используемых в усилителе резисторов;
$\Delta\Theta_{\text{окр.ср}}$ –максимально возможное изменение температуры окружающей среды.

Таким же выражением определяется максимально возможное изменение коэффициента передачи резистивного делителя напряжения.

Из приведённой формулы следует, что предельная относительная температурная нестабильность не зависит от сопротивления используемых резисторов, а определяется только их типом (значением ТКС). Паспортное значение ТКС резисторов общего применения не превышает $\pm 10^{-3}\ 1/^{\circ}\mathrm{C}$, для прецизионных резисторов это значение составляет $\pm 25 \cdot 10^{-6}\ 1/^{\circ}\mathrm{C}$.

То есть при изменении температуры окружающей среды на $10^{\circ}\mathrm{C}$ значение мультипликативной погрешности, вносимой в результат измерения неинвертирующим усилителем или резистивным делителем напряжения на резисторах общего применения, может достигать $\pm 2\%$ и $\pm 0{,}025\%$ на прецизионных резисторах.

Для предельного значения относительной мультипликативной температурной погрешности широко используемого в измерительных системах инструментального усилителя можно записать:

$$\delta_{S_R \max} = \pm 4 \cdot \text{ТКС} \cdot \Delta\Theta_{\text{окр.ср}}$$

Такими же простыми выражениями определяются предельные значения относительных аддитивных погрешностей, приведённых к диапазону изменения сигнала в месте возникновения погрешности.

А.И. Заико

АЛГОРИТМЫ ИЗМЕРЕНИЙ МОМЕНТОВ ЭРГОДИЧЕСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

(Уфимский государственный авиационный технический университет)

Статья является продолжением публикаций [1, 2]. В ней приводятся алгоритмы аналоговых и цифровых измерений моментных и спектральных характеристик, указаны математические ожидания и корреляционные функции погрешностей этих алгоритмов с применением комплексного подхода к их определению [3, 4, 5].

Оценка математического ожидания, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\langle m_x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} X \langle w_1[X] \rangle dX = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left[\langle x(t) \rangle - m_{\text{д}} \right] dt = \frac{1}{2nT_0} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} m(t; x_{-nk}, \ldots, x_{nr}) dt;$$

$$m_{\text{д}m} = \int_{-\infty}^{\infty} X m_{\text{д}w}(X) dX = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left[\langle x(t) \rangle - m_{\text{д}} - m_x \right] dt = \frac{1}{2nT_0} \sum_{i=-n}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \left[m(t; x_{-nk}, \ldots, x_{nr}) - m_x \right] dt;$$

$$R_{дт} = D_{дт} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} X_1 X_2 R_{дw}(X_1, X_2) dX_1 dX_2 = \frac{1}{4T^2}\int_{-T}^{T}\int_{-T}^{T} R_д(t_1, t_2) dt_1 dt_2 =$$

$$= \frac{1}{4n^2T_0^2}\sum_{i=-n}^{n-1}\sum_{u=-n}^{n-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}\int_{t_u}^{t_u+T_0} R_д(t_1, t_2; x_{-nk}, ..., x_{nr}) dt,$$

где $m_д$ – математическое значение погрешности измерения реализации $x(t)$ процесса; $m(t; x_{-nk}, ..., x_{nr})$ – математическое ожидание реализации процесса в момент времени t, восстановленной по отсчетам $x_{-nk}, ..., x_{nr}$.

Оценка дисперсии, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\langle D_x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} (X - m_x)^2 \langle w_1[X] \rangle dX = \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\left\{[\langle x(t) \rangle - m_д - m_x]^2 + D_д\right\} dt =$$

$$= \frac{1}{2nT_0}\sum_{i=-n}^{n-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{[m(t; x_{-nk}, ..., x_{nr}) - m_x]^2 + D_д(t; x_{-nk}, ..., x_{nr})\right\} dt;$$

$$m_{дD} = \int_{-\infty}^{\infty} (X - m_x)^2 m_{дw}(X) dX = \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\left\{[\langle x(t) \rangle - m_д - m_x]^2 + D_д - D_x\right\} dt =$$

$$= \frac{1}{2nT_0}\sum_{i=-n}^{n-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{[m(t; x_{-nk}, ..., x_{nr}) - m_x]^2 + D_д(t; x_{-nk}, ..., x_{nr}) - D_x\right\} dt;$$

$$R_{дD} = D_{дD} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} (X_1 - m_x)^2 (X_2 - m_x)^2 R_{дw}(X_1, X_2) dX_1 dX_2 =$$

$$= \frac{1}{4T^2}\int_{-T}^{T}\int_{-T}^{T}\left\{m^{2\times 2}[\langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_2) \rangle] - [\langle x(t_1) \rangle - m_д]^2 [\langle x(t_2) \rangle - m_д]^2\right\} dt_1 dt_2 =$$

$$= \frac{1}{4n^2T_0^2}\sum_{i=-n}^{n-1}\sum_{u=-n}^{n-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}\int_{t_u}^{t_u+T_0}\left\{m^{2\times 2}(t_1, t_2; x_{-nk}, .., x_{nr}) - m^2(t_1; x_{-nk}, .., x_{nr}) m^2(t_2; x_{-nk}, .., x_{nr})\right\} dt_1 dt_2,$$

где $D_д$ – дисперсия погрешности измерения реализации процесса; $D_д(t; x_{-nk}, ..., x_{nr})$ – дисперсия погрешности измерения реализации процесса в момент времени t, восстановленной по отсчетам $x_{-nk}, ..., x_{nr}$; $m^{2\times 2}[\langle x(t_1) \rangle, \langle x(t_2) \rangle]$ и $m^{2\times 2}(t_1, t_2; x_{-nk}, .., x_{nr})$ – начальные моменты четвёртого порядка от произведения квадратов реализаций процесса, восстановленных в моменты времени t_1 и t_2 соответственно по оценкам $\langle x(t) \rangle$ и отсчетам $x_{-nk}, ..., x_{nr}$.

Оценка корреляционной функции, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\left\langle R_x(\text{ф})\right\rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}(X_1-m_x)(X_2-m_x)\left\langle w_2[X_1;X_2,\text{ф}]\right\rangle dX_1dX_2 =$$

$$= \frac{1}{2T-|\text{ф}|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}|}\left\{\left[\left\langle x(t)\right\rangle - m_{\text{д}} - m_x\right]\left[\left\langle x(t+|\text{ф}|)\right\rangle - m_{\text{д}} - m_x\right] + R_{\text{д}}(\text{ф})\right\}dt =$$

$$= \frac{1}{(2n-\text{м})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\mu-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{\left[m(t;x_{-nk},...,x_{nr})-m_x\right]\left[m(t+|\text{ф}|;x_{-nk},...,x_{nr})-m_x\right]+\right.$$

$$\left.+R_{\text{д}}(t,t+|\text{ф}|;x_{-nk},...,x_{nr})\right\}dt;$$

$$m_{\text{д}R}(\text{ф}) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}(X_1-m_x)(X_2-m_x)m_{\text{д}w}(X_1;X_2,\text{ф})dX_1dX_2 =$$

$$= \frac{1}{2T-|\text{ф}|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}|}\left\{\left[\left\langle x(t)\right\rangle - m_{\text{д}} - m_x\right]\left[\left\langle x(t+|\text{ф}|)\right\rangle - m_{\text{д}} - m_x\right] + R_{\text{д}}(\text{ф}) - R_x(\text{ф})\right\}dt =$$

$$= \frac{1}{(2n-\text{м})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\mu-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{\left[m(t;x_{-nk},...,x_{nr})-m_x\right]\left[m(t+|\text{ф}|;x_{-nk},...,x_{nr})-m_x\right]+\right.$$

$$\left.+R_{\text{д}}(t,t+|\text{ф}|;x_{-nk},...,x_{nr}) - R_x(\text{ф})\right\}dt;$$

$$R_{\text{д}R}(\text{ф}_1,\text{ф}_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}(X_{11}-m_x)(X_{21}-m_x)(X_{12}-m_x)(X_{22}-m_x)\times$$

$$\times R_{\text{д}w}(X_{11};X_{21},\text{ф}_1;X_{12};X_{22},\text{ф}_2)dX_{11}dX_{21}dX_{12}dX_{22} =$$

$$= \frac{1}{(2T-|\text{ф}_1|)(2T-|\text{ф}_2|)}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}_1|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}_2|}\left\{m^4\left[\left\langle x(t_1)\right\rangle,\left\langle x(t_1+|\text{ф}_1|)\right\rangle,\left\langle x(t_2)\right\rangle,\left\langle x(t_2+|\text{ф}_2|)\right\rangle\right]-\right.$$

$$\left.-\left[\left\langle x(t_1)\right\rangle - m_{\text{д}}\right]\left[\left\langle x(t_1+|\text{ф}_1|)\right\rangle - m_{\text{д}}\right]\left[\left\langle x(t_2)\right\rangle - m_{\text{д}}\right]\left[\left\langle x(t_2+|\text{ф}_2|)\right\rangle - m_{\text{д}}\right]\right\}dt_1dt_2 =$$

$$= \frac{1}{(2n-\text{м}_1)(2n-\text{м}_2)T_0^2}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}_1-1}\sum_{u=-n}^{u-\text{м}_2-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\int\limits_{t_u}^{t_u+T_0}\left\{m^4(t_1,t_1+|\text{ф}_1|,t_2,t_2+|\text{ф}_2|;x_{-nk},...,x_{nr})-\right.$$

$$\left.-m^2(t_1,t_1+|\text{ф}_1|;x_{-nk},...,x_{nr})m^2(t_2,t_2+|\text{ф}_2|;x_{-nk},...,x_{nr})\right\}dt_1dt_2,$$

где $R_{\text{д}}(\text{ф})$ – корреляционная функция погрешности измерения реализации процесса; $R_{\text{д}}(t_1,t_2;x_{-nk},...,x_{nr})$ – корреляционная функция погрешности измерения реализации процесса, восстановленной по отсчетам $x_{-nk},...,x_{nr}$; $m^4\left[\left\langle x(t_1)\right\rangle,\left\langle x(t_1+|\text{ф}_1|)\right\rangle,\left\langle x(t_2)\right\rangle,\left\langle x(t_2+|\text{ф}_2|)\right\rangle\right]$ и $m^4(t_1,t_1+|\text{ф}_1|,t_2,t_2+|\text{ф}_2|;x_{-nk},...,x_{nr})$ –

начальные моменты четвёртого порядка от произведения реализаций процесса, восстановленных в моменты времени $t_1, t_1 + |ф_1|, t_2, t_2 + |ф_2|$ соответственно по оценкам $\langle x(t_1)\rangle, \langle x(t_1 + |ф_1|)\rangle, \langle x(t_2)\rangle, \langle x(t_2 + |ф_2|)\rangle$ и отсчетам $x_{-nk},..., x_{nr}$.

Оценка ковариационной функции, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\langle B_x(ф)\rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} X_1 X_2 \langle w_2[X_1; X_2, ф]\rangle dX_1 dX_2 =$$

$$= \frac{1}{2T - |ф|} \int\limits_{-T}^{T-|ф|} \left[\left[\langle x(t)\rangle - m_д\right]\left[\langle x(t + |ф|)\rangle - m_д\right] + R_д(ф)\right] dt =$$

$$= \frac{1}{(2n - м)T_0} \sum_{i=-n}^{n-μ-1} \int\limits_{t_i}^{t_i+T_0} \left\{m(t; x_{-nk},..., x_{nr}) m(t + |ф|; x_{-nk},..., x_{nr}) + R_д(t, t + |ф|; x_{-nk},..., x_{nr})\right\} dt;$$

$$m_{дB}(ф) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} X_1 X_2 m_{дw}(X_1; X_2, ф) dX_1 dX_2 =$$

$$= \frac{1}{2T - |ф|} \int\limits_{-T}^{T-|ф|} \left[\left[\langle x(t)\rangle - m_д\right]\left[\langle x(t + |ф|)\rangle - m_д\right] + R_д(ф) - B_x(ф)\right] dt =$$

$$= \frac{1}{(2n - м)T_0} \sum_{i=-n}^{n-μ-1} \int\limits_{t_i}^{t_i+T_0} \left\{m(t; x_{-nk},..., x_{nr}) m(t + |ф|; x_{-nk},..., x_{nr}) + \right.$$

$$\left. + R_д(t, t + |ф|; x_{-nk},..., x_{nr}) - B_x(ф)\right\} dt;$$

$$R_{дB}(ф_1, ф_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} X_{11} X_{21} X_{12} X_{22} R_{дw}(X_{11}; X_{21}, ф_1; X_{12}; X_{22}, ф_2) dX_{11} dX_{21} dX_{12} dX_{22} =$$

$$= \frac{1}{(2T - |ф_1|)(2T - |ф_2|)} \int\limits_{-T}^{T-|ф_1|} \int\limits_{-T}^{T-|ф_2|} \left\{m^4\left[\langle x(t_1)\rangle, \langle x(t_1 + |ф_1|)\rangle, \langle x(t_2)\rangle, \langle x(t_2 + |ф_2|)\rangle\right] - \right.$$

$$\left. - \left[\langle x(t_1)\rangle - m_д\right]\left[\langle x(t_1 + |ф_1|)\rangle - m_д\right]\left[\langle x(t_2)\rangle - m_д\right]\left[\langle x(t_2 + |ф_2|)\rangle - m_д\right]\right\} dt_1 dt_2 =$$

$$= \frac{1}{(2n - м_1)(2n - м_2)T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-м_1-1} \sum_{u=-n}^{u-м_2-1} \int\limits_{t_i}^{t_i+T_0} \int\limits_{t_u}^{t_u+T_0} \left\{m^4(t_1, t_1 + |ф_1|, t_2, t_2 + |ф_2|; x_{-nk},.., x_{nr}) - \right.$$

$$\left. - m^2(t_1, t_1 + |ф_1|; x_{-nk},.., x_{nr}) m^2(t_2, t_2 + |ф_2|; x_{-nk},.., x_{nr})\right\} dt_1 dt_2.$$

Оценка взаимной корреляционной функции совместно эргодических процессов, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\left\langle R_{xy}(\text{ф})\right\rangle=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}(X-m_x)(Y-m_y)\left\langle w_2[X;Y,\text{ф}]\right\rangle dXdY=$$

$$=\frac{1}{2T-|\tau|}\int\limits_{-T}^{T-|\tau|}\left\{\left[\left\langle x(t)\right\rangle-m_{\text{д}x}-m_x\right]\left[\left\langle y(t+|\text{ф}|)\right\rangle-m_{\text{д}y}-m_y\right]+R_{\text{д}x\text{д}y}(\text{ф})\right\}dt=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\mu-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{\left[m(t;x_{-nk},...,x_{nr})-m_x\right]\left[\left\langle m(t+|\text{ф}|;y_{-ng},...,y_{nq})\right\rangle-m_y\right]+\right.$$

$$\left.+R_{\text{д}x\text{д}y}\left(t,t+|\text{ф}|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\right)\right\}dt;$$

$$m_{\text{д}Rxy}(\text{ф})=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}(X-m_x)(Y-m_y)m_{\text{д}w}(X;Y,\text{ф})dXdY=$$

$$=\frac{1}{2T-|\tau|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}|}\left\{\left[\left\langle x(t)\right\rangle-m_{\text{д}x}-m_x\right]\left[\left\langle y(t+|\text{ф}|)\right\rangle-m_{\text{д}y}-m_y\right]+R_{\text{д}x\text{д}y}(\text{ф})-R_{xy}(\text{ф})\right\}dt=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\mu-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{\left[m(t;x_{-nk},...,x_{nr})-m_x\right]\left[m(t+|\text{ф}|;y_{-ng},...,y_{nq})-m_y\right]+\right.$$

$$\left.+R_{\text{д}x\text{д}y}\left(t,t+|\text{ф}|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\right)-R_{xy}(\text{ф})\right\}dt;$$

$$R_{\text{д}Rxy}(\tau_1,\tau_2)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}(X_1-m_x)(Y_1-m_y)(X_2-m_x)(Y_2-m_y)R_{\text{д}w}(X_1;Y_1,\text{ф}_1;X_2;Y_2,\text{ф}_2)dX_1dY_1dX_2dY_2=$$

$$=\frac{1}{(2T-|\text{ф}_1|)(2T-|\text{ф}_2|)}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}_1|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}_2|}\left\{m^4\left[\left\langle x(t_1)\right\rangle,\left\langle y(t_1+|\text{ф}_1|)\right\rangle,\left\langle x(t_2)\right\rangle,\left\langle y(t_2+|\text{ф}_2|)\right\rangle\right]-\right.$$

$$\left.-\left[\left\langle x(t_1)\right\rangle-m_{\text{д}x}\right]\left[\left\langle x(t_1+|\text{ф}_1|)\right\rangle-m_{\text{д}x}\right]\left[\left\langle y(t_2)\right\rangle-m_{\text{д}y}\right]\left[\left\langle y(t_2+|\text{ф}_2|)\right\rangle-m_{\text{д}y}\right]\right\}dt_1dt_2=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м}_1)(2n-\text{м}_2)T_0^2}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}_1-1}\sum_{u=-n}^{u-\text{м}_2-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\int\limits_{t_u}^{t_u+T_0}\left\{m^4\left[t_1,t_1+|\text{ф}_1|,t_2,t_2+|\text{ф}_2|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\right]-\right.$$

$$\left.-m^2\left[t_1,t_1+|\text{ф}_1|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\right]m^2\left[t_2,t_2+|\text{ф}_2|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\right]\right\}dt_1dt_2,$$

где $R_{\text{д}x\text{д}y}(\text{ф})$ и $R_{\text{д}x\text{д}y}\left(t,t+|\text{ф}|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\right)$ – взаимные корреляционные функция погрешнстей аналоговых и цифровых измерений $x(t)$ и $y(t+|\text{ф}|)$.

Оценка взаимной ковариационной функции совместно эргодических процессов, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\left\langle B_{xy}(\text{ф})\right\rangle=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}XY\left\langle w_2[X;Y,\text{ф}]\right\rangle dXdY=$$

$$=\frac{1}{2T-|\tau|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}|}\left\{\left[\left\langle x(t)\right\rangle-m_{\text{д}x}\right]\left[\left\langle y(t+|\tau|)\right\rangle-m_{\text{д}y}\right]+R_{\text{д}x\text{д}y}(\tau)\right\}dt=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\mu-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{m(t;x_{-nk},...,x_{nr})m(t+|\text{ф}|;y_{-ng},...,y_{nq})+\right.$$

$$\left.+R_{\text{д}x\text{д}y}\left(t,t+|\text{ф}|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\right)\right\}dt;$$

$$m_{\text{д}Bxy}(\text{ф}) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} XY m_{\text{д}w}(X;Y,\text{ф})dXdY =$$

$$= \frac{1}{2T-|\tau|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}|}\left\{\left[\langle x(t)\rangle - m_{\text{д}x}\right]\left[\langle y(t+|\tau|)\rangle - m_{\text{д}y}\right] + R_{\text{д}x\text{д}y}(\tau) - B_{xy}(\text{ф})\right\}dt =$$

$$= \frac{1}{(2n-\text{м})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\mu-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{m(t+|\text{ф}|;y_{-nk},...,y_{nr})m(t+|\text{ф}|;y_{-ng},...,y_{nq}) + \right.$$

$$\left. + R_{\text{д}x\text{д}y}(t,t+|\text{ф}|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}) - B_{xy}(\text{ф})\right\}dt;$$

$$R_{\text{д}Bxy}(\tau_1,\tau_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} X_1Y_1X_2Y_2R_{\text{д}W}(X_1;Y_1,\text{ф}_1;X_2;Y_2,\text{ф}_2)dX_1dY_1dX_2dY_2 =$$

$$= \frac{1}{(2T-|\text{ф}_1|)(2T-|\text{ф}_2|)}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}_1|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}_2|}\left\{m^4\left[\langle x(t_1)\rangle,\langle y(t_1+|\text{ф}_1|)\rangle,\langle x(t_2)\rangle,\langle y(t_2+|\text{ф}_2|)\rangle\right] - \right.$$

$$\left. - \left[\langle x(t_1)\rangle - m_{\text{д}x}\right]\left[\langle y(t_1+|\text{ф}_1|)\rangle - m_{\text{д}y}\right]\left[\langle x(t_2)\rangle - m_{\text{д}x}\right]\left[\langle y(t_2+|\text{ф}_2|)\rangle - m_{\text{д}y}\right]\right\}dt_1dt_2 =$$

$$= \frac{1}{(2n-\text{м}_1)(2n-\text{м}_2)T_0^2}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}_1-1}\sum_{u=-n}^{u-\text{м}_2-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\int\limits_{t_u}^{t_u+T_0}\left\{m^4\left[t_1,t_1+|\text{ф}_1|,t_2,t_2+|\text{ф}_2|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\right] - \right.$$

$$\left. - m^2\left[t_1,t_1+|\text{ф}_1|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\right]m^2\left[t_2,t_2+|\text{ф}_2|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\right]\right\}dt_1dt_2.$$

Оценка спектральной плотности мощности, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\langle S_x(\text{щ})\rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\langle B_x(\text{ф})\rangle\, \mathrm{e}^{-j\text{щф}}d\text{ф};$$

$$m_{\text{д}S}(\text{щ}) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}m_{\text{д}B}(\text{ф})\mathrm{e}^{-j\text{щф}}d\text{ф} = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\langle B_x(\text{ф})\rangle - B_x(\text{ф})\right]\mathrm{e}^{-j\text{щф}}d\text{ф};$$

$$R_{\text{д}S}(\omega_1,\omega_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}R_{\text{д}B}(\tau_1,\tau_2)\,\mathrm{e}^{-j(\text{щ}_1\text{ф}_1+\text{щ}_2\text{ф}_2)}d\tau_1d\tau_2.$$

Оценка взаимной спектральной плотности мощности совместно эргодических процессов, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\left\langle S_{xy}(\text{щ})\right\rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\left\langle B_{xy}(\text{ф})\right\rangle\, \mathrm{e}^{-j\text{щф}}d\text{ф};$$

$$m_{\text{д}Sxy}(\text{щ}) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}m_{\text{д}Bxy}(\tau)\,\mathrm{e}^{-j\text{щф}}d\text{ф} = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\left\langle B_{xy}(\text{ф})\right\rangle - B_{xy}(\text{ф})\right]\mathrm{e}^{-j\text{щф}}d\text{ф};$$

$$R_{\text{д}Sxy}(\omega_1,\omega_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}R_{\text{д}Bxy}(\tau_1,\tau_2)\,\mathrm{e}^{-j(\text{щ}_1\text{ф}_1+\text{щ}_2\text{ф}_2)}d\tau_1d\tau_2.$$

Полученные на основе комплексного подхода математические ожидания и корреляционные функции погрешностей измерений математических ожиданий, корреляционных функций и спектральных характеристик эргодического процесса позволяют адекватно, во взаимодействии между собой учесть влияние конечной длительности и погрешностей реализации, а также влияние дискретизации во времени для аналоговых и цифровых измерений.

Литература

1. Заико А.И. Характеристики эргодических случайных процессов / Труды междунар. НТК «Перспективные технологии (ПИТ 2013)».–Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2013.– С. 50–53.
2. Заико А.И. Алгоритмы измерений распределений эргодических случайных процессов / Труды междунар. НТК «Перспективные технологии (ПИТ 2014)».–Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2014.– С. 50–53.
3. Заико А.И. Эргодические случайные процессы. Определения и алгоритмы измерения характеристик // Вестник УГАТУ.–2012.–№ 6(51) .–С. 74–85.
4. Заико А.И. Случайные процессы. Модели и измерения: учеб. пособие.–М.: Изд-во МАИ, 2006.– 297 с.
5. Заико А.И. Комплексный подход к определению погрешностей / А.И. Заико // Датчики и системы (ИКА) .–2007.–№ 8 (99). – С. 52–59.

А.И. Заико

АЛГОРИТМЫ ИЗМЕРЕНИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ЭРГОДИЧЕСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

(Уфимский государственный авиационный технический университет)

В работах [1, 2] приведены известные и даны новые определения характеристик эргодических случайных процессов. Реальные алгоритмы измерения отличаются от этих определений конечной длительностью $2T$ и погрешностью измерения реализации $x(t)$. Поэтому результатами измерений являются оценки этих характеристик $\langle \bullet \rangle$, неточность которых характеризуется математическими ожиданиями $m_{\text{д}\bullet}(\bullet)$ и ковариационными функциями $R_{\text{д}\bullet}(\bullet)$ их погрешностей. Они по-разному учитываются при аналоговых и цифровых измерениях. Так, при аналоговых измерениях погрешность $\text{д}(t) = \langle x(t) \rangle - x(t)$, где $\langle x(t) \rangle -$ получаемая в результате измерения оценка реализации $x(t)$ длительности $2T$. При цифровых измерениях длительность измерения дискретна $2nT_0$, где $T_0 -$ шаг равномерной дискретизации, а $2n -$ количество таких шагов. Погрешность цифровых измерений $\text{д}(t_i) = x_{il} - x(t_i)$, где $x_{il} -$ цифровой отсчет, $i -$ номер