



Полученные на основе комплексного подхода математические ожидания и корреляционные функции погрешностей измерений математических ожиданий, корреляционных функций и спектральных характеристик эргодического процесса позволяют адекватно, во взаимодействии между собой учесть влияние конечной длительности и погрешностей реализации, а также влияние дискретизации во времени для аналоговых и цифровых измерений.

Литература

1. Заико А.И. Характеристики эргодических случайных процессов / Труды междунар. НТК «Перспективные технологии (ПИТ 2013)». – Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2013. – С. 50–53.
2. Заико А.И. Алгоритмы измерений распределений эргодических случайных процессов / Труды междунар. НТК «Перспективные технологии (ПИТ 2014)». – Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2014. – С. 50–53.
3. Заико А.И. Эргодические случайные процессы. Определения и алгоритмы измерения характеристик // Вестник УГАТУ. – 2012. – № 6(51). – С. 74–85.
4. Заико А.И. Случайные процессы. Модели и измерения: учеб. пособие. – М.: Изд-во МАИ, 2006. – 297 с.
5. Заико А.И. Комплексный подход к определению погрешностей / А.И. Заико // Датчики и системы (ИКА). – 2007. – № 8 (99). – С. 52–59.

А.И. Заико

АЛГОРИТМЫ ИЗМЕРЕНИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ЭРГОДИЧЕСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

(Уфимский государственный авиационный технический университет)

В работах [1, 2] приведены известные и даны новые определения характеристик эргодических случайных процессов. Реальные алгоритмы измерения отличаются от этих определений конечной длительностью $2T$ и погрешностью измерения реализации $x(t)$. Поэтому результатами измерений являются оценки этих характеристик $\langle \bullet \rangle$, неточность которых характеризуется математическими ожиданиями $m_{\bullet}(\bullet)$ и ковариационными функциями $R_{\bullet}(\bullet)$ их погрешностей. Они по-разному учитываются при аналоговых и цифровых измерениях. Так, при аналоговых измерениях погрешность $d(t) = \langle x(t) \rangle - x(t)$, где $\langle x(t) \rangle$ – получаемая в результате измерения оценка реализации $x(t)$ длительности $2T$. При цифровых измерениях длительность измерения дискретна $2nT_0$, где T_0 – шаг равномерной дискретизации, а $2n$ – количество таких шагов. Погрешность цифровых измерений $d(t_i) = x_{ii} - x(t_i)$, где x_{ii} – цифровой отсчет, i – номер



измерения $(i = -n, \dots, -1, 0, 1, \dots, n)$; l – уровень квантования $(l = 1, 2, \dots, g, \dots, k, \dots, q, \dots, r, \dots)$ [3].

В докладе приводятся алгоритмы аналоговых и цифровых измерений распределений и характеристических функций, получены математические ожидания и корреляционные функции погрешностей этих алгоритмов с применением комплексного подхода к их нахождению [3, 4].

Оценка одномерного распределения вероятности

$$\langle W_1[X] \rangle = \int_{-\infty}^X \langle w_1[Z] \rangle dZ = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T W_1[X|\langle x(t) \rangle] dt = \frac{1}{2nT_0} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} W_1[X|t; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] dt,$$

математическое ожидание $m_{дW}(X)$ и корреляционная функция $R_{дW}(X_1, X_2)$ её погрешности:

$$m_{дW}(X) = \int_{-\infty}^X m_{дW}(Z) dZ = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \{W_1[X|\langle x(t) \rangle] - W_1[X]\} dt = \frac{1}{2nT_0} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \{W_1[X|t; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] - W_1[X]\} dt;$$

$$\begin{aligned} R_{дW}(X_1, X_2) &= \int_{-\infty}^{X_1} \int_{-\infty}^{X_2} R_{дW}(Z_1, Z_2) dZ_1 dZ_2 = \\ &= \frac{1}{4T^2} \int_{-T}^T \int_{-T}^T \{W_2[X_1, X_2|\langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_2) \rangle] - W_1[X_1|\langle x(t_1) \rangle] W_1[X_2|\langle x(t_2) \rangle]\} dt = \\ &= \frac{1}{4n^2 T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-1} \sum_{u=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \int_{t_u}^{t_u+T_0} \{W_2[X_1, X_2|t_1, t_2; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] - \\ &\quad - W_1[X_1|t_1; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] W_1[X_2|t_2; x_{-nk}, \dots, x_{nr}]\} dt, \end{aligned}$$

где $W_1[X|\bullet]$ и $W_2[X_1, X_2|\bullet]$ – одномерное и двумерное распределения вероятностей при известной оценке реализации, которая при аналоговых измерениях получается непосредственно, а при цифровых измерениях находится после восстановления её по дискретным отсчетам x_{-nk}, \dots, x_{nr} .

Оценка двумерного распределения вероятности

$$\begin{aligned} \langle W_2[X_1; X_2, \Phi] \rangle &= \int_{-\infty}^{X_1} \int_{-\infty}^{X_2} \langle w_2[Z_1; Z_2, \Phi] \rangle dZ_1 dZ_2 = \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{T-|\Phi|} W_2[X_1, X_2|\langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\Phi|) \rangle] dt = \\ &= \frac{1}{(2n - m)T_0} \sum_{i=-n}^{n-m-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} W_2[X_1, X_2|t, t + |\Phi|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] dt, \end{aligned}$$

где m – целая часть частного $|\Phi|/T_0$.

Математическое ожидание $m_{дW}(X_1; X_2, \Phi)$ и корреляционная функция $R_{дW}(X_{11}; X_{21}, \tau_1; X_{12}; X_{22}, \tau_2)$ её погрешности:



$$\begin{aligned}
 m_{дW}(X_1; X_2, \Phi) &= \int_{-\infty}^{X_1} \int_{-\infty}^{X_2} m_{дW}(Z_1; Z_2, \Phi) dZ_1 dZ_2 = \\
 &= \frac{1}{2T - |\Phi|} \int_{-T}^{T-|\Phi|} \left\{ W_2[X_1, X_2 | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\Phi|) \rangle] - W_2[X_1; X_2, \Phi] \right\} dt = \\
 &= \frac{1}{(2n - M)T_0} \sum_{i=-n}^{n-M-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \left\{ W_2[X_1, X_2 | t, t + |\Phi|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] - W_2[X_1; X_2, \Phi] \right\} dt;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{дW}(X_{11}; X_{21}, \Phi_1; X_{12}; X_{22}, \Phi_2) &= \int_{-\infty}^{X_{11}, X_{21}} \int_{-\infty}^{X_{12}, X_{22}} R_{дW}(Z_{11}; Z_{21}, \Phi_1; Z_{12}; Z_{22}, \Phi_2) dZ_{11} dZ_{21} dZ_{12} dZ_{22} = \\
 &= \frac{1}{(2T - |\tau_1|)(2T - |\tau_2|)} \int_{-T}^{T-|\Phi_1|} \int_{-T}^{T-|\Phi_2|} \left\{ W_4[X_{11}, X_{21}, X_{12}, X_{22} | \langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_1 + |\tau_1|) \rangle, \langle x(t_2) \rangle, \langle x(t_2 + |\tau_2|) \rangle] - \right. \\
 &\quad \left. - W_2[X_{11}, X_{21} | \langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_1 + |\tau_1|) \rangle] W_2[X_{12}, X_{22} | \langle x(t_2) \rangle, \langle x(t_2 + |\tau_2|) \rangle] \right\} dt_1 dt_2 = \\
 &= \frac{1}{(2n - M_1)(2n - M_2)T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-M_1-1} \sum_{u=-n}^{n-M_2-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \int_{t_u}^{t_u+T_0} \left\{ W_4[X_{11}, X_{21}, X_{12}, X_{22} | t_1, t_1 + |\tau_1|, t_2, t_2 + |\tau_2|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] - \right. \\
 &\quad \left. - W_2[X_{11}, X_{21} | t_1, t_1 + |\tau_1|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] W_2[X_{12}, X_{22} | t_2, t_2 + |\tau_2|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] \right\} dt_1 dt_2,
 \end{aligned}$$

где $W_4[X_{11}, X_{21}, X_{12}, X_{22} | \bullet]$ – четырёхмерное распределение вероятностей при известной оценке реализации.

Оценка n -мерного распределения вероятности

$$\begin{aligned}
 \langle W_n[X_1; X_2, \Phi_2; \dots; X_n, \Phi_n] \rangle &= \int_{-\infty}^{X_1} \dots \int_{-\infty}^{X_n} \langle w_n[Z_1; Z_2, \Phi_2; \dots; Z_n, \Phi_n] \rangle dZ_1 \dots dZ_n = \\
 &= \frac{1}{2T - |\Phi_n|} \int_{-T}^{T-|\Phi_n|} W_n[X_1, X_2, \dots, X_n | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\Phi_2|) \rangle, \dots, \langle x(t + |\Phi_n|) \rangle] dt = \\
 &= \frac{1}{(2n - M_{1n})T_0} \sum_{i=-n}^{n-M_{1n}-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} W_n[X_1, X_2, \dots, X_n | t, t + |\Phi_2|, \dots, t + |\Phi_n|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] dt,
 \end{aligned}$$

где $W_n[X_1, X_2, \dots, X_n | \bullet]$ – n -мерное условное распределение вероятностей.

Математическое ожидание $m_{дW}(X_1; X_2, \tau_{12}; \dots; X_n, \tau_{1n})$ и корреляционная функция $R_{дW}(X_{11}; X_{21}, \tau_{12,1}; \dots; X_{n1}, \tau_{1n,1}; X_{12}; X_{22}, \tau_{12,2}; \dots; X_{n2}, \tau_{1n,2})$ её погрешности:

$$\begin{aligned}
 m_{дW}(X_1; X_2, \tau_{12}; \dots; X_n, \tau_{1n}) &= \int_{-\infty}^{X_1} \dots \int_{-\infty}^{X_n} m_{дW}(Z_1; Z_2, \tau_{12}; \dots; Z_n, \tau_{1n}) dZ_1 \dots dZ_n = \\
 &= \frac{1}{2T - |\Phi_n|} \int_{-T}^{T-|\Phi_n|} \left\{ W_n[X_1, X_2, \dots, X_n | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\Phi_2|) \rangle, \dots, \langle x(t + |\Phi_n|) \rangle] - \right. \\
 &\quad \left. - W_n[X_1; X_2, \tau_{12}; \dots; X_n, \tau_{1n}] \right\} dt = \\
 &= \frac{1}{(2n - M_{1n})T_0} \sum_{i=-n}^{n-M_{1n}-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \left\{ W_n[X_1, X_2, \dots, X_n | t, t + |\Phi_2|, \dots, t + |\Phi_n|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] - \right. \\
 &\quad \left. - W_n[X_1; X_2, \tau_{12}; \dots; X_n, \tau_{1n}] \right\} dt;
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 R_{\text{дв}}(X_{11}; X_{21}, \tau_{12.1}; \dots; X_{n1}, \tau_{1n.1}; X_{12}; X_{22}, \tau_{12.2}; \dots; X_{n2}, \tau_{1n.2}) &= \int_{-\infty}^{X_{11}} \dots \int_{-\infty}^{X_{n1}} \int_{-\infty}^{X_{12}} \dots \int_{-\infty}^{X_{n2}} \\
 \times R_{\text{дв}}(Z_{11}; Z_{21}, \tau_{12.1}; \dots; Z_{n1}, \tau_{1n.1}; Z_{12}; Z_{22}, \tau_{12.2}; \dots; Z_{n2}, \tau_{1n.2}) dZ_{11} \dots dZ_{n1} dZ_{12} \dots dZ_{n2} &= \\
 = \frac{1}{(2T - |\Phi_{n1}|)(2T - |\Phi_{n2}|)} \int_{-T}^{T - |\Phi_{n1}|} \int_{-T}^{T - |\Phi_{n2}|} \{W_{2n}[X_{11}, X_{21}, \dots, X_{n1}, X_{12}, X_{22}, \dots, X_{n2} | \\
 \langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_1 + |\Phi_{2.1}|) \rangle, \dots, \langle x(t_1 + |\Phi_{n1}|) \rangle, \langle x(t_2) \rangle, \langle x(t_2 + |\Phi_{2.2}|) \rangle, \dots, \langle x(t_2 + |\Phi_{n2}|) \rangle] - \\
 - W_n[X_{11}, X_{21}, \dots, X_{n1} | \langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_1 + |\Phi_{2.1}|) \rangle, \dots, \langle x(t_1 + |\Phi_{n1}|) \rangle] \times \\
 \times W_n[X_{12}, X_{22}, \dots, X_{n2} | \langle x(t_2) \rangle, \langle x(t_2 + |\Phi_{2.2}|) \rangle, \dots, \langle x(t_2 + |\Phi_{n2}|) \rangle] \} dt_1 dt_2 = \\
 = \frac{1}{(2n - M_{1n1})(2n - \mu_{1n2})T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-M_{1n1}-1} \sum_{u=-n}^{n-\mu_{1n2}-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \int_{t_u}^{t_u+T_0} \{W_{2n}[X_{11}, X_{21}, \dots, X_{n1}, X_{12}, X_{22}, \dots, X_{n2} | \\
 |t_1, t_1 + |\Phi_{2.1}|, \dots, t_1 + |\Phi_{n1}|, t_2, t_2 + |\Phi_{2.2}|, \dots, t_2 + |\Phi_{n2}|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] - \\
 - W_n[X_{11}, X_{21}, \dots, X_{n1} | t_1, t_1 + |\Phi_{2.1}|, t_1 + |\Phi_{n1}|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] \times \\
 \times W_n[X_{12}, X_{22}, \dots, X_{n2} | t_2, t_2 + |\Phi_{2.2}|, t_2 + |\Phi_{n2}|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] \} dt_1 dt_2,
 \end{aligned}$$

где $W_{2n}[X_{11}, X_{21}, \dots, X_{n1}, X_{12}, X_{22}, \dots, X_{n2} | \bullet]$ – $2n$ -мерное условное распределение вероятностей; $|\tau_{12}| \leq |\tau_{13}| \leq \dots \leq |\tau_{1n}|$; $M_{12} \leq M_{13} \leq \dots \leq M_{1n}$

Оценка двумерного взаимного распределения вероятности совместно эргодических процессов

$$\begin{aligned}
 \langle W_2[X; Y, \Phi] \rangle &= \int_{-\infty}^X \int_{-\infty}^Y \langle w_2[Z; H, \Phi] \rangle dZ dH = \frac{1}{2T - |\Phi|} \int_{-T}^{T - |\Phi|} W_2[X, Y | \langle x(t) \rangle, \langle y(t + |\Phi|) \rangle] dt = \\
 &= \frac{1}{(2n - M)T_0} \sum_{i=-n}^{n-M-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} W_2[X, Y | t, t + |\Phi|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}, y_{-ng}, \dots, y_{nq}] dt,
 \end{aligned}$$

где $\langle w_2(Z; H, \Phi) \rangle$ – оценка двумерной плотности вероятности; $W_2[X, Y | \bullet]$ – двумерное условное взаимное распределения вероятностей.

Математическое ожидание $m_{\text{дв}}(X; Y, \Phi)$ и корреляционная функция $R_{\text{дв}}(X_1; Y_2, \tau_1; X_2; Y_2, \tau_2)$ её погрешности:

$$\begin{aligned}
 m_{\text{дв}}(X; Y, \Phi) &= \int_{-\infty}^X \int_{-\infty}^Y m_{\text{дв}}(Z; H, \Phi) dZ dH = \\
 &= \frac{1}{2T - |\Phi|} \int_{-T}^{T - |\Phi|} \{W_2[X, Y | \langle x(t) \rangle, \langle y(t + |\Phi|) \rangle] - W_2[X; Y, \Phi]\} dt = \\
 &= \frac{1}{(2n - M)T_0} \sum_{i=-n}^{n-M-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \{W_2[X, Y | t, t + |\Phi|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}, y_{-ng}, \dots, y_{nq}] - W_2[X; Y, \Phi]\} dt;
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 R_{дв}(X_1; Y_1, \Phi; X_2; Y_2, \Phi) &= \int_{-\infty}^{X_1} \int_{-\infty}^{Y_1} \int_{-\infty}^{X_2} \int_{-\infty}^{Y_2} R_{дв}(Z_1; H_1, \Phi; Z_2; H_2, \Phi) dZ_1 dH_1 dZ_2 dH_2 = \\
 &= \frac{1}{(2T - |\tau_1|)(2T - |\tau_2|)} \int_{-T}^{T-|\Phi|} \int_{-T}^{T-|\Phi|} \left\{ W_4[X_1, Y_1, X_2, Y_2 | \langle x(t_1) \rangle, \langle y(t_1 + |\tau_1|) \rangle, \langle x(t_2) \rangle, \langle y(t_2 + |\tau_2|) \rangle] - \right. \\
 &\quad \left. - W_2[X_1, Y_1 | \langle x(t_1) \rangle, \langle y(t_1 + |\tau_1|) \rangle] W_2[X_2, Y_2 | \langle x(t_2) \rangle, \langle y(t_2 + |\tau_2|) \rangle] \right\} dt_1 dt_2 = \\
 &= \frac{1}{(2n - m_1)(2n - m_2)T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-m_1-1} \sum_{u=-n}^{n-m_2-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \int_{t_u}^{t_u+T_0} \left\{ W_4 \left[X_1, Y_1, X_2, Y_2 \begin{array}{l} |t_1, t_1 + |\tau_1|, t_2, t_2 + |\tau_2|; \\ |x_{-nk}, \dots, x_{nr}, y_{-ng}, \dots, y_{nq} \end{array} \right] - \right. \\
 &\quad \left. - W_2 \left[X_1, Y_1 \begin{array}{l} |t_1, t_1 + |\tau_1|; \\ |x_{-nk}, \dots, x_{nr}, y_{-ng}, \dots, y_{nq} \end{array} \right] W_2 \left[X_2, Y_2 \begin{array}{l} |t_2, t_2 + |\tau_2|; \\ |x_{-nk}, \dots, x_{nr}, y_{-ng}, \dots, y_{nq} \end{array} \right] \right\} dt_1 dt_2,
 \end{aligned}$$

где $W_2[X, Y|\bullet]$ и $W_4[X_1, Y_1, X_2, Y_2|\bullet]$ – двумерное и четырёхмерное условные распределения вероятностей.

Оценка одномерной плотности вероятности

$$\langle w_1[X] \rangle = \frac{d\langle W_1[X] \rangle}{dX} = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T w_1[X | \langle x(t) \rangle] dt = \frac{1}{2nT_0} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} w_1[X | t; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] dt,$$

математическое ожидание $m_{дв}(X)$ и корреляционная функция $R_{дв}(X_1, X_2)$ её погрешности:

$$\begin{aligned}
 m_{дв}(X) &= \frac{dm_{дв}(X)}{dX} = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \{ w_1[X | \langle x(t) \rangle] - w_1[X] \} dt = \\
 &= \frac{1}{2nT_0} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \{ w_1[X | t; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] - w_1[X] \} dt;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{дв}(X_1, X_2) &= \frac{d^2 R_{дв}(X_1, X_2)}{dX_1 dX_2} = \frac{1}{4T^2} \int_{-T}^T \int_{-T}^T \{ w_2[X_1, X_2 | \langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_2) \rangle] - \\
 &\quad - w_1[X_1 | \langle x(t_1) \rangle] w_1[X_2 | \langle x(t_2) \rangle] \} dt_1 dt_2 = \\
 &= \frac{1}{4n^2 T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-1} \sum_{u=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \int_{t_u}^{t_u+T_0} \{ w_2[X_1, X_2 | t_1, t_2; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] - \\
 &\quad - w_1[X_1 | t_1; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] w_1[X_2 | t_2; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] \} dt_1 dt_2.
 \end{aligned}$$

где $w_1[X|\bullet]$ и $w_2[X_1, X_2|\bullet]$ – одномерное и двумерное условные плотности распределения вероятностей.

Оценка двумерной плотности распределения вероятности

$$\begin{aligned}
 \langle w_2[X_1; X_2, \tau] \rangle &= \frac{d^2 \langle W_2[X_1; X_2, \tau] \rangle}{dX_1 dX_2} = \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{T-|\Phi|} w_2[X_1, X_2 | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\tau|) \rangle] dt = \\
 &= \frac{1}{(2n - m)T_0} \sum_{i=-n}^{n-m-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} w_2[X_1, X_2 | t, t + |\Phi|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] dt.
 \end{aligned}$$



Математическое ожидание $m_{дв}(X_1; X_2, \Phi)$ и корреляционная функция $R_{дв}(X_{11}; X_{21}, \tau_1; X_{12}; X_{22}, \tau_2)$ её погрешности:

$$m_{дв}(X_1; X_2, \tau) = \frac{d^2 m_{дв}(X_1; X_2, \tau)}{dX_1 dX_2} = \frac{1}{2T - |\tau|} \int_{-T}^{T-|\Phi|} \{w_2[X_1, X_2 | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\tau|) \rangle] - w_2[X_1; X_2, \tau]\} dt =$$

$$= \frac{1}{(2n - M)T_0} \sum_{i=-n}^{n-M-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \{w_2[X_1, X_2 | t, t + |\Phi|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] - w_2[X_1; X_2, \Phi]\} dt;$$

$$R_{дв}(X_{11}; X_{21}, \tau_1; X_{12}; X_{22}, \tau_2) = \frac{d^4 R_{дв}(X_{11}; X_{21}, \tau_1; X_{12}; X_{22}, \tau_2)}{dX_{11} dX_{21} dX_{12} dX_{22}} =$$

$$= \frac{1}{(2T - |\tau_1|)(2T - |\tau_2|)} \int_{-T}^{T-|\Phi_1|} \int_{-T}^{T-|\Phi_2|} \{w_4[X_{11}, X_{21}, X_{12}, X_{22} | \langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_1 + |\tau_1|) \rangle, \langle x(t_2) \rangle, \langle x(t_2 + |\tau_2|) \rangle] -$$

$$- w_2[X_{11}, X_{21} | \langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_1 + |\tau_1|) \rangle] w_2[X_{12}, X_{22} | \langle x(t_2) \rangle, \langle x(t_2 + |\tau_2|) \rangle]\} dt_1 dt_2 =$$

$$= \frac{1}{(2n - M_1)(2n - M_2)T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-M_1-1} \sum_{u=-n}^{n-M_2-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \int_{t_u}^{t_u+T_0} \{w_4[X_{11}, X_{21}, X_{12}, X_{22} | t_1, t_1 + |\tau_1|, t_2, t_2 + |\tau_2|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] -$$

$$- w_2[X_{11}, X_{21} | t_1, t_1 + |\tau_1|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] w_2[X_{12}, X_{22} | t_2, t_2 + |\tau_2|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}]\} dt_1 dt_2,$$

где $w_4[X_{11}, X_{21}, X_{12}, X_{22} | \bullet]$ – четырёхмерная условная плотность распределения вероятностей.

Оценка n -мерной плотности распределения вероятности, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\langle w_n[X_1; X_2, \tau_{12}; \dots; X_n, \tau_{1n}] \rangle = \frac{d^n \langle W_1[X_1; X_2, \Phi_2; \dots; X_n, \tau_{1n}] \rangle}{dX_1 \dots dX_n} =$$

$$= \frac{1}{2T - |\tau_{1n}|} \int_{-T}^{T-|\Phi_n|} w_n[X_1, X_2, \dots, X_n | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\tau_{12}|) \rangle, \dots, \langle x(t + |\tau_{1n}|) \rangle] dt =$$

$$= \frac{1}{(2n - M_{1n})T_0} \sum_{i=-n}^{n-M_{1n}-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} w_n[X_1, X_2, \dots, X_n | t, t + |\Phi_2|, \dots, t + |\Phi_n|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] dt;$$

$$m_{дв}(X_1; X_2, \tau_{12}; \dots; X_n, \tau_{1n}) = \frac{d^n m_{дв}(X_1; X_2, \tau_{12}; \dots; X_n, \tau_{1n})}{dX_1 \dots dX_n} =$$

$$= \frac{1}{2T - |\tau_{1n}|} \int_{-T}^{T-|\Phi_n|} \left\{ w_n[X_1, X_2, \dots, X_n | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\tau_{12}|) \rangle, \dots, \langle x(t + |\tau_{1n}|) \rangle] - \right. \\ \left. - w_n[X_1; X_2, \tau_{12}; \dots; X_n, \tau_{1n}] \right\} dt =$$

$$= \frac{1}{(2n - M_{1n})T_0} \sum_{i=-n}^{n-M_{1n}-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \left\{ w_n[X_1, X_2, \dots, X_n | t, t + |\Phi_2|, \dots, t + |\Phi_n|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] - \right. \\ \left. - w_n[X_1; X_2, \tau_{12}; \dots; X_n, \tau_{1n}] \right\} dt;$$



$$R_{dw}(X_{11}; X_{21}, \Phi_{21}; \dots; X_{n1}, \Phi_{n1}; X_{12}; X_{22}, \Phi_{22}; \dots; X_{n2}, \Phi_{n2}) = \frac{d^{2n} R_{dW}(X_{11}; X_{21}, \Phi_{21}; \dots; X_{n1}, \Phi_{n1}; X_{12}; X_{22}, \Phi_{22}; \dots; X_{n2}, \Phi_{n2})}{dX_{11} \dots dX_{n1} dX_{12} \dots dX_{n2}} =$$

$$= \frac{1}{(2T - |\Phi_{n1}|)(2T - |\Phi_{n2}|)} \int_{-T}^{T-|\Phi_{n1}|} \int_{-T}^{T-|\Phi_{n2}|} \{w_{2n}[X_{11}, X_{21}, \dots, X_{n1}, X_{12}, X_{22}, \dots, X_{n2} |$$

$$\langle x(t_1), \langle x(t_1 + |\Phi_{21}|) \rangle, \dots, \langle x(t_1 + |\Phi_{n1}|) \rangle, \langle x(t_2), \langle x(t_2 + |\Phi_{22}|) \rangle, \dots, \langle x(t_2 + |\Phi_{n2}|) \rangle]\} -$$

$$- w_n[X_{11}, X_{21}, \dots, X_{n1} | \langle x(t_1), \langle x(t_1 + |\Phi_{21}|) \rangle, \dots, \langle x(t_1 + |\Phi_{n1}|) \rangle] w_n[X_{12}, X_{22}, \dots, X_{n2} | \langle x(t_2), \langle x(t_2 + |\Phi_{22}|) \rangle, \dots, \langle x(t_2 + |\Phi_{n2}|) \rangle]\} dt_1 dt_2 =$$

$$= \frac{1}{(2n - M_{1n1})(2n - \mu_{1n2})T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-M_{1n1}-1} \sum_{u=-n}^{n-\mu_{1n2}-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \int_{t_u}^{t_u+T_0} \{w_{2n}[X_{11}, X_{21}, \dots, X_{n1}, X_{12}, X_{22}, \dots, X_{n2} |$$

$$|t_1, t_1 + |\Phi_{21}|, \dots, t_1 + |\Phi_{n1}|, t_2, t_2 + |\Phi_{22}|, \dots, t_2 + |\Phi_{n2}|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}]\} -$$

$$- w_n[X_{11}, X_{21}, \dots, X_{n1} | t_1, t_1 + |\Phi_{21}|, t_1 + |\Phi_{n1}|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] w_n[X_{12}, X_{22}, \dots, X_{n2} | t_2, t_2 + |\Phi_{22}|, t_2 + |\Phi_{n2}|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}]\} dt_1 dt_2,$$

где $w_n[X_1, X_2, \dots, X_n | \bullet]$ и $w_{2n}[X_{11}, X_{21}, \dots, X_{n1}, X_{12}, X_{22}, \dots, X_{n2} | \bullet]$ – n -мерная и $2n$ -мерная условные плотности распределения вероятности; $|\Phi_2| \leq |\Phi_3| \leq \dots \leq |\Phi_n|$; $M_{12} \leq M_{13} \leq \dots \leq M_{1n}$.

Оценка двумерной взаимной плотности распределения вероятности совместно эргодических процессов, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\langle w_2[X; Y, \Phi] \rangle = \frac{d^2 \langle W_1[X; Y, \Phi] \rangle}{dXdY} = \frac{1}{2T - |\Phi|} \int_{-T}^{T-|\Phi|} w_2[X, Y | \langle x(t), \langle y(t + |\Phi|) \rangle] dt =$$

$$= \frac{1}{(2n - M)T_0} \sum_{i=-n}^{n-M-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} w_2[X, Y | t, t + |\Phi|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}, y_{-ng}, \dots, y_{nq}] dt,$$

$$m_{dw}(X; Y, \Phi) = \frac{d^2 m_{dW}(X; Y, \Phi)}{dXdY} = \frac{1}{2T - |\Phi|} \int_{-T}^{T-|\Phi|} \{w_2[X, Y | \langle x(t), \langle y(t + |\Phi|) \rangle] - w_2[X; Y, \Phi]\} dt =$$

$$= \frac{1}{(2n - M)T_0} \sum_{i=-n}^{n-M-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \{w_2[X, Y | t, t + |\Phi|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}, y_{-ng}, \dots, y_{nq}] - w_2[X; Y, \Phi]\} dt,$$

$$R_{dw}(X_1; Y_1, \Phi_1; X_2; Y_2, \Phi_2) = \frac{d^4 R_{dW}(X_1; Y_1, \Phi_1; X_2; Y_2, \Phi_2)}{dX_1 dY_1 dX_2 dY_2} = \frac{1}{(2T - |\Phi_1|)(2T - |\Phi_2|)} \times$$

$$\times \int_{-T}^{T-|\Phi_1|} \int_{-T}^{T-|\Phi_2|} \{w_4[X_1, Y_1, X_2, Y_2 | \langle x(t_1), \langle y(t_1 + |\Phi_1|) \rangle, \langle x(t_2), \langle y(t_2 + |\Phi_2|) \rangle]\} -$$

$$- w_2[X_1, Y_1 | \langle x(t_1), \langle y(t_1 + |\Phi_1|) \rangle] w_2[X_2, Y_2 | \langle x(t_2), \langle y(t_2 + |\Phi_2|) \rangle]\} dt_1 dt_2 =$$

$$= \frac{1}{(2n - M_1)(2n - M_2)T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-M_1-1} \sum_{u=-n}^{n-M_2-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \int_{t_u}^{t_u+T_0} \{w_4[X_1, Y_1, X_2, Y_2 | t_1, t_1 + |\tau_1|, t_2, t_2 + |\tau_2|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}, y_{-ng}, \dots, y_{nq}]\} -$$

$$- w_2[X_1, Y_1 | t_1, t_1 + |\tau_1|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}, y_{-ng}, \dots, y_{nq}] w_2[X_2, Y_2 | t_2, t_2 + |\tau_2|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}, y_{-ng}, \dots, y_{nq}]\} dt_1 dt_2,$$

где $w_2[X, Y | \bullet]$ и $w_4[X_1, Y_1, X_2, Y_2 | \bullet]$ – условные плотности вероятностей.

Оценка одномерной характеристической функции и характеристики её погрешности соответственно:



$$\begin{aligned} \langle u_1[j_H] \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \langle w_1[X] \rangle e^{j_H X} dX = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u_1[j_H | \langle x(t) \rangle] dt = \frac{1}{2nT_0} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} u_1[j_H | t, x_{-nk}, \dots, x_{nr}] dt; \\ m_{дн}(j_H) &= \int_{-\infty}^{\infty} m_{дн}(X) e^{j_H X} dX = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \{ u_1[j_H | \langle x(t) \rangle] - u_1[j_H] \} dt = \frac{1}{2nT_0} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \{ u_1[j_H | t, x_{-nk}, \dots, x_{nr}] - u_1[j_H] \} dt \\ R_{дн}(j_{H1}, j_{H2}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{дн}(X_1, X_2) e^{j_{H1} X_1 + j_{H2} X_2} dX_1 dX_2 = \\ &= \frac{1}{4T^2} \int_{-T}^T \int_{-T}^T \{ u_2[j_{H1}, j_{H2} | \langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_2) \rangle] - u_1[j_{H1} | \langle x(t_1) \rangle] u_1[j_{H2} | \langle x(t_2) \rangle] \} dt_1 dt_2 = \\ &= \frac{1}{4n^2 T_0^2} \int_{-T}^T \int_{-T}^T \{ u_2[j_{H1}, j_{H2} | t_1, t_2; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] - u_1[j_{H1} | t_1; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] u_1[j_{H2} | t_2; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] \} dt_1 dt_2. \end{aligned}$$

где $u_1[j_H | \bullet]$ и $u_2[j_{H1}, j_{H2} | \bullet]$ – условные характеристические функции.

Оценка n -мерной характеристической функции, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\begin{aligned} \langle u_n[j_{H1}; j_{H2}, \Phi_{2,1}; \dots; j_{Hn}, \Phi_n] \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle w_n[X_1; X_2, \Phi_{2,1}; \dots; X_n, \Phi_n] \rangle e^{j_{H1} X_1 + j_{H2} X_2 + \dots + j_{Hn} X_n} dX_1 \dots dX_n = \\ &= \frac{1}{2T - |\Phi_n|} \int_{-T}^{T - |\Phi_n|} u_n[j_{H1}, j_{H2}, \dots, j_{Hn} | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\Phi_{2,1}|) \rangle, \dots, \langle x(t + |\Phi_n|) \rangle] dt = \\ &= \frac{1}{(2n - M_{1n})T_0} \sum_{i=-n}^{n - M_{1n} - 1} \int_{t_i}^{t_i + T_0} u_n[j_{H1}, j_{H2}, \dots, j_{Hn} | t, t + |\Phi_{2,1}|, \dots, t + |\Phi_n|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] dt; \\ m_{дн}(j_{H1}; j_{H2}, \Phi_{2,1}; \dots; j_{Hn}, \Phi_n) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} m_{дн}(X_1; X_2, \Phi_{2,1}; \dots; X_n, \Phi_n) e^{j_{H1} X_1 + j_{H2} X_2 + \dots + j_{Hn} X_n} dX_1 \dots dX_n = \\ &= \frac{1}{2T - |\Phi_n|} \int_{-T}^{T - |\Phi_n|} \{ u_n[j_{H1}, j_{H2}, \dots, j_{Hn} | \langle x(t) \rangle, \langle x(t + |\Phi_{2,1}|) \rangle, \dots, \langle x(t + |\Phi_n|) \rangle] - u_n[j_{H1}; j_{H2}, \Phi_{2,1}; \dots; j_{Hn}, \Phi_n] \} dt = \\ &= \frac{1}{(2n - M_{1n})T_0} \sum_{i=-n}^{n - M_{1n} - 1} \int_{t_i}^{t_i + T_0} \{ u_n[j_{H1}, j_{H2}, \dots, j_{Hn} | t, t + |\Phi_{2,1}|, \dots, t + |\Phi_n|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] - u_n[j_{H1}; j_{H2}, \Phi_{2,1}; \dots; j_{Hn}, \Phi_n] \} dt; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{дн}(j_{H1,1}; j_{H2,1}, \Phi_{2,1,1}; \dots; j_{Hn,1}, \Phi_{n,1}; j_{H1,2}; j_{H2,2}, \Phi_{2,2,1}; \dots; j_{Hn,2}, \Phi_{n,2}) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} R_{дн}(X_{11}; X_{21}, \Phi_{2,1,1}; \dots; X_{n1}, \Phi_{n,1}; X_{12}; X_{22}, \Phi_{2,2,1}; \dots; X_{n2}, \Phi_{n,2}) \times \\ &\quad \times e^{j_{H1,1} X_{11} + j_{H2,1} X_{21} + \dots + j_{Hn,1} X_{n1} + j_{H1,2} X_{12} + j_{H2,2} X_{22} + \dots + j_{Hn,2} X_{n2}} dX_{11} \dots dX_{n1} dX_{12} \dots dX_{n2} = \\ &= \frac{1}{(2T - |\tau_{1n,1}|)(2T - |\tau_{1n,2}|)} \int_{-T}^{T - |\Phi_{n,1}|} \int_{-T}^{T - |\Phi_{n,2}|} \{ u_{2n}[j_{H1,1}, j_{H2,1}, \dots, j_{Hn,1}, j_{H1,2}, j_{H2,2}, \dots, j_{Hn,2} | \\ &\quad | \langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_1 + |\Phi_{2,1,1}|) \rangle, \dots, \langle x(t_1 + |\Phi_{n,1}|) \rangle, \langle x(t_2) \rangle, \langle x(t_2 + |\Phi_{2,2,1}|) \rangle, \dots, \langle x(t_2 + |\Phi_{n,2}|) \rangle] - \\ &\quad - u_n[j_{H1,1}, j_{H2,1}, \dots, j_{Hn,1} | \langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_1 + |\Phi_{2,1,1}|) \rangle, \dots, \langle x(t_1 + |\Phi_{n,1}|) \rangle] \times \\ &\quad \times u_n[j_{H1,2}, j_{H2,2}, \dots, j_{Hn,2} | \langle x(t_2) \rangle, \langle x(t_2 + |\Phi_{2,2,1}|) \rangle, \dots, \langle x(t_2 + |\Phi_{n,2}|) \rangle] \} dt_1 dt_2 = \end{aligned}$$



$$= \frac{1}{(2n - M_{1n.1})(2n - M_{1n.2})T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-M_{1n.1}-1} \sum_{u=-n}^{n-M_{1n.2}-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \int_{t_u}^{t_u+T_0} \left\{ \mathfrak{H}_{2n} [j_{H_{11}}, j_{H_{21}}, \dots, j_{H_{n1}}, j_{H_{12}}, j_{H_{22}}, \dots, j_{H_{n2}}] \right. \\ \left. - \mathfrak{H}_n [j_{H_{11}}, j_{H_{21}}, \dots, j_{H_{n1}} | t_1, t_1 + |\Phi_{2.1}|, \dots, t_1 + |\Phi_{n.1}|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] \mathfrak{H}_n [j_{H_{12}}, j_{H_{22}}, \dots, j_{H_{n2}} | t_2, t_2 + |\Phi_{2.2}|, \dots, t_2 + |\Phi_{n.2}|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}] \right\} dt_1 dt_2,$$

где $\theta_n [j_{H_{11}}, j_{H_{21}}, \dots, j_{H_{n1}} | \bullet]$ и $\theta_{2n} [j_{H_{11}}, j_{H_{21}}, \dots, j_{H_{n1}}, j_{H_{12}}, j_{H_{22}}, \dots, j_{H_{n2}} | \bullet]$ – n -мерные и $2n$ -мерные условные характеристические функции.

Оценка двумерной взаимной характеристической функции совместно эргодических процессов, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\langle \mathfrak{H}_2 [j_H; j_3; \Phi] \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle w_2 [X; Y; \Phi] \rangle e^{j(\mathfrak{H}X + \mathfrak{H}_3 Y)} dX dY = \frac{1}{2T - |\Phi|} \int_{-T}^{T-|\Phi|} \mathfrak{H}_2 [j_H, j_3 | \langle x(t) \rangle, \langle y(t + |\Phi|) \rangle] dt = \\ = \frac{1}{(2n - M)T_0} \sum_{i=-n}^{n-M-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \mathfrak{H}_2 [j_H, j_3 | t, t + |\Phi|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}, y_{-ng}, \dots, y_{nq}] dt;$$

$$m_{дн} (j_H; j_3; \Phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} m_{дв} (X; Y; \Phi) e^{j(\mathfrak{H}X + \mathfrak{H}_3 Y)} dX dY = \frac{1}{2T - |\Phi|} \int_{-T}^{T-|\Phi|} \left\{ \mathfrak{H}_2 [j_H, j_3 | \langle x(t) \rangle, \langle y(t + |\Phi|) \rangle] - \mathfrak{H}_2 [j_H, j_3; \Phi] \right\} dt = \\ = \frac{1}{(2n - M)T_0} \sum_{i=-n}^{n-M-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \left\{ \mathfrak{H}_2 [j_H, j_3 | t, t + |\Phi|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}, y_{-ng}, \dots, y_{nq}] - \mathfrak{H}_2 [j_H, j_3; \Phi] \right\} dt;$$

$$R_{дн} (j_{H_1}; j_{3_1}; \Phi_1; j_{H_2}; j_{3_2}; \Phi_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{дв} (X_1; Y_1; \Phi_1; X_2; Y_2; \Phi_2) e^{j(\mathfrak{H}_1 X_1 + \mathfrak{H}_3 Y_1 + \mathfrak{H}_2 X_2 + \mathfrak{H}_3 Y_2)} dX_1 dY_1 dX_2 dY_2 = \\ = \frac{1}{(2T - |\Phi_1|)(2T - |\Phi_2|)} \int_{-T}^{T-|\Phi_1|} \int_{-T}^{T-|\Phi_2|} \left\{ \mathfrak{H}_4 [j_{H_1}, j_{3_1}, j_{H_2}, j_{3_2} | \langle x(t_1) \rangle, \langle y(t_1 + |\Phi_1|) \rangle, \langle x(t_2) \rangle, \langle y(t_2 + |\Phi_2|) \rangle] - \right. \\ \left. - \mathfrak{H}_2 [j_{H_1}, j_{3_1} | \langle x(t_1) \rangle, \langle y(t_1 + |\Phi_1|) \rangle] \mathfrak{H}_2 [j_{H_2}, j_{3_2} | \langle x(t_2) \rangle, \langle y(t_2 + |\Phi_2|) \rangle] \right\} dt_1 dt_2 = \\ = \frac{1}{(2n - M_1)(2n - M_2)T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-M_1-1} \sum_{u=-n}^{n-M_2-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \int_{t_u}^{t_u+T_0} \left\{ \mathfrak{H}_4 [j_{H_1}, j_{3_1}, j_{H_2}, j_{3_2} | t_1, t_1 + |\Phi_1|, t_2, t_2 + |\Phi_2|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}, y_{-ng}, \dots, y_{nq}] - \right. \\ \left. - \mathfrak{H}_2 [j_{H_1}, j_{3_1} | t_1, t_1 + |\tau_1|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}, y_{-ng}, \dots, y_{nq}] \mathfrak{H}_2 [j_{H_2}, j_{3_2} | t_2, t_2 + |\tau_2|; x_{-nk}, \dots, x_{nr}, y_{-ng}, \dots, y_{nq}] \right\} dt_1 dt_2.$$

Приведенные алгоритмы и характеристики погрешностей измерений распределений и характеристических функций реализуют введенные определения параметров эргодических случайных процессов. Комплексный подход к определению погрешностей аналоговых и цифровых измерений позволяет избежать суммирования элементарных погрешностей, которое нельзя выполнить корректно.

Литература

1. Заико А.И. Эргодические случайные процессы. Определения и алгоритмы измерения характеристик // Вестник УГАТУ.–2012.–№ 6(51) .–С. 74–85.



2. Заико А.И. Характеристики эргодических случайных процессов / Труды междунар. НТК «Перспективные технологии (ПИТ 2013)». – Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2013. – С. 50–53.

3. Заико А.И. Случайные процессы. Модели и измерения: учеб. пособие. – М.: Изд-во МАИ, 2006. – 297 с.

4. Заико А.И. Комплексный подход к определению погрешностей / А.И. Заико // Датчики и системы (ИКА). – 2007. – № 8 (99). – С. 52–59.

А.И. Замалютдинов, Л.Р. Габдрахманова

АНАЛИЗ ИЗОБРАЖЕНИЙ ФОТОННОГО КРИСТАЛЛА, ПОЛУЧЕННОГО ЗОЛЬ-ГЕЛЬ МЕТОДОМ

(Институт технической кибернетики и информатики
Казанский национально исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева – КАИ)

Предложена методика обработки изображения коллоидной пленки кремнезема (рис. 1) в программном пакете Image-ProPlus.

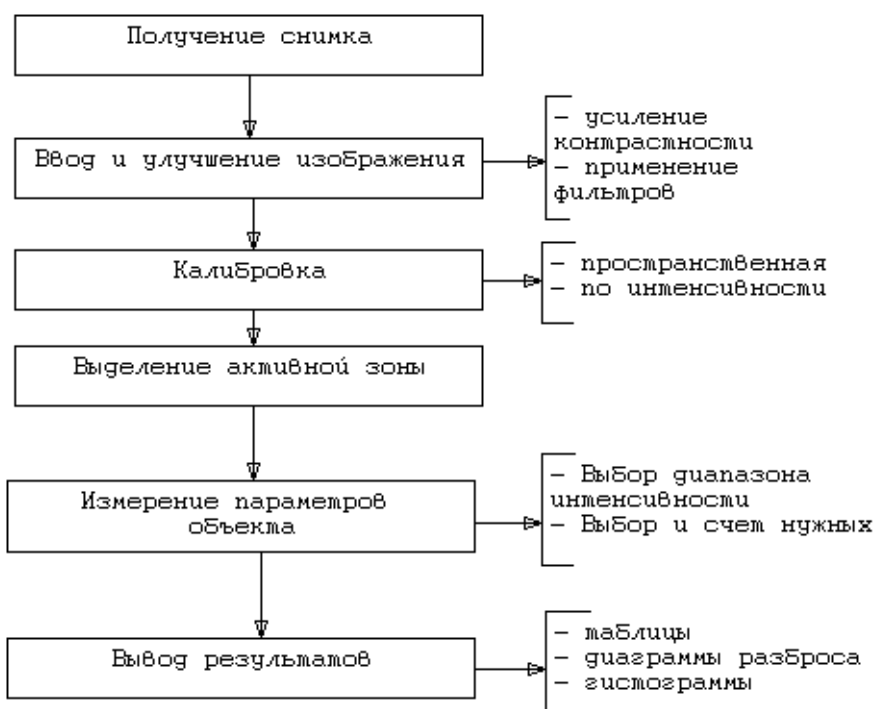


Рис. 1. Методика обработки изображения.

Исходными материалами являются цифровые снимки, полученные с помощью микроскопа QX5. Введенное изображение при необходимости можно улучшить при помощи фильтров (фильтры усиления, граничные, морфологические, специальные) [1]. После подготовки изображения и калибровки программы выбираем активную область, где будем производить измерения. Основные этапы подсчета заключаются в следующем: