

# ОБ УСЛОВИЯХ СИНГУЛЯРНОСТИ КНЕЗЕРОВСКИХ РЕШЕНИЙ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

А.А. Коньков

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Рассматриваются решения уравнения

$$w^{(m)} = Q(t, w, \dots, w^{(m-1)}), \quad t \geq a, \quad m \geq 2, \quad (1)$$

удовлетворяющие условиям

$$(-1)^{(i)} w^{(i)}(t) \geq 0, \quad t \geq a, \quad i = 0, 1, \dots, m-1, \quad (2)$$

так называемые *кнезеровские* решения.

Начиная с пионерской работы А. Кнезера [9] задачи вида (1), (2) привлекают внимание многих математиков [1 - 12]. Этот интерес, в частности, объясняется тем, что подобные задачи возникают в ряде приложений математической физики. Например, в своем знаменитом исследовании, посвященном распределению электронов в тяжелом атоме, Л. Томас [13] и Э. Ферми [14] имели дело с положительным решением уравнения

$$w''(t) = t^{-\frac{1}{2}} w^{\frac{3}{2}}, \quad \text{удовлетворяющим условию } w(0) = 1, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = 0, \quad \text{которое, очевидно,}$$

является кнезеровским.

При этом традиционный интерес вызывают нетривиальные решения, обращающиеся тождественно в нуль в окрестности бесконечности. Такие решения принято называть сингулярными первого рода [7]. Нам удалось получить априорные оценки решений задачи (1), (2) и достаточные условия сингулярности для весьма широкого класса функций  $Q$ .

## Литература

1. Асташова И.В. Равномерные оценки положительных решений квазилинейных обыкновенных дифференциальных уравнений // Изв. Акад. Наук. Сер. Матем. 2008. Т. 72. С. 85 - 104.
2. Astashova I.V. On quasi-periodic solutions to a higher-order Emden-Fowler type differential equation // Boundary Value Problems. 2014, 2014:174.
3. Bartusek M., Dosla Z. Remark on Kneser problem // Appl. Anal. 1995. Vol. 56. P. 327-333.
4. Bartuek M., Cecchi M., Marini M. On Kneser solutions of nonlinear third order differential equations // J. Math. Anal. Appl. 2001. Vol. 261. P. 72-84.
5. Изобов Н.А. Кнезеровские решения // Дифференциальные уравнения. 1985. Т. 21. С. 581-588.
6. Кигурадзе И.Т. О монотонных решениях нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка // Изв. Акад. Наук. Сер. Матем. 1969. Т. 33. С. 1373-1398.
7. Кигурадзе И.Т., Чантурия Т.А. Асимптотические свойства решений неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1990.
8. Kiguradze I., Partsvania N. On the Kneser problem for two-dimensional differential systems with advanced arguments // J. Inequal. Appl. 2002. Vol. 7(4). P. 453-477.
9. Kneser A. Untersuchung und asymptotische Darstellung der Integrale gewisser Differentialgleichungen bei grossen reellen Werthen des Arguments // Journ. fur die reine und angew. 1896. Math. 116. P. 178-212.
10. Коньков А.А. О свойствах решений одного класса нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений // Труды Семинара им. И.Г.Петровского. 2007. Т. 26. С. 194-221.
11. Kon'kov A.A. On the behavior of Kneser solutions of nonlinear ordinary differential equations // Ann. Mat. Pura Appl. (в печати).
12. Partsvania N., Puza B. The nonlinear Kneser problem for singular in phase variables second-order differential equations // Boundary Value Problems. 2014, 2014:147.
13. Thomas L. The calculation of atomic fields // Proc. Camb. Philos. Soc. 1927. Vol. 23. P. 542-548.
14. Fermi E. Un metodo statistico per la determinazione di alcune proprieta dell atomo // Rend. R. Accad. Naz. Lincei. 1927. Vol. 6. P. 602-607.