



ровании движения микроспутника на значительных интервалах времени следует использовать методы более точные, чем РК4.

Литература

1. Белецкий В.В., Хентов А.А. Вращательное движение намагниченного спутника. М.: Наука, 1985. 288 с.
2. Коваленко А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1975. - 248 с.
3. Lyubimov V.V., Malyshev V.I., Semkin N.D. Attitude control of small spacecraft with allowance made for failures in the system for decreasing angular momentums of flywheels// Gyroscopy and Navigation, 2013. Volume 4, Issue 4, Pages 216-222.
4. Любимов В.В. Об особенностях в возмущенном вращательном движении спутника с сильным магнитом на борту // Изв. вузов. Авиационная техника. 2009. №2. С.29-31.
5. Семкин Н.Д., Любимов В.В., Малышев В.И. Моделирование законов функционирования магнитных исполнительных органов при ориентации микроспутника по местной вертикали// Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2012. Том.15, № 1. С.103-108.
6. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990. – 512 с.

А.А. Львов, М.С. Светлов, Ю.А. Ульянина

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ ОЦЕНКИ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ НЕДВОИЧНЫХ ПСП-КОДОВ

(Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
Институт проблем точной механики и управления РАН)

В ответственных цифровых информационных системах широкое распространение получило применение метода ортогонального частотного разделения квадратурно-амплитудно модулированных сигнальных признаков и каскадного кодирования со скремблированием. Особенностью информационных каналов (ИК) в таких системах является использование кодовых псевдослучайных последовательностей (ПСП). Основные свойства систем с ПСП зависят от их статистических характеристик, одной из важнейших среди которых является автокорреляционная функция (АКФ), количественно характеризующаяся значениями ρ нормированного коэффициента корреляции.

Прямое вычисление нормированного коэффициента R избыточности, минимального кодового расстояния d_{\min} , кратностей r обнаружения и/или s исправления ошибок трансформации и/или e стирания для ПСП-кодов, особенно в режиме реального времени, – достаточно сложная задача. Вместе с тем, алгоритмически относительно не сложно определить статистические характери-



ки ПСП. Таким образом, применение недвоичных (K -ичных) корректирующих кодов в виде ПСП обусловило необходимость исследования взаимосвязи их параметров по помехоустойчивости и статистических характеристик.

Это может быть сделано с использованием формул границ избыточности [1, 2]. Анализ показал, что известные формулы границ избыточности реализуют потенциальную помехоустойчивость K -ичных кодов на достаточно не высоком уровне. На их основе синтезированы модифицированные формулы границ избыточности, которые позволили получить расчётные соотношения взаимосвязи параметров R , d_{\min} , (r, s, e) и нормированных коэффициентов ρ АКФ. При этом учтена модифицированная геометрическая интерпретация метрики K -ичных ПСП-кодов, согласно которой расстояния между ненулевыми символами (включая символы стирания) вдвое больше их расстояний от нулевого символа, в связи с чем вероятности p_{ij} трансформации ненулевых символов используемого алфавита друг в друга, а также p_{ix_j} стирания ненулевых символов в «чужие» символы стирания есть величины второго порядка малости по сравнению с вероятностями p_{0i} , p_{i0} трансформации и p_{0x_i} , p_{x_i0} стирания символов с участием нулевого символа ($i, j = 1, 2, \dots, K-1$; $i \neq j$; K – основание кодового алфавита) [3].

При использовании модифицированной границы избыточности Хемминга число контрольных разрядов ПСП-кода определяется формулой:

$$k = \log_K (K-1)^{0,5ae+bs} \frac{(an)^{0,5ae} (bn)^{bs}}{(0,5ae)!(bs)!} \prod_{i=1}^{K-1} \frac{\binom{K-1}{n \sum_{i=1}^{K-1} p_{ix_i}}^{0,5e \sum_{i=1}^{K-1} p_{ix_i}} \binom{K-1}{n \sum_{i=1}^{K-1} p_{i0}}^{s \sum_{i=1}^{K-1} p_{i0}}}{\left(0,5e \sum_{i=1}^{K-1} p_{ix_i}\right)! \left(s \sum_{i=1}^{K-1} p_{i0}\right)!}, \quad (1)$$

а зависимость между избыточностью кода и кратностью исправляемых ошибок принимает вид:

$$R = k \left[\frac{(K-1)^{0,5ae+bs} a^{0,5ae} b^{bs}}{K^k (0,5ae)!(bs)!} \prod_{i=1}^{K-1} \frac{(p_{ix_i})^{0,5ep_{ix_i}} (p_{i0})^{sp_{i0}}}{(0,5ep_{ix_i})!(sp_{i0})!} \right]^{\frac{1}{c}}, \quad (2)$$

где n – длина (разрядность) кодового слова; k – число контрольных разрядов в

кодовом слове; $a = \sum_{i=1}^{K-1} p_{0x_i}$; $b = \sum_{i=1}^{K-1} p_{0i}$;

$$c = 0,5 \left(\sum_{i=1}^{K-1} p_{0x_i} + \sum_{i=1}^{K-1} p_{ix_i} \right) e + \left(\sum_{i=1}^{K-1} p_{0i} + \sum_{i=1}^{K-1} p_{i0} \right) s.$$



Алгоритм оценки помехоустойчивости K -ичных ПСП-кодов в каналах с ошибками трансформации и стирания (в K -каналах общего типа) по их кратностям представлен на рис. 1.

При использовании модифицированной границы избыточности Варшамова-Гилберта формулы (1), (2) принимают вид:

$$k = \log_K (K-1)^{ae+2bs} \frac{(an)^{ae} (bn)^{2bs}}{(ae)!(2bs)!} \prod_{i=1}^{K-1} \frac{\binom{K-1}{n \sum_{i=1}^{K-1} p_{ix_i}} e^{\sum_{i=1}^{K-1} p_{ix_i}} \binom{K-1}{n \sum_{i=1}^{K-1} p_{i0}}^{2s} \sum_{i=1}^{K-1} p_{i0}}{\left(e \sum_{i=1}^{K-1} p_{ix_i} \right)! \left(2s \sum_{i=1}^{K-1} p_{i0} \right)!}, \quad (3)$$

$$R = k \left[\frac{(K-1)^{ae+2bs} a^{ae} b^{2bs}}{K^k (ae)!(2bs)!} \prod_{i=1}^{K-1} \frac{(p_{ix_i})^{ep_{ix_i}} (p_{i0})^{2sp_{i0}}}{(ep_{ix_i})!(2sp_{i0})!} \right]^{\frac{1}{c'}}, \quad (4)$$

где $c' = \left(\sum_{i=1}^{K-1} p_{0x_i} + \sum_{i=1}^{K-1} p_{ix_i} \right) e + 2 \left(\sum_{i=1}^{K-1} p_{0i} + \sum_{i=1}^{K-1} p_{i0} \right) s$.

При использовании модифицированной границы избыточности Плоткина формулы (1), (2) записываются в виде:

$$k = n \log_K \left(1 - \frac{n \sum_{i=1}^{K-1} (p_{0i} + p_{i0})}{K(K-1)(2s-1)} \right) \left(\frac{n \sum_{i=1}^{K-1} (p_{0x_i} + p_{ix_i})}{K(K-1)(e-1)} \right), \quad (5)$$

$$R = \log_K \left(1 - \frac{n \sum_{i=1}^{K-1} (p_{0i} + p_{i0})}{K(K-1)(2s-1)} \right) \left(\frac{n \sum_{i=1}^{K-1} (p_{0x_i} + p_{ix_i})}{K(K-1)(e-1)} \right). \quad (6)$$

Алгоритм, представленный на рис. 1, легко преобразовать для случаев использования формул Варшамова-Гилберта и Плоткина при замене формул (1), (2), соответственно, на формулы (3), (4) и (5), (6). Он справедлив и для частных случаев K -каналов: только с ошибками трансформации при $e = 0$ или стирания при $s = 0$.

Полученный алгоритм можно применить и к неразделимому коду, ставя ему в соответствие эквивалентный разделимый код, у которого число информационных разрядов определяется как $m = \log_K M_p$ (M_p – мощность рабочего кодового множества), а число контрольных разрядов как $k = n - m$.

Алгоритмы определения зависимостей нормированных коэффициентов R избыточности и ρ АКФ и минимального кодового расстояния d_{\min} синтезируются с учётом того, что $e = 0,5n(1 - \rho) - 2s - 1$; $s = 0,25n(1 - \rho) - 0,5(e - 1)$; $d_{\min} = 2s + e + 1$.

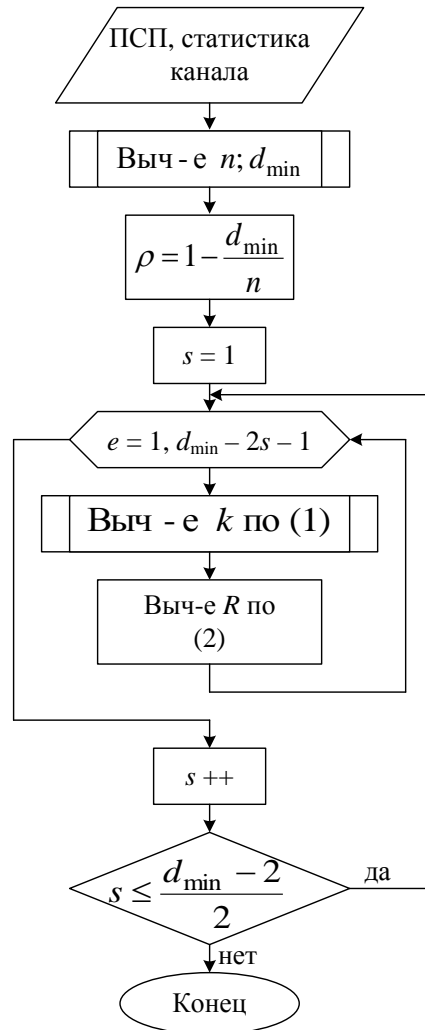


Рис. 1. Алгоритм оценки помехоустойчивости K -ичных ПСП-кодов в K -каналах общего типа по кратностям исправляемых ошибок

На базе моделирующего программного комплекса проведён сравнительный анализ помехоустойчивости K -ичных ПСП-кодов с использованием классических формул границ избыточности и модифицированных, полученных на их основе. В качестве примера на рис. 2–4 приведены графики зависимостей $d = d(\rho)$, $R = R(\rho)$ и $R = R(d)$ для троичных кодов при фиксированном числе информационных разрядов.

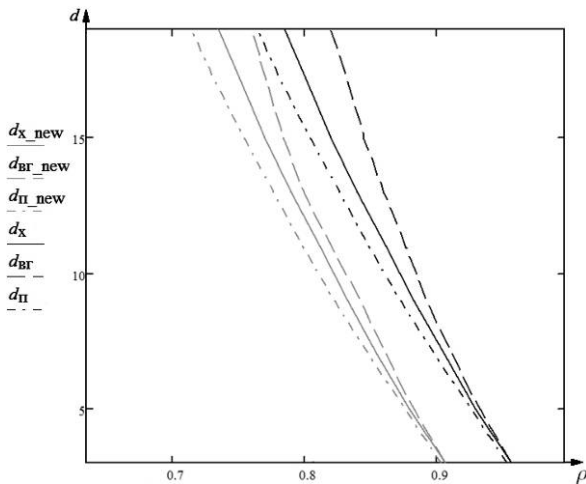


Рис. 2. Графики зависимостей $d = f(\rho)$

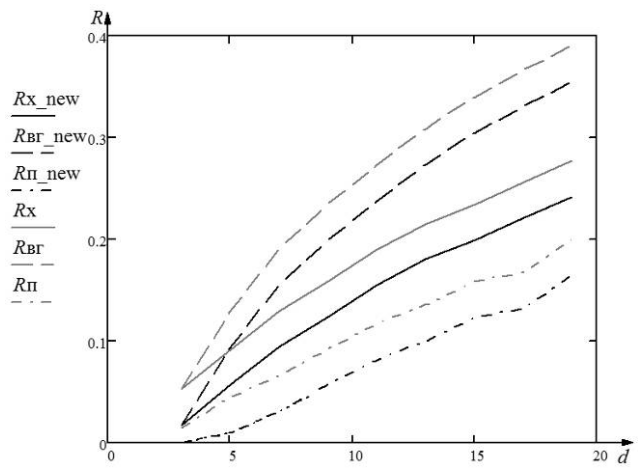


Рис. 3. Графики зависимостей $R = R(d)$

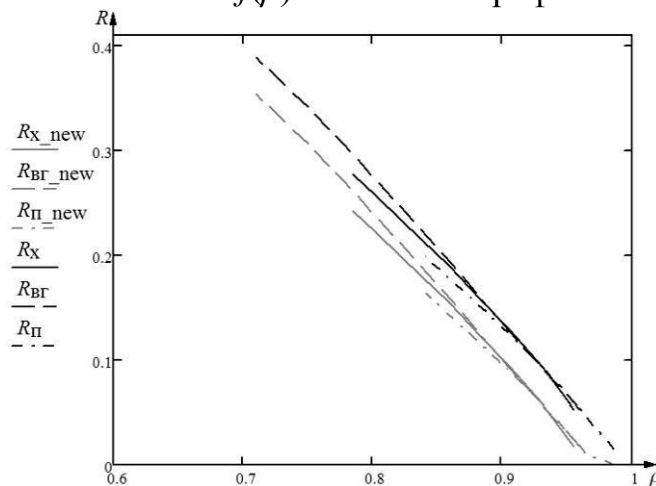


Рис. 4. Графики зависимостей $R = R(\rho)$

Как видно из графиков, использование модифицированных формул границ избыточности при фиксированной длине кода позволяет получать недвоичные коды большей избыточности, то есть с практической точки зрения ведёт к увеличению помехоустойчивости.

Таким образом, разработаны алгоритмы оценки помехоустойчивости недвоичных ПСП-кодов, учитывающие их метрические особенности, позволяющие синтезировать K -ичные ПСП-коды повышенной помехоустойчивости.

Литература

1. Berlekamp, E.R. Algebraic coding theory / E.R. Berlekamp. – New York, St. Louis, San Francisco, Toronto, London, Sydney: McGraw-Hill Book Company, 1968. – 478 p.
2. Потапов, В.Н. Теория информации. Кодирование дискретных вероятностных источников: учеб. пособие / В.Н. Потапов. – Новосибирск: НГУ, 1999. – 71 с.
3. Ульянина Ю.А. Оценка основных характеристик недвоичных ПСП-кодов / А.А. Львов, М.С. Светлов, Ю.А. Ульянина // АТМ-2013: сб. трудов III Междунар. науч. конф.: в 2 т. / под ред. А.А. Львова и М.С. Светлова. – Саратов: Издательский Дом «Райт-Экспо», 2013. Т. 2. С. 44-53.