рый был установлен на этапе классификации, берется RBF-сеть. Радиально-базисная сеть была выбрана, потому является одной из базовых нейронных сетей, и особым видом алгоритма обучения, который позволяет уже на этапе обучения определить параметры исследуемой выборки.

Литература

1. Осовский, С. Нейронные сети для обработки информации [Текст] / Осовский С.: Пер. с польского И.Д. Рудинского. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.
2. Лёзин И.А. «Автоматизированный комплекс аппроксимативного анализа двумерных законов распределения ортогональными полиномами и нейронными сетями» // Информационные технологии в высшем профессиональном образовании: Сборник докладов II межрегиональной научно-практической конференции / Под.ред. О.А. Тарабрина, А.В. Очеповского / Самарский государственный аэрокосмический университет – Тольятти-Самара, 2007. – С.84-87. – Библиогр.: с.87.
3. Лёзин И.А., Прохоров С.А., Лёзина И.В. «Аппроксимация двумерной плотности вероятности ортогональными полиномами»// Радиотехника и связь. Материалы четвертой международной научно-технической конференции / Саратовский государственный технический университет – Саратов, 2007. – С. 17-22. – Библиогр.: с.22.
4. Методы нормирования метрологических характеристик, оценки и контроля характеристик погрешностей средств статистических измерений. РТМ 25139-74 Текст. // Минприбор, 1974. 76 с.
5. Лёзин И.А. «Анализ погрешности измерения геометрических размеров лопаток газотурбинных двигателей» // Труды Международной конференции с элементами научной школы для молодежи. – Самара, 2010. – С. 95-99. – Библиогр.: с.99. - ISBN 978-5-7883-0851-7

Р.Ю. Макаров

О ЧИСЛЕННОМ МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ КРИВОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ НА ОСНОВЕ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ

(Самарский государственный технический университет)

Проблема прогнозирования работоспособности элементов конструкций в условиях ползучести является актуальной задачей. Однако, вследствие существенного разброса в результатах экспериментальных исследований применение детерминированных моделей и методов на их основе практически не эффективно [1-3]. Это послужило причиной развития статистических методов, в основе которых лежат экспериментальные характеристики, полученные на начальном этапе эксплуатации конкретной конструкции.

В соответствии с разработанной теорией неупругого реологического деформирования материалов уравнение кривой ползучести $\tilde{y}(t)$ при постоянном напряжении может быть представлено в виде суммы нескольких (обычно трех) экспоненциальных составляющих [4]:

$$\tilde{y}(t) = \sum_{i=1}^{3} a_i \left[1 - \exp(-\alpha_i t)\right]. \tag{1}$$

Рассмотрим построение линейно параметрической дискретной модели, связывающей в виде рекуррентной формулы несколько последовательных мгновенных значений кривой ползучести.

При равномерной с периодом τ дискретизации непрерывной функции (1) получаем ее дискретный аналог $\tilde{y}_k = \sum_{i=1}^{3} a_i \left[1 - \exp(-\alpha_i \tau k)\right]$ или

$$\tilde{y}_k = a_s - \sum_{i=1}^{3} a_i \mu_i^{-k}, \tag{2}$$

где $a_s = \sum_{i=1}^{3} a_i$, $k = 0,1,2,\ldots$, $\mu_i = \exp(\alpha_i \tau)$.

Подставляя в (2) вместо k значения $k-1$, $k-2$ и $k-3$, получим систему вида (3):

$$\begin{cases} \tilde{y}_{k-1} = a_s - a_1 e^{-\alpha_1 \tau k} \mu_1^{-1} - a_2 e^{-\alpha_2 \tau k} \mu_2^{-1} - a_3 e^{-\alpha_3 \tau k} \mu_3^{-1} \\ \tilde{y}_{k-2} = a_s - a_1 e^{-\alpha_1 \tau k} \mu_1^{-2} - a_2 e^{-\alpha_2 \tau k} \mu_2^{-2} - a_3 e^{-\alpha_3 \tau k} \mu_3^{-2} \\ \tilde{y}_{k-3} = a_s - a_1 e^{-\alpha_1 \tau k} \mu_1^{-3} - a_2 e^{-\alpha_2 \tau k} \mu_2^{-3} - a_3 e^{-\alpha_3 \tau k} \mu_3^{-3} \end{cases} \tag{3}$$

Решая данную систему, линейную относительно неизвестных функций $-a_i e^{-\alpha_i \tau k}$, $i = 1,2,3$, и подставляя в исходное соотношение (2), получим:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_k &= (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3)\tilde{y}_{k-1} + (-\mu_1\mu_2 - \mu_1\mu_3 - \mu_2\mu_3)\tilde{y}_{k-2} + \mu_1\mu_2\mu_3\tilde{y}_{k-3} + \\ &+ a_s(\mu_1\mu_2 + \mu_1\mu_3 + \mu_2\mu_3 - \mu_1\mu_2\mu_3 - \mu_1 - \mu_2 - \mu_3 + 1) \end{aligned} \tag{4}$$

Таким образом, получаем линейно-параметрическую дискретную модель вида

$$\begin{cases} \tilde{y}_0 = 0, \\ \tilde{y}_1 = \lambda_5, \\ \tilde{y}_2 = \lambda_6, \\ \tilde{y}_k = \lambda_1 \tilde{y}_{k-1} + \lambda_2 \tilde{y}_{k-2} + \lambda_3 \tilde{y}_{k-3} + \lambda_4, k = \overline{3, N-1} \end{cases}, \tag{5}$$

где $\lambda_5 = a_s - a_1 e^{-\alpha_1 \tau} - a_2 e^{-\alpha_2 \tau} - a_3 e^{-\alpha_3 \tau}$, $\lambda_6 = a_s - a_1 e^{-2\alpha_1 \tau} - a_2 e^{-2\alpha_2 \tau} - a_3 e^{-2\alpha_3 \tau}$,
$\lambda_1 = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3$, $\lambda_2 = -\mu_1\mu_2 - \mu_1\mu_3 - \mu_2\mu_3$, $\lambda_3 = \mu_1\mu_2\mu_3$,
$\lambda_4 = a_s(\mu_1\mu_2 + \mu_1\mu_3 + \mu_2\mu_3 - \mu_1\mu_2\mu_3 - \mu_1 - \mu_2 - \mu_3 + 1)$.

Для того чтобы по известным коэффициентам λ_j, $j = 1,2,3$ линейно-параметрической дискретной модели (5) найти параметры α_i, $i = 1, 2, 3$в уравнении кривой ползучести (1), следует вначале вычислить корни μ_i, $i=1,2,\ 3$ алгебраического уравнения третьей степени:

$$\mu^3-\lambda_1\mu^2-\lambda_2\mu-\lambda_3=0, \tag{6}$$

а затем воспользоваться формулами:

$$\alpha_i=-\frac{\ln\mu_i}{\tau}, i=1,2,\ 3. \tag{7}$$

При параметрической идентификации кривой ползучести, с учетом естественного разброса данных ε_k в процессе эксперимента $y_k=\tilde{y}_k+\varepsilon_k$, которые содержат случайную помеху ε_k, $k=\overline{0,\ N-1}$, где N – объем выборки, на основе модели (5) можно построить систему линейных разностных уравнений, описывающую результаты наблюдений:

$$y_k=\begin{cases}0,\\ \lambda_5+\varepsilon_1,\\ \lambda_6+\varepsilon_2,\\ \lambda_1 y_{k-1}+\lambda_2 y_{k-2}+\lambda_3 y_{k-3}+\lambda_4-\varepsilon_k-\sum\limits_{i=1}^{3}\lambda_i\varepsilon_{k-i}\end{cases} \tag{8}$$

и может быть представлена в форме обобщенной регрессионной модели:

$$\begin{cases}b=F\lambda+\eta,\\ \eta=P_\lambda\varepsilon.\end{cases} \tag{9}$$

Здесь $\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,\ \ldots,\lambda_6)^T$ – вектор неизвестных коэффициентов линейно параметрической дискретной модели; $\varepsilon=(\varepsilon_0,\varepsilon_1,...,\varepsilon_{N-1})^T$ – N-мерный вектор случайной помехи в результатах наблюдений; $\eta=(\eta_1,\eta_2,...,\eta_N)^T$ – N-мерный вектор эквивалентного случайного возмущения в стохастическом разностном уравнении; $b=(y_0,\ y_1,...,\ y_{N-1})^T$ – N-мерный вектор правой части; $F=[f_1\vdots f_2\vdots\ldots\vdots f_6]$– матрица регрессоров размера $N\times 6$, столбцы которой описываются формулами: $f_1=(0,0,y_2,y_3,\ldots,y_{N-2})^T$, $f_2=(0,0,y_1,\ \ldots,y_{N-3})^T$, $f_3=(0,0,y_0,\ldots,y_{N-4})^T$, $f_4=(0,\ 0,1,1,\ldots,1)^T$, $f_5=(1,\ldots,\ 0,0,\ldots,0)^T$, $f_6=(0,\ 1,0..,0)^T$.

Матрица P размера $N\times N$ в стохастическом разностном уравнении эквивалентного возмущения – нижняя треугольная. Первые три строки матрицы описываются формулой $p_{ij}=\begin{cases}1, & j=i,\\ 0, & j\neq i.\end{cases}$ $i=\overline{1,3}$, $j=\overline{1,N}$. Остальные строки матрицы P имеют вид: $p_{p+1}=(-\lambda_p,-\lambda_{p-1},-\lambda_{p-2},\ldots,-\lambda_2,-\lambda_1,1,0,\ldots,0)$, $p_{p+2}=(0,-\lambda_p,-\lambda_{p-1},-\lambda_{p-2},\ldots,-\lambda_2,-\lambda_1,1,0,\ldots,0)$, …, $p_N=(0,\ldots,0,-\lambda_p,-\lambda_{p-1},-\lambda_{p-2},\ldots,-\lambda_2,-\lambda_1,1)$.

В основе оценивания коэффициентов λ_j обобщенной регрессионной модели (9) лежит минимизация функционала

$$\left\|\hat{\varepsilon}\right\|^2 = \left\|P_\lambda^{-1} b - P_\lambda^{-1} F \hat{\lambda}\right\|^2 \Rightarrow \min\,, \tag{10}$$

очевидно, что вычисленные таким образом оценки обеспечивают также минимальное отклонение $\left\|y - \tilde{y}\right\|$ (в формате среднеквадратичного приближения) смоделированной функции, описывающей мгновенные значения $\tilde{y}_k$ от экспериментальных данных y_k. Минимизация функционала (11) приводит к решению нормальной системы уравнений, нелинейных относительно переменных λ_j. Для этого может быть применен численный итерационный метод. На первом шаге алгоритма этого метода вычисляется начальное приближение $\hat{\lambda}^{(0)}$ - вектор МНК-оценок регрессионных коэффициентов: $\left\|\hat{\eta}\right\|^2 = \left\|b - F\hat{\lambda}\right\|^2 \Rightarrow \min$. Откуда

$$\hat{\lambda}^{(0)} = \left(F^T F\right)^{-1} F^T b\,. \tag{11}$$

Затем на основе этих оценок формируется матрица $P_{\lambda^{(0)}} = P(\lambda^{(0)})$ и вычисляется обратная матрица $P_{\hat{\lambda}^{(0)}}^{-1}$. Если подставим эту матрицу в формулу (10), то получим линейную регрессионную модель вида $P^{-1}{}_{\hat{\lambda}^{(0)}} = P^{-1}{}_{\hat{\lambda}^{(0)}} F\lambda + \varepsilon^{(1)}$, где $\varepsilon^{(1)} = P^{-1}{}_{\hat{\lambda}^{(0)}}\eta$. При этом функционал (11) принимает вид $\left\|\hat{\varepsilon}^{(1)}\right\|^2 = \left\|P_{\hat{\lambda}^{(0)}}^{-1} b - P_{\hat{\lambda}^{(0)}}^{-1} F\hat{\lambda}\right\|^2 \Rightarrow \min$. Очевидно, что этот функционал является линейным относительно параметров λ_j. Его минимизация приводит к нормальной системе линейных алгебраических уравнений, решение которой имеет вид

$$\hat{\lambda}^{(1)} = \left[F^T (P_{\hat{\lambda}^{(0)}}^{-1})^T P_{\hat{\lambda}^{(0)}}^{-1} F\right]^{-1} F^T (P_{\hat{\lambda}^{(0)}}^{-1})^T P_{\hat{\lambda}^{(0)}}^{-1} b\,.$$

Вводя матрицу $\Omega_{\hat{\lambda}^{(0)}} = P_{\hat{\lambda}^{(0)}} P^T{}_{\hat{\lambda}^{(0)}}$, получаем формулу для вычисления уточненного приближения $\hat{\lambda}^{(1)} = \left[F^T \Omega^{-1}{}_{\hat{\lambda}^{(0)}} F\right]^{-1} F^T \Omega^{-1}{}_{\hat{\lambda}^{(0)}} b$. Это новое приближение вектора среднеквадратичных оценок коэффициентов разностного уравнения используется для вычисления матрицы $P_{\lambda^{(1)}} = P(\hat{\lambda}^{(1)})$ и т.д. Таким образом, в основе алгоритма численного метода среднеквадратичного оценивания коэффициентов линейно-параметрической дискретной модели лежат рекуррентные формулы

$$\hat{\lambda}^{(k)} = \left[F^T \Omega^{-1}{}_{\hat{\lambda}^{(k-1)}} F\right]^{-1} F^T \Omega^{-1}{}_{\hat{\lambda}^{(k-1)}} b\,, \tag{12}$$

$$\Omega_{\hat{\lambda}^{(k)}} = P_{\hat{\lambda}^{(k)}} P^T{}_{\hat{\lambda}^{(k)}}\,, \tag{13}$$

$$P_{\lambda^{(k)}} = P(\hat{\lambda}^{(k)}), k = 1,2,3... \quad (14)$$

Процесс вычисления продолжается до тех пор, пока не будет выполнен критерий останова $\left\|\hat{\lambda}^{(i+1)} - \hat{\lambda}^{(i)}\right\| < 0{,}01\left\|\hat{\lambda}^{(i)}\right\|$.

Полученные среднеквадратические оценки $\hat{\lambda}_j$ коэффициентов линейно параметрической дискретной модели (5) используются при вычислении помехоустойчивых оценок параметров кривой ползучести α_i и a_i, $i = \overline{1,3}$. Для этого сначала находятся корни μ_i, $i = \overline{1,3}$, алгебраического уравнения (6): $\mu^3 + \hat{\lambda}_1\mu^2 + \hat{\lambda}_2\mu + \hat{\lambda}_3 = 0$. Затем по формулам (7) вычисляются оценки параметров $\hat{\alpha}_i = \tau^{-1}\ln\mu_i$, $i = \overline{1,3}$. На заключительном этапе по найденным $\hat{\lambda}_i$ и μ_i посредством решения системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} \hat{a}_1 + \hat{a}_2 + \hat{a}_3 = \dfrac{\hat{\lambda}_4}{1 - \sum\limits_{i=1}^{3}\hat{\lambda}_i} \\ (1-\mu_1)\hat{a}_1 + (1-\mu_2)\hat{a}_2 + (1-\mu_3)\hat{a}_3 = \hat{\lambda}_5, \\ (1-\mu_1^2)\hat{a}_1 + (1-\mu_2^2)\hat{a}_2 + (1-\mu_p^2)\hat{a}_p = \hat{\lambda}_6 \end{cases}$$

вычисляются оценки коэффициентов $\hat{a}_i$, $i = \overline{1,3}$, в функции (1).

Литература

1. Зотеев В.Е. Параметрическая идентификация диссипативных механических систем на основе разностных уравнений / Под ред. Радченко В.П. – М.: Машиностроение, 2009. – 344 с.

2. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.

3. Радченко В.П., Дудкин С.А., Тимофеев М.И. Экспериментальное исследование и анализ полей неупругих микро- и макро неоднородностей сплава АД –1 // Вестник Самарского госуд. техн. университета. Серия: Физ.-матем. науки. 2002. Вып. 16. С. 111–117.

4. Радченко В.П. Энергетический подход к прогнозированию ползучести длительной прочности материалов в стохастической постановке // Проблемы прочности. 1992. №2. С 34–40.

5. Самарин Ю.П. Построение экспоненциальных аппроксимаций для кривых ползучести методом последовательного выделения экспоненциальных слагаемых // Проблемы прочности. 1974. №9. С. 24–27.

6. Радченко В.П., Зотеев В.Е. Определение динамических характеристик механической системы на основе стохастических разностных уравнений колебаний // Известия вузов. Машиностроение. 2007. №1. С. 3–10.

Б.Ж. Медетов, А.К. Иманбаева, А.А. Темирбаев

РАЗРАБОТКА ВИРТУАЛЬНОГО СТЕНДА ДЛЯ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛИЗА ЭЛЕКТРОННЫХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

(Научно-исследовательский институт экспериментальной и теоретической физики Казахского национального университета им.аль-Фараби)

Методы анализа и моделирования автоколебаний, хаотических сигналов находят применение при решении задач проектирования радиочастотных генераторов, аналоговых и цифровых устройств обработки сигналов, а также для обнаружения новых свойств закономерностей поведения физических, биологических, химических систем. Теоретические модели позволяют оптимизировать поиск эффективных технологий, в то же время совершенствованию теории необходимы экспериментальные результаты. В данном докладе представлены результаты работ по разработке виртуального стенда для изучения динамики моделей автоколебательных систем с применением современных методов информационных технологий, физического эксперимента и теоретических методов нелинейной динамики [1-3].

Первым этапом работ было создание ядра программного обеспечения для имитационного моделирования автоколебательных систем. Как правило, в электронных схемах носителем информации о моделируемом явлении, процессе является аналоговый сигнал. Под обработкой данных подразумевается процесс извлечения этой информации из сигнала, которая может быть использована для выявления различных закономерностей, классификации или идентификации рассматриваемого явления. Для обработки сигналов, в силу своей универсальности, гибкости и наглядности, лучше всего использовать цифровые методы. Таким образом, ядро разрабатываемого модуля принципиально должен содержать следующие компоненты:

- Платформа для сбора и развертывания электронной схемы;
- АЦП – для оцифровки аналогового сигнала;
- Интерфейс управления параметрами записи сигнала в память компьютера;
- Программный комплекс для выполнения цифровой обработки сигнала и визуализации результатов данной обработки.

В нашей работе в качестве платформы для развертывания электронной схемы был выбран специальный модуль NI ELVIS II [4]. Данный выбор объясняется тем, что в его состав входит комплект виртуальных измерительных приборов, что сильно упрощает процесс сбора и настройки экспериментальной установки. Все возможности, предлагаемые модулем NI ELVIS II, делают его