулу (4.35)). Для большей общности математической модели примем, что между вибратором (точка M на рис.4.20) и центром траектории существует упругая связь в виде пружины, которая обеспечивает центральную восстанавливающую силу **R**

$$R = \sum_{i=0}^{n} k_i \cdot r^i \qquad i = 0,1,3,\ldots,n; n = 0,1,3,\ldots \tag{4.37}$$

вектор которой направлен к центру траектории. Будем также считать, что в любой момент времени сила сопротивления **T** и восстанавливающая сила **R** уравновешиваются внешней силой **L** с компонентами **Q** и **P** в естественной системе координат (**n** - τ) так, что

$$Q=-T; \qquad P=-R. \tag{4.38}$$

Математическую модель силы сопротивления **T** примем в виде функции от длины дуги s, скоости $\dot{s}$ и амплитуды s_o в виде

$$T = T_0 \cdot \mathrm{sign}(\dot{s}) \cdot \left[1 - 2 \cdot \exp\left\{-k \cdot \left|\dot{s} + s_0 \cdot \mathrm{sign}(\dot{s})\right|\right\}\right], \tag{4.39}$$

где

$$\dot{s} = \frac{ds}{dt} = -r \cdot \alpha_0 \cdot \cos t. \tag{4.40}$$

Примечательным в разработанной математической модели силы сопротивления (4.39) является то, что в ней заложен эффект теории предварительных смещений, открытый в 1926 году для сухого трения В.А.Верховским [57], а затем подтвержденный, изученный и развитый школой И.В.Крагельского*) . Суть этого явления состоит в том, что при циклическом смещении вибратора в фрикционной паре сила сопротивления (трения) **T** при смене знака скорости меняет знак и достигает своего предельного значения T_0 не мгновенно, а на протяжении так называемой зоны «предварительного смещения» - Δ (рис. 4.21). В формуле (4.39) величиной $0 < k \leq \infty$ можно в широких пределах имитировать свойства различных фрикционных пар: при $k \to 0$ имеем силу сопротивления с бесконечно большой зоной предварительного смещения Δ (рис. 4.20), при $k \to \infty$ зона предварительного смещения стремится к нулю и мы имеем пару с абсолютно твердыми фрикционными элементами и гистерезисом в виде прямоугольника ABCD (рис.4.22).

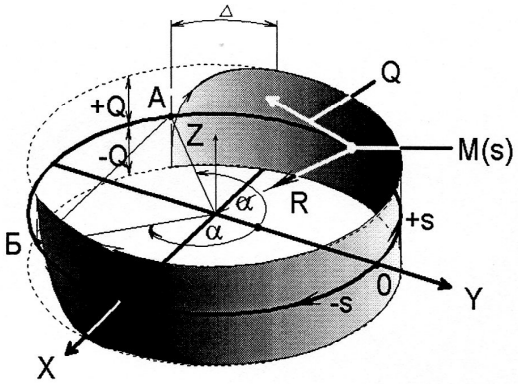


Рис.4.21. Пространственная схема деформирования демпфера сухого трения с изображением гистерезиса, использующего концепцию «предварительных смещений» А.В.Верховского [57].

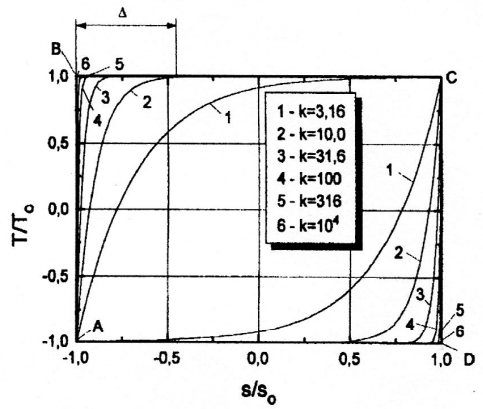


Рис.4.22. Различные очертания упруго-гистерезисных петель в паре сухого трения, полученные с помощью разработанной модели трения (4.39).

Проекции точки M (рис.4.20) на оси координат будут иметь вид

$$x = r \cdot \sin \alpha; \tag{4.41}$$

$$y = r \cdot \cos \alpha\,. \tag{4.42}$$

*) См. И.В.Крагельский и др. Основы расчетов на трение и износ. М., Машиностроение, 1977, стр.161.

Проекции сил сопротивления и восстанавливающей силы на те же оси найдутся в виде:

$$\begin{aligned} T_x &= -T \cdot \cos\alpha; & R_x &= -R \cdot \sin\alpha; \\ T_y &= -T \cdot \sin\alpha; & R_y &= R \cdot \cos\alpha. \end{aligned} \tag{4.43}$$

Тогда

$$\begin{aligned} V_x &= -T \cdot \cos\alpha - R\sin\alpha \\ V_y &= -T \cdot \sin\alpha + R\cos\alpha \end{aligned} \tag{4.44}$$

На практике принято гистерезис представлять в виде зависимостей проекций внешних сил от проекций смещения системы на соответствующие оси. В связи с этим будем искать гистерезис рассматриваемой системы в виде:

$$\begin{aligned} X &= L_x = f_1(x); \\ Y &= L_y = f_2(y), \end{aligned} \tag{4.45}$$

где

$$\begin{aligned} X &= L_x = -V_x = T\cos\alpha + R\sin\alpha; \\ Y &= L_y = -V_y = T\sin\alpha - R\cos\alpha. \end{aligned} \tag{4.46}$$

Таким образом, выражения (4.41), (4.42 и (4.46) представляют собой систему X- и Y-гистерезиса в параметрическом виде.

Машинный эксперимент с настоящей моделью показал следующее. При отсутствии восстанавливающей силы (R=0) поля петель гистерезиса представляют собой замкнутые кривые, расположенные внутри областей, ограниченных правильными эллипсами (рис.4.23). При этом наблюдаются некоторые особенности в зависимости от амплитуды смещения вибратора. Так, при амплитуде $\varphi_o = \pi/2$ X-гистерезис очерчен кривой в виде полного эллипса, а Y-гистерезис вписан в левую половину эллипса (рис.4.23, б, кривая 1) с типичным для систем конструкционного демпфирования плавным участком на этапе разгрузки. В точке смены знака скорости $\dot{s}$ имеет место резкий излом. Отметим, что Y-гистерезис дважды обегает кривую 1 за цикл, в то время, как X-гистерезис очерчен полным эллипсом на рис. 4.23, а.

При амплитуде $\varphi_o > \pi/2$ на X-гистерезисе кроме полного эллипса наблюдается появление слева и справа двух дополнительных небольших петель (рис. 4.24).

При наличии восстанавливающей силы, пропорциональной смещению вибратора от центра, поля петель гистерезиса разворачиваются на угол, соответствующий жесткости упругой связи (рис. 4.25). Нелинейность упругой связи приводит к тому, что поля петель гистерезиса при переменном радиусе траекторий движения вибратора располагаются «веером» (рис.4.26), причем вершины петель лежат на кривой, соответствующей характеру упругой связи, а общими точками являются точки обобщенных сил трения при нулевых перемещениях вибратора.

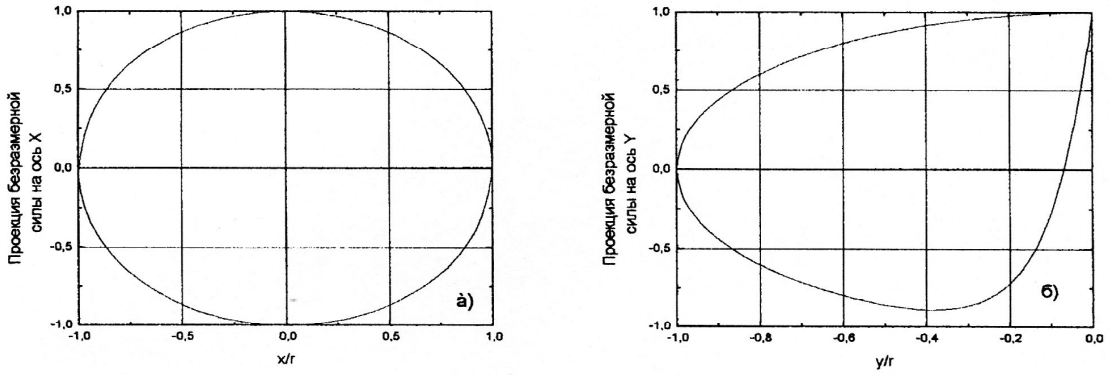


Рис.4.23. Упругогистерезисные петли системы, показанной на рис.4.20 (R=0).

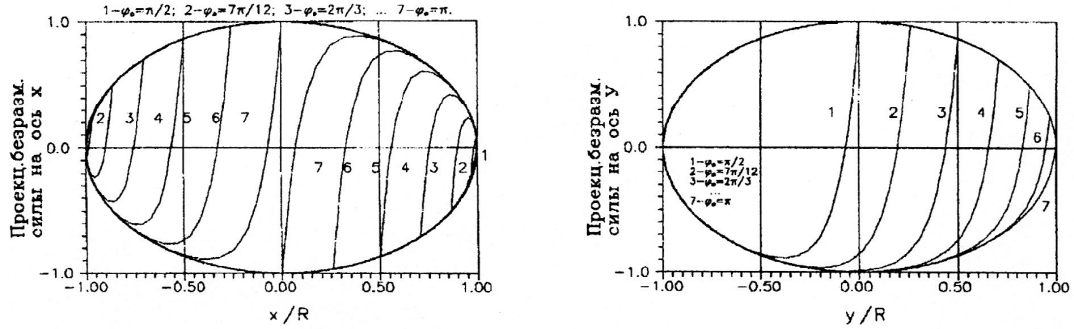


Рис.4.24. Упругогистерезисные петли системы с постоянной силой сопротивления, у которой вибратор движется по круговой траектории; амплитуда $\varphi_0 > \pi/2$.

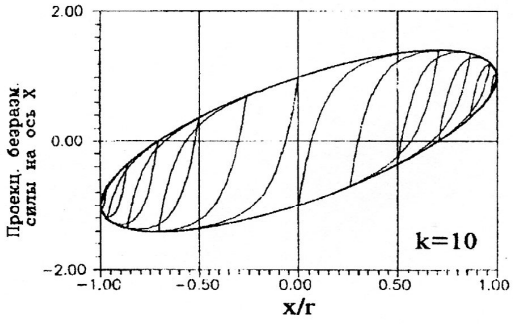


Рис.4.25. X-гистерезис системы с сухим трением и линейной восстанавливающей силой.

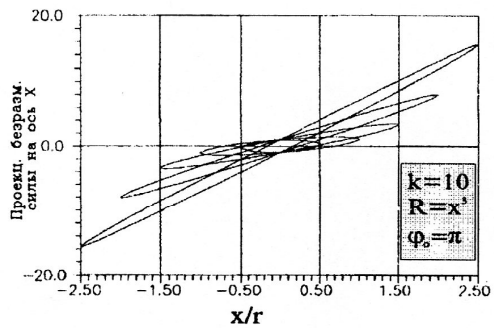
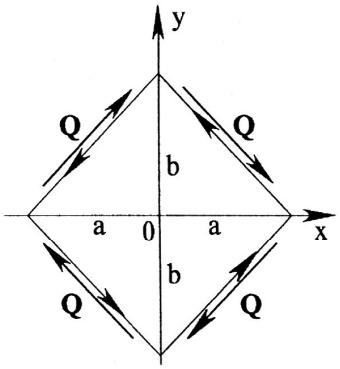


Рис.4.26. X-гистерезис системы с сухим трением и нелинейной восстанавливающей силой (a=var).

4.8. Исследование эволюции гистерезиса в системах с силой сопротивления, движущейся по траектории в виде замкнутого полигона



4.27. Схема действия сил и траектория движения вибратора демпфера сухого трения.

Рассмотрим движение вибратора по траектории, представляющей собой выпуклый равносторонний многоугольник с числом сторон n. Пусть n = 4 и многоугольник расположим так, как показано на рис. 4.27. Сила трения **Q** является постоянной по модулю и направлена по касательной к траектории в сторону, противоположную относительному смещению вибратора. Обозначим (по аналогии с эллипсом) полудиагонали четырехугольника через a и b, а угол в верхней и нижней вершинах через 2α. Зафиксировав полудиагональ «a», будем менять соотношение b/a от единицы до нуля, изучая изменение формы гистерезиса. Тогда, опуская элементарные выкладки, получим петли гистерезиса $\overline{P}_x(\overline{x})$ и $\overline{P}_y(\overline{y})$ в виде прямоугольников, показанных на рис.4.28. Исследование показывает, что с уменьшением полудиагонали b возрастает толщина петли $\overline{P}_x(\overline{x})$ а толщина и амплитуда петли $\overline{P}_y(\overline{y})$ - уменьшается, что приводит к соответствующему изменению рассеиваемой демпфером энергии. Форма же гистерезиса качественно остается неизменной и соответствует сухому трению.

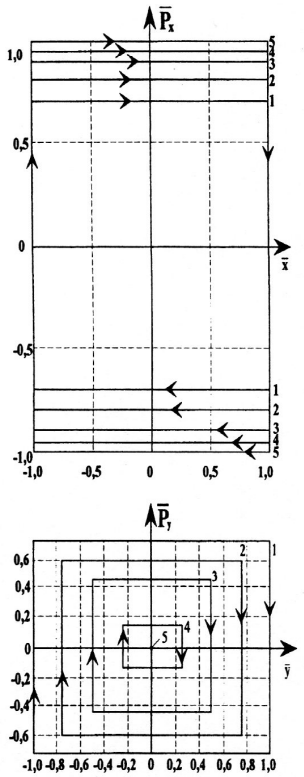


Рис.4.28. Эволюция формы гистерезиса при движении вибратора демпфера сухого трения по замкнутому четырехугольнику.

На рис. 4.29, а, б показаны схемы действия сил сопротивления и траектории движения в виде многоугольников с числом сторон n=8 и n=16. Под траекториями (рис.4.28, в, г) показаны соответствующие им петли гистерезиса в виде ступенчатых функций типа гистограмм.*)

Весьма интересными здесь являются следующие моменты:

*) См. Э.Фрид и др. Малая математическая энциклопедия. Издательство академии наук Венгрии, Будапешт, 1976, стр. 623.

• Ступенчатое изменение сил гистерезиса происходит в точках адекватного изменения направления движения вибратора;

• Гистерезисные петли ступенчатого типа являются как бы грубой моделью гистерезиса эллипсного типа, показанного на рисунках 4.29, в, г пунктиром. При $n \to \infty$ ступенчатая петля гистерезиса превращается в точный эллипс с полуосями (x_{max}, Q) и (y_{max}, Q);

• Максимальная толщина петель гистерезиса**) в пределе стремится к величине действительной силы сопротивления рассматриваемой пары трения.

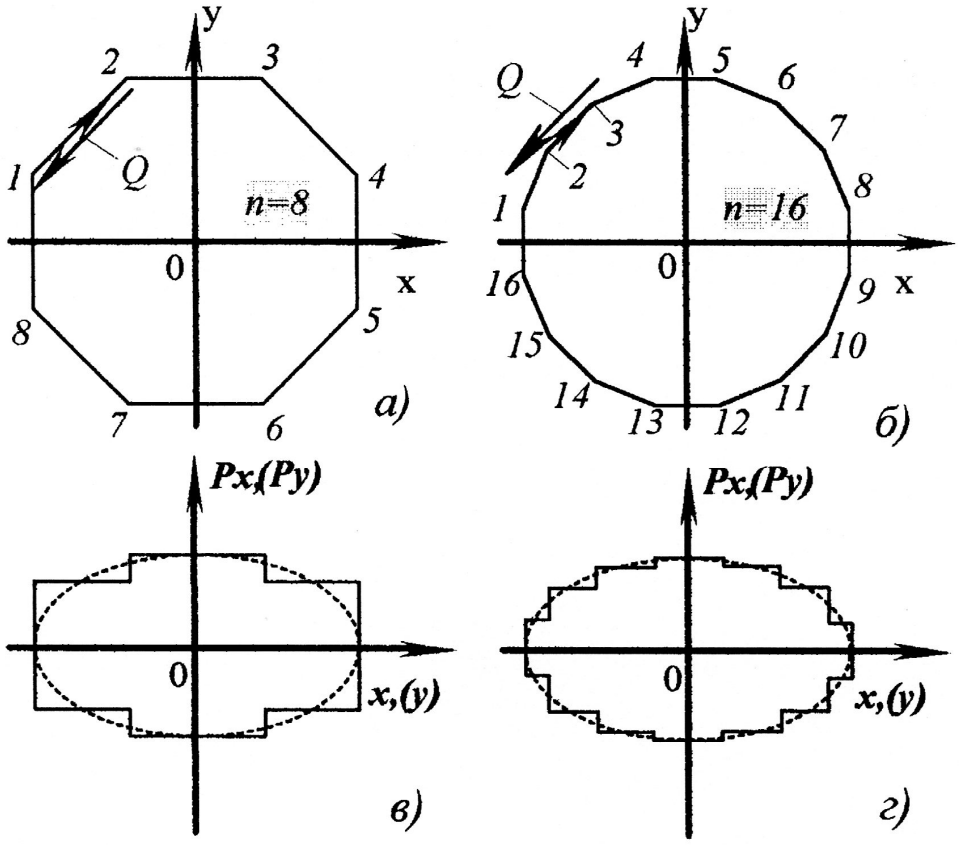


Рис. 4.29. Виды кусочно-линейных траекторий движения вибратора (а, б) и соответствующие им упругогистерезисные петли (в, г).

**) То, что для произвольных СКД мы называем «обобщенной силой трения».

4.9. Особенности пространственного гистерезиса в многослойных демпферах сухого трения роторов турбомашин

Исследованию упругодиссипативных свойств кольцевых гофрированных элементов опор ГТД посвящен ряд работ [58, 59, 67]. В работе [58] приведены результаты сравнительных испытаний многослойных демпферов двух типов. Первый представлял собой пакет тонких гладких стальных лент, согнутых в кольцо и помещенных с некоторым суммарным зазором между невращающейся обоймой подшипника и корпусом; второй представлял собой пакет чередующихся между собой тонких гофрированных и гладких лент, размещенных аналогичным образом. Для первого типа демпфера в работе [58] приведены упругогистерезисные петли, снятые экспериментально в одноосном направлении. Для второго типа демпфера авторами разработана упрощенная методика расчета жесткости и рассеиваемой энергии, которые позволяют решать дифференциальное уравнение колебаний одномассового ротора в линейной постановке с заменой истинного прецессионного гистерезиса в опорах на эквивалентный по упруго-вязкой схеме Е.С.Сорокина [164...168].

В работе [59] теоретически определена жёсткость многослойного гофрированного пакета без учета его собственных демпфирующих свойств, так как принято, что вся диссипация энергии осуществляется при трении вибратора о вершины гофров при его прецессионном движении. Из диссипативных характеристик демпфера авторы ограничились определением рассеянной за цикл нагружения энергии, не указав на особенности гистерезиса опоры при прецессионном нагружении вибратора.

Работа [67] посвящена расчету упругогистерезисных петель кольцевых гофрированных демпферов при одноосном деформировании. Учтено рассеивание энергии как в многослойном пакете, так и при трении вибратора о вершины гофров. В этой работе показано, что петли гистерезиса указанного типа опор имеют характерный вид, подобный показанному на рисунке 2.12.

Имеется еще ряд опубликованных работ по исследованию многослойных гофрированных демпферов опор роторов ГТД, подробно проанализированные в [236, 237], и в ко-

торых явление рассеивания энергии при прецессионном движении вибратора в той или иной мере затронуто, но совершенно не изучена форма гистерезисных кривых. Целью настоящего раздела является исследование форм гистерезиса диссипативных систем типа кольцевых гофрированных демпферов при прецессионном движении вибратора, который мы назвали прецессионным гистерезисом. Исследуются также производные от гистерезиса характеристики, описанные в разделах 2.3.3 и 2.5.

Рассмотрим плоское движение вибратора 1 в опоре 2 с многослойным гофрированным демпфером 3 по круговым орбитам 4 радиуса A (рис. 4.30). Примем, что геометрические параметры всех пролетов демпфера одинаковы, и он собран в опоре с некоторым натягом $q_н$, одинаковым для всех пролетов. Введем следующие обозначения:

δ - радиальный зазор, мм;

n - число лент в пакете;

m - число пролетов демпфера;

h - выгиб гофров в свободном состоянии, мм;

E - модуль упругости материала лент, кН/мм;

J - момент инерции поперечного сечения одной ленты относительно нейтральной оси, мм:

$$J=bh^3/12; \tag{4.47}$$

b - ширина пакета лент, мм;

h - толщина одной ленты, мм;

f - коэффициент трения скольжения вибратора о вершины гофров;

α - текущее угловое положение вектора деформации A рад;

θ - угловой шаг гофров, рад:

$$\theta=2\pi/m; \tag{4.48}$$

D - диаметр корпуса опоры, мм;

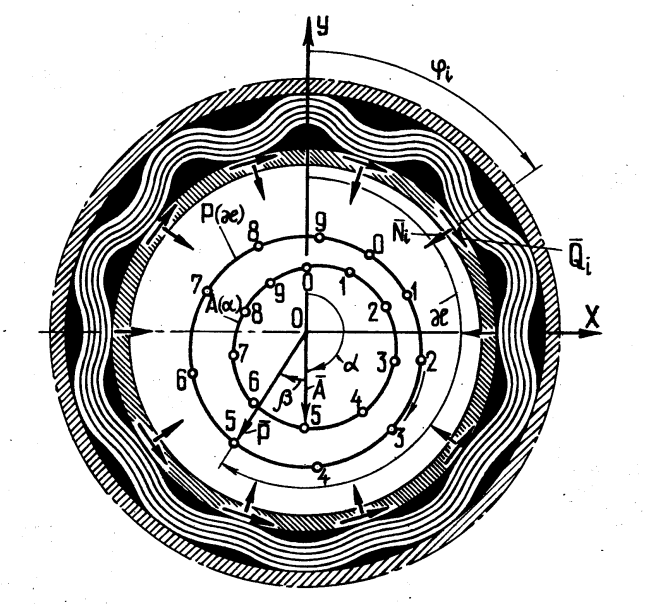


Рис.4.30. Расчётная схема демпфера при прецессионном движении вибратора.

t - линейный шаг гофров, подсчитанный на диаметре корпуса
опоры, мм:

$$t=D\cdot\sin(\theta/2). \qquad (4.49)$$

Угловое положение вершины i-го пролета относительно вертикальной оси Y, принятой за начало отсчета, обозначим через ϕ_i

$$\varphi_i=\varphi_1+\theta(i-1), \quad (i=1,2,3,...,m) \qquad (4.50)$$

где i - порядковый номер пролета.

При прецессионном движении вибратора на него, кроме внешней силы, действуют нормальные силы реакций пролетов N_i, направленные к центру вибратора, и касательные силы (силы трения), направленные в сторону, противоположную его смещению, и определяемые в виде

$$Q_i = f\,N_i. \qquad (4.51)$$

На основании проведенных в разделе 3 исследований имеем:

$$Q_i(q_1, q_{oi}, \nu_i) = nk_m h^* t^{-3} EJ\left\{R(\xi_i)+0{,}5n(-1)^{\nu_i+1}\cdot T(\xi_i)+(-1)^{\nu_i} nT(\xi_{oi})\exp\left[-\frac{10|\xi_i-\xi_{oi}|}{na(\xi_{oi})}\right]\right\}, \qquad (4.52)$$

(i = 1, 2, 3,..., m)

где

$$\xi_i=q_i / h^*, \qquad (4.53)$$

$$\xi_{oi}=q_{oi} / h^*, \qquad (4.54)$$

текущая радиальная деформация середины i-го пролета

$$q_i = q_н + |A|\cos(\xi-\alpha), \qquad (4.55)$$

начальная радиальная деформация середины i-го пролета

$$q_i = q_н + |-1|^{\nu}\cos(\xi-\alpha), \qquad (4.56)$$

а параметр загрузки i-го пролета ν_i определяется в виде

$$\nu_i = \begin{cases} 1, & \text{если } dq_i / d\alpha \geq 0; \quad \text{(нагузка)} \\ 2, & \text{если } dq_i / d\alpha < 0; \quad \text{(разгрузка)} \end{cases} \tag{4.57}$$

где

$$\frac{dq_i}{d\alpha} = |A| \sin(\varphi_i - \alpha). \tag{4.58}$$

Спроектировав все реактивные силы $\bar{N}_i$, $\bar{Q}_i$ на оси, проведённые вдоль вектора смещения вибратора $\bar{A}$ и перпендикулярно ему, и, учитывая то обстоятельство, что касательные силы $\bar{Q}_i$ направлены в разные стороны относительно диаметра, проведен-ного перпендикулярно вектору $\bar{A}$, получим так называемые (условно) упругую и демпфирующую составляющие полной силы сопротивления демпфера в виде

$$P_y = \sum_{i=1}^{m} N_i \{\cos(\varphi_i - \alpha) - \text{sign}[\cos(\varphi_i - \alpha)] \cdot f \cdot |\sin(\varphi_i - \alpha)|\}, \tag{4.49}$$

$$P_Д = \sum_{i=1}^{m} N_i \{\sin(\varphi_i - \alpha) + f\cos(\varphi_i - \alpha)\}. \tag{4.50}$$

Сдвиг фаз между векторами смещения вибратора $\bar{A}$ и полной силы сопротивления $\bar{P}$ найдется в виде

$$\beta = \text{arctg}\,(P_y / P_д), \tag{4.51}$$

а модуль полной силы сопротивления

$$P = \sqrt{P_y^2 + P_Д^2}. \tag{4.52}$$

Для удобства дальнейших исследований приведем силы и смещения к безразмерному виду

$$\bar{P}_y = P_y / U; \quad \bar{P}_д = P_д / U; \quad \bar{A} = A / \delta, \tag{4.53}$$

где

$$U = nmk_m h^* t^{-3} EJ. \tag{4.54}$$

С учетом этого прецессионный гистерезис можно представить в виде совокупности двух гистерезисных кривых $\overline{Y}$ ($\overline{y}$) и $\overline{X}$ ($\overline{x}$), где

$$\overline{Y} = \left\{\sqrt{P_y^2 + P_Д^2} \cdot \cos(\alpha + \beta)\right\} / U, \tag{4.55}$$

$$\overline{X} = \left\{\sqrt{P_y^2 + P_Д^2} \cdot \sin(\alpha + \beta)\right\} / U, \tag{4.56}$$

$$\overline{y} = (A / \delta)\cos\alpha, \tag{4.57}$$

$$\overline{x} = (A / \delta)\sin\alpha. \tag{4.58}$$

Введем еще два безразмерных параметра - безразмерную комплексную жесткость

$$\overline{C}^* = \overline{P}_y \delta / A + j\ \overline{P}_д\ \delta / A \tag{4.59}$$

и безразмерный момент сопротивления прецессии

$$\overline{M} = \overline{P}_д A. \tag{4.60}$$

Если обозначить через

$$\mathrm{Re}(\overline{C}^*) = \overline{P}_y / \overline{A}; \tag{4.61}$$

$$\mathrm{Jm}(\overline{C}^*) = \overline{P}_д / \overline{A}, \tag{4.62}$$

то момент сопротивления прецессии выразится через мнимую часть комплексной жесткости в виде

$$\overline{M} = \mathrm{Jm}(\overline{C}^*) \cdot \overline{A}^2. \tag{4.63}$$

Для определения безразмерной рассеиваемой демпфером энергии можно поступить двумя способами: проинтегрировать выражение $\overline{M}(\alpha)$ по α в диапазоне $[0 - 2\pi]$ или найти площади петель гистерезиса $\overline{X}$ ($\overline{x}$) и $\overline{Y}$ ($\overline{y}$) и сложить полученные значения, то есть

$$\overline{W} = \int_0^{2\pi} \overline{M}(\alpha) \cdot d\alpha. \tag{4.64}$$

$$\overline{W} = \overline{W}_x + \overline{W}_y = \int_{-A}^{+A} \overline{Y}(\overline{y})d\overline{y} + \int_{-A}^{+A} \overline{X}(\overline{x})d\overline{x}. \tag{4.65}$$

По разработаной выше теории была создана программа расчёта на ЭВМ характеристик прецессионного гистерезиса. С помощью этой программы проведен машинный эксперимент, параметры которого сведены в таблицу 4.1. На рисунке 4.31 показана эволюция упругогистерезисных петель в двух взаимно перпендикулярных направлениях опоры в зависимости от величины безразмерного радиуса траектории вибратора $\bar{A}$. Из рисунка видно, что в зависимости от величины безразмерного радиуса траектории форма гистерезиса трансформируется от эллипсной до сложным образом сдеформированной.

Таблица 4.1

Исходные данные, используемые в расчетах характеристик гофрированных демпферов

№ рис.	m	n	b, мм	h^*, мм	E, кН/mm	h, мм	f	D, мм	δ, мм	A, мм
4.32 - 4.34	16	18	23,4	1,16	196	0,39	0,1	162,02	0,126	0,02 - 0,120
4.31, 35, 36	6	17	24,0	1,00	196	0,40	0,1	162,02	0,200	0,04 - 0,195
4.37	8	22	36	1,20	196	0,40	0,1	98,0	0,200	0,04 - 0,195

На рисунке 4.32 показана эволюция упругогистерезисных петель гофрированного демпфера при изменении радиуса траектории движения вибратора в пределах 0,6·δ. Расслоения поля здесь еще не происходит. При деформировании же на большие амплитуды, когда радиус траектории почти полностью выбирает возможный диапазон деформирования опоры, как и в нелинейных моделях с сухим трением (сравни с рис.4.26) происходит расслоение петель (рис.4.33). При этом точки максимальных отклонений лежат практически на линии среднециклической жесткости опоры, подсчитанной для одноосного нагру-

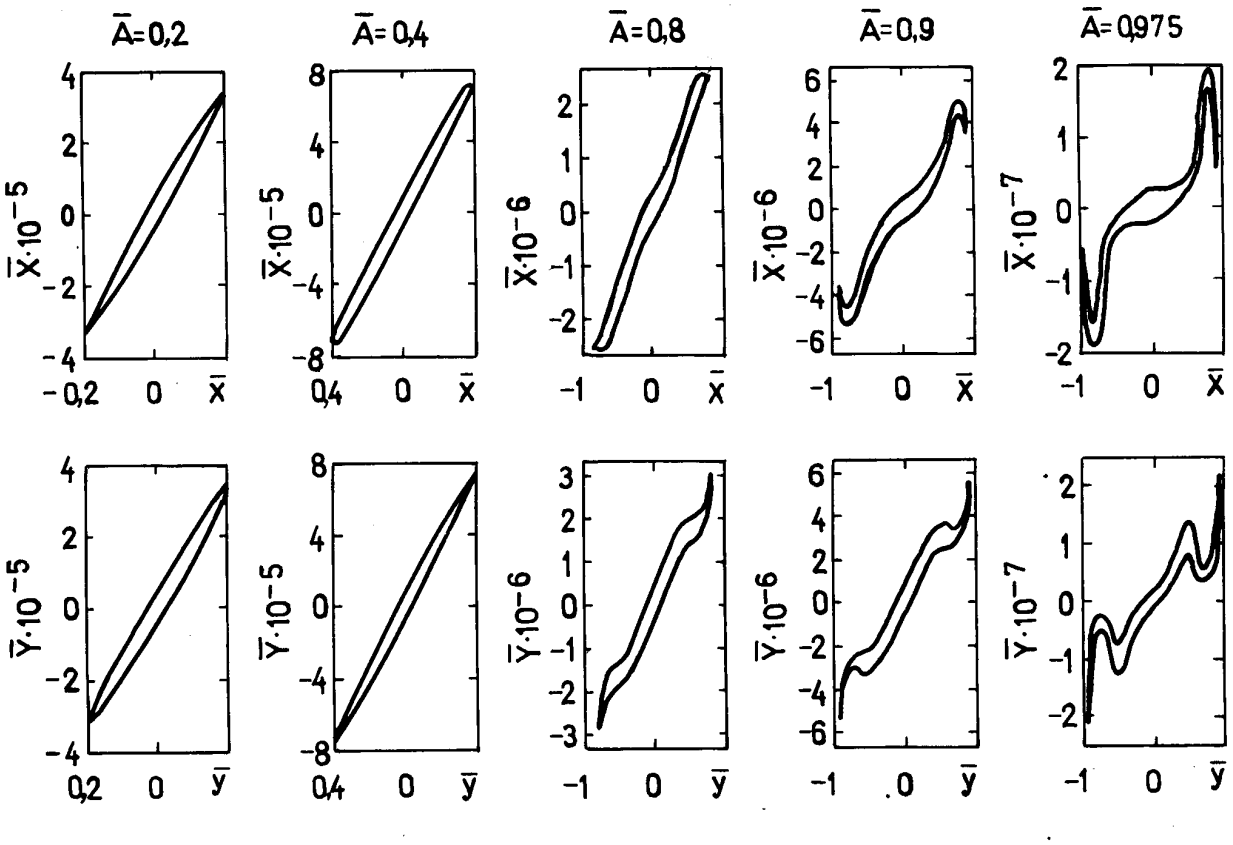


Рис.4.31. Эволюция формы прецессионного гистерезиса в зависимости от величины безразмерного радиуса траектории вибратора.

жения (рис. 4.34).

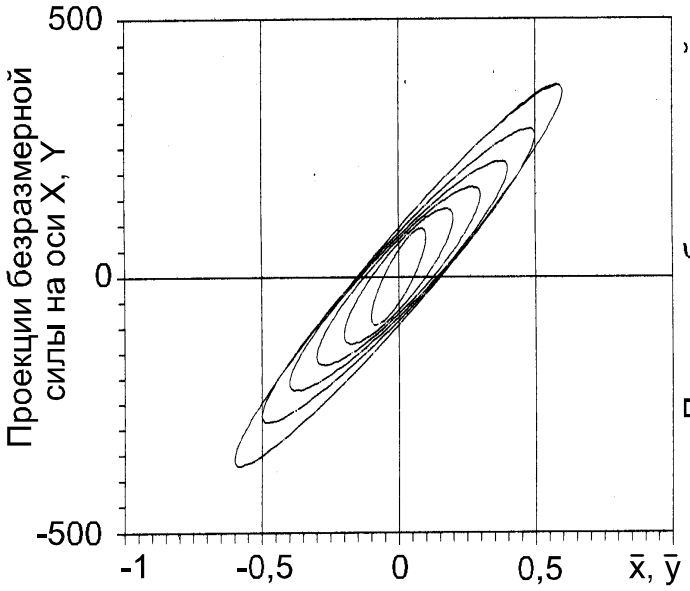


Рис.4.32. Эволюция упругогистерезисных петель гофрированного демпфера при изменении радиуса траектории движения до 0,6·d.

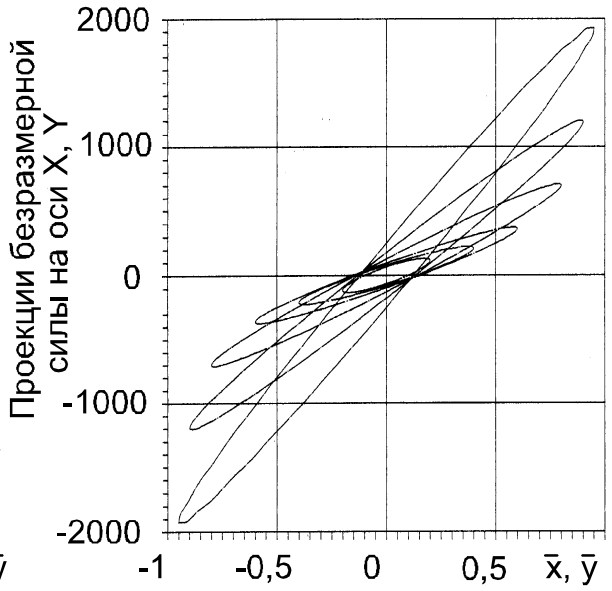


Рис. 4.33. Эффект "расслоения" поля упругогистерезисных петель демпфера при больших радиусах траектории.

На рисунке 4.35 показаны годографы комплексной жёсткости опоры при прецессионном движении вибратора с разными траекториями. Исследование показывает, что при малых и средних радиусах траекторий опора практически изотропна, и годографы комплексной жёсткости имеют малую площадь в комплексной системе координат. При больших радиусах траекторий годограф комплексной жёсткости увеличивает свои размеры, что говорит об увеличении вариации жесткостных свойств по различным угловым направлениям. При исследовании степени анизотропности кольцевых диссипативных сис-

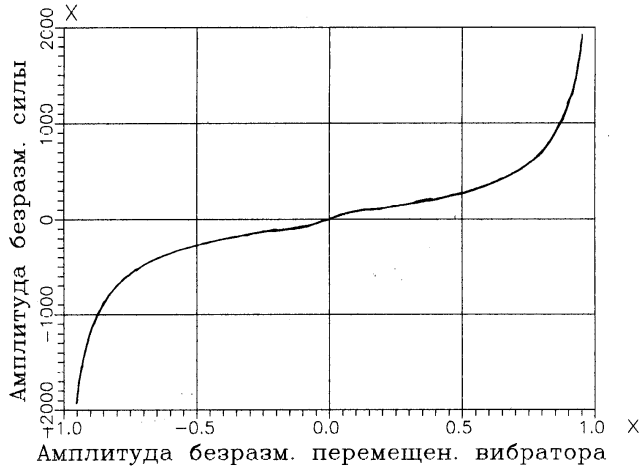


Рис.4.34. Геометрическое место точек амплитудных значений безразмерных сил и перемещений вибратора демпфера, определенных с графика рис.4.33.

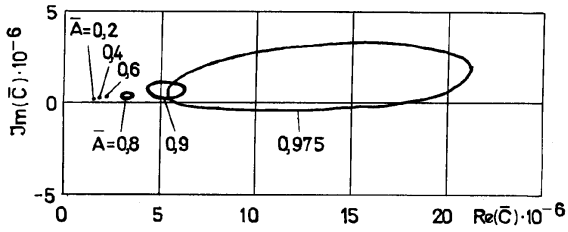


Рис.4.35. Изменение годографов комплексной жёсткости гофрированного демпфера от величины безразмерного радиуса траектории вибратора.

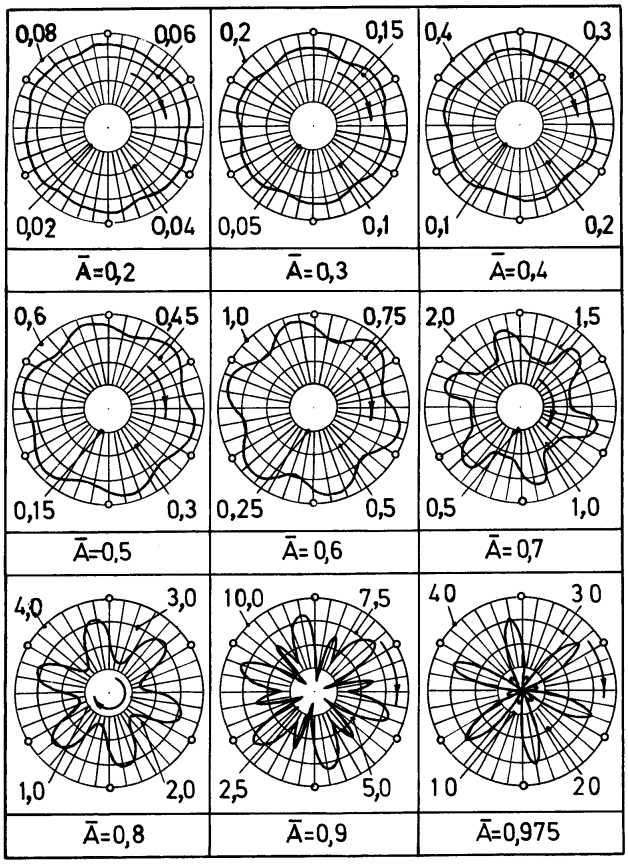


Рис.4.36. Зависимости момента сопротивления прецессии в опоре от безразмерного радиуса траектории и углового положения вектора смещения вибратора.

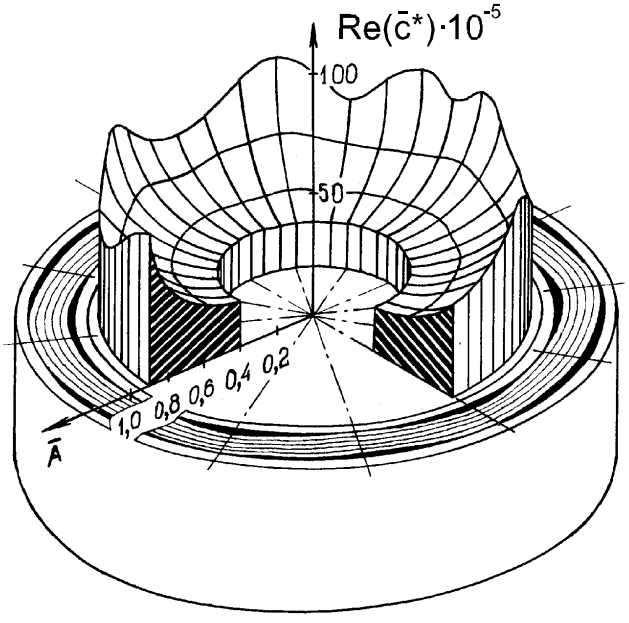


Рис.4.37. Зависимость действительной части безразмерной комплексной жёсткости гофрированного демпфера от величины и углового положения безразмерного вектора смещения вибратора.

тем можно рекомендовать величину годографа комплексной жёсткости (например, длину кривой или её площадь) в качестве критерия степени анизотропии упругодиссипативных свойств.

На рисунке 4.36 показаны типичные зависимости момента сопротивления прецессии в опоре с гофрированным многослойным пакетом от безразмерного радиуса траектории и углового положения вектора смещения вибратора в полярной системе координат. Площади, ограниченные кривыми M (α), численно равны рассеиваемой за цикл нагружения энергии.

На рисунке 4.37 показано аксонометрическое изображение функции действительной части безразмерной комплексной жёсткости опоры в зависимости от величины и углового положения безразмерного вектора смещения вибратора. Для наглядности там же показано расположение гофрированного пакета. Наглядно видно, что демпфер является нелинейной упругодиссипативной системой. Весьма примечательным здесь является то, что безразмерная средняя жёсткость упруго-гистерезисных петель (см. рис. 4.33) в точности равна действительной части безразмерной комплексной жёсткости Re ($\bar{C}^*$),

измеренной в соответсвующем направле-нии (оси x или y).

Исследование в широком диапазоне показало, что при $m \geq 8$ рассматриваемые демпферы довольно изотропны, хотя и являются нелинейными от амплитуды или радиуса траектории движения вибратора.

Резюмируя все исследования можно отметить следующее:

1. Прецессионный гистерезис кольцевых диссипативных систем характеризуется функцией в четырёхмерном пространстве, которую для удобства можно представить совокупностью двух гистерезисов в пространствах безразмерных функций $\overline{Y}(\overline{y})$ и $\overline{X}(\overline{x})$. Переход к размерным параметрам осуществляется простым умножением на комплексы размерных величин, входящих в выражения (4.53)...(4.58).

2. Форма упругогистерезисных петель при прецессионном нагружении диссипативной системы существенно сложнее и разнообразнее, чем при одноосном, причем на большей части диапазона это эллипс.

3. Рассеиваемая диссипативной системой энергия численно равна сумме площадей упругогистерезисных петель, построенных в пространствах X (x) и Y (y) или площади фигуры, ограниченной функцией момента сопротивления прецессии от углового положения вектора смещения вибратора.

4. У анизотропных диссипативных кольцевых систем степень анизотропии жесткостных и демпфирующих свойств по различным направлениям можно наглядно оценивать по величине годографа комплексной жёсткости.

5. Разработанная в работе теория расчёта многослойных кольцевых гофрированных демпферов при прецессионном движении вибратора позволяет получать гистерезисные характеристики опор в различном виде, удобном для использования их в динамических расчётах точными методами без каких-либо упрощений.

6. Форма гистерезиса в виде эллипса позволяет значительно упростить вид дифференциальных уравнений движения и использовать для демпферов с конструкционным

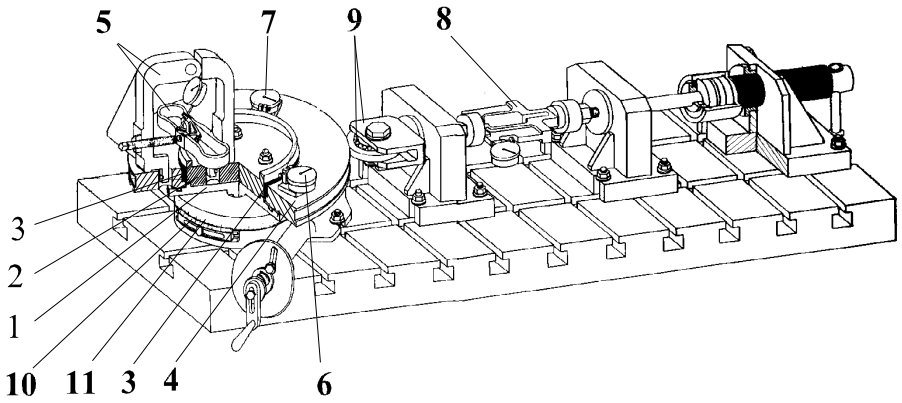


Рис.4.38. Внешний вид стенда для испытаний кольцевых демпферов опор роторов турбомашин.

демпфированием готовые решения, полученные, например, Е.С.Сорокиным [164], Я.Г.Пановко [129] и др. авторами работ по динамике систем с демпфированием.

Перечисленные выводы, сделанные на основании теоретических исследований подтверждаются экспериментальными результатами, полученными с помощью метода, разработанного в разделе 2.5 и воплощенного в конструкции стенда, показанного на рис. 4.38.

Стенд имеет поворачивающуюся относительно вертикальной оси головку 1, на которой устанавливаются: диск 2, имитирующий вибратор, демпфер 3 и подвижная обойма 4. Между диском 2 и подвижной обоймой 4 установлено нагрузочное устройство 5, имитирующее постоянно действующую нагрузку. На наружной поверхности подвижной обоймы 4 под углом 90^0 друг к другу установлены два индикатора 6, 7, измеряющие вектор деформации демпфера ρ (2.45). Вращающаяся нагрузка моделируется с помощью динамометра 8 и передается на вращающуюся обойму 3 через штангу с шарикоподшипником 9. Для регистрации углового положения демпфера в процессе эксперимента имеется лимб с нониусом 10.

В ходе эксперимента определялись: поля упругогистерезисных петель в проекциях на оси x и y (рис. 4.39), момент сопротивления прецессии, рассеянная циклическая энергия, комплексная жесткость опоры (рис. 4.40), сдвиг фаз между вектором силы и перемещения вибратора. Перечисленный комплекс параметров определялся по формулам, при-

веденным в разделе 2.5. Испытываемый демпфер*) имел разрез под шпонку и следующие параметры: $D_{кор}$=102 мм., n=22, m=8, h^*=1±0,1 мм., h=0,4 мм., b=36 мм., материал лент - ст. Х18Н9Т.

Эксперимент показал, что поля упругогистерезисных петель при прецессионном нагружении имеют замкнутые гладкие кривые типа незначительно сдеформированных эллипсов (рис.4.39). Отклонения от точных эллипсов объясняются разбросом параметров по окружности пакета, эллипсностью расточки корпуса и тонкостенных колец а также наличием шпоночного паза, являющегося мощным "нарушителем" симметричности характеристик.

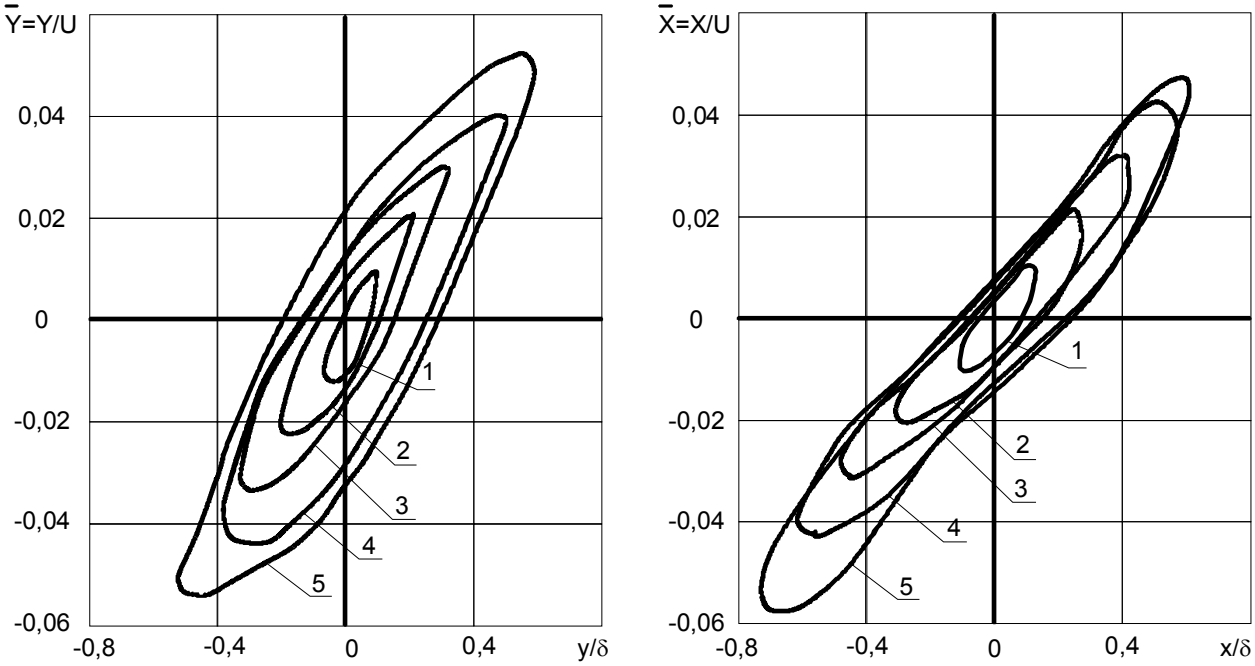


Рис. 4.39. Поля упругогистерезисных петель многослойного гофрированного демпфера при его прецессионном нагружении

Следует отметить, что изучение влияния разброса окружных характеристик (высоты гофров h_i^*, эллипсность расточки деталей демпфера, наличие шпоночного паза) [147, 232] на упругодиссипативные свойства дало возможность предложить ряд перспективных конструкций, в которых за счет целенаправленного нарушения циклической симметрии демпфера удается создать изотропное поле характеристик опоры по различным радиальным направлениям [6, 7, 38, 39, 130].

---

*) Испытывался демпфер, устанавливаемый в опоры ТНА маршевого двигателя РН РД-110.

4.10. Особенности пространственного гистерезиса в тросовых виброизоляторах и виброизоляторах из нетканого опрессованного проволочного материала

В качестве объекта исследования из семейства тросовых виброизоляторов выбран виброизолятор крестового типа, показанный на рис. 2.2, д. Исследование пространственного гистерезиса осуществлялось на установке, показанной на рис.4.41. Виброизолятор 1 закреплялся на диске 2, зажатом в кулачках вращающегося патрона 3 делительной головки фрезерного станка. С правой стороны виброизолятора укреплялась цапфа, на которую через подшипник 5 устанавливалась серьга 4 с грузом 6. При навеске груза и вращении патрона с виброизоляторором цапфа перемещается в вертикальной плоскости, перпендикулярной оси вращения. Это перемещение измерялось с помощью двух индикаторных стоек в вертикальном и горизонтальном направлениях (на рисунке не показаны). Если связать с положением виброизолятора подвижную систему координат x0y и проектировать в любой момент на оси x и y силу P и вектор ρ в соответствии с формулами, приведенными в разделе 2.5, получим совокупность точек, описывающих X- и Y-гистерезис.

Результаты проведенного эксперимента показаны на рис. 4.42. Из рисунка видно, что при нагружении виброизолятора вращающейся силой P, очертания частных гистерезисов имеют вид эллипсов. Аналогичный эксперимент проведен для виброизолятора из материала МР типа ДКУ 48-5/15 (рис. 4.43). С полной уверенностью можно утверждать, что при круговых траекториях движения вибратора *любой системы конструкционного демпфирования* гистерезис имеет вид эллипса.

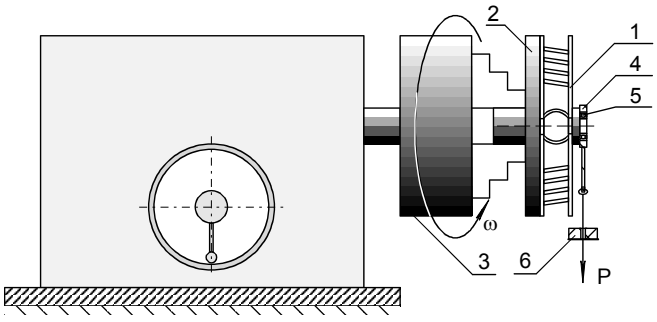


Рис.4.41. Схема стенда для испытаний виброизоляторов на вращающуюся поперечную нагрузку.

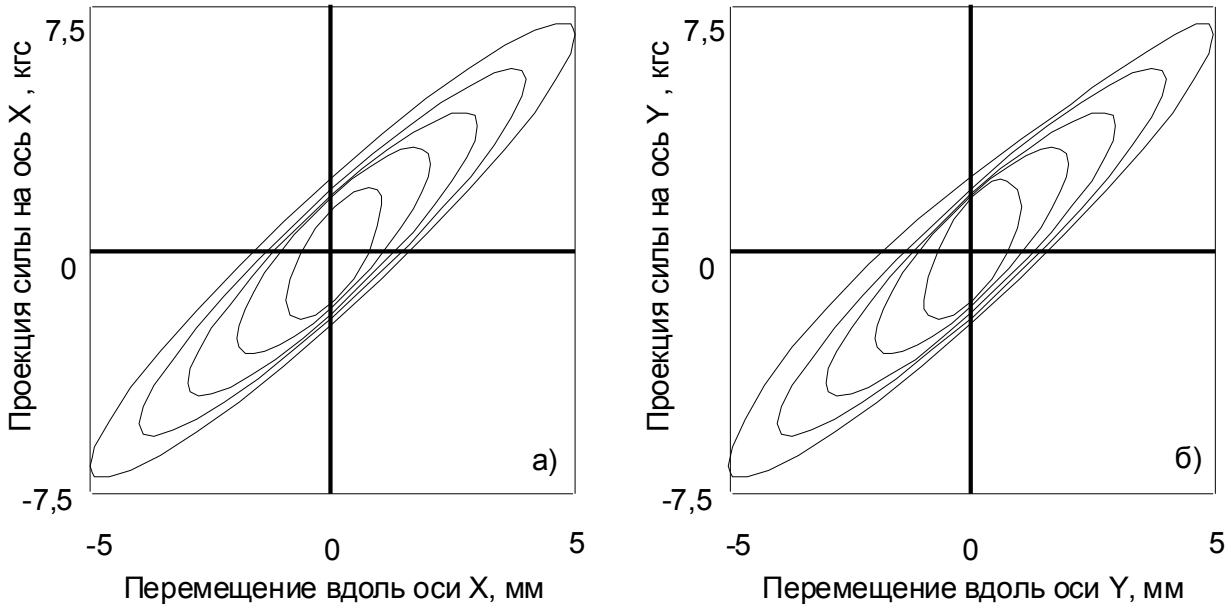


Рис. 4.42. Гистерезис тросового виброизолятора при сложном нагружении вращающейся поперечной нагрузкой.

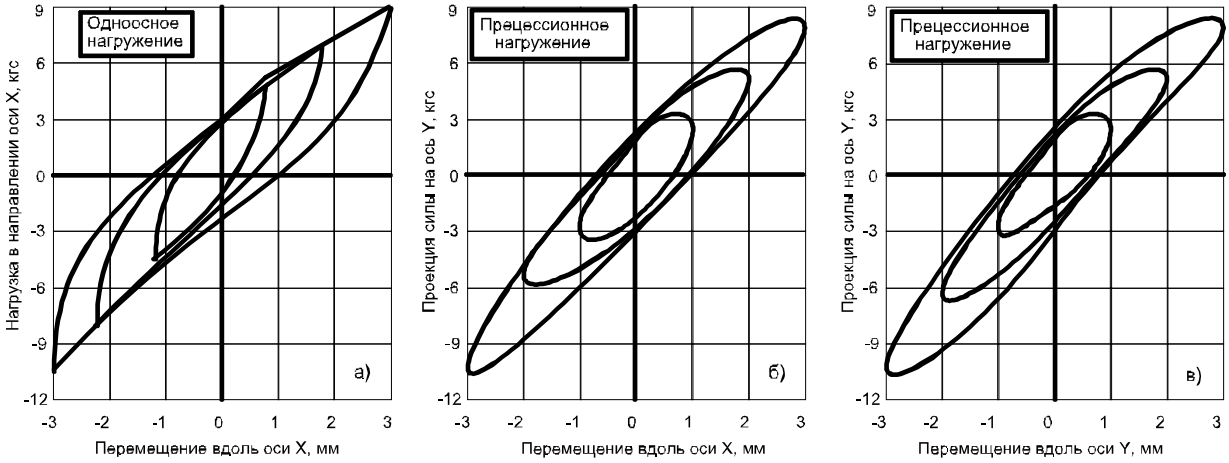


Рис. 4.43. Гистерезис виброизолятора ДКУ 48-5/15 при сложном нагружении вращающейся поперечной нагрузкой.

5. Особенности описания характеристик демпфирования в системах виброзащиты вязкого (гидродинамического) трения

5.1. Гистерезис при линейно-вязком трении и одноосном нагружении

Схема одномассовой системы с линейной восстанавливающей силой и силой линейно-вязкого сопротивления показана на рис. 5.1.

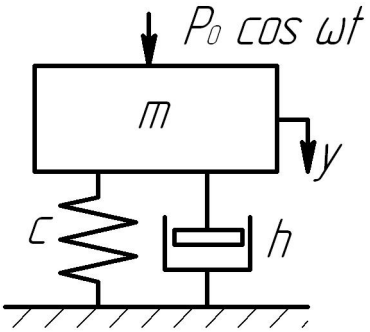


Рис. 5.1. Схема механической колебательной системы с линейной восстанавливающей силой и силой линейно-вязкого сопротивления

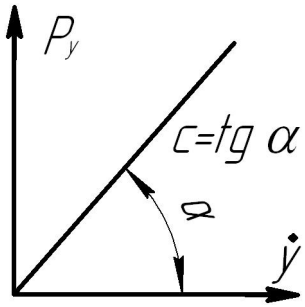


Рис. 5.2. График силы сопротивления для линейно-вязкого демпфера

Математически зависимость силы сопротивления линейно-вязкого демпфера от скорости имеет вид

$$P_y = h\dot{y} = h \cdot \frac{dy}{dt}. \qquad (5.19)$$

Пусть перемещение массы подчиняется гармоническому закону

$$y = A\cos \omega t\ . \qquad (5.20)$$

Дифференцируя выражение (5.20) по времени, получим

$$\dot{y} = -A\omega \sin\ \omega t\ . \qquad (5.21)$$

Перепишем выражение (5.19) с учетом (5.21)

$$P_y = h\dot{y} = -hA\omega \cdot \sin\ \omega t\ . \qquad (5.22)$$

Поделим обе части выражения (5.20) на A, а (5.22) на $-hA\omega$, затем возведем полученные выражения в квадрат и сложим почленно

$$\frac{y}{A} = \cos \omega t; \qquad \frac{P_y}{-hA\omega} = \sin\ \omega t\ . \tag{5.23}$$

$$\frac{y^2}{A^2} = \cos^2\ \omega t; \qquad \frac{P_y^2}{(-hA\omega)^2} = \sin^2\ \omega t\ . \tag{5.24}$$

$$\frac{y^2}{A^2} + \frac{P_y^2}{(-hA\omega)^2} = \cos^2\ \omega t + \sin^2\ \omega t = 1. \tag{5.25}$$

Из (5.25) получим:

$$P_y = \pm hA\omega\sqrt{1 - \frac{y^2}{A^2}}\ . \tag{5.26}$$

Это выражение описывает гистерезисную кривую в виде эллипса. При $y = \pm A$ $P_y = 0$, а при $y = 0$ — $P_y = \pm hA\omega$. Если параллельно с демпфером вязкого трения установлена упругость с жесткостью c

$$P_y = cy \pm hA\omega\sqrt{1 - \frac{y^2}{A^2}}\ . \tag{5.27}$$

График этой зависимости показан на рис. 5.6.

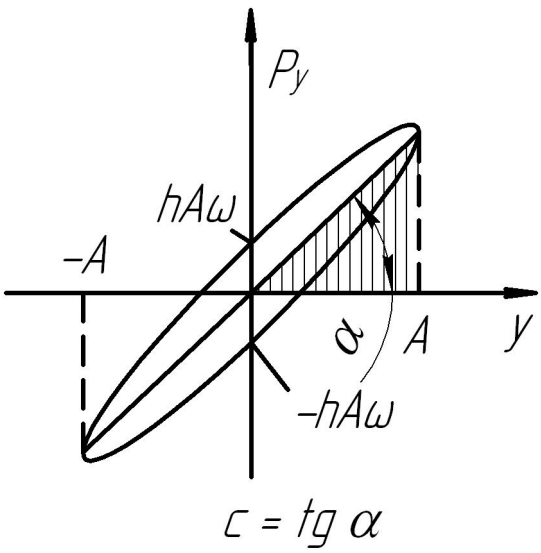


Рис. 5.1. Внешний вид гистерезиса упругодемпфной подвески с вязким трением в координатах (P_y – y)

Представим упруго-вязкое трение математически через коэффициент демпфирования, который мы рассматривали в предыдущих разделах. Для этого найдем рассеянную циклическую энергию, равную площади петли гистерезиса

$$W = \pi \cdot A \cdot hA\omega = \pi A^2 h\omega, \quad (5.28)$$

а потенциальную энергию упругой деформации (площадь заштрихованного треугольника на рис. 5.6)

$$\ddot{I} = \frac{\tilde{n}A^2}{2}. \quad (5.29)$$

Тогда коэффициент поглощения при вязком трении найдется как

$$\psi = \frac{W}{\ddot{I}} = \frac{2\pi hA^2\omega}{cA^2} = \frac{2\pi h\omega}{c}, \quad (5.30)$$

а коэффициент демпфирования

$$\gamma_m = \frac{\psi}{2\pi} = \frac{2\pi h\omega}{2\pi c} = \frac{h\omega}{c}. \quad (5.31)$$

И коэффициент поглощения ψ и коэффициент демпфирования γ_m – безразмерные величины. Заметим, что в отличие от сухого трения, где коэффициент демпфирования зависит от амплитуды, при вязком трении этот параметр является амплитудно – независимым. При переходе через резонанс и работе за резонансом в силу объективных физических свойств колебательной системы амплитуда уменьшается с увеличением частоты. Поэтому с ростом частоты для сухого трения $\gamma_m = T/(cA)$ растет. У вязкого трения, не зависящего от амплитуды γ_m также растет (см. выраж. (5.31)), но по другой причине – в связи с зависимостью от частоты. Однако, как мы выяснили в лекции № 2,

влияние демпфирования в зарезонансной зоне крайне мало и ухудшает показатель эффективности виброизоляции не более чем на 4%. Поэтому, какое демпфирование применять в машинах, зависит скорее от конструктивно-технологических, энергетических (подвод масла, наличие насосов, потери энергии) или социально - экономических (необходимость осмотров, контроль утечек, затраты на замену сальников и обслуживание) ограничений.

5.2. Конструктивные особенности демпферов вязкого трения

В заключение приведем данные о конструктивных особенностях демпферов и виброизолирующих подвесок с вязким сопротивлением. Они нашли применение в автомобильной и железнодорожной промышленности и других областях техники.

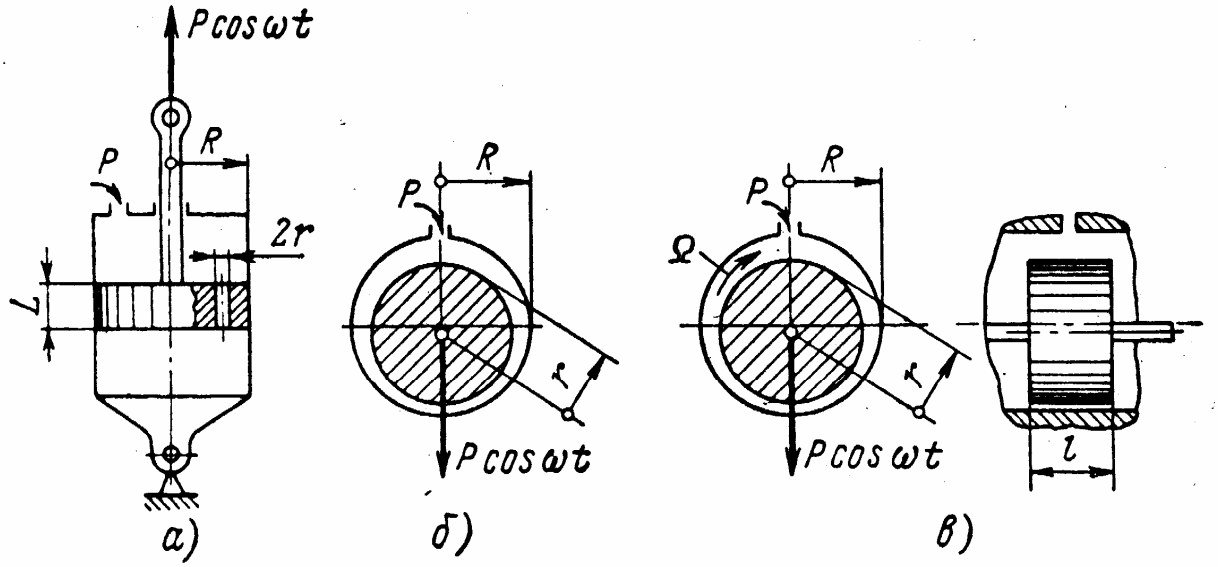


Рис. 5.7. Три различные схемы демпферов с вязким трением

Для указанных схем коэффициенты вязкого трения определяются по формулам:

- для схемы а) - $h = 8\pi\mu L\left(\frac{R}{r}\right)^4$;

- для схемы б) - $h = \pi\mu R\left(\frac{L}{\delta}\right)^3$;

- для схемы в) - $h = K\mu\left(\frac{L}{\delta}\right)^3$,

где $\delta = R - r$ - радиальный зазор;

К – коэффициент формы узла;

μ - коэффициент динамической вязкости жидкости. Остальные обозначения ясны из рис. 5.4. Как видно из формул, коэффициент трения является функцией коэффициента динамической вязкости рабочей среды демпфера вязкого трения. Одной из основных особенностей демпферов вязкого трения является существенная зависимость рассеяния энергии колебаний от температуры рабочего тела. Вязкость всех рабочих жидкостей, кроме воздуха, существенно падает с увеличением температуры, что следует учитывать при проектировании демпферов. Давление рабочей жидкости слабо влияет на коэффициент трения, однако целесообразно иметь некоторое избыточное давление для снятия кавитационных явлений при резонансных колебаниях.

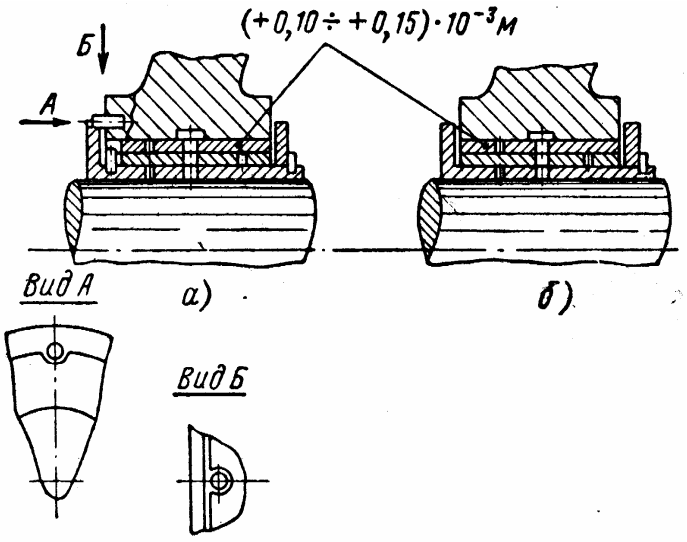


Рис. 5.8. Схема демпферных опор скольжения с вязким трением (Опора Парсона)

На рис. 5.5. показана одна из возможных схем опор скольжения, применяющаяся для демпфирования колебаний паровых турбин. Между цилиндрическими стаканами, установленными с радиальными зазорами имеется масляные прослойки, в которых при прецессировании ротора происходит рассеяние энергии колебаний.

На рис. 5.6. и 5.7 показаны еще две конструкции демпферов с вязким трением – многослойная опора с пакетом гибких лент и знаменитая опора П.Л.Капицы.

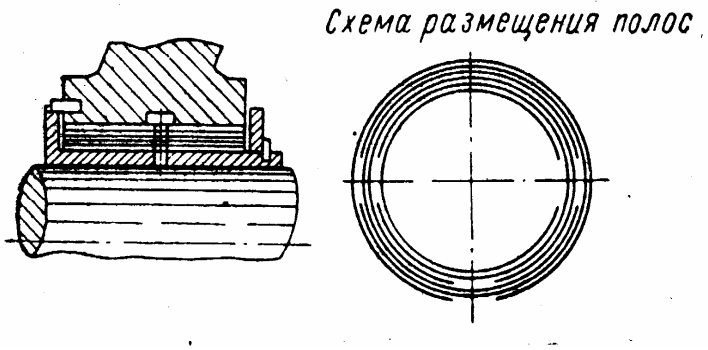


Рис. 5.9. Опора с пакетом гибких лент

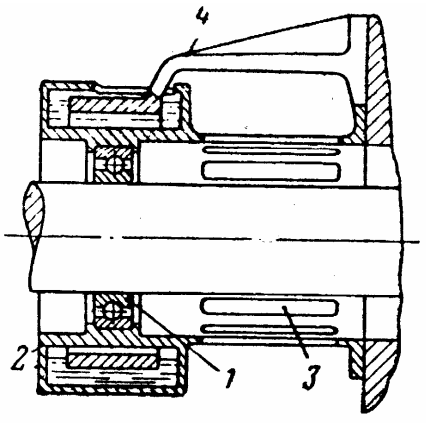


Рис. 5.10. Опора П.Л.Капицы

5.3. Применение теории кватернионов при описании пространственных упругогистерезисных характеристик демпферов и виброизоляторов с любой природой внутреннего сопротивления

Современные виброзащитные системы в большинстве случаев являются пространственными. Специфика работы объектов аэрокосмической техники такова, что под действием неуравновешенных масс они, как правило, совершают связные гармонические колебания. Так, например, колебания роторов турбонасосных агрегатов, устанавливаемых на упругодемпфирующие опоры, являются трехмерными. Приборное оборудование, устанавливаемое на вибрирующих корпусах двигателей летательных аппаратов, также подвержено пространственным колебаниям (рис. 5.30).

В работах [24, 124] рассмотрены случаи плоских прецессионных движений объектов, установленных на упругодемпферные опоры, и показано, что связные гармонические движения вибратора в этих системах приводят к существенному изменению формы гистерезиса. Особенности гистерезиса в пространственных виброзащитных системах не исследовались.

Пусть в произвольный момент времени t центр масс объекта, расположенного на объемной упругодемпфирующей подвеске, движется по замкнутой траектории с законами движения в виде

$$x = A \cdot \cos \omega t\,; \qquad y = A \cdot \sin \omega t\,; \qquad z = A \cdot \cos \omega t\,. \tag{5.61}$$

Траектория вибратора при таких законах движения имеет вид наклоненного эллипса, причем проекции этого эллипса на плоскости xOy и zOy являются окружностями, а на плоскость zOx − прямая, наклоненная к оси x под углом 45°.

Рассмотрим вначале случай, когда при движении точки *M* по траектории на нее действуют только внешняя сила ***P*** и сила сопротивления демпфирующего устройства ***T***.

Затем усложним задачу введением восстанавливающей силы. Как известно, сопротивление среды всегда направлено против движения, т.е. в сторону, противоположную вектору скорости V. Будем также считать, что модуль силы сопротивления ***T*** не зависит от скорости движения и является постоянным, т.е. T=const.

Найдем проекции скорости V точки M на оси координат, для чего продифференцируем выражения (5.62) по времени t:

$$V_x = \dot{x} = -A\omega \cdot \sin \omega t\,; \quad V_y = \dot{y} = A\omega \cdot \cos \omega t\,; \quad V_z = \dot{z} = -A\omega \cdot \sin \omega t\,. \tag{5.63}$$

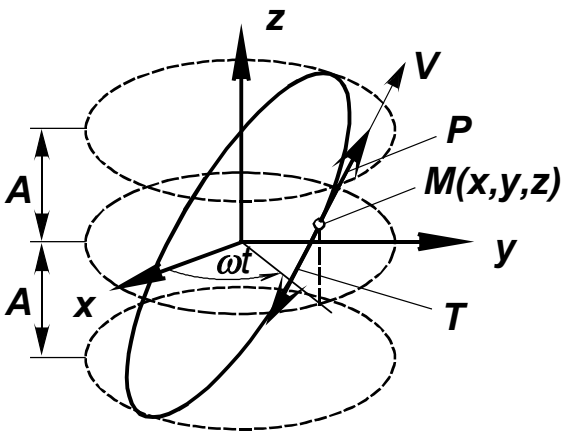


Рис. 5.31. Траектория движения вибратора при совместных колебаниях объекта виброзащиты

Модуль вектора скорости определится в виде

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = A\omega \cdot \sqrt{1 + \sin^2 \omega t}\,. \qquad (5.64)$$

Используя выражения (5.63) и (5.64), можно найти направляющие косинусы вектора V для нахождения в дальнейшем проекций силы трения (неупругого сопротивления) на координатные оси:

$$\cos(\mathbf{V}, \mathrm{x}) = \frac{\mathrm{V_x}}{\mathrm{V}} = -\frac{\sin \omega t}{\sqrt{1 + \sin^2 \omega t}}; \qquad (5.65)$$

$$\cos(\mathbf{V}, \mathrm{y}) = \frac{\mathrm{V_y}}{\mathrm{V}} = \frac{\cos \omega t}{\sqrt{1 + \sin^2 \omega t}}; \qquad (5.66)$$

$$\cos(\mathbf{V}, \mathrm{z}) = \frac{\mathrm{V_z}}{\mathrm{V}} = -\frac{\sin \omega t}{\sqrt{1 + \sin^2 \omega t}}\,. \qquad (5.67)$$

Поскольку в любой момент времени модули сил P и T равны друг другу, а направление сил P и T совпадает с направлением вектора V, найдем проекции силы P на оси координат:

$$P_x = T \cdot \cos(\mathbf{V}, x) = -T \cdot \frac{\sin \omega t}{\sqrt{1 + \sin^2 \omega t}}; \qquad (5.68)$$

$$P_y = T \cdot \cos(\mathbf{V}, y) = -T \cdot \frac{\cos \omega t}{\sqrt{1 + \sin^2 \omega t}}; \qquad (5.69)$$

$$P_z = T \cdot \cos(\mathbf{V}, z) = -T \cdot \frac{\sin \omega t}{\sqrt{1 + \sin^2 \omega t}}\,. \qquad (5.70)$$

Умножив и разделив выражения (5.68 – 5.70) на Aω, получим

$$P_x = \frac{T}{A\omega \sqrt{1 + \sin^2 \omega t}} \cdot \dot{x} = \frac{T}{V} \cdot \dot{x}\,; \qquad (5.71)$$

$$P_y = \frac{T}{A\omega \sqrt{1 + \sin^2 \omega t}} \cdot \dot{y} = \frac{T}{V} \cdot \dot{y}\,; \qquad (5.72)$$

$$P_z = \frac{T}{A\omega \sqrt{1 + \sin^2 \omega t}} \cdot \dot{z} = \frac{T}{V} \cdot \dot{z}\,. \qquad (5.73)$$

Выражения (5.71 – 5.73) показывают, что при постоянном модуле силы неупругого сопротивления T и гармонических законах движения вибратора защищаемого объекта, проекции внешней силы $\mathrm{P_x}$ **,** $\mathrm{P_y}$, $\mathrm{P_z}$ и равные им, но

противоположные по направлению, проекции силы сопротивления T_x, T_y, T_z зависят от скорости движения точки М.

Если заменить в выражениях (5.71– 5.73) величину $\frac{T}{A \cdot \omega \sqrt{1+\sin^2 \omega t}}$ на h:

$$h = \frac{T}{A \cdot \omega \sqrt{1+\sin^2 \omega t}}, \qquad (5.74)$$

то проекции сил P_x , P_y , P_z можно представить в привычном для линейно-вязкого трения виде:

$$P_x = h \cdot \dot{x} \; ; \quad P_y = h \cdot \dot{y} \; ; \quad P_z = h \cdot \dot{z} \; . \qquad (5.75)$$

Напомним, что в работе рассматривается вопрос о математическом описании гистерезиса в объемных виброзащитных подвесках с сухим трением! Если скорость V и сила сопротивления T не зависят от координат и времени, то коэффициент демпфирования h = const, в противном случае, как это следует из выражения (5.74), коэффициент h = f(T,V) = f(x,y,z,V).

Найдем зависимости между P_x и x, между P_y и y, а также между P_z и z. Для этого сделаем следующие преобразования. Из (5.62) и (5.71) найдем:

$$x/A=\cos \omega t; \; P_x \cdot \frac{\sqrt{1+\sin^2 \omega t}}{T} = \sin \omega t \; . \qquad (5.76)$$

Возведем правые и левые части выражений (5.76) в квадрат и сложим почленно:

$$\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = \frac{P_x^2}{T^2}(1+\sin^2 \omega t) + \frac{x^2}{A^2} = 1. \qquad (5.77)$$

Если обозначить

$$\frac{1}{T^2}(1+\sin^2 \omega t) = Q^2, \qquad (5.78)$$

то получим выражение

$$P_x = Q \cdot \sqrt{1 - x^2 / A^2} \; . \qquad (5.79)$$

Выражение (5.79) можно представить в безразмерном виде

$$\overline{P}_x = \frac{P_x}{Q} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \, . \qquad (5.80)$$

Зависимость $\overline{P}_x = f(x/A)$ является точным эллипсом.

Аналогично можно получить два других выражения гистерезиса в проекциях на оси y и z:

$$P_y = Q \cdot \sqrt{1 - \frac{y^2}{A^2}}; \qquad (5.81)$$

$$P_z = Q \cdot \sqrt{1 - \frac{z^2}{A^2}} \qquad (5.82)$$

или в безразмерном виде

$$\overline{P}_y = \frac{P_y}{Q} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{A^2}}; \qquad (5.83)$$

$$\overline{P}_z = \frac{P_z}{Q} = \sqrt{1 - \frac{z^2}{A^2}}. \qquad (5.84)$$

Таким образом, в рассматриваемом нами случае все частные гистерезисы в проекциях на оси координат в безразмерном виде (5.80, 5.83, 5.84) являются эллипсами (рис. 5.32).

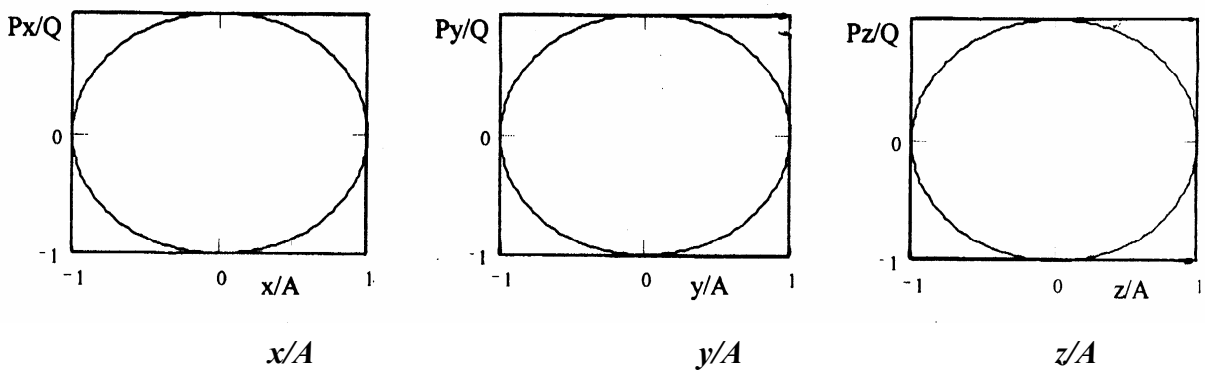


Рис. 5.32. Внешний вид частных гистерезисов в безразмерном виде

На рис. 5.33 показаны очертания гистерезисов с учетом переменности скорости V от времени в координатах $(\frac{P_x}{T}, \frac{x}{A}); (\frac{P_y}{T}, \frac{y}{A}); (\frac{P_z}{T}, \frac{z}{A})$.

Сравнение двух серий графиков (рис. 5.52 и 5.33), а также результатов [24], показывает, что пространственное нагружение системы конструкционного демпфирования имеет качественное отличие от одномерного и двухмерного нагружения. Эллипсная форма гистерезисов несколько изменяется при добавлении третьей гармонической компоненты за счет переменности за цикл нагружения модуля вектора скорости **V** (см. выражение (5.64). Кроме того, амплитудные значения проекций сил сопротивления демпфера на оси x и z меньше модуля силы T в $1/\sqrt{2}$ раз. Это обстоятельство следует учитывать при переносе результатов экспериментальных исследований силы трения в демпферах сухого трения, определенных при одноосном нагружении, на случай пространственного нагружения. Следует также отметить, что трехмер-

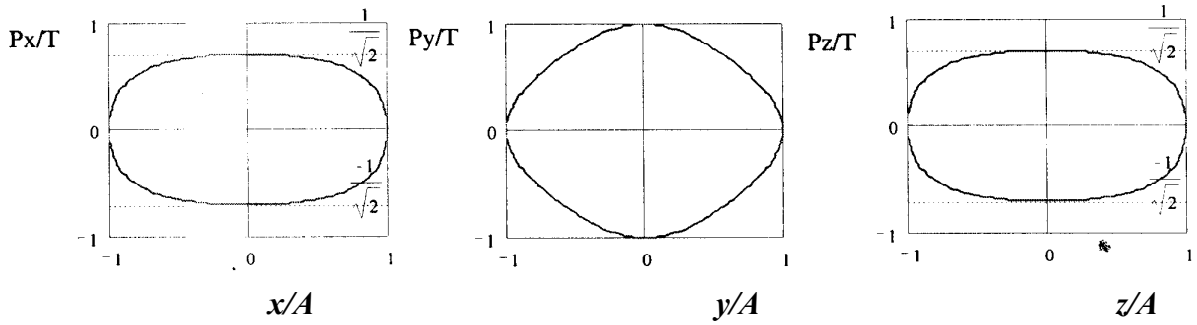


Рис. 5.33. Внешний вид частных гистерезисов в безразмерном виде с учетом переменности вектора скорости

ность нагружения приводит к изменению характера коэффициента демпфирования. Этот параметр становится зависимым от скорости движения.

Если к силе сопротивления T добавить силы упругого сопротивления, пропорциональные смещению

$$P_x = T \cdot \cos(\mathbf{V}, x) + kx; \qquad (5.85)$$

$$P_y = T \cdot \cos(\mathbf{V}, y) + ky; \qquad (5.86)$$

$$P_z = T \cdot \cos(\mathbf{V}, z) + kz, \qquad (5.87)$$

то частные гистерезисы разворачиваются на угол, пропорциональный величине k в выражениях (5.85...5.87) (рис. 5.34).

При наличии нелинейной восстанавливающей силы в виде

$$P_x = T \cdot \cos(\mathbf{V}, x) + kx + k_1 x^3; \qquad (5.88)$$

$$P_y = T \cdot \cos(\mathbf{V}, y) + ky + k_1 y^3; \qquad (5.89)$$

$$P_z = T \cdot \cos(\mathbf{V}, z) + kz + k_1 z^3 \qquad (5.90)$$

гистерезисные кривые разворачиваются и деформируются в соответствии с законами (5.88...5.90) (рис. 5.35).

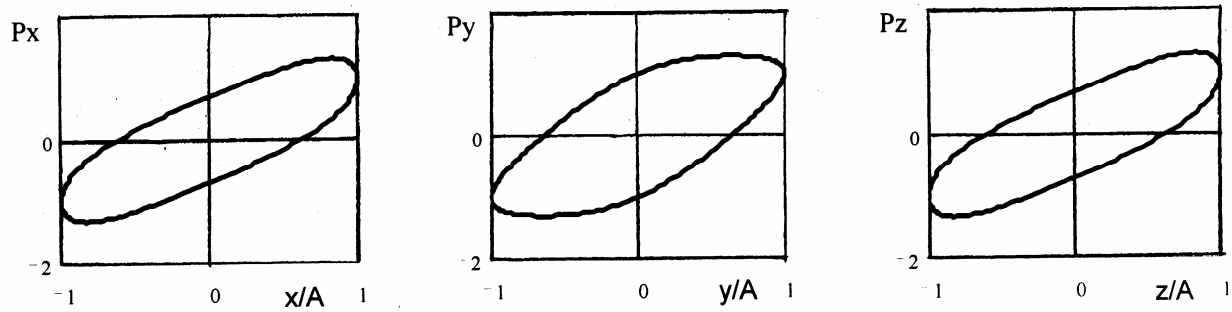


Рис. 5.34. Гистерезис в пространственной виброзащитной системе при наличии восстанавливающей силы, пропорциональной смещению (T=1, k=1)

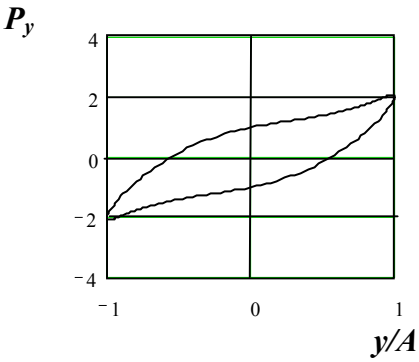


Рис. 5.35. Гистерезис в пространственной виброзащитной системе при наличии нелинейной восстанавливающей силы в виде (5.89) (параметры расчетов: T=1, k=k_1=1)

Теперь определим величину рассеянной за цикл энергии. Для этого воспользуемся выражением длины траектории [186], которая в нашем случае равна

$$L \cong \pi \left\{ \frac{3}{2}(a+b) - \sqrt{ab} \right\}, \qquad (5.91)$$

где a и b - полуоси эллипсной траектории движения точки M (рис. 5.31). Здесь a = A; b = $\sqrt{2} \cdot A$. С учетом этого длина траектории

$$L = 2{,}415\ \pi A\ , \qquad (5.92)$$

а рассеянная за цикл энергия, численно равная работе постоянной силы T на пути L

$$W = 2{,}415\ \pi AT. \qquad (5.93)$$

Если бы мы воспользовались общепринятой гипотезой о том, что при совместных колебаниях можно осуществлять расчеты характеристик демпфирования, как при одноосных нагружениях (при этом форма петли гистерезиса имеет вид параллелограмма (рис. 5.36), то мы получим величину рассеянной энергии в виде

$$W_{сух} = 12AT. \qquad (5.94)$$

При этом погрешность составит величину

$$\delta = (W_{сух}/W) = (12AT/2{,}415\pi AT) = 1{,}58. \qquad (5.95)$$

Многие исследователи при составлении уравнений движения механических систем пользуются понятием жесткости. В общепринятом смысле жесткость – это производная от силы по перемещению в заданной точке нагрузочной характеристики упругой системы. Для пространственных упругодемпфирующих систем с конструкционным демпфированием жесткость определить не так просто. Дело в том, что определение производной от векторной функции силы по перемещению предполагает возможность деления вектора силы на вектор перемещения. Однако в математике операция деления векторов не определена. Для обхода этих трудностей в свое время Гамильтоном [187] была разработана теория кватернионов, в которой операция деления величин типа векторов определе-

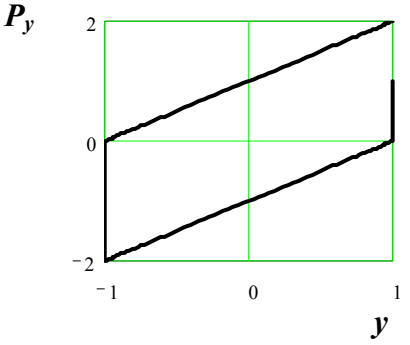


Рис.5.36. Типичная петля гистерезиса при деформировании системы конструкционного демпфирования вдоль одной оси y (T=1, A=1, k=1)

на.

Обратимся к рис. 5.31. Для пространственной виброзащитной системы вектор внешней силы **P** не совпадает по направлению с вектором перемещения ρ, конец которого совпадает с точкой *M(x,y,z)*. Представим вектора **P** и ρ в виде кватернионов с нулевыми значениями действительных частей:

$$\rho = \rho_0 + x \cdot i + y \cdot j + z \cdot k\,; \qquad P = P_0 + P_x \cdot i + P_y \cdot j + P_z \cdot k\,, \qquad (5.96)$$

где $\rho_0 = 0$ и $P_0 = 0$.

Тогда, согласно [187], кватернионная жесткость системы будет определяться в виде

$$C = \frac{P_x \cdot x + P_y \cdot y + P_z \cdot z}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{\left(P_z \cdot y - P_y \cdot z\right)}{x^2 + y^2 + z^2} \cdot i + \frac{\left(P_x \cdot z - P_z \cdot x\right)}{x^2 + y^2 + z^2} \cdot j + \frac{\left(P_y \cdot x - P_x \cdot y\right)}{x^2 + y^2 + z^2} \cdot k\,. \qquad (5.97)$$

Выражение (5.97) можно записать в виде

$$C = C_0 - C_x \cdot i - C_y \cdot j - C_z \cdot k\,, \qquad (5.98)$$

где действительная часть кватернионной жесткости C_0 равна

$$C_0 = \frac{P_x \cdot x + P_y \cdot y + P_z \cdot z}{x^2 + y^2 + z^2}\,, \qquad (5.99)$$

а компоненты мнимой (векторной) части кватернионной жесткости соответственно равны

$$C_x = \frac{\left(P_y \cdot z - P_z \cdot y\right)}{x^2 + y^2 + z^2}; \qquad (5.100)$$

$$C_y = \frac{\left(P_z \cdot x - P_x \cdot z\right)}{x^2 + y^2 + z^2}; \qquad (5.101)$$

$$C_z = \frac{\left(P_x \cdot y - P_y \cdot x\right)}{x^2 + y^2 + z^2}. \qquad (5.102)$$

Произведение кватернионов (5.96) дает нам кватернионный момент сопротивления пространственному движению объекта в системе координат с ортами (1, i, j, k)

$$M = -\left(P_x \cdot x + P_y \cdot y + P_z \cdot z\right) + \left(P_y \cdot z - P_z \cdot y\right) \cdot i + \left(P_z \cdot x - P_x \cdot z\right) \cdot j + \left(P_x \cdot y - P_y \cdot x\right) \cdot k\,. \qquad (5.103)$$

Выражение (5.103) можно представить в виде

$$M = M_0 + M_x \cdot i + M_y \cdot j + M_z \cdot k\,, \qquad (5.104)$$

где

$$M_0 = -\left(P_x \cdot x + P_y \cdot y + P_z \cdot z\right); \qquad (5.105)$$

$$M_x = \left(P_y \cdot z - P_z \cdot y\right); \qquad (5.106)$$

$$M_y = \left(P_z \cdot x - P_x \cdot z\right); \qquad (5.107)$$

$$M_z = \left(P_x \cdot y - P_y \cdot x\right). \qquad (5.108)$$

Анализируя выражения (3.99...3.108), можно увидеть, что компоненты кватернионов жесткости C и момента сопротивления сложному движению M состоят из действительной и мнимой частей. При этом мнимая часть момента сопротивления складывается из проекций момента сил сопротивления на соответствующие оси, а мнимая часть кватернионной жесткости – из аналогичных проекций жесткости на те же оси. Действительная часть кватернионного момента представляет собой полную энергию деформации системы, а действительная часть кватернионной жесткости – частное от деления полной энергии деформации системы на квадрат модуля смещения вибратора ρ. Эти параметры в течение цикла нагружения изменятся сложным образом. В качестве примера приведем несколько графиков изменения введенных параметров. На рис. 5.37 показано изменение действительных частей кватернионной жесткости $C_0(\omega t)$ и кватернионного момента $M_0(\omega t)$, а на рис. 5.38 – эволюция векторных компонент $M_x(\omega t)$, $M_y(\omega t)$ и $M_z(\omega t)$; на рис. 5.39 – эволюция векторных компонент $C_x(\omega t)$, $C_y(\omega t)$ и $C_z(\omega t)$.

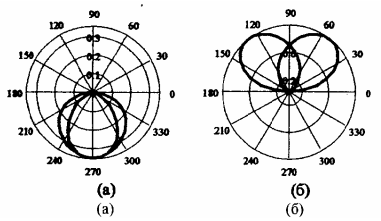


Рис. 5.37

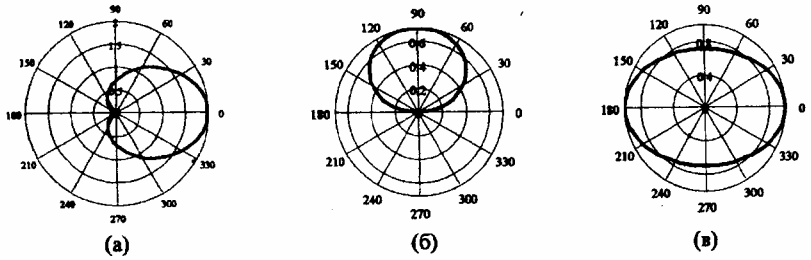


Рис. 5.38

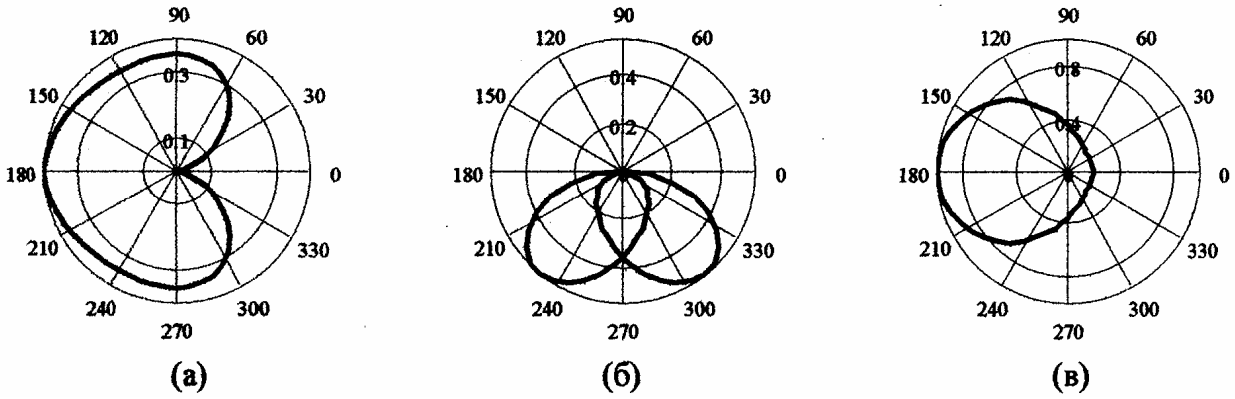


Рис. 5.39. Эволюция векторных компонент кватернионной жесткости $C_x(\omega t)$ (а), $C_y(\omega t)$ (б), и $C_z(\omega t)$ (в)

6. Конструктивные особенности современных средств виброударозащиты в аэрокосмической технике и машиностроении

6.1. Пространственные виброизоляторы на основе опрессованных проволочных материалов

Основными тенденциями современного двигателестроения является неуклонное повышение надежности и ресурса двигателей при одновременном росте их тактико-технических параметров и снижении материалоемкости. Обеспечение этих взаимно конкурирующих тенденций возможно, как показывает практика, при всеобъемлющем использовании современных методов и средств виброзащиты узлов, агрегатов и двигателя в целом. При этом очень важно внедрять современные методы и средства виброзащиты уже на стадии проектирования, не дожидаясь появления неизбежных в доводке дефектов вибрационно-усталостного характера.

Кафедра конструкции и проектирования двигателей летательных аппаратов Самарского государственного аэрокосмического университета вот уже более 40 лет занимается проблемами виброзащиты двигателей. При кафедре функционирует «Отраслевая научно-исследовательская лаборатория вибрационной прочности и надежности двигателей летательных аппаратов и их систем», фактически являющаяся серийным заводом по производству виброизоляторов и демпферов на основе многослойных упругодемпфирующих элементов из материала МР (металлорезины), тросов, пакетов лент, сеток, стержней и комбинированных цельнометаллических материалов.

Сотрудниками кафедры и лаборатории за указанный период созданы уникальные конструкции виброизоляторов и демпферов, обеспечивших высокую надежность отечественных двигателей и космических аппаратов. Так на кафедре под руководством профессора А.М.Сойфера в 60-х годах прошлого века был разработан уникальный упругопористый материал с высокими демпфирующими свойствами. Сформированный из металлической проволоки и обладающий свойствами эластомеров этот материал был назван металлической резиной (МР). Материал МР представляет собой пористую структуру, получаемую путем холодного прессования из предварительно растянутой и специальным образом уложенной проволочной спирали в окончательные по форме и размерам изделия. Цельнометаллические изделия из МР, кроме двигателестроения, успешно применяются в машиностроении, станкостроении, судостроении, энергетике, радиоэлектронной, нефтяной, газовой и пищевой отраслях промышленности, а также в оборонной, космической технике и медицине.

На основе материала МР было создано семейство виброизоляторов типа ДКА, ДКУ (рис. 6.1), АК, АМГ (рис. 6.2), корпусные втулочные виброизоляторы типа ВВ (рис. 6.3), бескорпусные втулочные упругодемпфирующие элементы (рис. 6.4). Последние нашли применение в двигателестроении для виброзащиты рабочих лопаток, направляющих аппаратов, оболочек, гироскопических устройств, роторов. Созданы эффективные виброизоляторы на основе сетчатых многослойных элементов (рис. 6.5). Виброизоляторы и элементы из материала МР успешно применяются на изделиях предприятий РКК ЦСКБ-ПРОГРЕСС (г. Самара), КБХА (г. Воронеж), СГНПП «Авиадвигатели НК» (г. Самара).

Рис. 6.1. Цельнометаллические виброизоляторы типа ДКА, ДКУ с номинальными нагрузками от 50 г до 150 кгс

Рис. 6.2. Разновидности цельнометаллических виброизоляторов с упругими элементами из материала МР типа АК, АМГ и др.

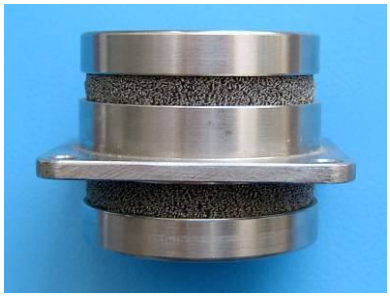


Рис. 6.3. Виброизолятор типа ВВ (втулочный виброизолятор)

Рис. 6.4. Бескорпусные упруго-демпферные прокладки из материала МР

Рис. 6.5. Цельнометаллические сетчатые виброизоляторы АЦС

Серийное изготовление виброизоляторов из материала МР в свое время было освоено опытно-экспериментальным заводом СГАУ и машиностроительными заводами г.г.

Павлодар, Чернигов, Томск. Сейчас эти виброизоляторы производятся только в СГАУ и только СГАУ является собственником технологии их производства.

Кроме перечисленных конструкций в СГАУ разработаны и серийно изготавливаются различные средства виброзащиты трубопроводов (рис. 6.6), уплотнений (рис. 6.7).

Рис. 6.6. Средства виброзащиты трубопроводов ДЛА с элементами из материала МР

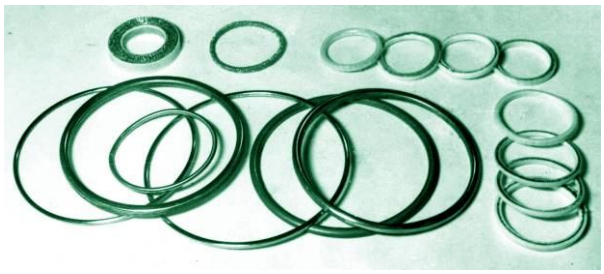


Рис. 6.7. Контактные уплотнения ДЛА с элементами из материала МР

Коллектив кафедры и серийного завода способен решить любые задачи по обеспечению надежности изделий оборонных отраслей техники, в частности двигателестроительных фирм России.

6.2. Цельнометаллические виброизоляторы на основе многослойных канатов (тросов)

6.2.1. Классификация тросовых виброизоляторов

По форме упругой линии тросовых элементов тросовые виброизоляторы подразделяются на устройства с прямолинейными и криволинейными элементами.

По количеству тросовых элементов в виброизоляторе они подразделяются на устройства с одним (отрезок троса, кольцо, виток) или несколькими элементами, образующими ансамбль, некоторым образом расположенный в пространстве и соединяющий две или несколько обойм.

По форме ансамбля тросовых элементов виброизоляторы можно подразделить на устройства линейного, цилиндрического, Г-образного (уголкового), арочного, сферического, тороидального, петлевого и комбинированного типов. Устройства линейного, Г-образного (уголкового), некоторые виды цилиндрического и петлевого типов конструируются путем параллельного размещения (рекурсии) множества указанных элементов вдоль некоторой оси (линии). Ансамбль элементов в виброизоляторах арочного типа об-

разует поверхность полусферы, а в виброизоляторах сферического и тороидального - соответственно сферу и тороид вращения. С конструктивной точки зрения виброизоляторы арочного, сферического и тороидального типов получены путем рекурсивных поворотов плоскости базового элемента на некоторый угол

$$\varphi=2\pi/m,$$

относительно вертикальной оси, где m - количество тросовых элементов в ансамбле.

По виду работы упругодиссипативных элементов тросовые виброизоляторы делятся на устройства, у которых элементы работают на растяжение-сжатие, изгиб, кручение и комбинированные виды деформаций. Как правило, виброизоляторы создают на пространственное восприятие нагрузок, вследствие чего их элементы работают в условиях комбинированных видов деформаций (изгиб с кручением, изгиб с растяжением-сжатием и др.).

По способу заделки концов упругогистерезисных элементов и их виду в целом виброизоляторы конструируют с элементами из множества отдельных отрезков троса и с элементом из непрерывного троса. В первом случае требуется тщательная заделка концов каждого отрезка троса в крепежных обоймах (запайка, сварка, заливка смолами, приклеивание, обжатие). Во втором случае упругий элемент получают путем заневоливания троса в специальных приспособлениях механическим путем или с помощью термофиксации. В этом случае ансамбль элементов получается из цельного отрезка троса с петлевыми участками, зажимаемыми в обоймах виброизолятора. Прочность и долговечность второго типа виброизоляторов значительно выше по сравнению с первым.

По форме поперечного сечения проволоки в прядях троса виброизоляторы можно разделить на конструкции с традиционно круглой и некруглой формами проволоки (треугольной, шестигранной, квадратной). Выбор экзотической формы проволоки в тросе продиктован желанием создать распределенный контакт во фрикционных парах и увеличить стабильность упругодиссипативных свойств виброизоляторов. При традиционной форме поперечного сечения проволоки в тросе имеет место два типа фрикционных пар -

линейный и точечный. Вполне понятно, что износ в тросах с точечно-линейным контактом фрикционных пар значительнее чем в тросах с распределенным контактом. Поэтому для создания виброизоляторов с большой стабильностью и ресурсом предпочтительнее выбирать троса с некруглой формой поперечного сечения проволоки.

По конструктивным особенностям применяемого троса, связанным с принципиальной возможностью управления силами трения в фрикционных парах, виброизоляторы делятся на устройства с элементами, обмотанными проволокой или лентой, с элементами стянутыми упругими хомутами или чехлом, с элементами, имеющими внутреннюю герметичную упругую оболочку с наддувом для управления силами трения.

По конструктивным особенностям крепежных обойм виброизоляторы делятся на устройства с разъемными и неразъемными обоймами, устройства с ограничителями упругой деформации элементов, устройства с дискретным подключением или отключением части упругих элементов в зависимости от величины деформации или программы ее изменения.

Класс виброизоляторов с криволинейной формой упругих элементов можно разбить на виброизоляторы с *бесперегибной и перегибной* формой начальной упругой линии элементов. Необходимось введения такого класса продиктована разным подходом и сложностью создания их расчетных моделей.

По способу включения упругих элементов в силовую схему виброизолятора они подразделяются на устройства с параллельным, последовательным и смешанным размещением элементов и их ансамблей между обоймами.

По степени изотропности упругодиссипативных свойств по различным направлениям действия нагрузок конструкции виброизоляторов подразделяются на устройства с изотропными и анизотропными свойствами.

По включению дополнительных видов диссипации энергии (кроме основного вида - межвиткового трения, основанного на принципах конструкционного демпфирования) тросовые виброизоляторы можно подразделить на

- виброизоляторы с чисто конструкционным демпфированием;

- виброизоляторы с элементами динамических гасителей колебаний;

- виброизоляторы с дополнительным граничным трением троса или конструктивных элементов о корпусные детали;

- виброизоляторы с дополнительной диссипацией, основанной на магнитном или электромагнитном принципах.

По возможности активного управления упругими и диссипативными характеристиками в процессе эксплуатации тросовые виброизоляторы делятся на пассивные, параметрически управляемые и регулируемые (подстраиваемые).

По типу упругой характеристики тросовые виброизоляторы можно подразделить на устройства с линейной, жесткой, мягкой и смешанной (жестко-мягкой, линейно-жесткой или линейно-мягкой) характеристиками. Как правило, линейной характеристикой обладают тросовые виброизоляторы в узком диапазоне амплитуд деформирования вблизи ненагруженного положения. Если же рассматривать весь возможный диапазон деформирования, то практически все типы виброизоляторов имеют нелинейные характеристики - либо симметрично жесткую, либо жестко-мягкую. При этом растяжение виброизолятора дает жесткую, а сжатие - мягкую характеристики.

Хотя данная классификация не претендует на полноту и в дальнейшем может дополняться по мере разработки новых классов, видов и типов тросовых виброизоляторов, она, тем не менее, охватывает весь известный нам диапазон конструкций российских и зарубежных авторов. Поскольку объем работы ограничен, в подтверждение достоверности классификации мы укажем на две групповые ссылки: [1] - российских (плюс бывших советских) и [216] - зарубежных разработок в этой области.

Ниже рассмотрены конструктивные, технологические, эксплуатационные и другие особенности созданных автором оригинальных разработок тросовых виброизоляторов, принадлежащих к разным классам, видам и типам классификации. При этом они занимают лишь незанятые в классификации ниши, или более совершенны по причине реализации научно обоснованных принципов конструирования.

6.2.2. Разработка перспективных конструкций виброизоляторов с тросовыми (и родственными им) упругогистерезисными элементами

Решить проблему гашения пространственных колебаний с помощью тросовых элементов пытались многие исследователи. Так Д.А.Волковым В.Д.Кирилловым и Б.В.Большаковым (а.с. СССР № 236132) (рис. 6.18) предложен тросовый виброизолятор, содержащий отрезки тросов 3 и две параллельно расположенные дисковые обоймы 1 и 2, которые соединены с концами изогнутых по дуге окружности отрезков троса. При всей привлекательности компоновки виброизолятора и способности его гасить пространственные вибрации, у него оказалось одно слабое место - крепление отрезков троса в обоймах. При интенсивной вибрации и ударах отрезки троса вылезают из своих гнезд и виброизолятор выходит из строя.

Аналогичен по конструкции и виброизолятор Л.С.Томилина (а.с. СССР № 241156) (рис. 6.19). Здесь для сохранения прямолинейности отрезков троса 3 применены специальные втулки 4, которые для уменьшения концентрации напряжений в тросе развальцованы и надеты на трос. Слабыми местами здесь также являются узлы крепления троса 3 в обоймах 1 и 2. Вместе с тем, к положительным моментам в этой конструкции следует отнести простоту расчетной схемы. Дело в том, что если имеется расчетная модель прямолинейного отрезка троса, то распространить ее на данный виброизолятор не представляет трудностей.

Перечисленные недостатки устранены в конструкции тросового пространственнщ-го виброизолятора [12], показанной на рис. 6.20.

Виброизолятор состоит из двух дисковых обойм 1 и 2, через отверстия в которых пропущен трос 3, свитый в тор и закрепленный в них с помощью нажимных колец 4, 5 и гаек 6, 7. Плечи "а" и "б" выбираются таким образом, чтобы обеспечивалась равночастотность виброизолятора по трем взаимно-перпендикулякным направлениям. Испытания виброизолятора показали его высокую эффективность и прочность. Коэффициент усиления на резонансе данной конструкции не превышает величины 2,5. Виброизолятор технологичен в изготовлении и неприхотлив в эксплуатации. Его жесткостные и демпфирующие свойства весьма стабильны в работе и почти не изменяются от температуры и наличия агрессивных сред. Демпфирующие свойства виброизолятора, определяемые с помощью коэффициента поглощения ψ, весьма высоки и достигают величины 3,5.

В конструкции [13] предпринята попытка существенно увеличить демпфирующие свойства и стабильность свойств при сохранении достоинств предыдущей конструкции виброизолятора. С этой целью упругодемпфирующий элемент 10, как показано на рис. 6.21, а выполнен из двух прядей троса 11 и 12, связанных между собой с натягом с по-

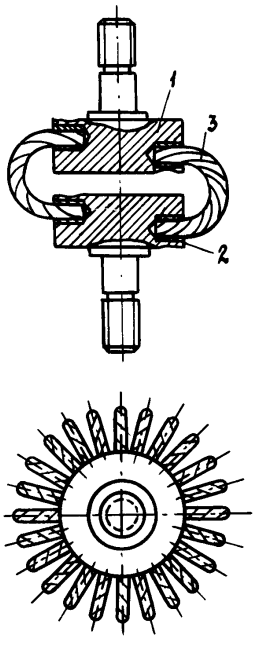


Рис.6.8. Пространственный тросо-вый виброизолятор конструкции Д.А.Волкова и др.

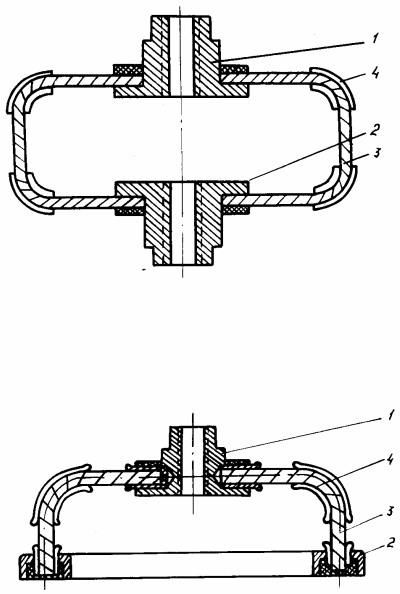


Рис.6.9. Пространственный тросо-вый виброизолятор конструкции Л.С.Томилина

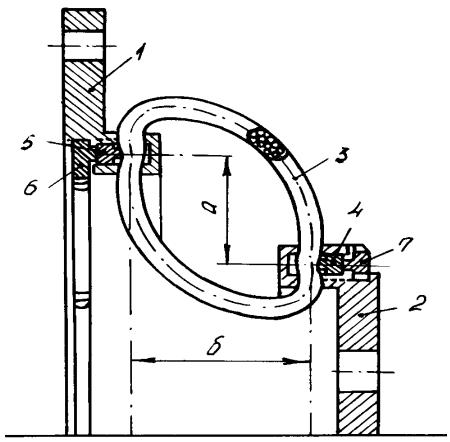


Рис. 6.10. Тороидальный тросовый виброизолятор конструкции И.Д. Эскина и Ю.К.Пономарева [12]

мощью обмотки упругой проволокой 13, обжатой после нанесения на пряди роликами 14 и 15. В отличие от предыдущих конструкций виброизолятор имеет два слоя упругих лепестков из троса 10, расположенных один внутри другого, что увеличивает нагрузочную способность и демпфирование. Кроме того здесь упрощена процедура сборки блегодаря тому, что обоймы 4 и 5 имеют разъем и скрепляются болтовым соединением. Виброизолятор имеет коэффициент поглощения от 5,5 до 6,2, что значительно уменьшает коэффициент усиления на резонансе. Кроме того, обматывание прядей троса проволокой и обжатие ее роликами создают в прядях такие сдавливающие усилия, которые позволяют данной конструкции работать при малых амплитудах (на больших частотах, за резонансом) как виброизолятор, а при больших - как демпфер.

В СГАУ с участием автора разработан ряд типоразмеров сферического тросового виброизолятора пространственного нагружения. Виброизолятор (рис. 6.22) выполнен из

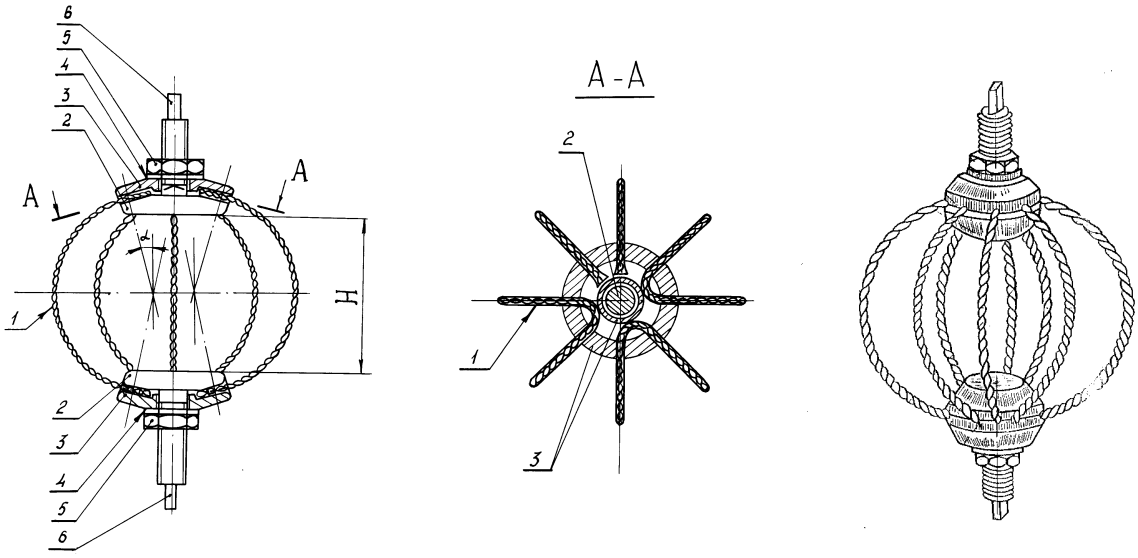


Рис.6.11. Сферический тросовый виброизолятор

двух обойм, состоящих из дисков 2 с болтами и фигурных шайб 3, насаженных на болты. Диски 2 и шайбы 3 стянуты с помощью гаек 5. Для удобства сборки на концах болтов

имеются лыски 6. По поверхности стыка дисков 2 и шайб 3 выполнены отверстия для установки в них непрерывного отрезка троса 1. При этом трос последовательно проходит

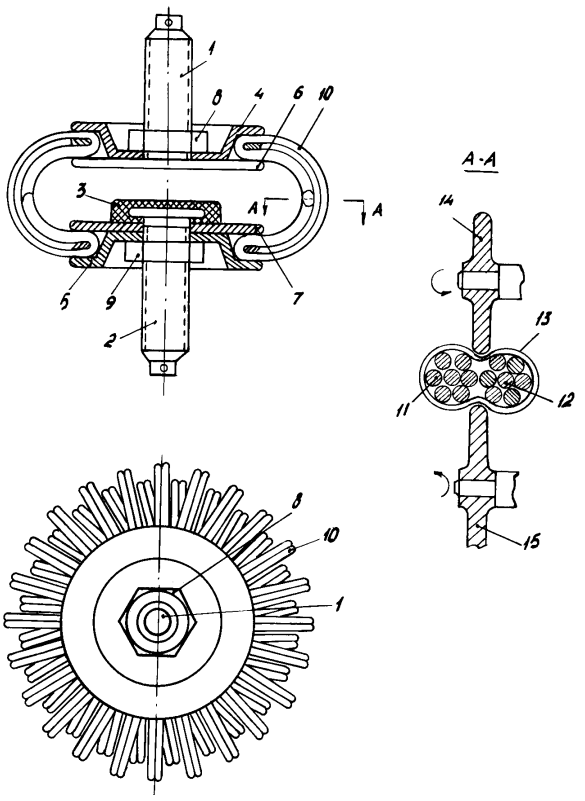


Рис. 6.12. Тросовый виброизолятор простран-ственного нагружения И.Д. Эскина, Ю.К.Пономарева и В.А.Безводина [13]

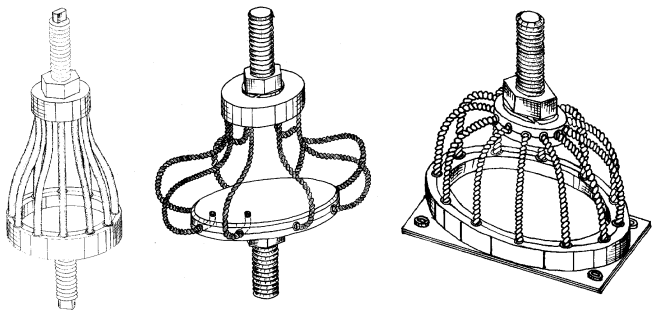


Рис.6.13. Разновидности тросовых виброизоляторов для разных схем нагружения

через каждые два соседних отверстия на верхней обойме, а затем со сдвигом на один шаг через отверстия на нижней обойме и т.д. (рис. 6.22). Выход участков троса из обойм осуществляется под углом α, величиной которого можно регулировать жесткостные и демпфирующие свойства виброизолятора. Виброизолятор имеет значительный ход H (см. рис. 6.22, а), благодаря чему он способен гасить большие ударные нагрузки. Внешний вид виброизолятора показан на рис. 6.22, в. Данная конструктивная схема позволяет создать виброизоляторы от сверхмалых номинальных нагрузок (0,1 Н) до значительных (100 Н). На рис. 6.23 показан виброизолятор с отрицательными значениями угла α. Этот виброизолятор лучше работает в подвесной схеме (на растяжение). Возможна конструкция с различными значениями углов выхода витков в верхней и нижней обоймах (рис. 6.24).

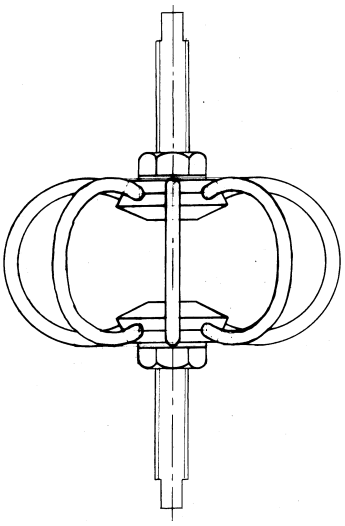


Рис.6.14. Тросовый виброизолятор для подвесной схемы нагружения

Разновидностью вышеописанного виброизолятора является конструкция, показанная на рис. 6.25. Виброизолятор имеет болт 1 с развитой шляпкой 2 для крепления объекта. На болт 1 насажены две шайбы 3 и 4 с отверстиями для крепления троса 5. В каждой из шайб 3 и 4 внутри выполнены канавки 6 для укладки петли троса. Вследствие того, что трос 5 располагается двумя ярусами в обойме, грузоподъемность виброизолятора увеличивается вдвое по сравнению с предыдущей конструкцией. Витки троса, выходящие из верхней обоймы, закреплены в нижней обойме - основании 7, состоящем из корпуса 8 с отверстиями для входа тросов и днища 9. Корпус и днище соединены друг с другом при помощи пистонов 10 (см. рис. 6.25, г), отверстия в которых служат для крепления виброизолятора к корпусу объекта. Два конца непрерывного троса могут быть закреплены как в верхней, так и в

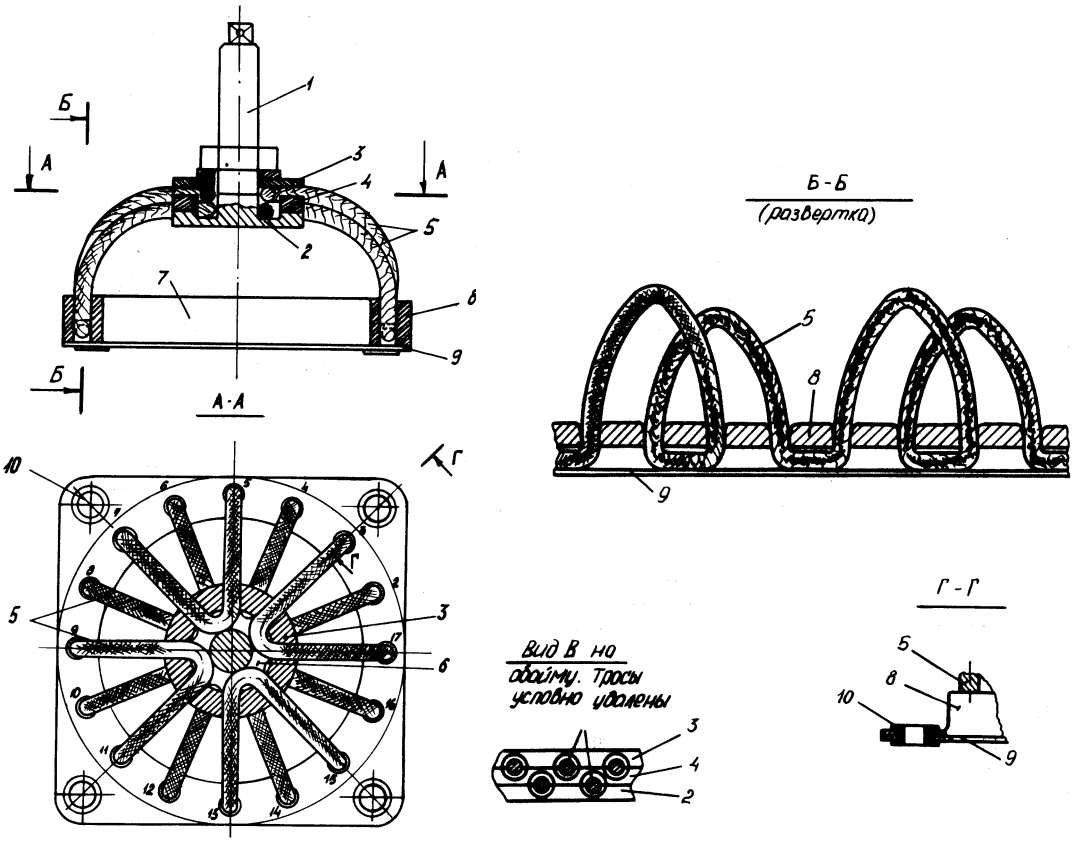


Рис.6.15. Виброизолятор тросовый арочного типа

нижней обойме одним из известных способов заделки троса.

На основе анализа расчетов, выработанных рекомендаций и научно обоснованных принципов конструирования автором спроектирована конструкция пространственного цилиндрического тросового виброизолятора [144]. Он выполнен по схеме показанной на рис. 6.26.

Выбор такой схемы обусловлен необходимостью повышения вертикальной устойчивости виброизолятора. Дело в том, что трос должен быть надежно обжат планками 4, 5, 6, 7 верхнего 2 и нижнего 1 оснований. В противном случае при действии минимальных

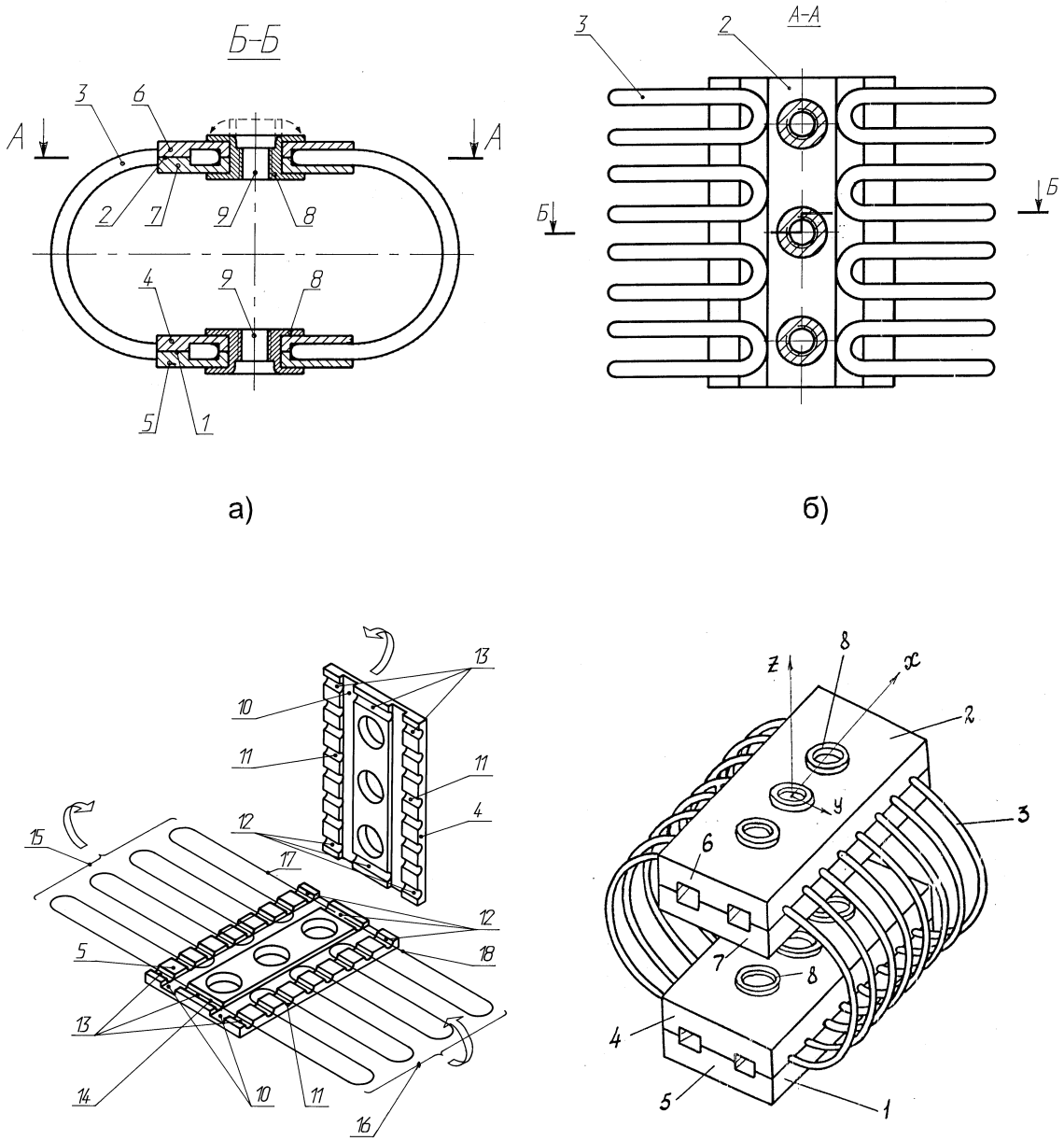


Рис. 6.16. Тросовый виброизолятор цилиндрического типа

боковых нагрузок происходит проворачивание троса в отверстиях и потеря его устойчивости.

Обжатие может быть выполнено тремя способами. Первый состоит в том, что отверстия в планках оснований выполняются несколько меньшего диаметра, чем диаметр троса. При втором способе диаметр отверстий равен диаметру троса, но после сверления отверстий небольшой слой материала с поверхности контакта одной или обеих планок снимается. Третий способ состоит в комбинации одного из первых двух с образованием возвратных петель тросом в обоих основаниях, как это показано на рис. 6.26. Отношение диаметра витка D к диаметру троса d в спроектированном виброизоляторе рекомендуется выдерживать равным 10. Стягивание планок оснований осуществляется болтами или заклепками.

В СГАУ разработана перспективная конструкция виброизолятора крестового типа [141], обладающая изотропностью упругофрикционных характеристик в поперечных направлениях и высокой надежностью.

Тросовый виброизолятор крестового типа изображен на рис. 6.27. Он содержит расположенную одна под другой верхнюю 1 и нижнюю 2 опорные планки в виде четырехлучевых звезд, каждый луч которых является балкой равного сопротивления, и тросовый упруго-диссипативный узел из двух составляющих 3 и 4, каждая из которых выполнена из единого отрезка троса в виде двух элементов 5, 6, и 7, 8, образуемых тросом при расположении его по цилиндрическим винтовым линиям - правого (элементы 6 и 7) и левого (элементы 5 и 8) направлений и объединенных технологическими перемычками 9 и 10. Причем, в любых двух соседних лучах опорных планок расположены тросовые элементы противоположной навивки.

Верхняя опорная планка 1 выполнена из двух частей 11 и 12, соединенных крепежными деталями 13, а нижняя опорная планка 2 - из частей 14 и 15, объединенных крепежными деталями 16. Части 11, 12, 14 и 15 формируют между собой в каждом луче ряд от-

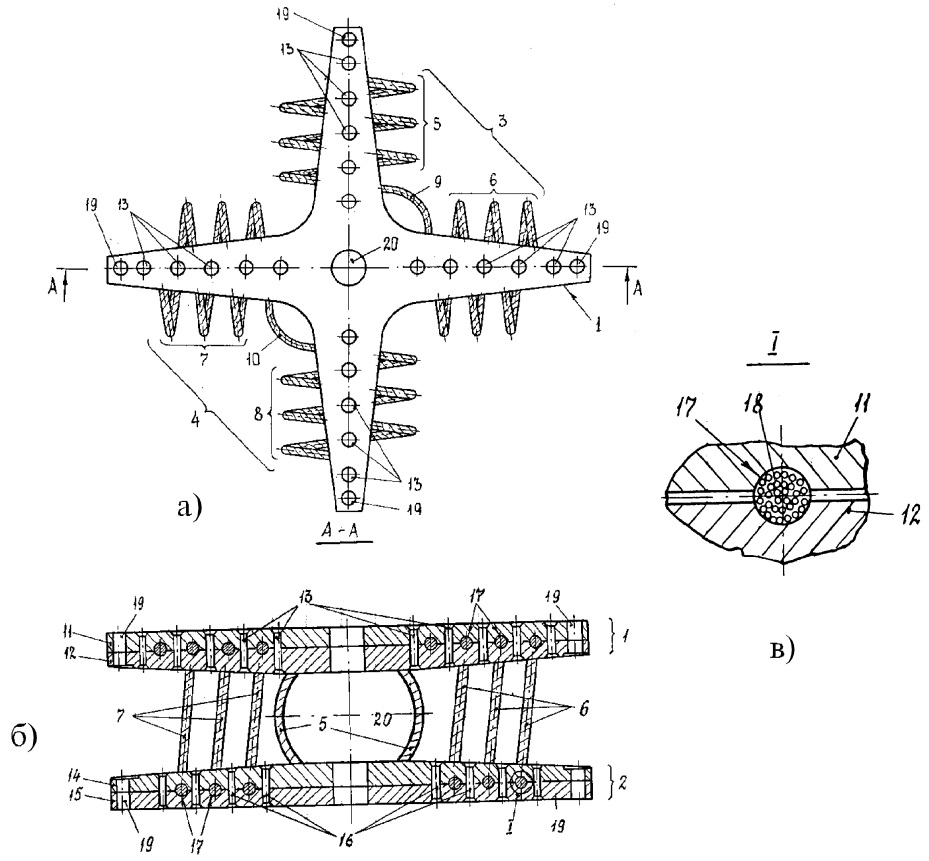


Рис.6.17. Тросовый виброизолятор крестового типа

верстий 17, служащих для фиксации пропущенного через них троса 18. Сечения поверхностей, образующих отверстия 17, имеют форму неполных полуокружностей, диаметр которых равен диаметру троса 18.

Для крепления виброизолятора к основанию и защищаемому изделию в опорных планках 1 и 2 имеются сквозные отверстия - периферийные 19 и центральные 20 (рис. 6.27).

Работает устройство следующим образом. При действии вертикальной нагрузки вибрационного или ударного характера полувитки тросового узла деформируются, компенсируя действие приложенных нагрузок и диссипируя их энергию. Возникающие при этом крутящие моменты от полувитков одного тросового элемента 5, например, компенсируются крутящими моментами противоположного направления от полувитков парного ему тросового элемента 6.

Нагрузки, действующие вдоль одной из пар колинеарных лучей, воспринимаются всей конструкцией тросового виброизолятора, т.е. и второй парой лучей с тросовыми элементами 7 и 8, расположенной перпендикулярно приложенным силам и имеющей большую устойчивость к подобной нагрузке (жесткость в данном направлении). Вследствии

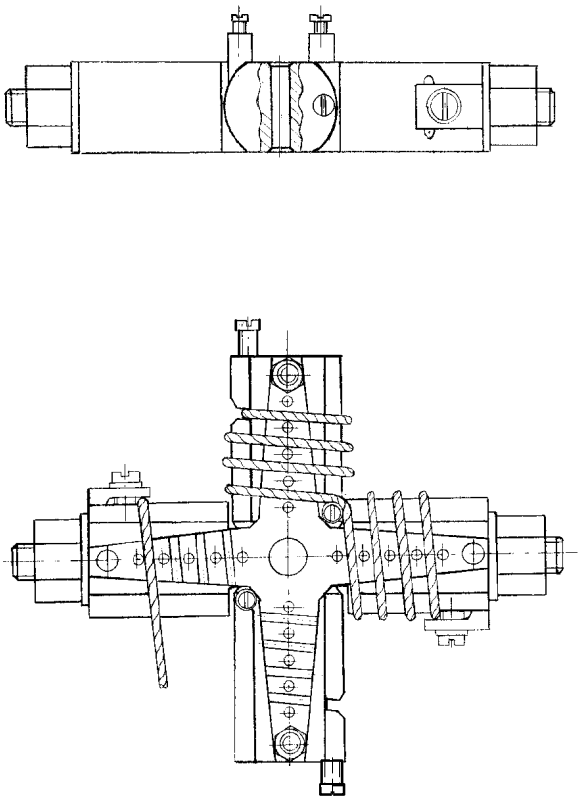


Рис.6.18. Приспособление для сборки крестового тросового виброизолятора [144]

этого устойчивость виброизолятора в целом в горизонтальном направлении выше, чем устойчивость виброизолятора цилиндрического типа.

На рис. 6.28 изображено устройство для сборки крестового виброизолятора.

Как указывалось в разд.5.2, для увеличения демпфирующих свойств необходимо в упругодемпфирующих элементах создавать равномерно распределенную сдавливающую нагрузку. В тросовых элементах это можно осуществить за счет обмотки троса упругой проволокой с натягом [11, 15, 18]. В [11] каждая прядь троса обмотана в одну сторону, а все пряди в целом - в другую (рис.6.29). В изобретении [15], как указывалось на рис.6.21, две нитки троса обматываются проволокой с натягом и опрессовываются роликами по ли-

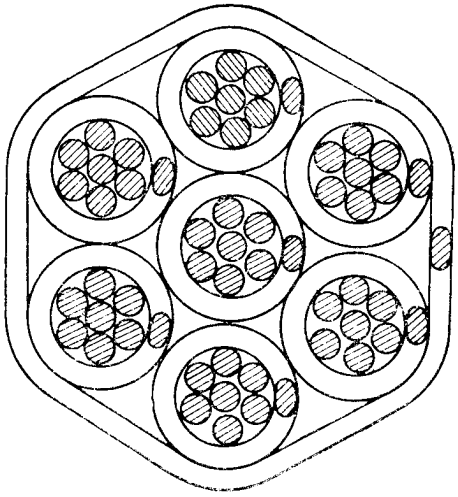


Рис.6.19. Схема получения в тросе равномерно распределенной сдавливающей нагрузки по методу [11]

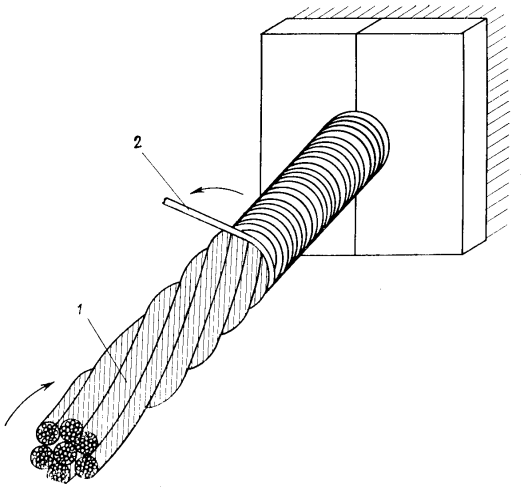


Рис.6.20. Схема получения в тросе равномерно распределенной сдавливливающей нагрузки по методу [18]

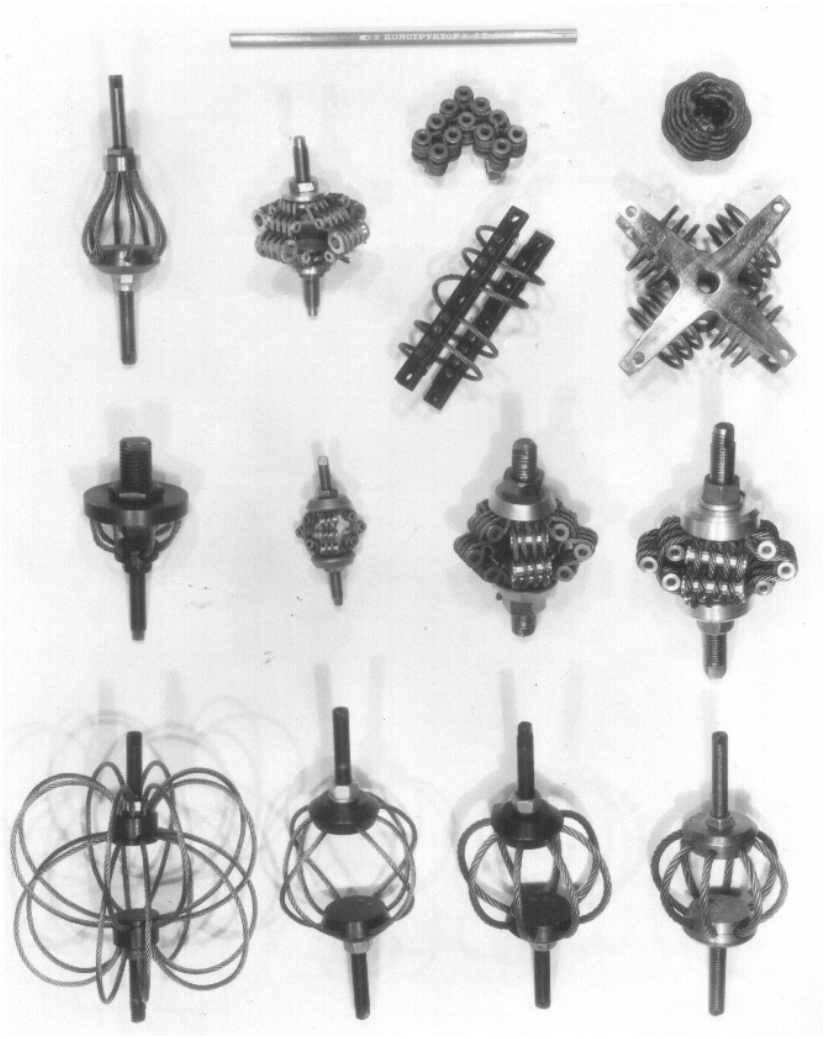


Рис.6.21а. Фотографии тросовых виброизоляторов

нии их контакта. Согласно [18], сердечник троса 1 (рис.6.30) закручивается в сторону свивки, а проволока наружного слоя 2 наматывается в противоположном направлении, причем концы ее для предотвращения раскручивания жестко связываются с сердечником в местах заделки троса в виброизоляторе.

Фотография основных типов созданных автором тросовых виброизоляторов показаны на рис.6.21.

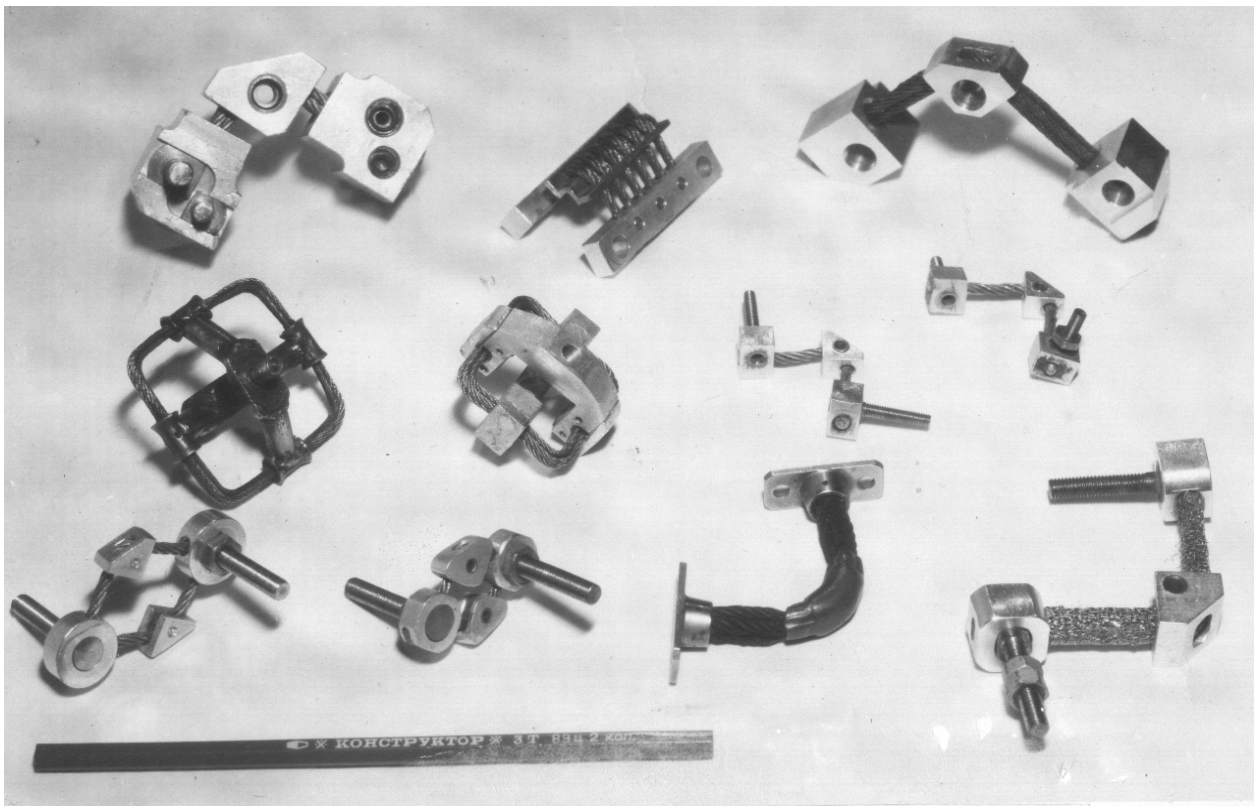


Рис.6.21б. Фотография тросовых виброизоляторов,разработанных для изделий аэрокосмической техники

Рис.6.21в. Фотографии тросовых муфт и миниатюрных виброизоляторов, разработанных для изделий железнодорожного транспорта и электронного оборудования НПЦ ИНФОТРАНС

6.3. Цельнометаллические виброизоляторы на основе многослойных стержней и лент

В соответствии с 5 и 6 принципами конструирования средств виброзащиты (см. разд. 5.2) автором разработаны принципиальные схемы виброизоляторов, в которых реализуется поверхностное распределение трения одновременно с равномерным распределением давления на контактных поверхностях упругодемпфирующих элементов. Эти принципы легли в основу ряда разработок, защищенных авторскими свидетельствами и патентами [31, 32, 35, 135, 137].

В конструкции [35] упругодемпфирующий элемент виброизолятора (рис. 6. 32) состоит из набора стержней 1, стянутых хомутами 2, расположенных с определенным шагом

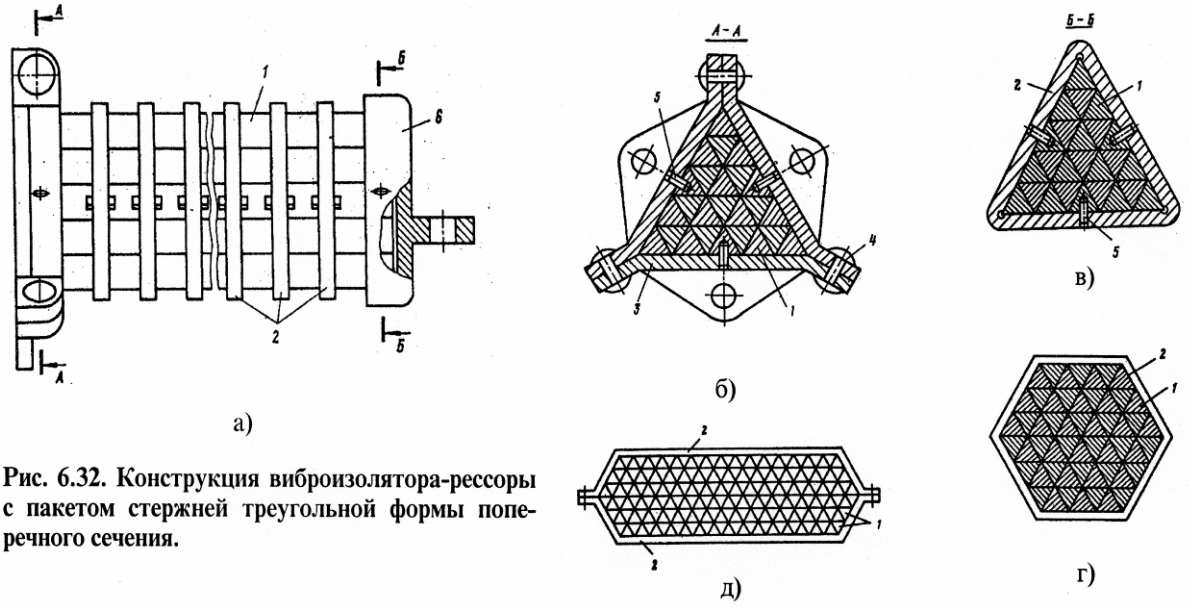


Рис. 6.32. Конструкция виброизолятора-рессоры с пакетом стержней треугольной формы поперечного сечения.

по длине набора. Поперечное сечение каждого стержня 1 представляет собой сплошной или полый тонкостенный равносторонний треугольник. С одной стороны набора стержней размещено основание, с помощью которого виброизолятор крепится к фундаменту или корпусу машины. С другой стороны пакета размещена головка 6 с проушиной для крепления защищаемого объекта.

Проработаны различные формы поперечных сечений пакета для обеспечения изотропных или анизотропных характеристик по различным направлениям воспринимаемой нагрузки (рис. 6.32, г, д).

Для обеспечения пространственной изотропности характеристик виброизолятора разработан вариант его Г-образного исполнения [31] (рис. 6.33). Здесь также возможно разричное исполнение поперечных сечений пакета с тремя или шестью гранями.

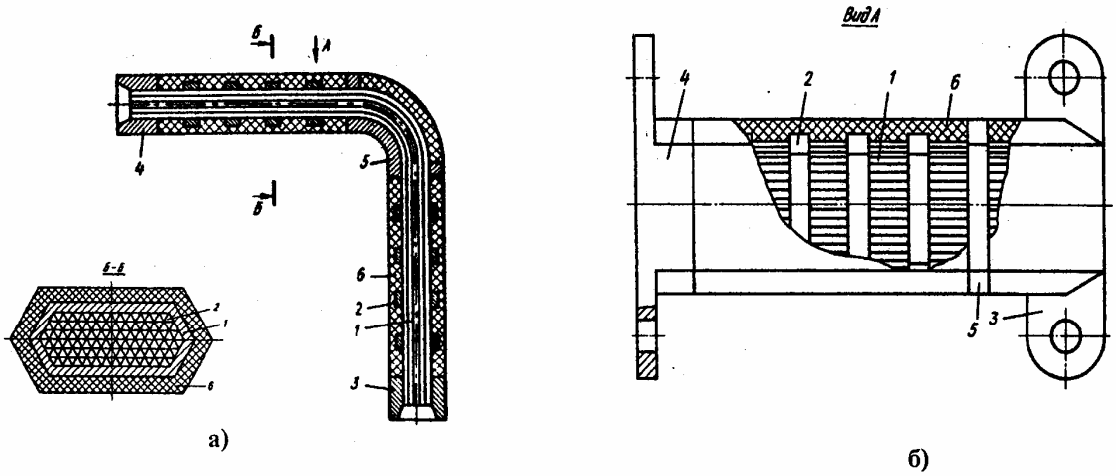


Рис. 6.33. Конструкция Г-образного виброизолятора с пакетом стержней треугольной формы поперечного сечения.

Для обеспечения компактной формы виброизолятора с пакетом стержней треугольной в сечении формы был разработан вариант конструкции, показанный на рис. 6.34. Здесь упругогистерезисный элемент выполнен в виде многослойного тела вращения с поперечным сечением в форме равностороннего треугольника, составленного из множества кольцевых шайб одинакового треугольного сечения, контактирующих друг с другом по всем граням и сжатого упругими, равномерно расположенными по окружности элемента между чередующимися узлами крепления фигурных обойм хомутами, создающими на гранях контактирующих колец равномерно распределенную нагрузку.

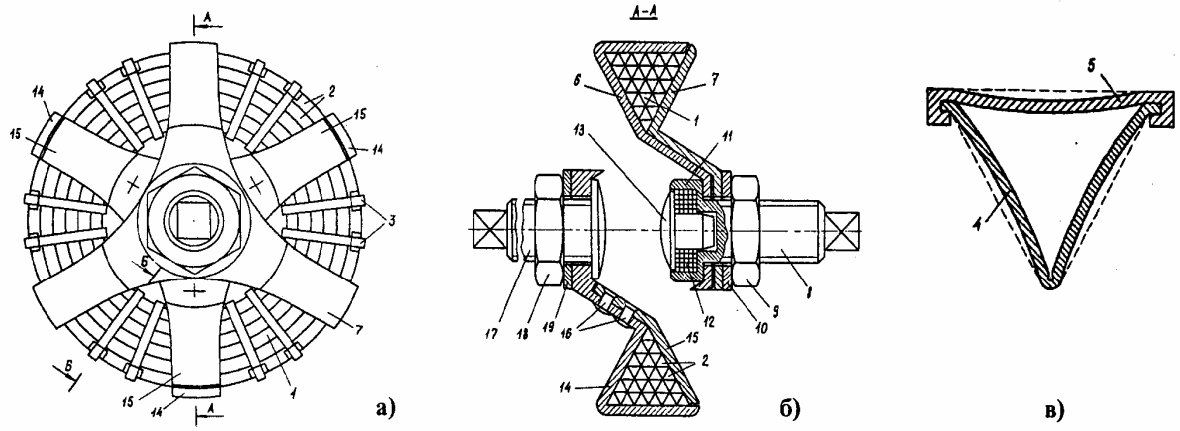


Рис. 6.34. Конструкция варианта виброизолятора с многослойным элементом кольцевой треугольной в сечении формы: а - вид в плане; б - сечение по А-А; в - форма упругого хомута до и после (пунктир)сборки.

Значительная площадь контакта упругих элементов пзволяет существенно уменьшить износ при эксплуатации виброизолятора и, тем самым, увеличить стабильность упругих и демпфирующих характеристик в процессе наработки. Виброизолятор прост в изготовлении и имеет простую и ясную расчетную схему. Это позволяет надеятся на его широкое применение в технике.

На рис. 6.35 показана конструкция виброизолятора-рессоры, реализующая принципы 5 и 6, но выполненные из лент разной толщины. Пакет в целом на его рабочем участке изготавливается круглого или овального поперечного сечений и обматывается плоско зигованной проволокой круглого или квадратного сечения с заданным натягом. За счет этого между слоями пакета создается равномерно распределенная сдавливающая нагрузка, что обеспечивает в виброизоляторе демпфирующие характеристики близкие к максимально возможным для многослойных конструкций. Распределение толщин лент в пакете определяется из условия одинакового момента инерции их поперечных сечений относительно оси изгиба. При овальном сечении пакета ленты могут быть одинаковой толщины.

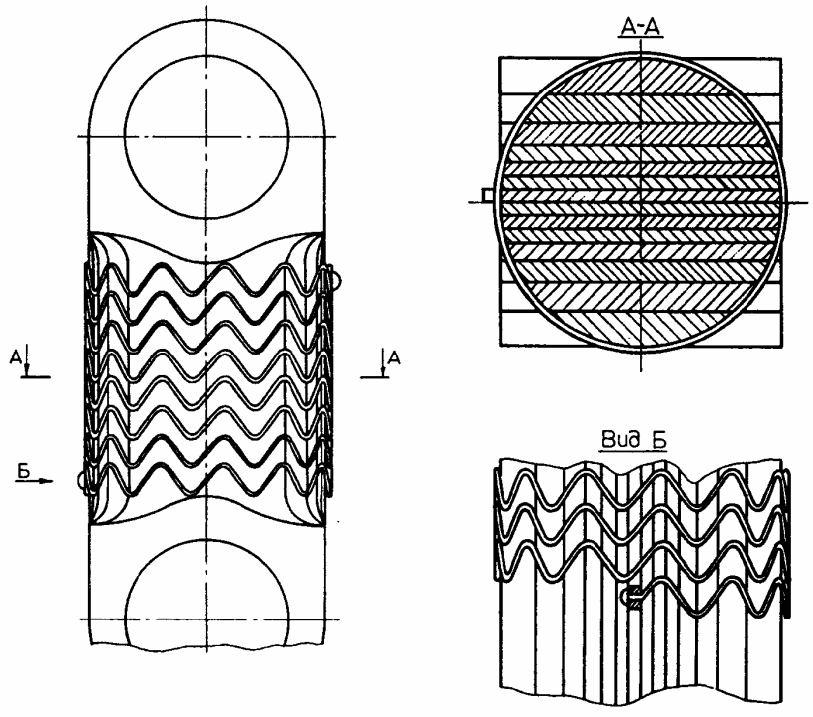


Рис. 6.35. Упругодемпфирующий элемент с равномерно распределенной по длине сдавливающей нагрузкой и распределенным трением в контакте слоев.

Кроме показанной на рисунке, виброизолятор может быть изготовлен по Г-образной или П-образной схеме (рис. 6.36, а, в).

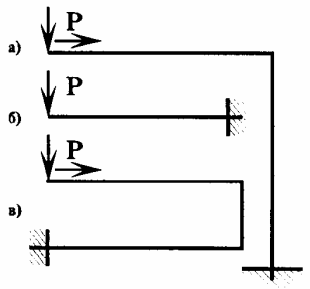


Рис. 6.36. Возможные схемы компоновки и нагружения виброизоляторов с элементом, показанным на рис. 6.35.

Заключение

Выполнен методологически обоснованный комплекс научно-исследовательских работ, в результате которого создана общая методология исследований систем конструкционного демпфирования с линейными и нелинейными характеристиками, апробированная на большом числе теоретических моделей демпфирующих устройств и реальных конструкций виброизоляторов и демпферов.

При этом получены следующие основные результаты.

1. Разработанная методология позволила выявить фундаментальные закономерности процессов, протекающих при деформировании систем конструкционного демпфирования.

2. На основе выявленных закономерностей и обобщения результатов исследовательских работ сформулированы общие принципы формирования гистерезиса систем конструкционного демпфирования при различных видах их пространственного деформирования. Так, например, впервые доказано, что гистерезис систем конструкционного демпфирования при круговых траекториях движения вибратора имеет вид эллиплов и практически идентичен гистерезису систем с гидродинамическим сопротивлением. Это дает возможность использовать огромный опыт, накопленный в теории колебаний систем с вязким трением для систем с конструкционным демпфированием.

3. Сформулированы и обоснованы общие принципы проектирования систем конструкционного демпфирования. На их основе создано семейство многослойных гофрированных демпферов опор турбомашин АиРКТ (ТНА маршевого ЖРД 2-й ступени РН “Энергия”, авиационных ГТД НК-8, НК-12, НК-144, НК-88, др. объектах народного хозяйства), состоящее из конструкций, технологий изготовления, методик расчета и проведения испытаний, рекомендации по серийному производству и эксплуатации.

5. Создано семейство высокоэффективных цельнометаллических виброизоляторов, демпферов и демпфирующих структур с регулярной формой упругодемпфирующих эле-

ментов: тросовых, ленточных, с ансамблем стержней сложных поперечных сечений. Большинство из них внедрено и успешно эксплуатируется в АиРКТ, на транспорте, в машиностроении, в народном хозяйстве с большим экономическим эффектом. Использование разработанных автором и внедренных конструкций позволило значительно сократить сроки доводки машин, обеспечить их долговечность, улучшить экологию рабочих мест на заводах и фабриках, на транспорте.

6. Созданы основы проектирования новых систем конструкционного демпфирования с управляемыми упругофрикционными характеристиками, что позволяет создавать системы виброзащиты с управляемым вибросостоянием объектов.

7. Практически все объекты разработки защищены авторскими свидетельствами СССР и патентами России, а многие конструкции виброизоляторов и демпферов не имеют аналогов в мировой практике авиадвигателестроения.

9. На базе описанных в монографии разработок автору за 1998 год присвоено звание лауреата Губернской премии, а в 2008 - лауреата Премии Правительства РФ в области науки и техники.

Список использованной литературы

1. Авторские свидетельства СССР по конструкциям тросовых виброизоляторов: (МКИ F16F 7/14). №№ 765559, 796550, 800460, 806926, 806927, 813024, 855286, 875129, 889963, 889964, 894262, 945518, 962692, 981736, 1000628, 1010346, 1017853, 1052754, 1054598, 1060833, 1052753, 1078155, 1068635, 1180585, 1218200, 1240972, 1364786, 1384852, 1385867, 1392278, 1392279, 1404704, 1439324, 1441102. 1442744, 1460471, 1465665, 1469220, 1471005, 1479757, 1499002, 1511489, 1511490, 1518589, 1518590, 1523783, 1527427, 1534226, 1551871, 1562559, 1567819, 1573257, 1588938, 1620722.

2. Авдеев Д.Т. Исследование предварительного смещения прессовых соединений. Изв. ВУЗ, "Машиностроение", № 4, 1962.

3. Алабужев П.М., Геронимус В.Б. и др. Теория подобия и размерностей. Моделирование. Изд. "Высшая школа", М., 1968.

4. Ананьев И.В., Тимофеев П.Г. Колебания упругих систем в авиационных конструкциях и их демпфирование. - М.: Машиностроение, 1965. - 526 с.

5. Антипов В.А., Пономарев Ю.К. Метод исследования упругофрикционных свойств анизотропных демпферов сухого трения // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.-Куйбышев: КуАИ, 1978.- с. 22-26.

6. Антипов В.А., Пономарев Ю.К. Расчетные исследования анизотропии упругофрикционных характеристик многослойных кольцевых гофрированных демпферов опор роторов турбомашин // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.-Куйбышев; КуАИ, 1983.-с. 12-19.

7. Архангельский С.В., Пономарев Ю.К. Средства виброзащиты электронного оборудования. Журнал “Телекоммуникационное поле регионов”, № 4, изд-во РБ “Эффект”, Самара, 1998, с. 29.

8. А.с. 165932 СССР, МКл F16F 7/00. Демпфирующее устройство/В.А.Антипов, А.Ю.Березкин, Ю.К.Пономарев, Ю.Н.Лапшов/- БИ, 1981, № 16.

9. А.с. 199458 СССР. Устройство для определения циклической энергии рассеяния в демпферах. /Иванов В.П., Шаймордановв Л.Г./ - БИ, 1967, № 15.

10. А.с. 246972 СССР, МКл F16L. Упруго-демпфирующая опора/А.М. Сойфер, Е.А. Панин//БИ.-1969.-№ 21.

11. А.с. 297734 СССР, МПК D07B 1/10. Трос /И.Д. Эскин, Ю.К. Пономарев, Г.В. Лазуткин, Ю.Н. Лапшов и Ю.В. Поспелов (СССР). -№ 1386896/25-27; Заявл. 08.12.69; Опубл. 11.03.71; Бюлл. № 10.

12. А.с.314942 СССР, МПК F 16f 7/4. Амортизатор / И.Д. Эскин, Ю.К. Пономарев // БИ.-1971.-№ 28.

13. А.с. 380883 СССР, МКл F16f 7/14. Тросовый амортизатор / И.Д. Эскин, Ю.К. Пономарев, В.А. Безводин // БИ.-1973.-№ 21.

14. А.с. 383923 СССР, МКл F16f 7/00. Пластинчатый демпфер/И.Д. Эскин, Ю.К. Пономарев, Ю.И. Ефремов// БИ.-1973.- № 24.

15. А.с.394481 СССР, МКл Д 07b 1/10. Трос / И.Д. Эскин, Ю.К. Пономарев и др. // БИ.-1973.- № 34.

16. А.с. 418618 СССР. Устройство для гашения колебаний лопаток турбомашин/В.А. Колесников, В.А. Фролов и др.// БИ. № 9, 1974.

17. А.с. 443214 СССР, МКл F16a 3/06. Гидростатическая упруго-демпфирующая опора / А.И. Белоусов, П.Д. Вильнер, Ю.К. Пономарев и др. // БИ.-1974.- № 34.

18. А.с. 544723 СССР, Мкл^2 Д07В 1/10. Трос / И.Д.Эскин, Ю.К.Пономарев и др. // БИ.-1977.-№ 4.

19. А.с.576484 СССР, МКл^2 F16L 55/02. Упруго-демпфирующий зажим для трубопроводов/М.А.Мальтеев, И.Д.Эскин, Е.А.Панин, Ю.К.Пономарев и др.// БИ.-1977.-№ 38.

20. А.с. 589483 СССР, МКл^2 F16F 15/06. Способ регулирования демпфирующих свойств многослойных элементов / И.Д.Эскин, Ю.К.Пономарев // БИ.-1978.-№ 3.

21. А.с. 642905 СССР, МКл^2 В21F 21/00. Способ изготовления проволочного нетканого материала/Антипов В.А., Пономарев Ю.К., Эскин И.Д.// БИ.-1979.-№20.

22. А.с.665151 СССР, МКл F16F 9/00. Устройство для исследования упругофрикционных характеристик кольцевых демпферов сухого трения / Ю.К.Пономарев, В.А.Антипов // БИ.-1979.-№ 20.

23. А.с.669128 СССР, МКл^2 F16F 7/00. Металлический термостойкий упругофрикционный демпфер / Ю.К.Пономарев, В.А.Антипов // БИ.- 1974.-№ 38.

24. А.с. 690350 СССР, МКИ^2 G01N 3/56. Способ определения упругофрикционных характеристик кольцевых демпферов сухого трения/Ю.К.Пономарев, В.А.Антипов //БИ.-1979.-№ 37.

25. А.с.723252 СССР, МКл^2 F 16 F 7/00. Демпфер / И.Д.Эскин, Ю.К.Пономарев, В.А.Антипов и др. // БИ.-1980.-№ 11.

26. А.с.7383923 СССР, МКл F16f 7/14. Пластинчатый демпфер /И.Д.Эскин, Ю.К.Пономарев, Ю.И.Ефремов // БИ.-1973.- № 24.

27. А.с. 778399 СССР, МКл^3 F16F 7/00. Демпфирующее устройство/Ю.К.Пономарев, В.А.Антипов и др. // БИ.-1979.- № 4.

28. А.с.796545 СССР, МКл^2 F 16F 7/00. Демпфирующее устройство / В.А.Антипов, Ю.К.Пономарев, Ю.Н.Лапшов и др. // БИ.-1981.-№ 2.

29. А.с.986556 СССР, МКл^3 B21F 21/00. Способ изготовления упругодемпфирующего нетканого материала / В.А.Антипов, Ю.К.Пономарев и др. // БИ.-1983.- № 1.

30. А.с.1241098 СССР, МКИ^4 G01N 3/56. Способ определения упругофрикционных характеристик кольцевых демпферов сухого трения / Ю.К.Пономарев, Е.А.Кондратенко // БИ.-1986.- № 24.

31. А.с.1420264 СССР, МКИ^4 F16F 7/08. Амортизатор / Ю.К.Пономарев // БИ.-1988.- № 32.

32. А.с.1476216 СССР, МКИ^4 F16F 7/14. Амортизатор / Ю.К.Пономарев // БИ.-1989.- № 16.

33. А.с.1525248 СССР, МКИ^4 E02B 17/00. Опора для стационарной морской платформы/Ю.К.Пономарев,Ю.М.Коваленко//БИ.-1989.-№ 44.

34. А.с.1569385 СССР, МКИ^5 F16F E02B 17/00. Несущая опора морского сооружения /Ю.К.Пономарев, Ю.М.Коваленко//БИ.-1990.-№ 21.

35. А.с. 1668775 СССР, МКИ^5 F16F 7/08. Амортизатор / Д.Е.Чегодаев, Ю.К.Пономарев, А.Е.Осоргин // БИ.-1991.- № 29.

36. А.с.1678977 СССР, МКИ^5 E02D 27/34. Фундамент сейсмостойкого здания / Ю.К.Пономарев, Д.Е.Чегодаев // БИ.-1991.- № 35.

37. А.с.1698389 СССР, МКИ^5 E04B 1/98. Сейсмостойкое сооружение / Д.Е.Чегодаев, Ю.К.Пономарев // БИ.-1991.- № 46.

38. А.с. 1705614 СССР, МКИ^5 F15B 15/14. О.П.Мулюкин, Д.Е.Чегодаев, Ю.К.Пономарев и др.//БИ.-1992.-№ 2.

39. А.с.1751543 СССР, МКИ^5 F16F 7/00, F16C 27/04. Пластинчатый кольцевой демпфер/С.Н.Мелентьев, Ю.К.Пономарев, М.Е.Проданов и М.М.Пирский//БИ.-1992.-№ 28.

40. А.с. 1753093 СССР, МКИ^5 F16F 7/00. Пластинчатый демпфер радиальной опоры ротора/ Ю.К.Пономарев, М.Е.Проданов, Д.Е.Чегодаев, С.Н.Мелентьев// БИ.-1992.-№ 29.

41. А.с. 1803783 СССР, МКИ^5 G01N 3/20. Устройство для исследования характеристик упорных упругодиссипативных элементов./ Пономарев Ю.К., Цих С.В., Д.Е.Чегодаев Д.Е.//БИ.-1993.-№ 11.

42. Белоусов А.И., Старцев Н.И. Итоги работ по научному направлению "Разработка методов и средств повышения вибрационной стойкости авиационных конструкций" // Авиационная промышленность.- 1987.-Прил. № 2.-с. 31-32.

43. Белоусов А.И., Тройников А.А. Определение упругофрикционных характеристик изделий из материала МР для систем виброзащиты ГТД // Проектирование и доводка авиационных ГТД.-Куйбышев: КуАИ,1985. -с. 159-169.

44. Белоусов А.И., Тройников А.А. Повышение долговечности цельнометаллических виброизоляторов на основе материала МР // Надежность и долговечность машин и сооружений.- 1985.- вып. 8.- с. 89-92.

45. Белоусов А.И., Тройников А.А. Повышение долговечности цельнометаллических виброизоляторов на основе материала МР для систем виброзащиты ГТД // Проектирование и доводка ГТД.-Куйбышев: КуАИ,1985.-с. 159-169.

46. Белоусов А.И., Тройников А.И. Построение процесса произвольного нагружения изделий из материала МР для виброзашитных систем ГТД // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.- Куйбышев: КуАИ, 1985.- с. 3-7.

47. Белоусов А.И., Тройников А.А. Прогнозирование долговечности цельнометаллических виброизоляторов из материала МР // Известия ВУЗов. Авиационная техника.- 1984.-№ 1.-с. 13-18.

48. Белоусов А.И.,Тройников А.А. Прогнозирование изменения упругофрикционных характеристик виброизоляторов из материала МР при наработке // Авиационная промышленность.-1986.-№ 1.-с. 24-26.

49. Бронштейн И.Н. и Семендяев К.А. Справочник по математике // М., "Наука", 1986, 544 с.

50. Белоусов А.И., Фролов В.А. Методы повышения вибрационной прочности лопаток турбомашин // Куйбышев: КуАИ, 1983.-71 с.

51. Белоусов А.И., Эскин И.Д., Иващенко В.И. Исследование упругофрикционных характеристик кольцевых ленточных демпферов // Куйбышев: КуАИ, 1986.- 27с.

52. Бидерман В.Л., Расчет листовых рессор (в кн. Расчеты на прочность в машиностроении", т.1, под общей редакцией С.Д. Пономарева, Машгиз, 1957).

53. Бузицкий В.Н., Лазуткин Г.В., Притулин А.Г. и др. Применение полиномиальной математической модели деформирования амортизаторов из материала МР для исследования свободных колебаний. В сб.”Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов”.- Куйбышев; КуАИ, 1978.- с. 5-10.

54. Бузицкий В.Н. и Сойфер А.М. Цельнометаллические упругодемпфирующие элементы, их изготовление и применение. Сб. " Вибрационная прочность и надежность авиационных двигателей".-Куйбышев; КуАИ, вып. 19, 1965.

55. Василенко Н.В. Влияние формы петли гистерезиса на характеристики колебательного движения. Сб. "Вопросы рассеяния энергии при колебаниях упругих систем", Киев, 1962.

56. Веников В.А., Веников Г.В. Теория подобия и моделирования. М., "Высшая школа", 1984.-439 с.

57. Верховский А.В. Явление предварительного смещения при трогании несмазанных поверхностей с места. Журнал прикладной физики, № 3, 1926.

58. Вильнер П.Д., Глейзер А.И. Экспериментальное исследование пластинчатых демпферов критических скоростей. В сб. "Рассеивание энергии при колебаниях упругих систем". Изд. "Наукова думка", Киев, 1968.

59. Вильнер П.Д., Осипов Н.Я. Демпфер для гашения вибрации лопаток. В сб."Рассеивание энергии при колебаниях упругих систем". Изд. "Наукова думка", Киев, 1968.

60. Вибрации в технике. Справочник в 6 томах. М., Машиностроение, 1978.

61. Вибропоглощающие характеристики кольцевых амортизаторов /Т.Г.Татишвили, В.С.Сванидзе, А.Л.Гогава, А.И.Белоусов и др. // Рассеяние энергии при колебаниях механических систем; Матер. Х111 Респ. научной конф.-Киев; Наук. думка, 1985.-с.292-295.

62. Волк И.М. Демпфирование колебаний при помощи двустороннего упругогистерезисного упора. Известия АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, N 3, 1962.

63. Волк И.М., Новиков Г.А. Свободные колебания системы с одной степенью свободы с упругогистерезисной характеристикой в форме параллелограмма. Изд. АН СССР, "Механика твердого тела", № 1, М., 1967.

64. Волк И.М., Эскин И.Д. Вынужденные периодические колебания упругофрикционной системы с петлей гистерезиса в фрме параллелограмма. Инженерный журнал "Механика твердого тела", 4, М., 1968.

65. Волк И.М., Новиков Г.А. Поперечный изгиб трехслойной консоли с гофрированной прокладкой при циклическом нагружении. Труды КуАИ, вып. 36, 1969.

66. Вялышев А.И., Тартаковский Б.Д. О колебаниях систем с большими потерями// Колебания, излучение и демпфирование упругих структур. М.: Наука, 1973. с. 27-43.

67. Глейзер А.И., Покрасс Л.П. Конструирование и расчет гофрированного демпфера для гашения роторных вибраций. В сб."Некоторые вопросы доводки авиационных газотурбинных двигателей". Тр. КуАИ, вып. 45, Куйбышев, 1970.

68. Горбунов В.Ф., Панин А.И. и др. Рассеивание энергии в кольцевых упругих элементах амортизатора, выполненных из троса. В сб. "Динамика и долговечность машин", Ч-Г, Томск, 1970.

69. Даринский Б.М., Мешков С.И. Влияние формы петли гистерезиса на стационарный режим колебаний системы с одной степенью свободы. Инженерный журнал "Механика твердого тела", № 5, М., 1966.

70. Даринский Б.М., Мешков С.И. Влияние формы петли гистерезиса на стационарный режим колебаний. Инженерный журнал "Механика твердого тела", № 5, М., 1967.

71. Ден-Гартог Дж.П. Механические колебания. - М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. 580 с.

72. Добрынин С.А. и др. Методы автоматизированного исследования вибрации машин: Справочник.- М.: Машиностроение, 1987.-224 с.

73. Дорошко С.М. Демпфирование в слойных пластинах и дисках. Автореферат диссертации на соиск. уч. ст. канд. техн. наук, РКИИ- ГА, 1968.

74. Жданов Г.П. Влияние сил трения между проволоками стальных канатов на изгибные напряжения при пробеге канатов на шкиве. Научные труды ХГИ, т.5, Харьков, 1958.

75. Ильинский В.С. Защита РЭА и прецезионного оборудования от динамических воздействий //М., "Радио и связь", 1982, с. 296.

76. Иванов В.П., Шаймордanов Л.Г. Установка для замера момента сопротивления прецессионному движению ротора, возникающего в демпфере. - В сб.: Вибрационная прочность и надежность двигателей летательных аппаратов. Тр. КуАИ, Куйбышев, 1969, вып. 35.

77. Калинин Н.Г. Конструкционное демпфирование в могослойной балке переменного сечения. В сб. "Вопросы динамики и прочности", вып.8, изд. АН Лат. ССР, 1962.

78. Калинин Н.Г., Лебедев Ю.А. Конструкционное демпфирование в тонкостенной балке. Изв. АН Латв. ССР, 1959.

79. Капица П.Л. Патенты демпферов: нем. патент 705437; англ. патент 615464 А; канад. патент 448647; фр. патент 928909; бельг. патент 465846; шв. патент 133125.

80. Капица П.Л. Устойчивость и переход через критические числа оборотов быстровращающихся роторов при наличии трения. ЖТФ, 1939, т.9, вып. 2, с. 1-37.

81. Карпачев Н.Ф. Исследование листового торсиона. В сб. Расчеты на прочность элементов конструкций. Тр. Челябинского политехнического института, вып. 2, Машгиз, 1957.

82. Кирпичев М.В. Теория подобия. Изд. АН СССР, М., 1958.

83. Климов В.Г. Вынужденные колебания системы с симметричной полигональной петлей гистерезиса. Изв. ВУЗ, Радиофизика, т. 10, № 7, 1967.

84. Коленко Н.Н., Пономарев Ю.К., Варивода В.Д. Исследование влияния вибронагрузок на срабатывание предохранительного клапана. В сб. "Проблемы динамики пневмогидравлических и топливных систем летательных аппаратов и двигателей". Материалы 2-й научно-технической конференции, посвященной 5-летию Самарского ордена Трудового Красного Знамени авиационного института имени академика С.П.Королева. Изд. НПО "Импульс", Самара, 1993, с. 59.

85. Конструкционное демпфирование в неподвижных соединениях /Под ред. Н.Г.Калинина - Рига: Изд-во АН Латв. ССР, 1960 - 220 с.

86. Конструирование рабочих органов машин и оборудования из упругопористого материала МР: Учеб.-справ. пособие. Ч.1/Д.Е.Чегодаев, О.П.Мулюкин, Е.В.Колтыгин - НПЦ "Авиатор": Самара. 1994. 156 с.

87. Конструирование рабочих органов машин и оборудования из упругопористого материала МР: Учеб.-справ. пособие. Ч.2/Д.Е.Чегодаев, О.П.Мулюкин, Е.В.Колтыгин - НПЦ "Авиатор": Самара. 1994. 100 с.

88. Кузнецов Н.Д. Авиационный двигатель НК-86 // Новые технологические процессы и надежность ГТД.- 1981.- № 6.- с. 9-20.

89. Кузнецов Н.Д. Влияние свойств материалов и технологии изготовления на конструкционную прочность // Проблемы прочности.- 1971.-№ 7.-с. 47-54.

90. Кузнецов Н.Д. К вопросу об оптимальном конструировании ГТД // Проблемы прочности.-1973.- № 11 - с. 5-12.

91. Кузнецов Н.Д. Надежность газотурбинных двигателей // Машиноведение.- 1978.- № 2.- с.13-20.

92. Кузнецов Н.Д. Некоторые проблемы современного газотурбостроения // Некоторые вопросы проектирования и доводки авиационных газотурбинных двигателей.- Куйбышев: КуАИ, 1970.- вып.5.-с. 5-16.

93. Кузнецов Н.Д. Обеспечение надежности двигателей для гражданской авиации // Основные вопросы теории и практики надежности.- М.: Сов. радио, 1975.- с. 27-42.

94. Кузнецов Н.Д. Обеспечение надежности современных авиадвигателей // Проблемы надежности и ресурса в машиностроении.-М.; Наука,1986.-с. 51-68.

95. Кузнецов Н.Д. О главном в проблеме надежности // Надежность и контроль качества.-1970.-№ 6.-с. 3-12.

96. Кузнецов Н.Д. Особенности проектирования современных сложных авиационных машин // Тр. 5-й Всес. конф. по микроэнергетике.- Куйбышев: КуАИ, 1975.- с.3-15.

97. Кузнецов Н.Д. Принципы обеспечения надежности авиадвигателей // Кибернетические системы управления подвижными объектами.- 1982.- с.3-8.

98. Кузнецов Н.Д. Прогнозирование прочности ГТД большого ресурса // Проблемы прочности.- 1976.- № 5.- с. 12-20.

99. Кузнецов Н.Д. Прочность элементов конструкций ГТД в условиях малоциклового нагружения // Проблемы механики и теплообмена в космической технике.- М: Машиностроение, 1982.- с.10-25.

100. Кузнецов Н.Д. Рецензия на книгу И.А.Биргера, Р.Р.Мавлютова "Сопротивление материалов" // Вестник машиностроения.- 1987.- № 11.-с.79-80.

101. Кузнецов Н.Д., Волков В.И. Повышение надежности и ресурса малогабаритных лопаток компрессора из стали ЭП718ВД // Новые технологические процессы и надежность ГТД.- 1990.- № 3.-с. 3-14.

102. Кузнецов Н.Д., Игнатов Г.А. Доводка двигателя НК-86 //Новые технологические процессы и надежность ГТД.- 1981.- № 6.-с. 20-38.

103. Кузнецов Н.Д., Цейтлин В.И. Эквивалентные испытания газотурбинных двигателей.-М.; Машиностроение,1976.-216 с.

104. Лазуткин Г.В. Виброизоляторы на основе материала МР (тип ДКУ).- Куйбышев,1985.-150 с.-Деп. в ВИНИТИ 16.08.85, № 6112-85.

105. Лазуткин Г.В. Колебания виброзащитных систем с конструкционным демпфированием // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.- Куйбышев: КуАИ, 1984.- с.118- 126.

106. Лазуткин Г.В. Упругофрикционные и прочностные характеристики виброизоляторов типа ДКУ из материала МР // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.- Куйбышев: КуАИ, 1985.- с.66-72.

107. Лазуткин Г.В., Лямин Е.В., Уланов А.М. Определение предельных возможностей виброзащитных систем с одной степенью свободы // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.-Куйбышев; КуАИ,1990.-с. 80-88.

108. Лазуткин Г.В., Трубин В.Н. Экспериментальные статические и динамические характеристики амортизаторов типа ДК // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов. -Куйбышев; КуАИ, 1976.-с. 28-32.

109. Лазуткин Г.В., Трубин В.Н., Тройников А.А. О подобии диссипативных систем по упругофрикционным характристикам // Вибрационаая прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.-Куйбышев; КуАИ,1975.-с. 50-52.

110. Лазуткин Г.В., Уланов А.М. Автоматизированное проектирование виброизоляторов из материала МР // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.-Куйбышев; КуАИ, 1988.-с. 49-53.

111. Лазуткин Г.В., Уланов А.М. Математическая модель деформирования виброизоляторов из материала МР // Известия ВУЗов. Авиационная техника.-1988.-№ 3.-с. 30-34.

112. Лазуткин Г.В., Уланов А.М. Математическое описание процессов деформирования сложных систем конструкционного демпфирования // Машиноведение.-1989.-№ 4.-с. 39-43.

113. Лазуткин Г.В., Уланов А.М., Анохин А.К. Определение динамических характристик виброизоляторов из материала МР при многофакторном нагружении // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.-Куйбышев; КуАИ, 1989.-с. 58-64.

114. Лазуткин Г.В., Уланов А.М., Федорова И.В. Математическая модель деформирования систем конструкционного демпфирования и ее программная реализация // Проблемы прочности.-1990.-№ 8.-с. 30-34.

115. Лазуткин Г.В., Уланов А.М. Проектирование виброзащитной системы с шестью степенями свободы, использующей виброизоляторы из материала МР // Всесоюз. научно-техн. конф. "Механика и технология изделий из металлических и металлокерамических композиционных материалов" (Волгоград, июнь 1989); Тез. докл.- Волгоград; Б.и., 1989.- с.127-129.

116. Лазуткин Г.В., Шманев С.В. Исследование динамических характеристик виброзащитных систем на основе материала МР при случайном нагружении // Проектирование и доводка авиационных ГТД // Самара; САИ, 1992.-с.51-58. Деп. в ВИНИТИ - 1992 -№ 12, б/о 709.

117. Лебедев Ю.А. Конструкционное демпфирование в заклепочных соединениях. Изв. АН Латв. ССР, 1959.

118. Лебедева В.И. Экспериментальное исследование конструкционного гистерезиса в соединениях типа фрикционной муфты. В сб. "Вопросы динамики и прочности", вып. 8. Изд. АН Латв ССР, Рига, 1961.

119. Лебедева В.И. Оптимальное демпфирование в двухслойной консоли при произвольной периодической нагрузке. В сб. "Вопросы динамики и прочности", вып. 11. Изд. АН Латв ССР, Рига, 1964.

120. Лебедева В.И. Конструкционное демпфирование во фрикционных муфтах при циклических нагружениях. Изв. АН Латв. ССР, 1959.

121. Мальтеев М.А. Виброзащита трубопроводов на этапах проектирования и доводки двигателей летательных аппаратов. Дисс. на соиск. уч. степ. кандидата техн. наук. - Куйбышев, 1989.

122. Мальтеев М.А., Пономарев Ю.К. Методология определения упругодиссипативных характеристик опор трубопроводов с многослойными пакетами. В сб. "Надежность механических систем", изд-во СГТУ, Самара, 1995, с. 146.

123. Максак В.И., Митрофанов Б.П. Упругое предварительное смещение дискретного контакта при сложном нагружении. В сб. "Контактные задачи и их инженерные приложения". Доклады конференции. Изд. НИИМАШ, М., 1969.

124. Митрофанов Б.П.,Максак В.И. Анизотропия упругого предварительного смещения. Вестник АН БССР, сер. физ.-мат. наук, № 1, 1968.

125. Математическое представление упругофрикционных характеристик из материала МР // В.Н.Бузицкий, Г.В.Лазуткин, А.Г.Притулин и др. // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.-Куйбышев; КуАИ,1977.- с. 3-8.

126. Основы автоматизированного проектирования двигателей летательных аппаратов / Д.В. Хронин, В.И. Баулин, Ю.П. Кирпикин и др. Под ред. Д.В. Хронина. - М.: Машиностроение, 1984. - 184 с.

127. Палочкина Н.В. Демпфирование колебаний в резьбовом соединении. В сб. "Рассеивание энергии при колебаниях упругих систем". Изд. АН УССР, Киев, 1963.

128. Панин Е.А. Исследование и разработка металлических упругодемпфирующих опор трубопроводов авиационных гидравлических систем. Диссертация на соискание ученой степени канд. техн. наук, КуАИ, Куйбышев, 1960.

129. Пановко Я.Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. М.: Физматгиз, 1960. 196 с.

130. Пановко Я.Г., Страхов Г.И. Конструкционное демпфирование в резьбовых соединениях. Известия АН Латв. ССР, 12, 1960.

131. Пановко Я.Г., Страхов Г.И. Конструкционное демпфирование в шлицевых соединениях. Известия АН Латв. ССР, 8, 1959.

132. Патент 1619808 РФ, МКИ^5 F16F 7/00. Упругодемпферная опора ротора/Ю.К.Пономарев // приор. от 09.03.89 по заявке № 4660123, действие патента с 20.01.93 г.

133. Патент 1649164 РФ, МКИ^5 F16F 7/00. Упругодемпфирующий элемент/Ю.К.Пономарев // БИ.-1991.- № 18.

134. Патент 1670227 РФ, МКИ[5] F16F 3/06. Упругодемпфирующий пружинный элемент/Ю.К.Пономарев, Д.Е.Чегодаев // БИ.-1991.- № 30.

135. Патент 1721354 РФ, МКИ[5] F16K 7/08. Амортизатор / Ю.К.Пономарев // БИ.-1992.- № 11.

136. Патент 1746080 РФ, МКИ[5] F16C 27/02. Упругодемпфирующая опора скольжения / Ю.К.Пономарев, С.В.Цих, О.Л.Кайдалов//БИ.-1992.-№ 25.

137. Патент 1746092 РФ, МКИ[5] F16F 7/00. Амортизатор /Ю.К.Пономарев, Д.Е.Чегодаев // БИ.-1992.-№ 25.

138. Патент 2002982 РФ, МКИ[5] F16C 17/08. Упругодиссипативная опора/Мулюкин О.П., Цих С.В., Пономарев Ю.К., Чегодаев Д.Е. Захаров О.Ю.// БИ.-1993.- № 41-42.

139. Патент 2001328 РФ, МКИ[5] F16F 1/34. Виброизолятор/Мулюкин О.П., Цих С.В., Пономарев Ю.К., Чегодаев Д.Е., Шакиров Ф.М. и Мальтеев М.А.//БИ.-1993.- № 37-38.

140. Патент 2020316 РФ, МКИ[5] F16F 7/14. Тросовый виброизолятор/Безводин В.А., Пономарев Ю.К.//БИ.-1994.- № 18.

141. Патент 2020317 РФ, МКИ[5] F16F 7/14. Тросовый виброизолятор/Пономарев Ю.К., Шакиров Ф.М., Мулюкин О.П., Мальтеев М.А.//БИ.-1994.- № 18.

142. Патент 2038118 РФ, МКИ[6] B01B 35/06. Устройство для очистки воды/Чегодаев Д.Е., Пономарев Ю.К. и др.//БИ.-1995.- № 18.

143. Патент 2008992 РФ, МКИ[5] B08B 9/04. Устройство для очистки внутренней поверхности трубопровода/Чегодаев Д.Е., Пономарев Ю.К., Цих С.В., Даниленко С.В., Сойфер А.М.//БИ.-1994.-№ 5.

144. Патент 2044190 РФ, МКИ[6] F16F 7/14. Тросовый виброизолятор/Пономарев Ю.К. и др.//БИ.-1995.-№ 26.

145. Поздняк Э.Л. Исследование колебаний валов. Сб. "Проблемы прочности в машиностроении", 1, Изд-во АН СССР, 1958.

146. Поздняк Э.Л. Нелинейные колебания роторов на подшипниках скольжения. Сб. "Динамика гибких роторов", Изд-во "Наука", М., 1972.- с. 3-26.

147. Пономарев Ю.К. Инженерная методика расчета упругофрикционных характеристик многослойных гофрированных демпферов авиационных ГТД // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.-Куйбышев; КуАИ, 1977.-с. 42-48.

148. Пономарев Ю.К., Осоргин А.Е. Расчетное исследование упругодемпфирующих характеристик многослойных гофрированных пакетов, работающих в

режиме двустороннего упруго-гистерезисного упора. Депонированная рукопись № 6339-В90 Деп. от 04.03.90. ВИНИТИ, б/о 614 в Библ. указ. № 5, 1990.

149. Пономарев Ю.К., Чегодаев Д.Е., Проничев Ю.Н. Основные направления совершенствования средств виброзащиты деталей и узлов двигателей летательных аппаратов. В сб. "Научно-исследовательские разработки и высокие технологии двойного применения", ч.1, Материалы 1-й Поволжской научно-технической конференции, Самара,1995.

150. Пономарев Ю.К., Антипов В.А. Исследование анизотропии упруго-демпфирующих свойств кольцевых гофрированных демпферов сухого трения // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.-Куйбышев;КуАИ,1980.-с. 125-131.

151. Пономарев Ю.К., Антипов В.А. Исследование влияния технологии изготовления и сборки многослойных гофрированных демпферов на их упруго-фрикционные характеристики. Депонированная рукопись № 1399-84 Деп. от 14.03.84. ВИНИТИ, б/о 549 в Библ. указ. № 6, 1984.

152. Пономарев Ю.К., Мальтеев М.А. Методика расчета упругофрикционных характеристик опор трубопроводов с многослойными пакетами. Депонированная рукопись № 963-81 Деп. от 02.03.81. ВИНИТИ, б/о 314 в Библ. указ. № 6, 1981.

153. Пономарев Ю.К. Прецессионный гистерезис в упругодемпферных опорах ротров турбомашин // Проектирование и доводка авиационных газотурбинных двигателей.-Куйбышев; КуАИ, 1990.-с. 89-98.

154. Пономарев Ю.К. Установка для исследования упругодиссипативных характеристик кольцевых демпферов, работающих в условиях прецессирующего перекоса // Проектирование и доводка авиационных газотурбинных двигателей.-Самара; САИ, 1992.-с.103-106.

155. Пономарев Ю.К. Особенности описания гистерезиса в виброизоляторах с тросовыми упругогистерезисными элементами. В сб. "Гидропривод. Проблемы использования конверсионных разработок в машиностроении", Материалы Всероссийской научно-практической конференции, 1994.

156. Пономарев Ю.К., Эскин И.Д. Поперечный изгиб многослойного кольцевого демпфера, сжатого равномерно распределенной сдавливающей нагрузкой // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.- Куйбышев; КуАИ, 1975.- с.18-27.

157. Пономарев Ю.К., Проничев Ю.Н., Чегодаев Д.Е., Вершигоров В.М., Кирилин А.Н. Многослойные демпферы двигателей летательных аппаратов. Самара: изд-во СГАУ, 1998, 232 с.

158. Проданов М.Е. Управление вибрационным состоянием и автоматизированное проектирование роторных систем ДЛА: Автореферат дисс. на соиск. уч. степ. кандидата техн. наук. - Куйбышев, 1990. - 18 с.

159. Павлов Г.В., Пономарев Ю.К., Чегодаев Д.Е., Проничев Ю.Н. Гидродинамика тонкого слоя жидкости в каналах с переменным поперечным сечением многослойных гофрированных демпферов двигателей летательных аппаратов. В сб. “Проблемы и перспективы развития двигателестроения в Поволжском регионе”. - Самара: СГАУ, 1997. - Том 2. - с. 256-267.

160. Разработка и создание вибробезопасных конструкций механизированного инструмента. Отчет о НИР / КуАИ: Рук. Чегодаев Д.Е. - Тема 180-1, N ГР У42620, Инв. № Г 15319 в ЦНТИ "Волна". - Куйбышев, 1989. 59 с.

161. Рудицын М.Н. и др. Справочное пособие по сопротивлению материалов. Изд. "Вышейшая школа", Минск, 1970.

162. Сергеев С.И. Динамика криогенных турбомашин с подшипниками скольжения. Машиностроение, М., 1973.

163. Сетин А.Д., Сойфер А.М., Филекин В.П. Изменение жесткости и демпфирующая способность корпуса ГТД с горизонтальным фланцевым соединением. В сб." Вибрационная прочность и надежность авиационных двигателей", тр. КуАИ, Куйбышев, вып. 19, 1965.

164. Сорокин Е.С. Метод учета неупругого сопротивления материала при расчете конструкций на колебания. В сб. "Исследования по динамике сооружений", Госстройиздат, 1951.

165. Сорокин Е.С. Замкнутое решение задачи о вынужденных колебаниях стержней с гистерезисом. В сб. " Исследования по динамике сооружений", вып.4, Госстройиздат, 1949.

166. Сорокин Е.С. К вопросу неупругого сопротивления строительных материалов при колебаниях. Научное сообщение ЦНИИПС № 15, Госстройиздат, 1954.

167. Сорокин Е.С. Коэффициент диссипации энергии колебаний жестких тел при действии внутренних и внешних сопротивлений. Тр. научно-технического совещания по изучению рассеяния энергии при колебаниях упругих тел. Изд-во АН УССР, Киев, 1958.

168. Сорокин Е.С. Динамический расчет несущих конструкций. Госстройиздат, 1958.

169. Сойфер А.М. О расчетной модели материала МР, тр. КуАИ, Куйбышев, вып. 30, 1967.

170. Сойфер А.М., Бузицкий В.Н., Першин В.А. Способ изготовления нетканого материала МР из металлической проволоки/ А.с. 183174 СССР, кл. 7d, 16, B21F 21/00. Заявл. 27.07.60 г. Опубл. 17.06.66 г.

171. Сойфер А.М., Филекин В.П. Конструктивное демпфирование колебаний тонкостенных оболочек типа корпусных деталей ГТД. Изв. ВУЗов МВО СССР, 1, серия "Авиационная техника", 1958.

172. Сойфер А.М., Эскин И.Д. Поперечный изгиб многослойной консоли// В сб. Вибрационная прочность и надежность авиационных двигателей. - Куйбышев: Тр. КуАИ, 1965. - с.335-345.

173. Страхов Г.И. Простейшие задачи конструкционного демпфирования. Дисс. на соиск. уч. ст. канд. техн. наук. Ин-т машиноведения АН Латв. ССР, 1958.

174. Страхов Г.И. Характеристики демпфирования в двухлистовой рессоре. Изв. АН Латв. ССР, № 10, 1958.

175. Старцев Н.И. Трубопроводы газотурбинных двигателей. М., Машиностроение, 1976, 272 с.

176. Тройников А.А., А.Д.Пичугин. Вопросы технологии изготовления упругодемпфирующих элементов из материала МР. В сб."Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.- Куйбышев; КуАИ, вып. 8, 1981.- С.101-112.

177. Тройников А.А., Трубин В.Н., Лазуткин Г.В. К вопросу об упругодемпфирующих свойствах материала МР // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.- Куйбышев; КуАИ, 1975.- с.60-65.

178. Филекин В.П. Конструктивный гистерезис в составной балке при отсутствии скольжений на концах. ИзВУЗ, "Авиационная техника", № 1, 1960.

179. Филекин В.П. Конструктивный гистерезис во фланцевых и шовных соединениях. Изв.ВУЗ, "Авиационная техника", № 4, 1960.

180. Филекин В.П. Вынужденные колебания составного стержня с массой на конце. В сб. "Вопросы динамики и прочности", вып. 8, Изд. АН Латв. ССР, Рига, 1962.

181. Филекин В.П. Свободные колебания составного стержня с массой на конце. В сб. "Вибрационная прочность и надежность авиационных двигателей". Куйбышев; КуАИ, вып. 19, 1965.

182. Филекин В.П. Жесткость и демпфирующая способность стыков с учетом податливости скрепляющих элементов. В сб. "Вибрационная прочность и надежность авиационных двигателей". Куйбышев; КуАИ, вып. 19, 1965.

183. Филиппов А.П. Обзор достижений в теории колебаний стержней. Прикладна механіка, т. 2, 1956.

184. Филиппов А.П. Вынужденные поперечные колебания стержней при учете затухания. Изв. АН СССР, № 4, 1935.

185. Фролов В.А. и др. Экспериментальное исследование возможностей повышения демпфирующих свойств лопаток компрессора. В сб. "Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов".- Куйбышев; КуАИ, вып. 5, 1978.

186. Фролов К.В., Фурман Ф.А. Прикладная теория виброзащитных систем.- М.: Машиностроение, 1980.- 277 с.

187. Хвингия М.В., Цулая Г.Г., Гогилашвили В.Н., Татишвили Т.Г. Конструкционное демпфирование в узлах вибрационных машин. Изд. Грузинского политехнического института, Тбилиси, 1973,138 с.

188. Хильчевский В.В. Расчет колебаний турбинных лопаток переменного поперечного сечения при наличии бандажных связей с учетом гистерезисных потерь. Изв. Киевского политехнического института, т. 18, 1955.

189. Хильчевский В.В. Об одной методике экспериментального исследования рассеяния энергии в материале. Тр. научно-технического совещания по изучению рассеяния энергии при колебаниях упругих тел. Изд. АН УССР, Киев, 1958.

190. Хронин Д.В. Колебания в двигателях летательных аппаратов. - М.: Машиностроение. - 1980. - 296 с.

191. Цих С.В., Пономарев Ю.К., Чегодаев Д.Е. Неразрушающий контроль работоспособности пористых и эластичных подшипников скольжения по упруго-диссипативным свойствам их элементов // Матер. Всесоюз. научно-практич. конф. с международным участием (Ленинград, 1990). -Л.; Б.и.,1990.-с. 46-48.

192. Чегодаев Д.Е. Оптимальное соотношение упругодемпферных элементов опор роторов // Известия вузов. Авиационная техника, 1985. - № 3. - с. 74-78.

193. Чегодаев Д.Е., Мулюкин О.П., Пономарев Ю.К. Основные направления и перспективы промышленного использования материалов капиллярной структуры // Технология авиационного приборо- и агрегатостроения.-Саратов, 1990.-№ 4.-с. 46-53.

194. Чегодаев Д.Е., Мелентьев С.Н.,Пономарев Ю.К., Проничев Ю.Н. Экспериментальное исследование динамики ротора с управляемой опорой на основе многослойного гофрированного демпфера. Вестник СГАУ, сер. “Проблемы и перспективы развития двигателестроения”, вып. 2, ч. 2, Самара, 1998, с. 203-213.

195. Чегодаев Д.Е., Пономарев Ю.К. Универсальный стенд для исследования упруго-диссипативных характеристик кольцевых опор вибромашин при сложных видах

нагружения. Материалы Всесоюзной конференции по вибрационной технике. Изд. АН Грузии, Тбилиси,1991, с. 63.

196. Чегодаев Д.Е., Пономарев Ю.К., Мулюкин О.П., Калугин П.А. Разработка средств виброзащиты двойного применения для использования в ракетно-космической технике и машиностроении. В сб. "Научно-исследовательские разработки и высокие технологии двойного применения", ч. 1, Материалы 1-й Поволжской научно-технической конференции, Самара, 1995.

197. Чегодаев Д.Е., Пономарев Ю.К., Цих С.В. Разработка способа и устройства определения упруго-демпфирующих характеристик опор скольжения для определения требуемых эксплуатационных свойств. В сб. "Оптимизация эксплуатационных свойств опор скольжения". Расширенные тезисы докладов семинара - школы ТРИБОЛОГ-6М с международным участием, Ярославль-Рыбинск-Ростов, 1990, с. 128-132.

198. Чегодаев Д.Е., Пономарев Ю.К. Демпфирование. Самара: Изд-во СГАУ, 1997, 334 с.

199. Чегодаев Д.Е., Пономарев Ю.К., Осоргин А.Е. Особенности виброзащиты машин с помощью многослойных гофрированных демпферов. Материалы Всесоюзной конференции по вибрационной технике. Изд. АН Грузии, Тбилиси, 1991, с. 60.

200. Шапиро Г.А. Работа заклепочных соединений стальных конструкций. Стройвоенмориздат, 1949.

201. Е.Л.Шведков и др. Словарь-справочник по трению, износу и смазке деталей машин. Киев, Наук. думка, 1979, 188 с.

202. Экспериментальное исследование возможностей управления вибросостоянием роторной системы узла турбины ТНА с помощью осевого поджатия шарикоподшипниковых опор. Техн. отчет / Совместн. КуАИ и КНПО "Труд": Инв. № 001.10723. - Куйбышев, 1990. - 42 с.

203. Эскин И.Д. Поперечный изгиб многослойного пакета с сухим трением на контактных поверхностях. В сб. "Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов", тр. КуАИ, Куйбышев, вып. 30, 1967.

204. Эскин И.Д. Конструкция демпферов авиационных ГТД. Учебно-методическое пособие. Изд-во Куйбышевского авиационного института. Куйбышев, 1981.

205. Эскин И.Д., Пономарев Ю.К. К вопросу подобия систем конструкционного демпфирования по упруго-фрикционным свойствам // Вопросы виброизоляции оборудования и приборов; Докл. межобл. семинара.-Ульяновск; Б.и., 1974.-с.97-106.

206. Эскин И.Д., Пономарев Ю.К. Классификация систем конструкционного демпфирования и определение свойств, присущих отдельным классам этих систем // Во-

просы виброизоляции оборудования и приборов; Докл. межобл. семинара.-Ульяновск; Б.и., 1974.-с. 88-96.

207. Эскин И.Д., Пономарев Ю.К. Свойства, присущие отдельным классам систем конструкционного демпфирования, обусловленные классификационными признаками // Вопросы виброизоляции оборудования и приборов; Докл. межобл. семинара.-Ульяновск; Б.и., 1974.-с. 77-87.

208. Эскин И.Л., Пономарев Ю.К. Определение обобщенных упругофрикционных характеристик демпферов и амортизаторов с конструкционным демпфированием // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.- Куйбышев; КуАИ, 1975.-с.35-43.

209. Эскин И.Л., Пономарев Ю.К. К вопросу определения обобщенных упругофрикционных характеристик демпферов и амортизаторов с конструкционным демпфированием //Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.- Куйбышев; КуАИ, 1975.- с. 43-49.

210. Эскин И.Л., Пономарев Ю.К. Простейшая схема методики расчета демпферов и амортизаторов с конструкционным демпфированием // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.- Куйбышев; КуАИ, 1975.- с. 9-17.

211. Goodman L.E. a. Klamp I.H. Analysis of slip damping. J. appl. mech., 1956, 3.

212. Herb Le Kuch. Shoch & vibration isolation in sever environments // Noise & Vibration control Worldwide.- 1986,-№ 9.-Pp.240-245.

213. Masing G. Wissenschaftliche Veroffentlichungen aus dem Simens-Konzern. 3 Band, Erstes Heft, 1923.

214. Masing G. Wissenschaftliche Veroffentlichungen aus dem Simens-Konzern. 3 Band, Erstes Heft, 1924.

215. Masing G. Wissenschaftliche Veroffentlichungen aus dem Simens-Konzern. 5 Band, Erstes Heft, 1926.

216. Patent Documents - Shock and Vibration Mounts of the Cable Support Type: United States Patents.:

- 2 878 109 (Lord, 1943);
- 2 924 419 (Wells, 1960);
- 2 873 109 (Hartenstein et al., 1961);
- 2 972 459 (Kerley et al., 1961);
- 3 023 993 (Kerley, 1962);
- 3 025 031 (Kerley, 1962);

- 3 052 003 (Eyler, 1962);
- 3 204 911 (Lawrence et al., 1965);
- 3 204 912 (Lawrence et al., 1965);
- 3 204 913 (Lawrence et al., 1965);
- 3 360 225 (Camossi, 1967);
- 3 596 865 (Camossi, 1971);

Foreign Patents.:

- 607 804 (France, 1926);
- 977 121 (France, 1950);
- 1 560 072 (France, 1968);
- 759 204 (Germany, 1953);
- 405 832 (Switzerland, 1960);
- 1 129 810 (United Kingdom);

217. Pian T.H.H, Hallowell F.C. Structural Damping in a Simple Built-up Beam, Proceedings of the First U.S. National Congress of Applied Mechanics, ASME, pp. 97-102, 1952.

218. Pian T.H.H, Hallowell F.C. Structural Damping in a Simple Built-up Beam with Riveted Joints in Bending. Paper Amer. soc. mech. engrs. 1956, A-2.

219. Pian T.H.H. Structural Damping of a Simple Built-up Beam with Riveted Joints in Btnding, Journ of Appl. Mech., № 1,1957.

220. Ponomaryov Ju.K., Chegodaev D.E. Multilayer shok absorbers with controllable elastic-hysteresis charactheristics // Jn JCYPE 90, Ninjing Aeronautical Institute. P.R.China, pp. 8, 1990.

221. Ponomaryov Yu. K., Chegodaev D.E., Tsich S.V. Elas-tic-damping units development and their wearing diagnostics // Jn Technologie Colifornien institute, st Florida, 1990, pp. 6.

222. Ponomaryov Yu.K., Sokratov S.I. Mathematical Model of Cylindric Vibration Isolator // The second Russian-Sino Symposium on Astronautical Science and Technique.-Samara, 1992. p.41.

223. Rope Vibroisolators in Transportation systems // S.I.Sokratov, V.I.Krainov, Yu.I.Ponomarjev, M.A.Malteev, etc. - The second Russian-Sino Symposium on Astronautical Science and Technique. -Samara, 1992. p. 197.

224. Theoretical and experimental study of resilient rotor support of turbopump unit // Yu.K.Ponomarev, S.V.Danilenko, S.V. Tsikh, A.Ye.Osorgin // The second Russian-Sino Symposium on Austronautical Science and Technique.- Samara, 1992, p. 77.

225. D.Ye.Chegodaev, O.P.Mulukin, Yu.K.Ponomaryov, Yu.V.Shatilov. The Designin-gof Rearrenging Vibration Isoleiting Devices and the Prospekts of Their Development. Share 1,2. In Proceedings of Third China-Russia-Ukraine Symposium on Astronautical Science and Technolodgy, X1'AN China, September, 16-20, Publishing, Nort-hwestern Polytechnical Uni-verstly Press, 1994.