УДК 681.5.01:658.5

Мещанов А. С., Султанова А. Ф.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЕЙ В СИНТЕЗЕ СКОЛЬЗЯЩИХ РЕЖИМОВ

Введение. Выявляется и эффективно применяется возможность аналитически точной идентификации приведённого вектора неопределённых возмущений с помощью идентификатора состояния Люенбергера. Показано, что идентификация возмущений осуществляется в процессе попадания изображающей точки системы на многообразие скольжения. Компенсируется действие всех неопределённых возмущений при выполнении условий инвариантности к ним системы скользящего режима. В отличие от применяемого в настоящее время для приведения в скольжение метода преодоления (превышения) неопределённостей (тогда как они на большей части переходного процесса могут принимать не предельные, а нулевые значения или даже значения, способствующие приведению в скольжение) предлагается возможность их строгой компенсации. Это в указанных случаях приводит к значительно меньшим значениям модулей составляющих векторного управления (соответственно на большей части переходного процесса) и, следовательно, интеграла от суммы их произведений на размерные коэффициенты за время переходного процесса, характеризующего энергетические затраты на управление. Получены методы синтеза указанного управления и многообразия скольжения, обеспечивающих заданное качество процессов управления при полной информации о состоянии и действии неопределённых параметрических и внешних возмущений, удовлетворяющих, как и номинальные внешние возмущения, условиям инвариантности к ним скользящего режима. Рассматривается наиболее общий случай действия возмущений, включающий в себя и обычно не учитываемые неопределённые параметрические возмущения в матрице входа управления. Приведённый вектор неопределённых возмущений идентифицируется с помощью известного асимптотического наблюдателя Люенбергера (идентификатора состояния, который рассматривается и как модельная система), дополненного вектором номинальных возмущений. Применение предлагаемого метода синтеза в системах общего нормального вида существенно упрощается для систем регулярной формы.

Постановка задачи. Управляемая система при полной информации о состоянии (представленной выходным вектором x, совпадающим с вектором состояния системы z, сигналом векторного управления u и номинальными матрицами объекта) рассматривается при наиболее общем типе вхождения неопределённых возмущений:

$$\dot{z} = (A_0 + \Delta A(t))z + (B_0 + \Delta B(t))u + (D_0(t) + \Delta D(t))(F(t_0) + \Delta F(t)),\ \ x = Kz, \qquad (1)$$

где $z \in R^n$; $t \in I = (t_0, t_k], t_k < \infty$; $A_0\ B_0, K = E -$ номинальные (известные) постоянные $n \times n$, $n \times m$, $q \times n -$ матрицы, $q = n$; $\Delta A(t), \Delta B(t), \Delta D(t)$ и $\Delta F(t) -$ матрицы и $l \times 1 -$ столбец с неопределёнными ограниченными параметрическими и внешними возмущениями. Матрица $D_0(t)$ и столбец $F_0(t)$ имеют переменные номинальные элементы.

В системе (1) выполняются условия инвариантности скользящих режимов к неопределённым $\Delta A(t)$, $\Delta D(t), \Delta F(t)$ и номинальным $D_0(t)$, $F_0(t)$ возмущениям:

$$\Delta A(t) = B_0 \Lambda_{\Delta A}(t),\ \Delta D(t) = B_0 \Lambda_{\Delta D}(t),\ D_0(t) = B_0 \Lambda_{D_0}(t). \quad (2)$$

Можно также показать, что условием инвариантности для обычно не учитываемого параметрического возмущения $\Delta B(t)$ является соотношение

$$\Delta B(t) = B_0 \Lambda_{\Delta B}(t). \quad (3)$$

Помимо указанной информации о векторе состояния $x(t) = Ez(t) = z(t)$ и об объекте в системе (1) предлагается в формировании управления применить вектор состояния $z_{\text{м}}(t)$ некоторой модельной системы, не подверженной действию неопределённых возмущений. За такую модельную систему, по которой будет аналитически точно в процессе попадания изображающей точки (и.т.) системы (1) на многообразие скольжения идентифицироваться приведённый вектор неопределенных возмущений для построения разрывного управления u, принимается асимптотический идентификатор состояния Люенбергера, модифицированный добавлением слагаемого $D_0(t)F_0(t)$:

$$\dot{z}_{\text{м}} = A_0 z_{\text{м}} + B_0 u + K_{\Delta z} G^T (x - K z_{\text{м}}) + D_0(t) F_0(t),\ x = Kz = Ez, \quad (4)$$

с начальными условиями $z_{\text{м}}(t_0)$, задаваемыми отличными от начальных условий $z(t_0)$ в системе (1), $z_{\text{м}}(t_0) \neq z(t_0)$. Управление u приводит в скользящий режим на одном и том же многообразии скольжения, формируемом в координатах модельной системы (4), обе системы (1) и (4), причём первую приводит после того, как отклонение $\Delta z(t) = z(t) - z_{\text{м}}(t)$, $\Delta z(t_0) = z(t_0) - z_{\text{м}}(t_0) \neq 0$, примет достаточно малое значение. В модельной системе слагаемое $K_{\Delta z} G^T (x - K z_{\text{м}}) = K_{\Delta z} G^T \Delta z$, где $K_{\Delta z}$ и G^T имеют размеры $n \times m$ и $m \times q$, $q = n$, должно обеспечивать в скользящем режиме быстрое уменьшение отклонения $\Delta z(t) = z(t) - z_{\text{м}}(t)$ вектора $z(t)$ системы (1) от модельного $z_{\text{м}}(t)$ системы (4) в результате соответствующего нахождения линейного управления $K_{\Delta z} G^T (x - K z_{\text{м}}) = K_{\Delta z} G^T \Delta z$ в объединённой (в координатах $z, \Delta z$) системе (1), (4).

Задачи. 1. Найти $(n-m)$ – мерное многообразие скольжения

$$S(s = Cz_{\text{м}}(t) = 0)) \tag{5}$$

с заданным качеством процессов управления в скользящих режимах модельной (4) и исходной (1) систем. 2. Найти разрывное векторное управление u по модельной системе, приводящее исходную и модельную системы в скользящие режимы на многообразии S (5) в их фазовых пространствах.

Синтез многообразия скольжения по заданным показателям качества переходных процессов. Для возможности применения известных методов вывода уравнений скользящего режима в координатах вектора $z(t)$ в системе (1) сначала осуществляется переход в координаты векторов $z_{\text{м}}(t)$, $\Delta z(t)$, а затем, после вывода уравнений, совершается обратный переход к векторам $z(t)$, $\Delta z(t)$. Применяя метод эквивалентного управления и учитывая условия инвариантности (2), (3) в системе с векторами $z_{\text{м}}(t)$, $\Delta z(t)$, в исходных координатах $z(t)$, $\Delta z(t)$ получаем систему скользящего режима, инвариантную к неопределённым и номинальным возмущениям $\Delta A(t)$, $\Delta B(t)$, $\Delta D(t)$, $\Delta F(t)$ и $D_0(t)$, $F_0(t)$:

$$\dot{z} = (E - B_0(CB_0)^{-1}C)A_0 z + B_0(CB_0)^{-1}C\Delta\dot{z}\,, \tag{6}$$

где для вектора Δz далее находится своя подсистема. Система скользящего режима на многообразии S (5) для модельной системы (4) запишется:

$$\dot{z}_{\text{м}} = (E - B_0(CB_0)^{-1}C)(A_0 z_{\text{м}} + K_{\Delta z}G^T K\Delta z)\,, \tag{7}$$

где вектор $z_{\text{м}}$ принадлежит многообразию S (5): $s = C\,z_{\text{м}} = 0$.

В результате вычитания системы (7) из системы (6) находим при условии $\left|E - B_0(CB_0)^{-1}C\right| \neq 0$ систему для отклонений $\Delta z(t)$: $\Delta\dot{z} = (A_0 - K_{\Delta z}G^T K)\Delta z$.

После подстановки данного выражения производной $\Delta\dot{z}$ в систему (6) получаем замкнутую систему скользящего режима для исходной системы (1) в координатах векторов z, Δz. С учётом $s = C\,z_{\text{м}} = 0$, $s = Cz_{\text{м}} = C^1 z_{\text{м}}^1 + C^2 z_{\text{м}}^2 = 0$ получаем систему скользящего режима ($2n-m$) - го порядка:

$$\begin{aligned}
\dot{z}^1 &= (E_1 - B_{01}(CB_0)^{-1}C)(A_0^{\,1} - A_0^{\,2}(C^2)^{-1}C^1)z^1 + [-(E_1 - B_{01}(CB_0)^{-1}C)\times\\
&\times(A_0^{\,1} - A_0^{\,2}(C^2)^{-1}C^{-1}) + (E_{n-m} - B_{01}(CB_0)^{-1}C^1)K_{\Delta z1}G^T K^1 - B_{01}(CB_0)^{-1}\times\\
&\times C^2 K_{\Delta z2}G^T K^1 + A_{0,11} - K_{\Delta z1}G^T K^1]\Delta z^1 + [(E_{(n-m)\times(n-m)} - B_{01}(CB_0)^{-1}C^1)\times\\
&\times K_{\Delta z1}G^T K^2 - B_{01}(CB_0)^{-1}C^2 K_{\Delta z2}G^T K^2 + A_{0,12} - K_{\Delta z1}G^T K^2]\Delta z^2,\\
\Delta\dot{z} &= (A_0 - K_{\Delta z}G^T)\Delta z,
\end{aligned} \tag{8}$$

где $E_{(n-m)\times(n-m)}$ - единичная $(n-m)\times(n-m)$ – матрица. Характеристическое уравнение системы (8) запишется в виде:

$$|(E_1 - B_{01}(CB_0)^{-1}C)[A_0^{\ 1} - A_0^{\ 2}(C^2)^{-1}C^1] - \Lambda^1 E \| (A_0^{\ T} - GK_{\Delta z}^T) - \Lambda^2 E| = 0.$$

Матрица $C = (C^1, C^2)$ в первом определителе находится по заданным $n-m$ корням $\Lambda^1 : \lambda_1, ..., \lambda_{n-m}$ с отрицательной вещественной частью и m нулевым корням $\lambda_{n-m+1}, .., \lambda_n$ по методу работы [1]. Матрица $K_{\Delta z}^T$ находится по заданному распределению корней $\Lambda^2 : \lambda_{(n-m)+1}, .., \lambda_{(n-m)+n}$ полинома $|(A_0^T - GK_{\Delta z}^T) - \Lambda^2 E|$.

Метод синтеза разрывного векторного управления, приводящего исходную и модельную системы в скользящие режимы. К наименьшим энергетическим затратам на управление приводит выявленное равенство

$$A_0\Delta z + \Delta A(z_{\text{м}} + \Delta z) + \Delta Bu + D_0\Delta F + \Delta D(F_0 + \Delta F) - \Delta\dot{z} = K_{\Delta z}G^T(x - z_{\text{м}}), \qquad (9)$$

из которого следуют важные выводы: модель (4), являющаяся в скользящем режиме идентификатором состояния, в процессе попадания и.т. исходной системы на многообразие S (5) является идентификатором приведённого (суммарного) вектора неопределённых возмущений; управление u можно находить как по исходной системе (1), так и по модельной (4).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 14-01-31336 мол_а.

Библиографический список

1 Мещанов А.С. Методы построения разрывных управлений и поверхностей переключения в многомерных системах [Текст]/ А.С. Мещанов// Изв. вузов. Авиационная техника. –1981. – № 2. – С. 39-44.