1. Баранов, В.Е. Анализ эффективности и применимости упрощающих алгоритмов при моделировании движения частиц планетного кольца в центральном гравитационном поле при наличии неупругих столкновений [Текст] / В.Е. Баранов, В.Г. Макарян // Материалы международной междисциплинарной научной конференции «Синергетика в естественных науках», – 2011. – с. 103-105.

2. Баранов, В.Е. Компьютерное моделирование эволюции планетных колец с использованием архитектуры CUDA [Текст] / В.Е. Баранов, В.Г. Макарян // Сборник трудов Всероссийской молодежной научно-технической конференции «Космос-2012», – 2012. – с. 160-163.

А.А. Безгинов, О.Н. Ярыгин

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ МНОГОГРАННИКОВ С ПОМОЩЬЮ КОМПЬТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

(Тольяттинский государственный университет)

Проблемам связанным с многогранниками, носившим как чисто теоретический, так и прикладной характер уделили внимание великие умы от Архимеда и Евклида до Р.Декарта, Л.Эйлера, О.Коши , Е.С.Федорова. Основные общетеоретические выводы позволила сделать созданная Л.Эйлером теория графов, на основании которой удалось во многом «алгебраизовать» исследование свойств полиэдров и их классификацию. Современный научный подход к исследованию полиэдров все больше смещается в сторону моделирования их с помощью различных компьютерных технологий. Значительные результаты в этом направлении достигнуты отечественной наукой. В работах Ю.Л. Войтеховского и Д.Г. Степенщикова [1,2] представлены результаты, позволяющие на основании компьютерных моделей не только наблюдать свойства полиэдров, но и делать обобщенные выводы и теоретически определять возможность/невозможность важных явлений в кристаллографии, теории фуллеренов, минералогии.

Многие задачи моделирования полиэдров ограничиваются использованием матриц смежности полиэдрического графа, и поведением расчетов, для извлечения всей возможной информации, сконцентрированной в этой матрице. Действительно, как показано в работах автора [4] и др., матрица смежности графа «содержит» всю информацию о полиэдре, в том числе и ту, которую наблюдатель не в состоянии выявить, видя перед собой реальный многогранник. Однако, именно этого «внешнего вида» многогранника и возможной его модификации зачастую и не достает исследователю для решения возникшей проблемы.

Поэтому остается важной решение задачи 3D-визуализации полиэдра на основе имеющейся аналитической информации. Частичным решением задачи визуализации является построение графических образов полиэдров в виде их проекций на плоскость [1,2]. Указанные работы представляют собой результат алгоритмизации построения диаграмм Шлегеля для заданного типа полиэдров, реализованной в виде компьютерной программы, которая не только строит проекции, но и определяет комбинаторные типы, группы автоморфизмов, точечные группы симметрии и гранные символы полиэдров.

Теперь остается сделать еще один большой шаг, чтобы увидеть 3D-модель мнргогранника, представленного проекцией [1].

О.Коши предлагал проецировать все ребра многогранника на плоскость наибольшей грани, которую перед проектированием предполагалось растянуть.

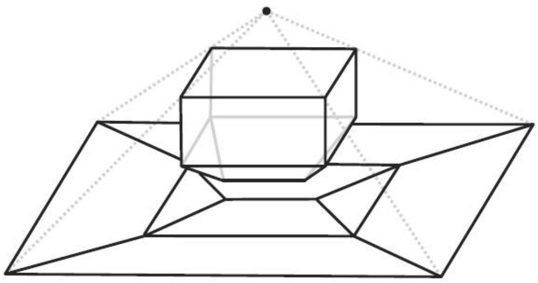


Рис. 1. Перспективная проекция полиэдра на плоскость [5, с.115]

Современник О.Коши французский математик Ж. Жергонн (1771-1859), описал проецирование следующим образом: «Возьмите многогранник, у которого одна из его граней является прозрачной, и представьте, что глаз приближается к этой грани извне так близко, что он может воспринимать все другие грани изнутри, это всегда возможно когда многогранник выпуклый. При таком положении, давайте представим, что на плоскость прозрачной грани и сделана перспективная проекция множества всех остальных граней» [5].

И. Лакатос в своей книге «Доказательства и опровержения», целиком посвященной многогранникам и формуле Эйлера, предложил современную версию идеи Жергонна, предполагая, что такая проекция снимается фотокамерой, размещенной рядом с удаленной гранью внутри многогранника. Граф появилась бы на фотографии [3]. Еще один распространенный способ визуализации такого многогранника представляется тенями ребер, когда источник света располагается рядом с удаленной гранью (рис. 1, [5]).

Для того, чтобы проделать обратное действие, которое, разумеется, не обещает однозначного результата, требуется построить трехмерное изображение полиэдра, породившего граф на плоскости по одной из приведенных процедур.

Укрупненный алгоритм «обратного перспективного проецирования» описывается следующим образом:

Шаг 1. Выбрать точку над плоскостью на высоте равной H, находящуюся над геометрическим центром имеющейся диаграммы, обозначенным C.

Шаг 2. Соединить все вершины графа с точкой H.

Шаг 3. Определить для каждой вершины её «уровень» u_i. (Уровень вершин на внешнем многоугольнике (периметре) считается равным 0. Уровень вершины равен k, если длина кратчайшего пути от неё до внешнего многоугольника равна k.)

Шаг 4. Определить максимальный уровень вершин: $R = \max u_i$.

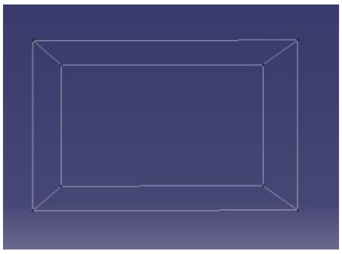
Шаг 5. Сместить каждую вершину по отрезку соединяющему её с точкой H до высоты H/(2R) над базовой плоскостью.

Шаг 6. Произвести сжатие к центру C по горизонтали уровней меньших [R/2].

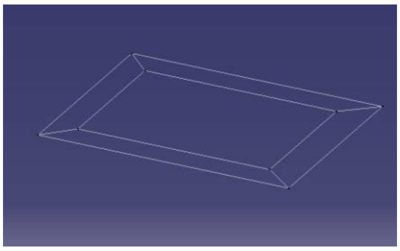
Для упрощения можно, начав с определения уровней вершин, произвести их подъем по вертикали на высоту h_i пропорциональную уровню u_i.

Реализация представленного алгоритма в среде пакета компьютерного 3D-моделирования CATIA позволяет поэтапно получать трехмерную модель полиэдра из исходной проекции Шлегеля.

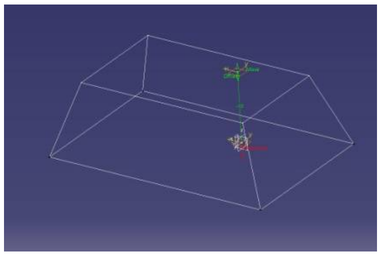
Получаемый полиэдр можно рассматривать, вращая в различных направлениях в пространстве. Этапы построения представлены на рис.5 a,b,c,d,e.



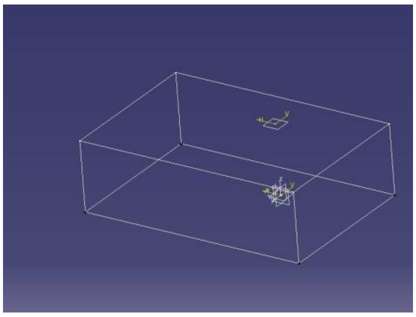
a)



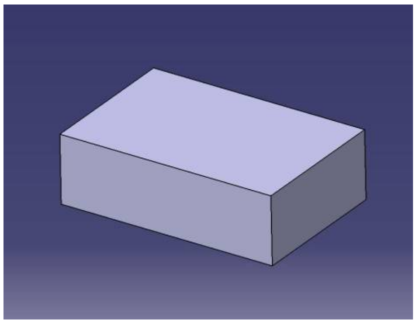
b)



c)



d)



e)

Рис. 5. Построение параллелепипеда (6-эдра с четырехугольными гранями)

Рис. 5a : исходная проекция, заданная набором вершин и заданными ребрами;

Рис. 5b : исходная проекция, привязанная к базовой плоскости;

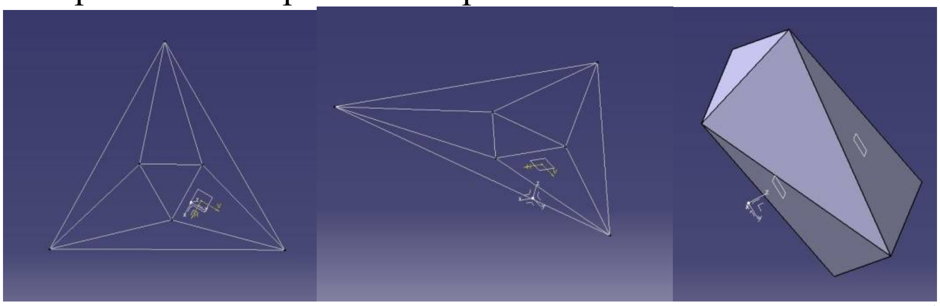
Рис. 5c : подъем над плоскостью вершин первого уровня (после выявления 4 вершин 0-го уровня и 4 вершин 1-го уровня);

Рис. 5d : сжатие нижней грани к центру исходной проекции, до выравнивания с верхней гранью;

Рис. 5e : «заливка граней» (можно оставлять их прозрачными) и вращение полученной 3D-модели.

Аналогичная последовательность шагов приводит от диаграммы октаэдра (рис.6a), через её плоскостное представление (рис.6b) к 3D-модели, представленной на рис.6c. Как видим, такая модель при сжатии по продольной оси может быть симметризована до правильного октаэдра.

Применяемый пакет программ, с одной стороны, предоставляет широкие возможности по манипуляции и трансформации готовой 3D-модели, а с другой стороны, ограничивает возможности пользователя по встраиванию автоматических процедур построения модели. Поэтому модели, представленные на данном этапе построены в интерактивном режиме.



a) b) c)

Рис. 6. Построение октаэдра (8-эдра с треугольными гранями)

Для решения задачи 3D-моделирования возможно использование и таких форматов представления как **VRML** (http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B3%D0%BB%D0%B8%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA *Virtual Reality Modeling Language* - язык моделирования виртуальной реальности) - стандартизированный формат файлов для демонстрации трёхмерной интерактивной векторной графики. VRML является текстовым форматом файлов, в котором, например, вершины и грани многогранников могут указываться вместе с цветом поверхности, текстурами, прозрачностью.

Однако в этом случае всю работу по определению координат вершин полиэдров придется рассчитывать с помощью отдельного алгоритма и другой программы, создание которой также представляет собой перспективную задачу.

Литература

1. Войтеховский Ю.Л., Степенщиков Д.Г., Ярыгин О.Н. Грануломорфология: простые 12 - и 13-гранники. - КНЦ РАН, Апатиты,2000.- 76 с

2. Войтеховский Ю.Л., Степенщиков Д.Г. Комбинаторная кристаллография. 1. Реальные кристаллографические простые формы. - Апатиты: Изд. «K&M», 2004, 276 с.

3. Лакатос И. Доказательства и опровержения. Как доказываются теоремы.-М.:Наука, 1967.- 152 с.

4. Ярыгин О.Н. Построение изображения невыпуклых полиэдров по матрице смежности. - Труды III Всероссийской научной школы Математические исследования в кристалл-лографии, минералогии и петрографии». Апатиты: Изд. K&M, 2007,сс.94-99

5. Richeson D. Euler's Gem.The Polyhedron Formula and the Birth of Topology Princeton and Oxford, Princeton University Press - 2008, 316 pp. - ISBN: 978-0-691-12677-7

Л.Э. Вилоп