



### Литература

1. Кульга К. С. Модели и методы создания интегрированной информационной системы для автоматизации технической подготовки и управления авиационным и машиностроительным производством [Текст] / Кульга К. С., Кривошеев И. А. – М. : Машиностроение, 2011. – 377 с.
2. Рамбо Дж. UML 2.0. Объектно-ориентированное моделирование и разработка [Текст] / Рамбо Дж. – 2-е изд. – СПб. : Питер, 2007. – 544 с.
3. Станочные приспособления [Текст]: Справочник. В 2-х т./ ред. Вардашкин Б. Н. – М. : Машиностроение. – 1984. – 430 с.
4. Компания АСКОН. Комплексные решения для машиностроения – [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.ascon.ru> (Дата обращения 12.01.2015).
5. Кульга К.С., Половинкин А.В. Автоматизация проектирования станочных приспособлений для изготовления деталей авиационных двигателей [Текст] // Сборник научных трудов V-й международной научно-практической конференции «Теоретические и прикладные аспекты современной науки»/ Белгород: АПНИ. – 30.11.2014. – Часть III., – с.87-91.
6. C3D Labs. The Core 3D. Комплексные решения для машиностроения – [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://c3dlabs.com/ru/> (Дата обращения 31.01.2015).

В.В. Любимов, В.С. Лашин

### ПРИМЕНЕНИЕ ОДНОШАГОВЫХ МЕТОДОВ РУНГЕ-КУТТЫ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ УПРАВЛЯЕМОГО ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ МИКРОСПУТНИКА

(Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет))

Рассматривается задача о математическом моделировании процесса успокоения микроспутника с электромагнитными исполнительными органами на борту. При численном интегрировании системы уравнений движения микроспутника применяется семиэтапный метод Рунге-Кутты. Производится сравнение результатов численного интегрирования при использовании семиэтапного и четырехэтапного явных методов Рунге-Кутты.

**Постановка задачи.** В современной космонавтике при управлении вращательным движением микроспутника наиболее часто используются магнитные системы управления [1],[2]. Такие системы в основном используются на микроспутниках, поскольку для них характерны небольшими управляющими моментами. Электромагнитные катушки применяются в современных системах управления ориентацией спутников также для уменьшения кинетических моментов двигателей-маховиков [3]. При движении по орбите на спутник оказывают влияние различные возмущающие силовые факторы [4]-[5]. Кроме того, в



процессе отделения от базового космического аппарата микроспутник приобретает остаточные угловые скорости, которые требуется минимизировать для обеспечения требуемой его ориентации. Этап управления, при котором происходит минимизация угловых скоростей, называется предварительным успокоением микроспутника. Предварительное успокоение вращательного движения может производиться за счет взаимодействия магнитного поля электромагнитов с геомагнитным полем. Пусть на борту микроспутника находятся три магнитометра, расположенные вдоль главных осей инерции. В качестве управляющих органов используются три электромагнита, расположенных вдоль главных осей инерции микроспутника. Математическая модель системы управления успокоением микроспутника включает динамические и кинематические уравнения Эйлера. Динамические уравнения вращательного движения спутника имеют вид:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{K} = \vec{M}_c + \vec{M}_p, \quad (1)$$

где  $\vec{K} = (K_x, K_y, K_z)$  – вектор кинетического момента микроспутника;

$\vec{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  – вектор угловой скорости микроспутника;

$\vec{M}_c = (M_{cx}, M_{cy}, M_{cz})$  – вектор управляющего момента;

$\vec{M}_p = (M_{px}, M_{py}, M_{pz})$  – вектор возмущающих моментов.

Механический управляющий момент, действующий на микроспутник спутник  $\vec{M}_c$ , в проекциях на оси  $X, Y, Z$  главной связанной системы координат  $OXYZ$  имеет вид:

$$M_{cx} = L_y B_z - L_z B_y, \quad M_{cy} = L_z B_x - L_x B_z, \quad M_{cz} = L_x B_y - L_y B_x, \quad (2)$$

где  $\vec{L} = (L_x, L_y, L_z)$  – вектор магнитного момента микроспутника.

Предположим, что закон управления вектором магнитного момента электромагнитных катушек при предварительном успокоении имеет вид [5]:

$$\vec{L} = -k_c \frac{\vec{K} \times \vec{B}}{B^2}. \quad (3)$$

Здесь  $k_c$  – коэффициент управления,  $B$  – модуль вектора магнитной индукции геомагнитного поля. При определении углов ориентации применялись кинематические уравнения Эйлера, записываемые имеет вид:

$$d\theta / dt = \omega_z \cos \varphi + \omega_y \sin \varphi + \tilde{\omega}_{YM} \sin \psi - \tilde{\omega}_{ZM} \cos \psi;$$

$$d\psi / dt = (\omega_z \sin \varphi - \omega_y \cos \varphi) / \sin \theta - \tilde{\omega}_{XM} + \tilde{\omega}_{YM} \operatorname{ctg} \theta \cos \psi + \tilde{\omega}_{ZM} \operatorname{ctg} \theta \sin \psi; \quad (4)$$

$$d\varphi / dt = \omega_x - d\psi / dt \cos \theta - \tilde{\omega}_{ZM} \sin \theta \sin \psi.$$

Здесь  $\tilde{\omega}_{XM}, \tilde{\omega}_{YM}, \tilde{\omega}_{ZM}$  – угловые скорости вращения магнитной системы координат относительно неподвижной геоцентрической системы координат.

Численное решение системы из уравнений (1), (4) рассматривается совместно с решением уравнений, характеризующих движение микроспутника по



орбите. Решение осуществляется посредством использования двух явных методов: четырехэтапного и семиэтапного методов Рунге-Кутты. В семиэтапном методе используется формула Дормана-Принса [6]. Четырехэтапный метод является классическим, и в дальнейшем будем использовать сокращенное название РК4.

**Явный одношаговый семиэтапный метод Рунге-Кутты (РК7).** Семейство явных одношаговых методов Рунге-Кутты задается формулами

$$y_{n+1} = y_n + \sum_{i=1}^s b_i k_i,$$

где  $h$  – величина шага интегрирования. Здесь вычисление нового значения проходит в  $s$  этапов:

$$k_1 = hf(x_n, y_n),$$

...

$$k_s = hf(x_n + c_s h, y_n + a_{s1}k_1 + a_{s2}k_2 + \dots + a_{s,s-1}k_{s-1}).$$

Конкретный метод определяется числом  $s$  и коэффициентами  $b_i$ ,  $a_{ij}$  и  $c_i$ . Эти коэффициенты упорядочивают в таблицу [6], называемую таблицей Бутчера. Используя коэффициенты из указанной таблицы, составим формулы для семиэтапного метода Рунге-Кутты:

$$k_1 = f(x_n, y_n);$$

$$k_4 = f(x_n + \frac{4}{5}h, y_n + h(\frac{44}{45}k_1 - \frac{56}{15}k_2 + \frac{32}{9}k_3));$$

$$k_7 = f(x_n + h, y_n + h(\frac{35}{384}k_1 + \frac{500}{1113}k_3 + \frac{125}{192}k_4 - \frac{2187}{6784}k_5 + \frac{11}{84}k_6));$$

$$y_{n+1} = y_n + h(\frac{35}{384}k_1 + \frac{500}{1113}k_3 + \frac{125}{192}k_4 - \frac{2187}{6784}k_5 + \frac{11}{84}k_6).$$

(5)

### Результаты численного моделирования.

Приведем пример расчета методами РК4 и РК7, но шаг интегрирования зададим равным  $h = 0,4$ . Результаты численного интегрирования приведены на рисунке 1. Как следует из рисунка 1 результаты расчётов с использованием двух методов РК4 и РК7 совпадают, что говорит о малой погрешности численного интегрирования.

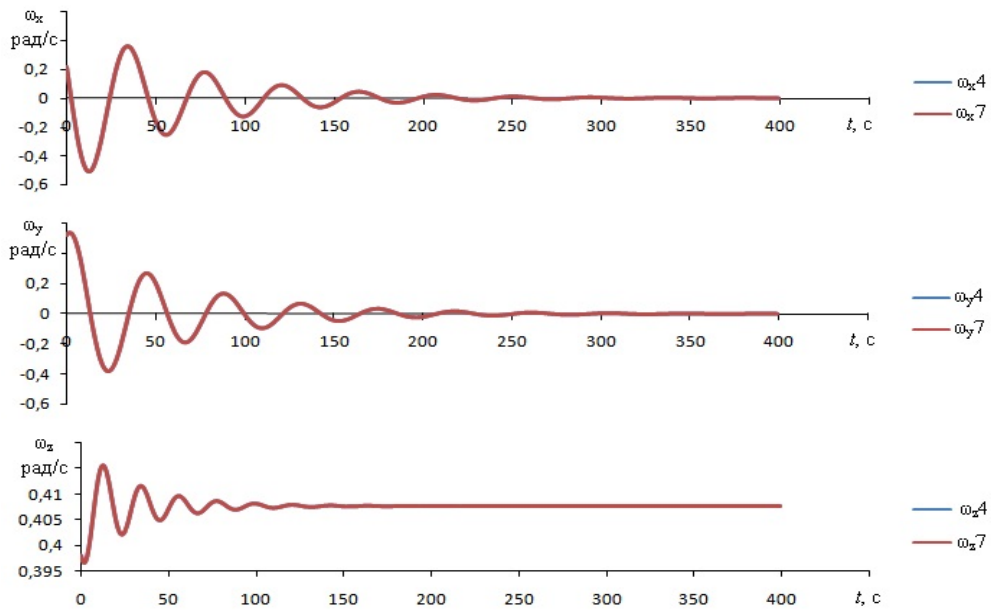


Рис. 1. Графики  $\omega_x(t)$ ,  $\omega_y(t)$ ,  $\omega_z(t)$

Рассмотрим, как зависит погрешность результатов, которые находятся с помощью методов РК4 и РК7, от величины шага интегрирования. Для этого составим таблицу 1, где  $\varepsilon_{\omega_x}, \varepsilon_{\omega_y}, \varepsilon_{\omega_z}$  – расхождение результатов, получаемых методами РК4 и РК7 в процентах. В таблице 1 содержатся величины расхождения результатов расчетов, определяемых посредством вычисления расхождений угловых скоростей при использовании четырехэтапного и семиэтапного методов Рунге-Кутты.

Таблица 1. Расхождение результатов при использовании РК4 и РК7

	$\varepsilon_{\omega_x}, \%$	$\varepsilon_{\omega_y}, \%$	$\varepsilon_{\omega_z}, \%$
0,2	3,08E-03	1,44E-01	3,78E-05
0,4	6,92E-01	3,86E-01	4,45E-04
0,6	1,65E+01	1,04E+00	1,72E-03

Из таблицы 1 следует, что чем больше шаг интегрирования, тем больше величина расхождения решений между РК4 и РК7. При шаге большем 0,6 погрешность превышает 5%.

**Выводы.** Явные одношаговые методы Рунге-Кутты позволяют эффективно решать задачи по моделированию процесса успокоения вращательного движения микроспутника. Результаты численного моделирования показывают, что при шаге  $h < 0,4$  интегрирования системы дифференциальных уравнений расхождение результатов при использовании семиэтапного метода Рунге-Кутты и классического метода РК4 не превышает и 1%. Однако, при модели-



ровании движения микроспутника на значительных интервалах времени следует использовать методы более точные, чем РК4.

### Литература

1. Белецкий В.В., Хентов А.А. Вращательное движение намагниченного спутника. М.: Наука, 1985. 288 с.
2. Коваленко А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1975. - 248 с.
3. Lyubimov V.V., Malyshev V.I., Semkin N.D. Attitude control of small spacecraft with allowance made for failures in the system for decreasing angular momentums of flywheels// Gyroscopy and Navigation, 2013. Volume 4, Issue 4, Pages 216-222.
4. Любимов В.В. Об особенностях в возмущенном вращательном движении спутника с сильным магнитом на борту // Изв. вузов. Авиационная техника. 2009. №2. С.29-31.
5. Семкин Н.Д., Любимов В.В., Малышев В.И. Моделирование законов функционирования магнитных исполнительных органов при ориентации микроспутника по местной вертикали// Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2012. Том.15, № 1. С.103-108.
6. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990. – 512 с.

А.А. Львов, М.С. Светлов, Ю.А. Ульянина

### РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ ОЦЕНКИ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ НЕДВОИЧНЫХ ПСП-КОДОВ

(Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,  
Институт проблем точной механики и управления РАН)

В ответственных цифровых информационных системах широкое распространение получило применение метода ортогонального частотного разделения квадратурно-амплитудно модулированных сигнальных признаков и каскадного кодирования со скремблированием. Особенностью информационных каналов (ИК) в таких системах является использование кодовых псевдослучайных последовательностей (ПСП). Основные свойства систем с ПСП зависят от их статистических характеристик, одной из важнейших среди которых является автокорреляционная функция (АКФ), количественно характеризующаяся значениями  $\rho$  нормированного коэффициента корреляции.

Прямое вычисление нормированного коэффициента  $R$  избыточности, минимального кодового расстояния  $d_{\min}$ , кратностей  $r$  обнаружения и/или  $s$  исправления ошибок трансформации и/или  $e$  стирания для ПСП-кодов, особенно в режиме реального времени, – достаточно сложная задача. Вместе с тем, алгоритмически относительно не сложно определить статистические характери-