4. Мелентьев, В.С. Оценка погрешности реализации метода измерения параметров по мгновенным значениям ортогональных составляющих гармонических сигналов [Текст] / В.С. Мелентьев, В.В. Муратова, А.С. Пескова / Современные материалы, техника и технология: Матер. 4-й Междунар. науч.-практ. конф. – Курск: Юго-Зап. гос. ун-т., 2014. – С. 274-276.

5. Мелентьев, В.С. Методы измерения интегральных характеристик на основе формирования дополнительных сигналов [Текст] / В.С. Мелентьев, Ю.М. Иванов, А.Е. Синицын // Вестник Самар. гос. техн. ун-та. Сер. «Технические науки». – 2013. - № 2 (38). - С. 56-63.

6. Melentiev, V.S. An improvement in the methods used for the measurement of the integrated characteristics of harmonic signals [Текст] / V.S. Melentiev, V.I. Batishchev, A.N. Kamyshnikova // Measurement Techniques. - 2011. - V. 54, No.4. – P. 407-411.

* *Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 13-08-00173)*

В.В. Митюков

АВТОМАТИЗАЦИЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ЗАДАЧАХ АППРОКСИМАЦИИ

(Ульяновское высшее авиационное училище (институт))

Гладкое приближение дискретных точек $\{x_i,\ y_i\}$, где (i = 0, 1, .. m), представляющих собой координаты независимой (x) и зависимой (y) переменных, основывается на традиционной линейной зависимости – $y(x)$, составленной из аналитически вычисляемых фрагментов – базисных функций $\varphi_j\,(x)$ с некоторыми коэффициентами C_j, где (j = 0, 1, .. n):

$$y(x)=C_0\cdot\varphi_0(x)+C_1\cdot\varphi_1(x)+\ldots+C_n\cdot\varphi_n(x) \qquad (1)$$

Результаты операций дифференцирования и интегрирования линейной комбинации (1), остаются также линейными комбинациями:

$$y'(x)=C_0\cdot\varphi_0'(x)+C_1\cdot\varphi_1'(x)+\ldots+C_n\cdot\varphi_n'(x) \qquad (2)$$

$$Y(x_{-1},x)=C_0\cdot\int_{x_{-1}}^{x}\varphi_0(x)\cdot dx+C_1\cdot\int_{x_{-1}}^{x}\varphi_1(x)\cdot dx+\ldots+C_n\cdot\int_{x_{-1}}^{x}\varphi_n(x)\cdot dx \qquad (3)$$

здесь $[x_{-1},\ x]$ – интервал интегрирования

Точное выполнение линейных равенств (1) в точках x_i, (i = 0, 1, ... m), является условием *интерполяции*. Если в некоторых из этих точек имеются измеренные значения наклонов касательных y_i' и/или подсчитанные значения интегральных площадей Y_i на некоторых интервалах $[x_k,\ x_i]$, то допускается также пополнение линейной системы уравнений $y(x_i) = y_i$, дополнительными строками $y'(x_i)=y_i'$ и $Y(x_k,x_i)=Y_i$ (здесь теперь уже ($i = i_1, \ldots i_2$), ($i = i_3, \ldots i_4$)) :

$$\begin{pmatrix} \varphi_0(x_0) & \varphi_1(x_0) & \cdots & \varphi_n(x_0) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \varphi_0(x_m) & \varphi_1(x_m) & \cdots & \varphi_n(x_m) \\ \varphi_0'(x_{i1}) & \varphi_1'(x_{i1}) & \cdots & \varphi_n'(x_{i1}) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \varphi_0'(x_{i2}) & \varphi_1'(x_{i2}) & \cdots & \varphi_n'(x_{i2}) \\ \int_{x_{k1}}^{x_{i3}} \varphi_0(x)\cdot dx & \int_{x_{k1}}^{x_{i3}} \varphi_1(x)\cdot dx & \cdots & \int_{x_{k1}}^{x_{i3}} \varphi_n(x)\cdot dx \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \int_{x_{k2}}^{x_{i4}} \varphi_0(x)\cdot dx & \int_{x_{k2}}^{x_{i4}} \varphi_1(x)\cdot dx & \cdots & \int_{x_{k2}}^{x_{i4}} \varphi_n(x)\cdot dx \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_0 \\ C_1 \\ \cdots \\ \cdots \\ \cdots \\ C_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_0 \\ \cdots \\ y_m \\ y_{i1}' \\ \cdots \\ y_{i2}' \\ Y_{i3} \\ \cdots \\ Y_{i4} \end{pmatrix}$$

Или в векторно–матричных обозначениях :

$$\mathbf{P\,c} = \mathbf{v} \qquad (4)$$

Здесь элементами p_{ij} матрицы **P** являются значения базисных функций $\varphi_j(x_i)$, или, их производных $\varphi_j'(x_i)$, или интегралов от них $\int_{x_k}^{x_i} \varphi_n(x)\cdot dx$ (в добавленных строках). Через v_i обозначены значения y_i, или же y_i' / Y_i. Количество строк (d) в данном случае не меньше числа точек и составляет:

$$d = m + i_2 - i_1 + i_4 - i_3 + 3$$

Минимизация квадрата длины вектора $\Delta\mathbf{v}$ невязки левых и правых частей системы уравнений (4), приводит к сглаживающему приближению заданной системы точек. Если использовать аналитический подход, то необходимым условием минимума квадрата длины вектора $\Delta\mathbf{v}$ является равенство нулю всех частных производных по векторному аргументу (в данном случае вектору **c**) :

$$\frac{\partial\|\Delta\mathbf{v}\|^2}{\partial\mathbf{c}} = \mathbf{0}, \qquad \text{где} \quad \|\Delta\mathbf{v}\|^2 = \Delta\mathbf{v}^{\mathrm{T}}\cdot\Delta\mathbf{v} = (\mathbf{Pc}-\mathbf{v})^{\mathrm{T}}\cdot(\mathbf{Pc}-\mathbf{v})$$

Проделав соответствующие векторно–матричные выкладки, можно прийти к следующему соотношению [1]:

$$\mathbf{P}^{\mathrm{T}}\mathbf{P\,c} = \mathbf{P}^{\mathrm{T}}\mathbf{v} \qquad (5)$$

Из последнего условия, как известно [1], также получается система линейных уравнений.

Полученным из указанных условий системам линейных уравнений должен удовлетворять вычисляемый результат. В данном случае понятие результата включает в себя как значение зависимой переменной, при некотором промежуточном значении независимой – ($y(x)$), так и значение результата операции ее дифференцирования ($y'(x)$), или интегрирования (Y) на произвольном интервале $[x_k, x]$ [4]. Можно также распространить это понятие на вычисление значений повторного дифференцирования и интегрирования.

Эффективность применения современных компьютерных мощностей в задачах моделирования и в вычислительных экспериментах, зависит в частности от выбора и программной реализации разных вычислительных методов. Отсюда вытекает потребность в разработке по возможности наиболее универсального алгоритма. В данном случае, унификация и единообразие компьютерных вычислений основаны на известном из линейной алгебры условии существования ненулевого решения однородной линейной системы с квадратной матрицей $\mathbf{H}$, то есть на условии $\det(\mathbf{H}) = 0$.

Сначала полученная система линейных уравнений (4) или (5) приводится к однородному виду. Затем к полученной квадратной матрице **H** применяется алгоритм ее LU–разложения [2] без перестановок нижней строки. Показано [3], что накопленная в предварительно обнуленном правом нижнем элементе матрицы **U** (верхней треугольной), линейная комбинация исходных дискретных значений y_i, y_i' Y_i определяет искомое значение результата. Все разнообразие получаемых результатов определяется возможностями аналитического вычисления базисных функций $\varphi_j(x)$ и операций их дифференцирования или интегрирования. Если исходные дискретные данные не меняются, то повторного LU–разложения матрицы **H** для вычисления результата в других промежуточных точках не требуется.

Эскизное опробование изложенного алгоритма проводилось в офисной программе “MS Excel”. Вводился набор дискретных данных, выбиралась система базисных функций, принимался метод приближения, задавались нужные значения констант, назначалась категория получаемых результатов. Определение элементов расширенной матрицы **H**, ее обработка и вычисление результатов производились программно, с выводом в таблицы и отображением на графиках.

Представленный программный продукт может применяться для автоматизации исследований, связанных с обработкой дискретных данных без ограничений на расположение узлов, на выбор базисных функций и на способ приближения (интерполяция или метод наименьших квадратов). Областью применения данного алгоритма также могут служить задачи разработки или усовершенствования методов построения приближенных решений уравнений (функциональных, дифференциальных, интегральных). Можно продолжить далее распространять данный подход на двумерные и многомерные дискретно заданные зависимости, что имеет важное значение в задачах оптимизации (градиентный спуск по дискретному множеству).

Литература

1. Каханер Д., Моулер К., Нэш С. Численные методы и математическое обеспечение. Пер. с англ. – М.: Мир, 1998. – 575 с.

2. Райс Дж. Матричные вычисления и математическое обеспечение. Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. –264 с.

3. Митюков В.В. Обобщенный алгоритм и дискретная унифицированная структура для вычислительных задач. «Современные информационные технологии и IT-образование». Сборник докладов научно-практической конференции: учебно-методическое пособие. Под ред. проф. В.А. Сухомлина. – М.: ИНТУИТ.РУ, 2009. – с. 675–681

4. Митюков В.В. Универсальное программное решение для задач дифференцирования и интегрирования одномерных дискретных множеств. Матеріали XI міжнародної науково-технічної конференції «АВІА–2013». –Т.1. –К.: НАУ, 2013. – с. 6.33–6.36

Н.В. Мясникова, М.П. Берестень

РАЗЛОЖЕНИЕ НА ЭМПИРИЧЕСКИЕ МОДЫ НА ОСНОВЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ И ИНТЕГРИРОВАНИЯ

(Пензенский государственный университет)

Метод декомпозиции на эмпирические моды (EMD) является одним из самых современных в области цифровой обработки сигналов. Этот подход обладает высокой степенью адаптации к исследуемым сигналам, что позволяет проводить точное оценивание реальных свойств процессов, в том числе и нестационарных. Ключевым моментом является использование “декомпозиции на эмпирические моды”, с помощью которой любой сложный сигнал может быть разложен на конечное и часто довольно малое число “эмпирических мод”, каждая из которых содержит определенную информацию об исследуемом процессе.

Авторами развивается метод разложения на знакопеременные составляющие на основе экстремальной фильтрации, имеющий сходство с разложением на эмпирические моды. Преимуществом метода является низкая трудоемкость, что позволяет использовать его в системах реального времени или в вычислителях малой мощности [1-3].

Основное применение обоих методов: экспресс-идентификация – определение количества составляющих, их типа (колебательные, инерционные), и параметров этих составляющих; экспресс-оценка спектральных и время-частотных характеристик; адаптивная фильтрация (НЧ, ВЧ и т.д.); использование параметров мод как диагностических признаков.

В способе EMD преобразование осуществляется за несколько шагов: а) выделяют все экстремумы $x_{\min}, x_{\max}$ сигнала x; б) строят огибающие $e_{\min}, e_{\max}$; в)