



добавляется точка  $\mathbf{w} = \frac{\mathbf{v}' + \mathbf{t}'}{|\mathbf{v}' + \mathbf{t}'|} 2|\mathbf{c}' + \mathbf{v}'|$ , если  $\langle \mathbf{t}' + \mathbf{v}', \mathbf{c}' + \mathbf{v}' \rangle \geq 0$ , и  $\mathbf{w} = \frac{\mathbf{t}' + \mathbf{v}'}{|\mathbf{t}' + \mathbf{v}'|} 2|\mathbf{c}' + \mathbf{v}'|$ , если  $\langle \mathbf{t}' + \mathbf{v}', \mathbf{c}' + \mathbf{v}' \rangle < 0$ ; из периметра МВО вычитается не  $|\mathbf{d}|$ , а длина векторов  $|\mathbf{w} + \mathbf{a}|$  и  $|\mathbf{w} + \mathbf{b}|$ .

Рассматриваемый метод может быть использован при разработке измерительной системы виртуальных манекенов в системах научных исследований, компьютерных системах геометрического моделирования и проектирования как инструмент параметрического сжатия геометрической информации и оценки точности моделирования по индивидуальным параметрам человека.

### Литература

1. Wu L., Zhang X. A Parameterized Mannequin for Apparel Design, Journal of Fiber Bioengineering and Informatics, Journal of Fiber Bioengineering and Informatics (JFBI), 2008, Vol. 1, № 2, pp. 117–124.
2. Грудинин С.Н., Фроловский В.Д. Параметрическое моделирование и оценка близости виртуальных манекенов. Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации, 2014, № 1 (22), С. 62–72.

А.И. Заико, О.Н. Нагаев

## ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ ЭРГОДИЧЕСКОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

(Уфимский государственный авиационный технический университет)

Большинство реальных сигналов представляют собой случайные процессы. Поэтому задача оптимизации измерительных процедур таких сигналов на сегодняшний день является весьма актуальной [1].

Для эргодических случайных процессов известны алгоритмы измерения математического ожидания, дисперсии и корреляционной функции. При измерении оценки плотности вероятности эргодического случайного процесса, обычно, используют метод относительного времени пребывания реализации сигнала выше заданного уровня и его цифровой аналог – метод дискретных выборок, результаты которого графически представляют в виде гистограммы [1, 4]. При этом по умолчанию считают, что за шаг дискретизации сигнала не выходит за пределы одного кванта и переход сигнала из одного кванта в другой осуществляется в момент дискретизации. Получаемые результаты не сопровождаются оценкой погрешностей, что не позволяет говорить об их достоверности.

В работе анализируются алгоритмы цифрового измерения одномерной плотности вероятности эргодического случайного процесса. Характеристики погрешностей измерений плотностей вероятностей получены с применением



комплексного подхода к определению погрешностей [4, 5]. Он позволяет избежать некорректного суммирования погрешностей дискретизации и квантования, а также погрешностей восстановления реализации процесса между отсчетами, учесть их взаимное влияние друг на друга.

При цифровых измерениях реализация  $x(t)$  случайного процесса, равномерно дискретизируются во времени с шагом  $T_0$  и квантуется по уровню с шириной кванта  $2\Delta_k$ . Получаются дискретные отсчеты  $x_{il}$ , где  $i$  – номер отсчета, датированного моментом времени  $t_i$ , а  $l$  – номер кванта, соответствующий уровню квантования  $x_l$ . Номера отсчетов принимают значения  $i = -n, \dots, -1, 0, 1, \dots, n$ , где  $2n + 1$  – количество отсчетов, а  $2nT_0$  – длительность реализации. Количество уровней квантования обозначим через  $L$ , а номера уровней квантования  $l = 1, 2, \dots, L$  [2].

Оценка  $\langle w_1[X] \rangle$  одномерной плотности вероятности имеет вид [2, 4]:

$$\langle w_1[X] \rangle = \frac{1}{2nT_0} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} w_1[X|t; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] dt = \frac{1}{2nT_0} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_0^{T_0} w_1[X|\lambda; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] d\lambda, \quad (1)$$

где  $w_1[X|\lambda; x_{-nk}, \dots, x_{nr}]$  – апостериорная условная плотность вероятности в момент времени  $0 \leq \lambda \leq T_0$  после получения отсчетов  $x_{-nk}, \dots, x_{nr}$ ;  $k, r = 1, 2, \dots, L$  – номера уровней квантования.

Для восстановления реализации случайного процесса между отсчетами используется экстраполяция и интерполяция. При *экстраполяции* в будущее реализация  $x(t)$  восстанавливается на  $i$ -ом интервале дискретизации по предыдущим отсчетам  $x_{-nk}, \dots, x_{il}$ , а при *интерполяции* – по всем отсчетам  $x_{-nk}, \dots, x_{nr}$ . Для случайного процесса с Марковским свойством апостериорная условная плотность вероятности  $w_1[X|\lambda; x_{-nk}, \dots, x_{nr}]$  зависит только от одного предыдущего отсчета и приобретает вид  $w_1[X|\lambda; x_{il}]$ . Количество интервалов дискретизации при этом увеличивается на единицу при  $t_n \leq t < t_n + T_0$  и равно  $2n+1$ . Обозначим в выражении (1) частоту появления отсчетов  $x_{il}$ , равных уровню квантования  $x_l$  и определяющих плотность распределения вероятности  $w_1[X|\lambda; x_{il}] = w_1[X|\lambda; x_l]$ , через  $\langle P(x_l) \rangle = n_l / (2n + 1)$ , где  $n_l$  – количество отсчетов соответствующих уровню квантования  $x_l$ . Тогда оно при  $l = 1, 2, \dots, L$  равно:

$$\langle w_1[X] \rangle = \frac{1}{T_0} \langle P(x_l) \rangle \int_0^{T_0} w_1[X|\lambda; x_l] d\lambda. \quad (2)$$

При *интерполяции* реализации  $x(t)$  процесса с Марковским свойством восстановление происходит по двум смежным отсчетам  $x_{il}$  и  $x_{(i+1)k}$  и в выражении

(1)                      условная                      плотность                      вероятности



$w_1[X|\lambda; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] = w_1[X|\lambda; x_{il}, x_{(i+1)k}]$ , где  $0 \leq \lambda \leq T_0$ ;  $l, k = 1, 2, \dots, L$ .

Обозначим частоту появления отсчетов, следующих друг за другом и соответствующих уровням квантования  $x_l$  и  $x_k$ , определяющих плотность вероятности  $w_1[X|\lambda; x_{il}, x_{(i+1)k}] = w_1[X|\lambda; x_l, x_k]$ , через  $\langle P(x_l, x_k) \rangle = n_{lk}/2n$ , где  $n_{lk}$  - количество событий, заключающихся в появлении отсчетов, следующих друг за другом с уровнями квантования  $x_l$  и  $x_k$ . Тогда выражение (1) при  $l, k = 1, 2, \dots, L$  примет вид:

$$\langle w_1[X] \rangle = \frac{1}{T_0} \langle P(x_l, x_k) \rangle \int_0^{T_0} w_1[X|\lambda; x_l, x_k] d\lambda. \quad (3)$$

Из выражений (1) – (3) следует, что оценка  $\langle w_1[X] \rangle$  существенно зависит от условной плотности вероятности  $w_1[X|\lambda; x_{-nk}, \dots, x_{nr}]$ , которая в свою очередь зависит от свойств и характеристик случайного процесса. Поэтому дальнейшие исследования проведем для модели случайного процесса Заико А.И. с равномерным законом плотности распределения вероятности  $w_1[X]$  [3]. Такая модель процесса проста, требует минимума априорной информации и позволяет получить пригодные для инженерной практики результаты. Она описывается всего тремя параметрами: нижней  $X_n$  и верхней  $X_b$  границами изменения случайного процесса, а также его нормированной корреляционной функцией  $\rho(\tau)$ , которую положим равной:

$$\rho(\tau) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \tau < \tau_0; \\ 0, & |\tau| \geq \tau_0, \end{cases}$$

где  $\tau = t_2 - t_1$  – временной сдвиг;  $\tau_0$  – интервал корреляции. Для него распределение плотности вероятности  $w_1[X] = (X_b - X_n)^{-1} = (2\Delta_k L)^{-1}$ .

Погрешность квантования по уровню случайна, стационарна и независима для соседних отсчетов и от процесса. Опишем её для  $l = 1, 2, \dots, L$  равномерной плотностью вероятности при условии получения отсчета  $x_l$

$$w[X|x_l] = \begin{cases} 1/2\Delta_k, & x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

При экстраполяции в будущее реализация  $x(t)$  случайного процесса с Марковским свойством восстанавливается по предыдущему отсчету  $x_l$  и условная плотность вероятности  $w_1[X|\lambda; x_{il}] = w_1[X|\lambda; x_l]$ , где  $0 \leq \lambda < T_0$ , равна

$$w_1[X|\lambda; x_l] = \begin{cases} w_1[X|\lambda; x_l] = 1/2\Delta_k, & x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k, & 0 \leq \lambda < \tau_0; \\ w_1[X] = 1/2\Delta_k L, & X_n \leq X \leq X_b, & \lambda \geq \tau_0; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$



В зависимости от соотношения шага дискретизации  $T_0$  и интервала корреляции  $\tau_0$  возможны два варианта экстраполяции реализации случайного процесса и получения оценки  $\langle w_1[X] \rangle$  одномерной плотности вероятности:  $T_0 < \tau_0$  и  $T_0 \geq \tau_0$ . Поэтому оценка  $\langle w_1[X] \rangle$  одномерной плотности вероятности для  $l=1, 2, \dots, L$  примет вид:

$$\langle w_1[X] \rangle = \frac{1}{2\Delta_k} \left\{ \begin{array}{l} \langle P(x_l) \rangle, \quad x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k, \quad T_0 < \tau_0; \\ \langle P(x_l) \rangle \frac{\tau_0}{T_0}, \quad x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k \\ \frac{1}{L} \frac{T_0 - \tau_0}{T_0}, \quad X_H \leq X \leq X_B; \\ 0, \text{ в остальных случаях.} \end{array} \right\}, \quad T_0 \geq \tau_0;$$

Математическое ожидание  $m_{\delta w}[X]$  и корреляционная функция  $R_{\delta w}(X_1, X_2)$  её погрешности при  $l=1, 2, \dots, L$  [3]

$$m_{\delta w}[X] = \langle w_1[X] \rangle - w_1[X] = \frac{1}{2\Delta_k} \left\{ \begin{array}{l} \langle P(x_l) \rangle - 1/L, \quad x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k, \quad T_0 < \tau_0; \\ \left( \langle P(x_l) \rangle - \frac{1}{L} \right) \frac{\tau_0}{T_0}, \quad x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k \\ 0, \quad X_H \leq X \leq X_B \\ 0, \text{ в остальных случаях.} \end{array} \right\}, \quad T_0 \geq \tau_0;$$

$$R_{\delta w}(X_1, X_2) = \frac{1}{(2n+1)^2 T_0^2} \sum_{i=-n_0}^n \int \int \{w_2[X_1, X_2 | \lambda_1, \lambda_2; x_{il}] - w_1[X_1 | \lambda_1; x_{il}] w_1[X_2 | \lambda_2; x_{il}]\} d\lambda_1 d\lambda_2 =$$

$$= \frac{1}{(2n+1)(2\Delta_k)^2} \left\{ \begin{array}{l} \langle P(x_l) \rangle [\delta(X_2 - X_1) - 1], \quad x_l - \Delta_k \leq X_1, X_2 \leq x_l + \Delta_k, \quad T_0 < \tau_0; \\ \langle P(x_l) \rangle [\delta(X_2 - X_1) - 1] \left( \frac{\tau_0}{T_0} \right)^2, \quad x_l - \Delta_k \leq X_1, X_2 \leq x_l + \Delta_k \\ \frac{1}{L^2} [\delta(X_2 - X_1) - 1] \left( \frac{T_0 - \tau_0}{T_0} \right)^2, \quad X_H \leq X_1, X_2 \leq X_B \\ 0, \text{ в остальных случаях.} \end{array} \right\}, \quad T_0 \geq \tau_0;$$

При интерполяции реализация  $x(t)$  случайного процесса с Марковским свойством восстановления осуществляется по двум соседним отсчетам  $x_{il}$  и  $x_{(i+1)k}$ . При равномерном распределении случайного процесса и погрешности квантования условные плотности вероятности при восстановлении по двум отсчетам также равномерны. Так, условная плотность вероятности  $w_1[X | \lambda; x_{il}, x_{(i+1)k}] = w_1[X | \lambda; x_l, x_k]$ , где  $0 \leq \lambda \leq T_0$ , равна [2, 6]:

$$w_1[X | \lambda; x_l, x_k] = 1 / 2\Delta_k \left[ L \left( 1 - \frac{\rho(\lambda) + \rho(T_0 - \lambda)}{1 + \rho(T_0)} \right) + \frac{\rho(\lambda) + \rho(T_0 - \lambda)}{1 + \rho(T_0)} \right].$$



В зависимости от соотношения  $T_0$  и  $\tau_0$  возможны три варианта восстановления реализации случайного процесса:  $T_0 < \tau_0$ ,  $\tau_0 \leq T_0 \leq 2\tau_0$ , и  $T_0 \geq 2\tau_0$ . Результат восстановления на интервале  $0 \leq \lambda \leq T_0$  зависит также от взаимной зависимости отсчетов,  $x_{il}$  и  $x_{(i+1)k}$  которая учитывается условной плотностью  $w_1[X|\lambda; x_{il}, x_{(i+1)k}] = w_1[X|\lambda; x_l, x_k]$ .

При  $T_0 < \tau_0$  и  $l = k = 1, 2, \dots, L$

$$w_1[X|\lambda; x_l, x_k] = \begin{cases} w_1[X|\lambda; x_l] = 1/2\Delta_k, & x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k, & 0 \leq \lambda \leq T_0; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

При  $\tau_0 \leq T_0 \leq 2\tau_0$   $l, k = 1, 2, \dots, L$

$$w_1[X|\lambda; x_l, x_k] = \begin{cases} w_1[X|\lambda; x_l] = 1/2\Delta_k, & x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k, & 0 \leq \lambda \leq T_0 - \tau_0; \\ w_1[X|\lambda; x_l, x_k] = \frac{1}{2\Delta_k}, & \left\{ \begin{array}{l} x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k \\ x_k - \Delta_k \leq X \leq x_k + \Delta_k \end{array} \right\}, & T_0 - \tau_0 \leq \lambda \leq \tau_0; \\ w_1[X|\lambda; x_k] = 1/2\Delta_k, & x_k - \Delta_k \leq X \leq x_k + \Delta_k, & \tau_0 \leq \lambda \leq T_0; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

При  $T_0 \geq 2\tau_0$   $l, k = 1, 2, \dots, L$

$$w_1[X|\lambda; x_l, x_k] = \begin{cases} w_1[X|\lambda; x_l] = 1/2\Delta_k, & x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k, & 0 \leq \lambda \leq \tau_0; \\ w_1[X] = 1/2\Delta_k L, & X_H \leq X \leq X_B, & \tau_0 \leq \lambda \leq T_0 - \tau_0; \\ w_1[X|\lambda; x_k] = 1/2\Delta_k, & x_k - \Delta_k \leq X \leq x_k + \Delta_k, & T_0 - \tau_0 \leq \lambda \leq T_0; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Подставив эти значения в выражения (3), получим оценку плотности распределения вероятности

$$\langle w_1[X] \rangle = \frac{1}{2\Delta_k} \left\{ \begin{array}{l} \left\langle P(x_l) \right\rangle, & x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k, & T_0 < \tau_0, & l = k = 1, 2, \dots, L; \\ \left\langle P(x_l) \right\rangle \frac{T_0 - \tau_0}{T_0}, & x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k & & \\ \left\langle P(x_l, x_k) \right\rangle \frac{2\tau_0 - T_0}{T_0} \left\{ \begin{array}{l} 1/2, x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k \\ 1/2, x_k - \Delta_k \leq X \leq x_k + \Delta_k \end{array} \right\}, & \tau_0 \leq T_0 \leq 2\tau_0, & l, k = 1, 2, \dots, L; \\ \left\langle P(x_k) \right\rangle \frac{T_0 - \tau_0}{T_0}, & x_k - \Delta_k \leq X \leq x_k + \Delta_k & & \\ \left\langle P(x_l) \right\rangle \frac{\tau_0}{T_0}, & x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k & & \\ \frac{1}{L} \frac{T_0 - 2\tau_0}{T_0}, & X_H \leq X \leq X_B & & \\ \left\langle P(x_k) \right\rangle \frac{\tau_0}{T_0}, & x_k - \Delta_k \leq X \leq x_k + \Delta_k & & \end{array} \right\}, \quad T_0 \geq 2\tau_0, \quad l, k = 1, 2, \dots, L;$$

0, в остальных случаях.



Математическое ожидание  $m_{\delta w}[X]$  погрешности этой плотности вероятности

$$m_{\delta w}[X] = \frac{1}{2\Delta_k} \left\{ \begin{array}{l} \left\langle P(x_l) \right\rangle - \frac{1}{L}, \quad x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k, \quad T_0 < \tau_0, \quad l = k = 1, 2, \dots, L; \\ \left\langle \left\langle P(x_l) \right\rangle - \frac{1}{L} \right\rangle \frac{T_0 - \tau_0}{T_0}, \quad x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k \\ \left\langle \left\langle P(x_l, x_k) \right\rangle - \frac{1}{L} \right\rangle \frac{2\tau_0 - T_0}{T_0} \begin{cases} 1/2, x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k \\ 1/2, x_k - \Delta_k \leq X \leq x_k + \Delta_k \end{cases}, \tau_0 \leq T_0 \leq 2\tau_0, l, k = 1, 2, \dots, L; \\ \left\langle P(x_k) \right\rangle - \frac{1}{L} \frac{T_0 - \tau_0}{T_0}, \quad x_k - \Delta_k \leq X \leq x_k + \Delta_k \\ \left\langle \left\langle P(x_l) \right\rangle - \frac{1}{L} \right\rangle \frac{\tau_0}{T_0}, \quad x_l - \Delta_k \leq X \leq x_l + \Delta_k \\ 0, \quad X_H \leq X \leq X_B \\ \left\langle \left\langle P(x_k) \right\rangle - \frac{1}{L} \right\rangle \frac{\tau_0}{T_0}, \quad x_k - \Delta_k \leq X \leq x_k + \Delta_k \end{array} \right\}, \quad T_0 \geq 2\tau_0, l, k = 1, 2, \dots, L;$$

0, в остальных случаях.

Корреляционная функция  $R_{\delta w}(X_1, X_2)$  погрешности при  $l = 1, 2, \dots, L$  [3]

$$R_{\delta w}(X_1, X_2) = \frac{1}{2n^2 T_0^2} \sum_{i=-n_0}^{n-1} \int \int \{w_2[X_1, X_2 | \lambda_1, \lambda_2; x_{il}, x_{(i+1)k}] - w_1[X_1 | \lambda_1; x_{il}, x_{(i+1)k}] w_1[X_2 | \lambda_2; x_{il}, x_{(i+1)k}]\} d\lambda_1 d\lambda_2 =$$

$$= \frac{1}{2n(2\Delta_k)^2} \left\{ \begin{array}{l} \left\langle P(x_l) \right\rangle [\delta(X_2 - X_1) - 1], \quad x_l - \Delta_k \leq X_1, X_2 \leq x_l + \Delta_k, \quad T_0 < \tau_0; \quad l = k = 1, 2, \dots, L; \\ \left\langle P(x_l) \right\rangle [\delta(X_2 - X_1) - 1] \left( \frac{T_0 - \tau_0}{T_0} \right)^2, \quad x_l - \Delta_k \leq X_1, X_2 \leq x_l + \Delta_k \\ \left\langle \left\langle P(x_l, x_k) \right\rangle [\delta(X_2 - X_1) - 1] \left( \frac{2\tau_0 - T_0}{T_0} \right)^2 \begin{cases} 1/2, x_l - \Delta_k \leq X_1, X_2 \leq x_l + \Delta_k \\ 1/2, x_k - \Delta_k \leq X_1, X_2 \leq x_k + \Delta_k \end{cases} \right\rangle, \tau_0 \leq T_0 \leq 2\tau_0; l, k = 1, 2, \dots, L; \\ \left\langle P(x_k) \right\rangle [\delta(X_2 - X_1) - 1] \left( \frac{T_0 - \tau_0}{T_0} \right)^2, \quad x_k - \Delta_k \leq X_1, X_2 \leq x_k + \Delta_k \\ \left\langle P(x_l) \right\rangle [\delta(X_2 - X_1) - 1] \left( \frac{\tau_0}{T_0} \right)^2, \quad x_l - \Delta_k \leq X_1, X_2 \leq x_l + \Delta_k \\ \frac{1}{L^2} [\delta(X_2 - X_1) - 1] \left( \frac{T_0 - 2\tau_0}{T_0} \right)^2, \quad X_H \leq X_1, X_2 \leq X_B \\ \left\langle P(x_k) \right\rangle [\delta(X_2 - X_1) - 1] \left( \frac{\tau_0}{T_0} \right)^2, \quad x_k - \Delta_k \leq X_1, X_2 \leq x_k + \Delta_k \end{array} \right\}, \quad T_0 \geq 2\tau_0; l, k = 1, 2, \dots, L;$$

0, в остальных случаях.

### Выводы

Традиционная гистограмма является корректной оценкой одномерной плотности вероятности эргодического случайного процесса с равномерным законом распределения и ступенчатой корреляционной функцией при шаге дис-



кретизации  $T_0$  равном интервалу корреляции  $\tau_0$  и равномерном распределении погрешности квантования. Во всех остальных случаях применение таких гистограмм увеличивает погрешность измерения, которая должна учитываться с помощью комплексного подхода к её определению.

### Литература

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей: учеб. для вузов. - 6-е изд. стер. - М.: Высш. шк., 1999. - 576 с.
2. Заико А. И. Случайные процессы. Модели и измерения: учеб. пособие. - М.: Изд-во МАИ, 2006. - 207 с.
3. Заико А. И. Случайный процесс Заико с равномерным законом распределения // Вестник УГАТУ, 2008, Т.11, № 1(28). - С. 188-193.
4. Заико А. И. Теория точности статистических и спектральных измерений // Вестник УГАТУ. - 2000. - № 2. - С. 175-182.
5. Заико А. И. Комплексный подход к определению погрешностей // Датчики и Системы. - 2007. - № 8. - С. 52-59.
6. Заико А. И. Случайный сигнал с равномерным законом распределения // Измерительная техника. - 1999. - № 1. - С. 9-11.

О.А. Заякин

### ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ПОВЕРХНОСТИ, КОНТРОЛИРУЕМОЙ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ЛАЗЕРНЫМ КРУГЛОМЕРОМ

(Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет))

Экспериментальный лазерный кругломер (двумерный лазерный триангулятор) [1] был разработан ранее в Самарском филиале Физического института РАН при участии автора. Его работа основана на методе триангуляции с использованием зеркально отраженного света зондирующего источника. Прибор предназначен для контроля круглости рабочих поверхностей внутренних колец подшипников.

Для проверки функции преобразования и оптимизации оптической схемы нужно математическое описание контролируемой рабочей поверхности детали. Все найденные автором в литературных источниках модели [2] являются одномерными. Однако трехмерной модели не было найдено. Она была создана автором самостоятельно.

Для получения расчетной функции преобразования модель поверхности должна отвечать требованиям геометрической оптики.

Модель поверхности представлена в данной работе как жесткий сплошной экран с коэффициентом отражения, равным единице. Для анализа функции преобразования требуется еще, чтобы поверхность в модели была гладкой. Это