

Старинова О. Л., Горбунова И. В.

### ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ

Космический аппарат с солнечным парусом (КАСП) – перспективное устройство для исследовательских миссий в космосе. Солнечный парус представляет собой поверхность с высокой отражающей способностью, которая использует солнечное излучение для создания тяги. В настоящее время для этого используются лёгкие алюминизированные плёнки, которые поддерживаются в расправленном состоянии за счёт жёсткого каркаса (рис. 1) или вращения космического аппарата.

Вектор ускорения  $\mathbf{a}$  для идеально отражающего солнечного паруса [2]:

$$\mathbf{a} = P_a \frac{S}{m} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{n})^2}{r^4} \mathbf{n}. \quad (1)$$

Здесь  $P_a = 9.1 \cdot 10^{-6} \text{ Н/м}^2$  - давление солнечного излучения на кв. метр солнечного паруса на орбите Земли;  $S$  - площадь паруса;  $m$  - масса КА;  $\mathbf{r}$  - гелиоцентрический радиус-вектор космического аппарата в плоскости;  $\mathbf{n}$  - вектор нормали к поверхности солнечного паруса (рис. 2).

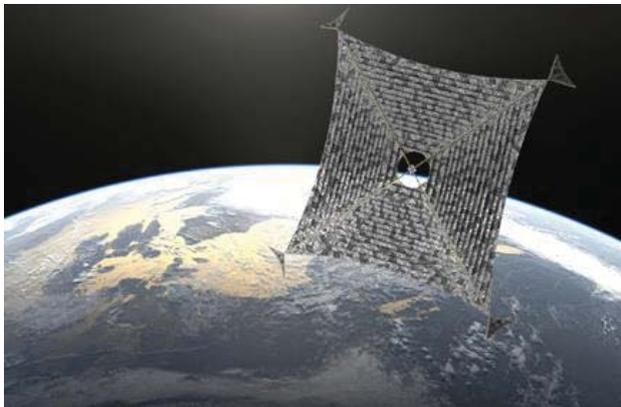


Рисунок 1 – Общий вид космического аппарата каркасного типа Sunjammer

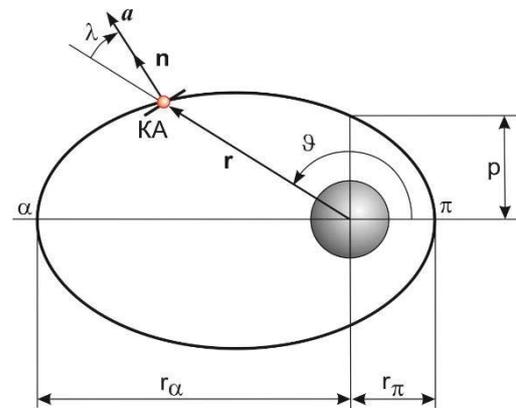


Рисунок 2 – Оскулирующие элементы и параметры управления

В случае плоского гелиоцентрического движения  $\mathbf{r} = (r, 0)^T$ ;  $\mathbf{n} = (\cos \lambda, \sin \lambda)^T$  формула (1) в координатной форме будет иметь вид:

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_r \\ a_T \end{pmatrix} = P_a \frac{S}{mr^2} \begin{pmatrix} \cos^3 \lambda \\ \cos^2 \lambda \sin^3 \lambda \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} \cos^3 \lambda \\ \cos^2 \lambda \sin^3 \lambda \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – угол между вектором тяги и радиус-вектором КА;  $a = P_a \frac{S}{mr^2}$  - величина ускорения от солнечного паруса, если он установлен перпендикулярно солнечным лучам.

Текущее расстояние до Солнца описывается уравнением:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \vartheta}. \quad (3)$$

В первом приближении плоское гелиоцентрическое движение КАСП может быть описано уравнениями возмущённого движения [1], которые с учётом (2) имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{de}{dt} &= a \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left( \sin \vartheta \cos^3 \lambda + \frac{e \cos^2 \vartheta + 2 \cos \vartheta + e}{1 + e \cos \vartheta} \cos^2 \lambda \sin \lambda \right) \\ \frac{dp}{dt} &= 2pa \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{1}{1 + e \cos \vartheta} \cos^2 \lambda \sin \lambda \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{a}{e} \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left( -\cos \vartheta \cos^3 \lambda + \frac{\sin \vartheta (2 + e \cos \vartheta)}{1 + e \cos \vartheta} \cos^2 \lambda \sin \lambda \right)$$

Здесь  $\vartheta$  - истинная аномалия;  $e$  - эксцентриситет орбиты;  $p$  - параметр орбиты;  $\omega$  - аргумент перигея;  $\mu$  - гравитационный параметр Солнца.

Обобщая формулы (4), можно записать закон изменения кеплеровых элементов в виде:

$$\frac{dK}{dt} = f_1(\vartheta) \cos^3 \lambda + f_2(\vartheta) \cos^2 \lambda \sin \lambda. \quad (5)$$

Уравнения движения в форме (5) позволяют определить локально-оптимальные законы управления солнечным парусом. Эти законы могут обеспечивать наиболее быстрое изменение кеплеровых элементов или поддерживать их постоянство.

Сохранение элемента  $K$  постоянным обеспечивается законами:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \lambda = -\frac{f_1(\vartheta)}{f_2(\vartheta)}, \\ \lambda = \pm \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad (6)$$

Первый случай (6) совпадает с известным законом для космического аппарата с электрореактивной двигательной установкой [1]. Второй случай (6) тривиален. Он соответствует отсутствию тяги от солнечного паруса, поскольку плоскость паруса повернута ребром к лучам Солнца.

В общем случае, наиболее быстрое изменение кеплерового элемента  $K$  обеспечивает закон:

$$\lambda = \frac{1}{2} \arcsin \frac{f_2(\vartheta) \left( f_1(\vartheta) - \sqrt{9f_1(\vartheta)^2 + 8f_2(\vartheta)^2} \right)}{3(f_1(\vartheta)^2 + f_2(\vartheta)^2)}. \quad (7)$$

Для изменения эксцентриситета орбиты:

$$f_1 = \sin \vartheta, \quad f_2 = \frac{e \cos^2 \vartheta + 2 \cos \vartheta + e}{1 + e \cos \vartheta}. \quad (8)$$

Для изменения параметра орбиты:

$$f_1 = 0, \quad f_2 = \frac{1}{1 + e \cos \vartheta}, \quad \lambda = \frac{1}{2} \arcsin \frac{-2\sqrt{2}}{3} = -35,264^\circ. \quad (9)$$

Для изменения аргумента перигея орбиты:

$$f_1 = -\cos \vartheta, \quad f_2 = \frac{\sin \vartheta (2 + e \cos \vartheta)}{1 + e \cos \vartheta}. \quad (10)$$

Для моделирования гелиоцентрического движения КАСП с законами управления (6) – (10) был создан программный комплекс. Программный комплекс позволяет использовать различные законы управления, параметры КА и моделирования, отображать изменение параметров движения КАСП. На рисунках 3 - 5 показаны результаты, полученные при использовании законов (8 – 10) для КАСП с массой 400 кг и площадью 40000 м<sup>2</sup>. В левой части изображена траектория перелёта, исходная и конечная орбиты.

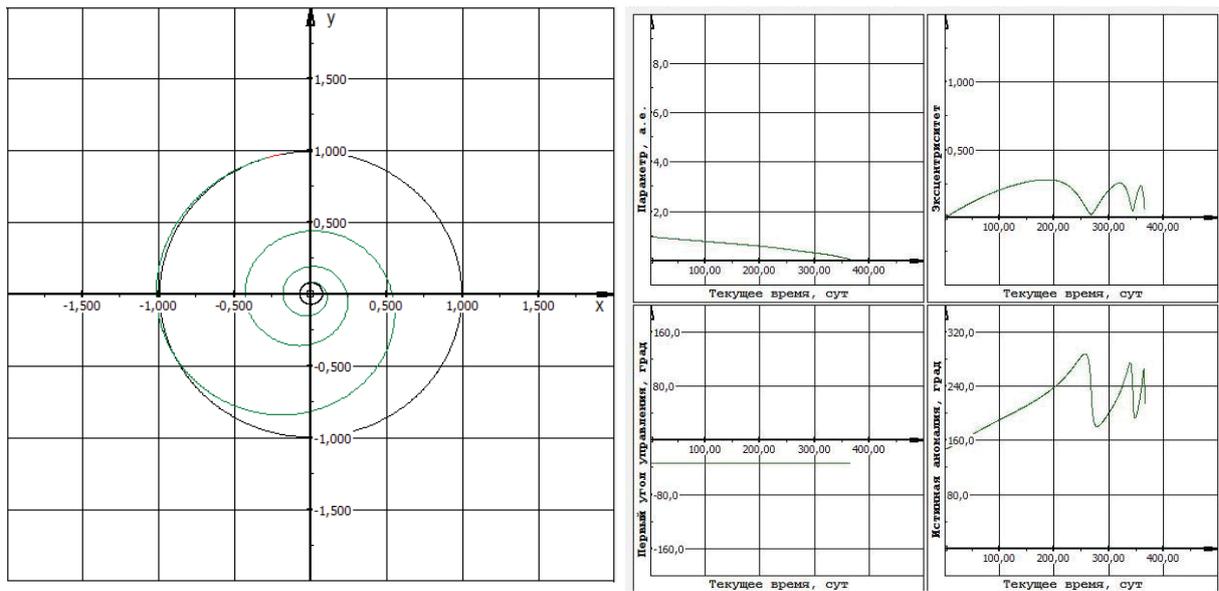


Рисунок 3 – Результаты моделирования движения КАСП с законом управления, обеспечивающим уменьшение параметра

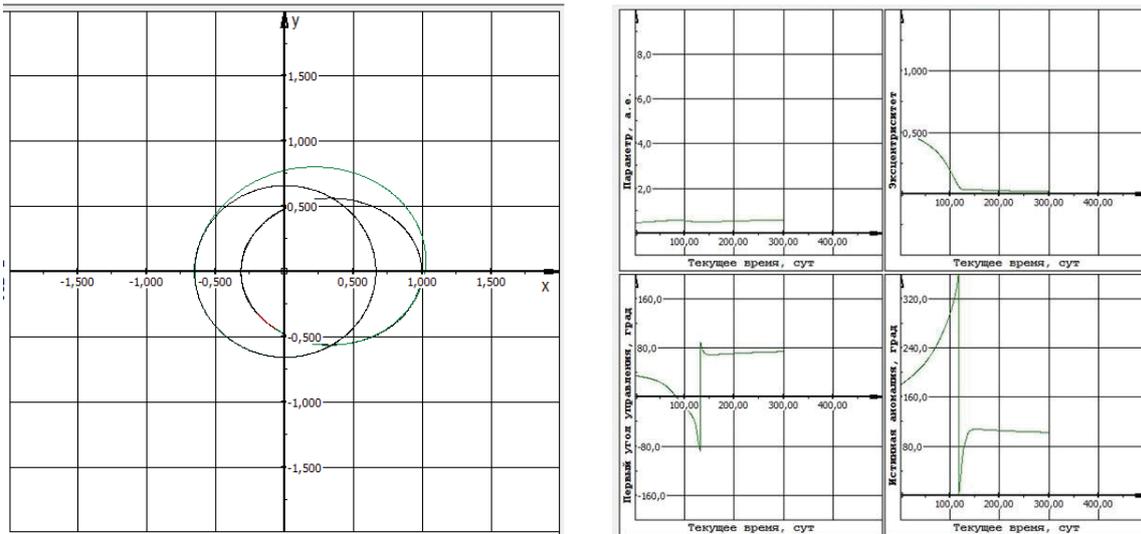


Рисунок 4 – Результаты моделирования движения КАСП с законом управления, обеспечивающим уменьшение эксцентриситета

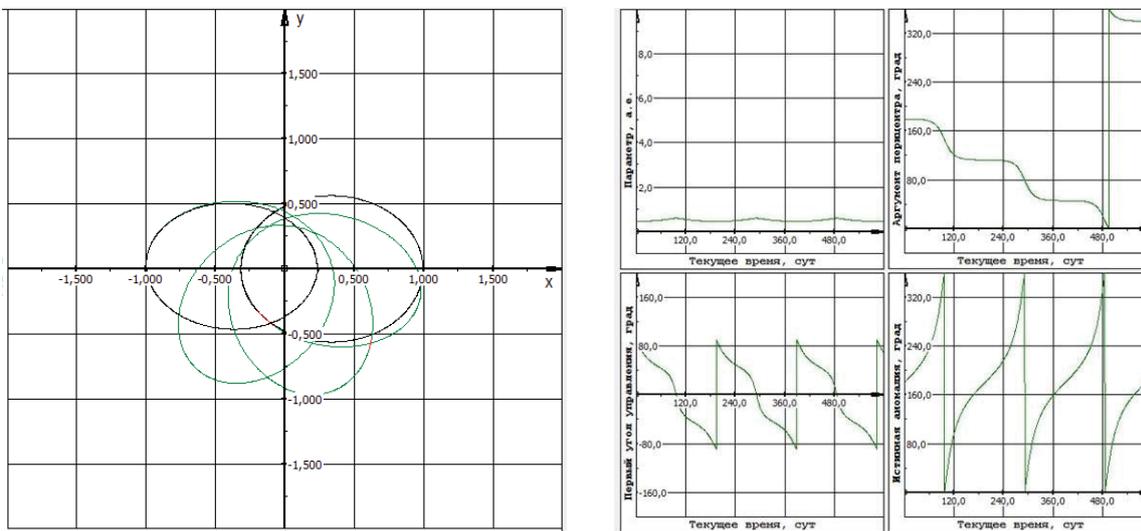


Рисунок 5 – Результаты моделирования движения КАСП с законом управления, обеспечивающим уменьшение аргумента перицентра

Полученные законы локально-оптимального управления позволяют осуществлять любые плоские гелиоцентрические манёвры КАСП. Проведённое моделирование показало адекватность полученных законов управления. Оптимизация конкретных гелиоцентрических манёвров требует выбора последовательности применения указанных законов управления.

### Библиографический список

- 1 Лебедев, В. Н. Расчёт движения космического аппарата с малой тягой [Текст]/В. Н. Лебедев – М: ВЦ АН СССР, 1968. – 108 с.
- 2 Старинова, О. Л., Ишков, С. А. Оптимизация и моделирование движения космического аппарата с солнечным парусом [Текст]/ О. Л. Старинова, С. А. Ишков, – Самара: Известия СНИЦ РАН, 2005, т. 7. – С. 99-106.