

О ПОВЕДЕНИИ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В НЕОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТЯХ

Г.В. Гришина

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)

В неограниченном полуцилиндре рассмотрено нелинейное равномерно-эллиптическое уравнение с измеримыми ограниченными коэффициентами. Получены интегральные оценки решения на бесконечности при условии выполнения однородных условий Неймана на боковой части границы цилиндра.

Задачи, связанные с изучением свойств решений в неограниченных областях имеют большое прикладное значение. Например, они возникают при изучении различных нелинейных процессов в тонких областях. В качестве модели такой области может быть рассмотрен бесконечный полуцилиндр. Априорные оценки решения на бесконечности используются при построении асимптотик решения. Вопросам исследования скорости убывания на бесконечности решений и их производных как для линейных, так и для нелинейных эллиптических уравнений посвящены многие работы, например, [1 – 5]. Теорема 1 является новой и для случая $m = 1$.

Теорема 1. [6] В полуцилиндре $H = \{x = (x', x_n): x' \in G, x_n > 0\}$ рассмотрим уравнение

$$\sum_{|\alpha|, |\beta|=m} D^\alpha (a_{\alpha\beta}(x') |D^m u|^{p-2} D^\beta u) = 0,$$

где G область из R^{n-1} , α, β – мультииндексы, $p > 1$, коэффициенты $a_{\alpha\beta}(x')$ – действительные ограниченные измеримые функции, такие, что выполнены условия равномерной эллиптичности. Если $u \in W_{loc}^{m,p}(H)$ – обобщенное решение уравнения, удовлетворяющее на боковой границе цилиндра однородному условию Неймана и

$$\int_{H \cap \{x_n < \rho\}} |D^m u|^p dx = o(\rho),$$

то найдутся ρ_0 и положительные постоянные C и μ такие, что $\forall \rho > \rho_0$

$$\int_{H \cap \{x_n > \rho\}} |D^m u|^p dx < C e^{-\mu\rho}.$$

Литература

1. Лакс П.Д. Теорема Фрагмена-Линделефа в гармоническом анализе и ее приложения к некоторым вопросам теории эллиптических уравнений // Математика: Сб. переводов. – 1959. – Т. 1. – С. 107 – 132.
2. Ландис Е.М. О поведении решений эллиптических уравнений высокого порядка в неограниченных областях // Труды Московского математического общества. – 1974. – Т. 31. – С. 35 – 58.
3. Олейник О.А., Радкевич Е.В. Аналитичность и теоремы типа Лиувилля для общих эллиптических систем дифференциальных уравнений // Математический сборник. – 1974. – Т. 95, № 1. – С. 130 – 145.
4. Гришина Г.В. Поведение решений нелинейной вариационной задачи в окрестности особых точек границы и на бесконечности // Математический сборник. – 1993. – Т. 184, № 3. – С. 81 – 110.
5. Тарба Л.А. О свойствах решений эллиптического уравнения высокого порядка в областях с некомпактной границей // Вестник Моск. ун-та. Сер. матем. и мех. – 1981. – № 6. – С. 10 – 14.
6. Гришина Г.В. Теорема типа Фрагмена-Линделефа для нелинейных эллиптических уравнений высокого порядка // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2013. № 8. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/hidden/885.html>