УДК 681.5.01:658.5

Давлетшина Л. А., Мещанов А. С., Севрюгин С. Ю.

УПРАВЛЕНИЯ С ЭФФЕКТИВНЫМ ПРИВЕДЕНИЕМ СИСТЕМ В СКОЛЬЗЯЩИЕ РЕЖИМЫ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Рассматривается система с управляемым нелинейным нестационарным объектом

$$\dot{x} = f(x,t,u), \tag{1}$$

где $x = (x_1,...,x_n)^T$, $u = (u_1,...,u_m)^T$ – векторное разрывное управление, $f = (f_1,..., f_n)^T$, f_i - функции, непрерывные по $x,t,u,\ i = \overline{1,n}.$ Для каждой составляющей u_j управления u вводятся функции $s_j = s_j(x,t)$ поверхностей $S_j(s_j(x,t) = 0)$ переключений её структур, $j = \overline{1,m}.$

Задачи. Найти составляющие u_i разрывного управления u, приводящего систему (1) в скользящий режим на $(n-m)$-мерном многообразии $S(s = (s_1,...,s_m)^T = 0)$ пересечения поверхностей $S_j(s_j(x,t) = 0),\ j = \overline{1,m}$ и обладающего следующими свойствами эффективности при заданном качестве переходных процессов на скользящем режиме: 1) сравнительно малым числом переключаемых структур и логических переключающих устройств (ЛПУ) данных структур; 2) малым числом ограничений на задание поверхностей S_j и вспомогательных поверхностей $G_j(g_j(x,t) = 0),\ j = \overline{1,m}$ переключений структур; 3) относительно малыми энергетическими затратами на управление u; 4) возможностью регулирования параметрами (амплитудой и частотой) колебаний составляющих u_j управления u во избежание возможного негативного влияния высоких частот на исполнительные механизмы и возможной близости к резонансным частотам элементов системы управления.

Методы решения первых двух задач. Применяются необходимые условия существования скользящего режима и достаточные условия для попадания изображающей точки системы (1) на многообразие скольжения $S(s = (s_1,...,s_m)^T = 0)$ при составляющих u_j, имеющих только две структуры при одном ЛПУ [1]

$$u_j = u_{j+}(x,t) \text{ при } s_j g_j > 0, \qquad u_j = u_{j-}(x,t) \text{ при } s_j g_j < 0, \qquad j = \overline{1,m}, \tag{2}$$

и, следовательно, только m ЛПУ для всего векторного управления u. Другие известные методы приведения системы (1) в скольжение требуют mn ЛПУ [2], что усложняет аналоговую реализацию управления и неоправданно загружает компьютер при цифровой реализации на скользящем режиме. Это снижает эффективность управления по сравнению с предлагаемым управлением (2). Находится соотношение, удобное для формирования управления:

$$\dot{s}_j = (\mathrm{grad} s_j(x,t))^T f(x,t,u) + \frac{\partial s_j}{\partial t} = 0, \quad j = \overline{1,m}, \tag{3}$$

где в правой части выражение производной $\dot{s}_j$ в силу системы (1), а слева некоторая задаваемая функция $\dot{s}_j\ (x,t,\ g_j, s_j)$. Доказано, что для существования скольжения необходимо, чтобы в скольжении, то есть при $s_j(x,t) = 0,$ из равенств $\dot{s}_j\ (x,t,\ g_j, s_j) = 0$ следовали равенства $g_j(x,t) = 0$ и наоборот. Данным условиям удовлетворяют, например, функции $\dot{s}_j$ $(x,t,\ g_j, s_j)$ вида

$$\dot{s}_{j\pm} = \kappa^{\pm}_{g_j}(x,t)\varphi_j(s_j, g_j, x,t) + \kappa^{\pm}_{s_j}(x,t)\psi_j(s_j, g_j, x,t), \tag{4}$$

где $\varphi_j(s_j, g_j, x,t) = 0$ при $g_j(x,t) = 0;$ $\psi_j(s_j, g_j, x,t) = 0$ при $s_j(x,t) = 0,$ $\kappa^{\pm}_{g_j}(x,t) \neq 0.$

Получаем систему из $2m$ нелинейных уравнений для определения структур составляющих $u_{j\pm},\ \ j = \overline{1,m}$:

$$\kappa^{\pm}_{g_j}(x,t)\varphi_j(s_j, g_j, x,t) + \kappa^{\pm}_{s_j}(x,t)\psi_j(s_j, g_j, x,t) = (\mathrm{grad}\ s_j(x,t))^T f(x,t,(u_1,..., u_{j\pm},...,u_m)^T) + \partial s_j / \partial t. \tag{5}$$

В частном случае системы (1), (2), когда управление входит линейно

$$\dot{x} = a(x,t) + B(x,t)u + D(x,t)F(x,t), \tag{6}$$

где $a(x,t) - (n \times 1),$ $B(x,t) – (n \times m)$ - матрицы, $F(x,t) = (F_1(t),..., F_l(t))^T$, из соотношений (5) получаем структуры управления

$$\begin{aligned} u = [C(x,t)B(x,t)]^{-1}\{&K_g(x,t)\varphi_g(g,x,t) + K_s(x,t)\psi_s(s,x,t) - \\ &- [C(x,t)(a(x,t) + D(x,t)F(x,t))] - \partial s(x,t)/\partial t\}, \end{aligned} \tag{7}$$

где $C(x,t) = (\ \mathrm{grad}\ \ s_1(x,t)\,, \ldots, \mathrm{grad}\ \ s_m(x,t))^T,$ $\mathrm{grad}\ \ s_j(x,t) = (\partial s_j / \partial x_1, \ldots, \partial s_j / \partial x_n)^T,$ $K_g(x,t) =$ $= (\kappa_{g_j}(x,t)\delta_{jk})_1^m,$ $K_s(x,t) = (\kappa_{s_j}(x,t)\delta_{jk})_1^m,$ δ_{jk} - символ Кронекера, $s(x,t) = (s_1,..., s_m)^T,$ $g(x,t) = (g_1,..., g_m)^T,$ $\varphi_g = (\varphi_1(s_1, g_1, x,t),..., \varphi_m(s_m, g_m, x,t))^T,$ $\psi_s = (\psi_1(s_1, g_1, x,t),...$ $..., \psi_m(s_m, g_m, x,t))^T$ и выполняется единственное ограничение на задание многообразия скольжения в виде не особенности матрицы произведения $C(x,t)B(x,t)$, $|C(x,t)B(x,t)| \neq 0,$ $(x,t) \subset \Omega \times \mathrm{T}.$ Разрывные параметры $\kappa_{g_j}(x,t)$ и $\kappa_{s_j}(x,t)$ имеют составляющие $\kappa^{+}_{g_j}(x,t),$ $\kappa^{+}_{s_j}(x,t),$ $\kappa^{-}_{g_j}(x,t),$ $\kappa^{-}_{s_j}(x,t)$ в соответствии с управлением (2). Ограничения на задание

$\kappa^{+}_{g_j}(x,t),\ \kappa^{-}_{g_j}(x,t)$ находятся в силу необходимого и достаточного условия существования скользящего режима [1]: $\lim\limits_{s_j \to +0} \dot{s}_j < 0,\quad \lim\limits_{s_j \to -0} \dot{s}_j > 0,\ j=\overline{1,m},$ а на параметры $\kappa^{+}_{s_j}(x,t),\ \kappa^{-}_{s_j}(x,t)$ – в силу достаточных условий попадания изображающей точки системы на многообразие $S(s=(s_1,...,s_m)^T=0)$: $\dot{s}_j s_j < 0,\quad j=\overline{1,m}.$ Подставляя значения параметров $\kappa^{+}_{g_j}(x,t),\quad \kappa^{+}_{s_j}(x,t), \kappa^{-}_{g_j}(x,t),\ \kappa^{-}_{s_j}(x,t)$ и заданные выражения $\varphi_g=(\varphi_1(s_1,g_1,x,t),$ $...,\varphi_m(s_m,g_m,x,t))^T$, $\psi_s=(\psi_1(s_1,g_1,x,t),...,\psi_m(s_m,g_m,x,t))^T$ в общее выражение (7), получаем управление, приводящее номинальную (без неопределённостей) систему (1), (2) в скользящий режим на синтезированное тем или иным методом подвижное многообразие S. В случае $f(x,t,u)=f_0(x,t,u)+\Delta f(x,t,u)$, где неопределённое слагаемое $\Delta f(x,t,u)$ имеет ограниченные по модулю предельные значения составляющих $\Delta f_i(x,t,u),\ i=\overline{1,n}$, уравнения (5) преобразуются к виду:

$$\kappa^{\pm}_{g_j}(x,t)\varphi_j(s_j,g_j,x,t)+\kappa^{\pm}_{s_j}(x,t)\psi_j(s_j,g_j,x,t)=$$
$$=(\mathrm{grad}\ s_j(x,t))^T(f_0(x,t,(u_1,...,u_{j\pm},...,u_m)^T)+\Delta f(x,t,(u_1,...,u_{j\pm},...,u_m)^T))+\frac{\partial s_j}{\partial t},\ \ j=\overline{1,m}. \tag{8}$$

Слагаемое $\Delta f(x,t,u)$ идентифицируется тем или иным известным методом, а структура управления u находится при уже известном векторе $\Delta f(x,t,u)$. В случае не идентификации, а преодоления действия всех неопределённостей $\Delta f(x,t,u)=(\Delta f_1,...,\Delta f_n)^T$, управление u разбивается на $u=u_0+u_{\Delta f}$, где $u_{\Delta f}$ находится, например для системы (6) , в виде:

$$u_{\Delta f}=(C(x,t)B_0(x,t,u))^{-1}u^{*}_{\Delta f},$$

где $u^{*}_{\Delta f}=(u^{*}_{\Delta f1},...,u^{*}_{\Delta fm})^T=(C^1(x,t)\kappa^1,...,C^m(x,t)\kappa^m)^T$, $C^1(x,t)$ - строки матрицы $C(x,t)$, $\kappa^j=(\kappa^j_1,...,\kappa^j_n)^T$, параметры κ^j_i находятся согласно условиям:

$$\kappa^j_i=\kappa^{j+}_i \le \min_t\ (-\Delta f_i(x,t,u))\ \text{ при }\ c_{ij}(t)s_j>0,\quad \kappa^j_i=\kappa^{j-}_i \ge \max_t\ (-\Delta f_i(x,t,u))\ \text{ при }\ c_{ij}(t)s_j \le 0,\ i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}.$$

Методы решения вторых двух задач. Задаются подходящие для уменьшения и последующей минимизации энергетических затрат вектор-функции

$$\varphi_g=(\varphi_1(s_1,g_1,x,t),...,\varphi_m(s_m,g_m,x,t))^T,\ \ \psi_s=(\psi_1(s_1,g_1,x,t),...,\psi_m(s_m,g_m,x,t))^T,$$

а также применяется гибридное управление [3], которое одновременно с уменьшением затрат за счёт переключения управления в малой окрестности многообразия скольжения на непрерывные управления с другими вектор-функциями φ_g , ψ_s обеспечивает приемлемые параметры колебаний составляющих векторного управления.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 14-01-31336 мол_а.

Библиографический список

1. Мещанов А.С. О приведении в скользящий режим многомерных разрывных систем с нелинейным нестационарным объектом управления [Текст]/А.С.Мещанов// В кн.: “Устойчивость движения”, Новосибирск: Наука, 1985, С. 230 – 234.
2. Уткин В.И. Скользящие режимы и их применение в системах с переменной структурой [Текст]. В.И.Уткин.- М.: Наука, 1974.- 272 с.
3. Мещанов А.С. Синтез гибридных управлений в регулировании колебаний на скользящем режиме при неопределенных возмущениях [Текст] / А. С. Мещанов, Л. А. Давлетшина //Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2013, № 4.- С. 272-281.