

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

На правах рукописи

**Рожков Мирослав Андреевич**

**ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГОРАЗОВЫХ ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКИХ ПЕРЕЛЁТОВ  
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ С УЧЁТОМ  
ДЕГРАДАЦИИ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ**

**2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов**

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
**Старинова Ольга Леонардовна,**  
доктор технических наук, доцент

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1 АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ МНОГОРАЗОВЫХ ПЕРЕЛЁТОВ СОЛНЕЧНОГО ПАРУСА .....	10
1.1 Транспортная система на базе многоразовых перелётов с солнечным парусом....	10
1.2 Актуальность и разработанность поставленной задачи.....	14
1.3 Существующие методики расчёта многоразовых гелиоцентрических перелётов с малой тягой.....	19
1.4 Математические модели функционирования солнечного паруса.....	21
1.4.1 Давление электромагнитного излучения на идеально отражающий парус....	22
1.4.2 Ускорение от неидеально отражающего солнечного паруса .....	24
1.4.3 Определение оптических параметров многослойной плёнки паруса .....	26
1.4.4 Деградация отражающей поверхности солнечного паруса.....	28
Выводы по первой главе .....	31
2 МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ И МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УПРАВЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИЕЙ СОЛНЕЧНОГО ПАРУСА .....	32
2.1 Уравнения движения КА с СП в полярной системе координат .....	32
2.2 Определение оптимальной программы управления для идеально отражающего солнечного паруса .....	35
2.3 Оптимальное управление неидеально отражающим солнечным парусом с учётом деградации оптических параметров.....	37
2.4 Методика решения краевой задачи для многоразовых перелётов.....	39
2.4.1 База данных решений для идеально отражающего паруса .....	39
2.4.2 Усложнение моделей и перемещение по параметру дозы радиации .....	43
2.5 Программно-математическое обеспечение расчёта и моделирования многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с СП .....	45
Выводы по второй главе .....	49
3 МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОРАЗОВЫХ ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКИХ ПЕРЕЛЁТОВ .....	51
3.1 Один цикл движения: верификация математической модели.....	51
3.2 Выбор и расчёт оптических параметров прототипа КА с СП .....	55
3.3 Многоразовые перелёты Земля-Меркурий-Земля .....	60
3.3.1 Движение Земля-Меркурий-Земля идеально отражающего паруса.....	60
3.3.2 Движение Земля-Меркурий-Земля с учётом изменения оптических параметров паруса вследствие деградации .....	66
3.4 Многоразовые перелёты Земля-Марс-Земля .....	73
3.4.1 Движение Земля-Марс-Земля идеально отражающего паруса.....	73

3.4.2 Движение Земля-Марс-Земля с учётом изменения оптических параметров паруса вследствие деградации .....	78
3.5 Рекомендация по применению результатов диссертационной работы.....	86
Выводы по третьей главе .....	87
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	88
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	89

## ВВЕДЕНИЕ

В диссертации рассматриваются вопросы проектирования оптимальных по быстродействию многоцветных гелиоцентрических перелётов космического аппарата (КА) с неидеально отражающим солнечным парусом (СП) с учётом деградации отражающей поверхности.

### **Актуальность темы исследования.**

Концепция использования СП берёт своё начало в 1920-х годах с разработок российского учёного Фридриха Артуровича Цандера [1]. С тех пор методология использования космического двигателя на основе давления электромагнитного излучения Солнца дополнилась многочисленными методами проектирования, математического моделирования и прогнозирования орбитального движения, а также непосредственными экспериментами по развёртыванию (проект «Знамя-2» [2]) и управлению КА с СП в космосе (космические аппараты IKAROS [3], NanoSail-D [4], LightSail [5]). Успешные эксперименты и завершённые исследования фундаментальных проблем технологии использования СП позволяют с уверенностью переходить к изучению более частных вопросов в данном направлении. Анализ современной научной литературы показал, что в значительной степени остаётся открытым вопрос оптимизации управления движением КА с СП с учётом деградации отражающей поверхности. Данный вопрос требует комплексного подхода в описании динамики движения КА с СП.

Уникальная особенность СП состоит в возможности постоянно сообщать ускорение КА без затрат рабочего тела. Это позволяет значительно расширить круг возможных космических миссий и открывает возможности для формирования искусственных точек равновесия в системе  $n$ -тел [6–9], некеплеровских орбит [10], стационарных орбит над полюсами планет [11], для удерживания КА около астероидов сложной формы [12] и выполнения других уникальных орбитальных манёвров, которые требуют наличия постоянного ускорения. Однако, СП имеют ограничения по времени функционирования, что связано с их постоянным взаимодействием с электромагнитным излучением Солнца. Фотоны, которые передают импульс парусу, изменяют молекулярную структуру материала отражающей плёнки [13, 14]. Зеркальная поверхность паруса со временем теряет свои первоначальные отражательные способности и становится матовой. Происходит деградация СП и снижение создаваемой давлением электромагнитного излучения тяги [15], что влияет на динамику движения КА [16]. Эффективность СП в длительных миссиях, которые требуют постоянного управления, может быть повышена путём минимизации времени на совершение управляемого манёвра.

**Степень разработанности.** Возможности СП, их конструкции, а также математические модели функционирования были исследованы российскими и иностранными учёными: К. Э. Циолковским, Ф. А. Цандером, Е. Н. Поляховой, Н. А. Неровным, А. В. Родниковым, В. В. Сазоновым, О. Л. Стариновой, Р. М. Хабибуллиным, J. D. Acord, B. Dachwald, R. L. Forward, L. Friedman, B. Fu, R. Funase, S. Gong, J. I. Kawaguchi, R. Ya. Kezerashvili, O. Mori, M. Macdonald, G. L. Matloff, C. R. McInnes, M. Vergaaji, G. Vulpetti, J. Wright.

Вопросами оптимизации управления движением центра масс КА с двигателям малой тяги занимались В. Л. Балакин, С. А. Ишков, В. Г. Кравец, Ю. Н. Лазарев, В. Е. Любинский, В. В. Салмин. Конкретно вопросы минимизации времени перелёта КА с СП рассматривали О. Л. Старинова, M. Ceriotti, J. Heiligers, D. J. Scheeres, M. Vergaaji. Анализ известных работ показывает, что оптимизационные задачи движения КА с СП требуют уникального подхода для каждой отдельной миссии и остаются актуальными.

В большинстве исследований используется математическая модель идеально отражающего СП и не учитывается деградация оптических параметров отражающей поверхности. Возникает проблема определения оптимальных номинальных программ управления движением центра масс КА с СП, соответствующих движению реального СП, который обладает неидеально отражающей поверхностью с деградирующими оптическими параметрами. Корректная оценка влияния изменения этих параметров на номинальное управление позволит убедиться в рациональности применения СП и проектировать его траектории с меньшим временем перелёта. Поэтому тема диссертационной работы является актуальной.

**Цель работы** состоит в исследовании влияния деградации отражающей поверхности СП на выбор оптимальных по быстродействию номинальных программ управления движением центра масс КА с СП для многократных гелиоцентрических перелётов.

Для достижения поставленной цели в диссертации решаются следующие **задачи**:

1. Разработка математической модели управляемого движения центра масс КА с СП, включающая определение управляющего ускорения с учётом оптических особенностей отражения от неидеально зеркальной поверхности (рассеивание, поглощение, пропускание, собственное излучение материала) на базе расчёта оптических характеристик многослойного тонкого паруса и с учётом деградации оптических характеристик отражающей поверхности паруса под действием электромагнитного излучения Солнца.

2. Определение оптимального по быстродействию номинального управления движением центра масс КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности на базе принципа максимума Понтрягина.

3. Разработка методики и программно-математического обеспечения для решения задач проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности.

4. Верификация предлагаемой математической модели посредством сравнения полученных результатов с известными решениями других авторов и известными результатами экспериментов.

5. Проведение расчётов с использованием разработанной методики и программно-математического обеспечения многоразовых перелётов Земля-Меркурий-Земля и Земля-Марса-Земля для КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности; сравнение полученных результатов с моделированием движения центра масс идеально отражающего паруса.

Для решения поставленных задач использовались следующие **методы исследований**: метод матриц переноса в оптике, принцип максимума Понтрягина, методы численной оптимизации, численные методы интегрирования.

**Объектом исследования** является управляемое движение центра масс КА с СП.

**Предметом исследования** являются методический и программно-математический аппарат проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности.

**Научная новизна диссертационной работы** заключается в следующем:

1. Разработана математическая модель управляемого движения центра масс КА с СП, которая включает в себя: определение управляющего ускорения с учётом оптических особенностей отражения от неидеально зеркальной поверхности (рассеивание, поглощение, пропускание, собственное излучение материала) на базе расчёта оптических характеристик многослойного тонкого паруса и с учётом деградации оптических характеристик отражающей поверхности паруса под действием электромагнитного излучения Солнца.

2. Получено оптимальное по быстродействию номинальное управление движением центра масс КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности на базе принципа максимума Понтрягина.

3. Разработана методика решения задач проектирования оптимальных по быстродействию многоцветных гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности.

**Достоверность результатов** обеспечивается применением известных методов оптимизации и подтверждается совпадением полученных результатов для частных случаев с известными результатами работ других авторов и опубликованными результатами экспериментов.

**Теоретическая значимость.** Получено оптимальное по быстродействию номинальное управление движением центра масс КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности на базе принципа максимума Понтрягина. Разработана методика решения задач проектирования оптимальных по быстродействию многоцветных гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности.

**Практическая значимость.** Разработано программно-математическое обеспечение для решения задач проектирования оптимальных по быстродействию многоцветных гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности, использование которого позволит проводить баллистическое проектирование транспортных миссий КА с СП. Получены программы оптимального номинального управления для многоцветных перелётов Земля-Меркурий-Земля и Земля-Марс-Земля для КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности.

**Апробация работы и публикации.** Материалы исследования докладывались на 8 конференциях и получили положительные отзывы участников: Международный симпозиум по солнечным парусам (ISSS-2019, г. Ахен, Германия, 2019 г. и ISSS-2023, г. Нью-Йорк, США, 2023 г.), Академические чтения по космонавтике (г. Москва, 2020-2022 г.), Международная научная конференция по механике «IX Поляховские чтения» (г. Санкт-Петербург, 2021 г.), XXIII всероссийский семинар по управлению движением и навигации летательных аппаратов (г. Самара, 2020 г.), Международный семинар «Навигация и управление движением» (г. Самара, 2020 г.).

Результаты работы опубликованы в изданиях из перечня ВАК (2 статьи) и в рецензируемых изданиях, индексируемых в международных базах данных Scopus/WoS (3 статьи).

На разработанное программное обеспечение получены свидетельства о государственной регистрации:

1. Программный комплекс «Определение оптимального управления движением космического аппарата с электроракетной двигательной установкой, применяя принцип максимума Понтрягина», патент № 2022617890 получен 26.04.2022.

2. Программный комплекс «Расчёт замкнутых траекторий космического аппарата с электроракетной двигательной установкой», патент № 2022617889 получен 26.04.2022.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Математическая модель управляемого движения центра масс КА с СП, которая включает в себя: определение управляющего ускорения с учётом оптических особенностей отражения от неидеально зеркальной поверхности (рассеивание, поглощение, пропускание, собственное излучение материала) на базе расчёта оптических характеристик многослойного тонкого паруса и с учётом деградации оптических характеристик отражающей поверхности паруса под действием электромагнитного излучения Солнца.

2. Оптимальное по быстродействию номинальное управление движением центра масс КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности на базе принципа максимума Понтрягина.

3. Методика решения задач проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности.

4. Результаты верификации предлагаемой математической модели посредством сравнения полученных результатов с известными решениями других авторов и опубликованными результатами экспериментов.

5. Результаты расчётов, полученных с использованием разработанной методики и программно-математического обеспечения многоразовых перелётов Земля-Меркурий-Земля и Земля-Марс-Земля для КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности.

**Личный вклад автора.** Все результаты, выносимые на защиту, получены автором самостоятельно. Диссертантом сформулирована постановка проблемы, разработаны методика и программно-математическое обеспечение проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с СП с учётом деградации отражающей поверхности, создан программный комплекс в среде разработки Borland Delphi.

**Соответствие паспорту специальности.** Полученные результаты соответствуют следующим пунктам паспорта специальности «2.5.16 - Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов»: п. 1 «Разработка и совершенствование математических моделей, используемых для описания движения и управления летательным



аппаратом на различных режимах полёта»; п. 5 в части «Создание методов анализа и проектирования траекторий одиночных летательных аппаратов...»; п. 7 в части «Оптимальное планирование проведения динамических операций для решения целевых задач ЛА...».

**Структура и объём диссертации.** Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка литературы из 109 наименований, 63 рисунков и 9 таблиц. Общий объём диссертации составляет 98 страниц.

# **1 АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ МНОГОРАЗОВЫХ ПЕРЕЛЁТОВ СОЛНЕЧНОГО ПАРУСА**

Продемонстрирована общая структура предлагаемой многоразовой транспортной системы на базе СП. Описаны особенности траекторий для осуществления многоразовых гелиоцентрических перелётов, их преимущества, недостатки и проблематика баллистического проектирования. Приведены и аргументированы используемые в диссертационной работе допущения.

Проведён анализ основных результатов исследований гелиоцентрического движения СП, а также формирования и использования замкнутых траекторий. Приведены примеры готовых проектных решений для доставки грузов СП и реализованных космических аппаратов, использующих СП.

В ходе анализа было установлено, что большинство исследователей использует в расчётах математическую модель идеально отражающего СП, а в полученных траекториях не учитывается деградация оптических характеристик отражающей поверхности.

Определены проектные параметры СП, который может осуществлять транспортировку грузов между планетами земной группы. Представлен комплекс необходимых математических моделей для полноценного описания многоразовых гелиоцентрических перелётов неидеально отражающего солнечного паруса с учётом деградации отражающей поверхности.

Результаты исследования, полученные в рамках данной главы, изложены в работах [17–21].

## **1.1 Транспортная система на базе многоразовых перелётов с солнечным парусом**

Межпланетные перелёты требуют значительных энергозатрат, включающих затраты на выведение КА с поверхности Земли на отлётную траекторию, на торможение после входа КА в сферу действия планеты назначения, приземление на поверхность целевой планеты. Таким образом, при проектировании транспортной системы, обеспечивающей перемещение груза между двумя планетами Солнечной системы, традиционные средства выведения будут вынуждены расходовать свои ресурсы на доставку не только полезной нагрузки, но и топлива, которое используется на промежуточном гелиоцентрическом и планетоцентрических участках полёта. Чтобы повысить массовую эффективность транспортных межпланетных миссий, предлагается использовать промежуточные многоразовые межпланетные транспортные КА [13, 14].

В России в качестве таких перспективных многоразовых транспортных аппаратов предложено использовать буксиры с ядерными электроракетными двигательными установками (ЯЭРДУ) [22], обладающие высокой эффективностью и автономностью. При

небольшом количестве рабочего тела ЯЭРДУ способны осуществить множество орбитальных манёвров, в том числе и межпланетных перелётов.

Другой альтернативой является использование орбитальной станции вдали от планеты, на которой КА осуществляет дозаправку. Само топливо планируется добывать или производить непосредственно в космосе. Данного концепта в проектировании транспортной системы придерживается NASA в своём проекте *Deep Space Transport* [23], где в качестве порта для дозаправки и передачи груза выступает лунная орбитальная станция (*Lunar Gateway*) [24], расположенная на гало-орбите системы Земля-Луна.

В данной работе обсуждается возможность альтернативного варианта такой транспортной системы, использующей возможности солнечных парусов, которые не требуют затрат топлива. Зеркальная тонкая плёнка большой площади способна придавать небольшое, но постоянное ускорение аппарату за счёт давления электромагнитного излучения Солнца [25]. Возможность развёртывания крупных тонкоплёночных систем была продемонстрирована космическими проектами *Знамя-2* [2], *IKAROS* [3], *LightSail-2* [5] и др., а перспективы доставки ими грузов проанализированы в работах [8, 9].

СП уступает другим двигателям в величине тяги, что увеличивает длительность перелётов. Однако, при большом количестве совершённых перелётов между планетами его применение будет оправдано. Естественно, траектория, по которой движется КА, должна обеспечивать минимальное время перелёта, а наибольшая их эффективность для СП достигается многократным осуществлением межпланетных перелётов.

Такие траектории исследовались в работе [28], однако авторы принимали ориентацию паруса относительно Солнца постоянной, рассматривали участки фазирования аппарата в окрестности (точках либрации) планет и применяли прямые методы оптимизации. В диссертационной работе для формирования номинальных программ управления применяется принцип максимума Понтрягина [29], что позволяет получить оптимальную номинальную программу изменения угла установки паруса и соответствующую траекторию движения, удовлетворяющую критерию оптимальности.

Общее описание схемы функционирования (рисунок 1.1) предлагаемой транспортной системы выглядит следующим образом:

- КА с СП находится на границе сферы Хилла Земли или в окрестности точек либрации  $L_1$  или  $L_2$  системы Земля-Солнце и имеет начальную скорость равную орбитальной скорости Земли.
- КА получает груз и начинает своё движение к целевой планете. Процесс доставки груза с Земли и передачи груза на КА с СП осуществляется другой планетарной

транспортной системой (ПТС), которая предназначена для быстрого маневрирования в околопланетном пространстве.

- Совершая управляемое гелиоцентрическое движение по оптимальной по быстродействию траектории, КА с СП достигает целевой планеты и движется с её скоростью.
- КА передаёт груз и получает новый от ПТС целевой планеты.
- КА с СП возвращается по оптимальной гелиоцентрической траектории обратно к окрестностям сферы Хилла Земли.
- Осуществляется очередная передача груза и весь цикл движения КА с СП Земля-целевая планета-Земля повторяется вновь.

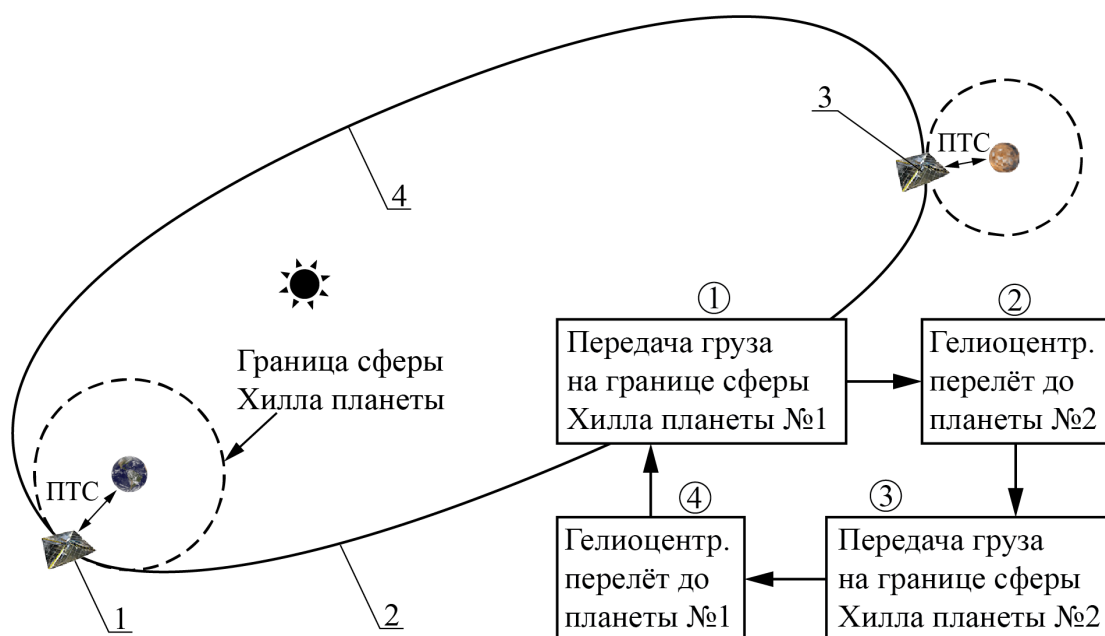


Рисунок 1.1 – Схематическое изображение одного цикла межпланетных перелётов КА с СП по замкнутой траектории, где перемещение груза от границы сферы Хилла до планеты осуществляется планетарной транспортной системой (ПТС)

В качестве начального и конечного положения КА используются точки, расположенные вблизи границы сферы Хилла планеты. Поверхность гравитационной сферы Хилла может рассматриваться как теоретическая граница существования спутников данной планеты. При бóльших значениях планетоцентрического расстояния область возможных движений перестаёт быть замкнутой и объединяется с областью возможных движений вокруг Солнца [30]. Таким образом, КА с СП осуществляет только межпланетный гелиоцентрический перелёт и не тратит время на набор скорости или торможение в гравитационном поле планет.

Стоит отметить, что граница сферы Хилла в действительности имеет более сложную форму, чем идеальная сфера. Однако, в первом приближении её можно считать около сферической поверхностью, радиус которой определяется следующей формулой [30]:

$$r_{\text{Хилл}} = a \left( \left( \frac{m}{3} \right)^{1/3} + \frac{1}{3} \left( \frac{m}{3} \right)^{2/3} + \frac{1}{9} \frac{m}{3} \right),$$

где  $a$  – большая полуось орбиты планеты,  $m = m_{\text{п}}/m_{\text{с}}$  – масса планеты относительно массы Солнца. В таблице 1.1 приведены значения радиусов сфер Хилла для планет Солнечной системы.

Таблица 1.1 – Радиусы сфер Хилла для планет Солнечной системы [30]

Планета	в млн. км	в а.е.	Планета	в млн. км	в а.е.
Меркурий	0,221	0,00148	Юпитер	51,91	0,34697
Венера	1,008	0,00674	Сатурн	64,15	0,42881
Земля	1,497	0,01001	Уран	69,56	0,46494
Марс	1,083	0,00724	Нептун	115,24	0,77035

Очевидно, что задача проектирования ПТС, которая осуществляет процесс передачи груза СП, является важной частью предлагаемого способа межпланетной доставки грузов и требует отдельного исследования. Эта транспортная система может представлять собой КА с электрореактивным двигателем [31] или СП закреплённый тросом с орбитальной станцией [25, 26]. Детальная проработка ПТС выходит за рамки диссертационной работы. Вопросы доставки транспортного КА с СП с поверхности Земли и развёртывания паруса на опорной орбите также не рассматриваются.

Для рассматриваемой баллистической схемы транспортной миссии движение КА с СП рассчитывается под преимущественным влиянием гравитационного поля Солнца, лишь с небольшими возмущениями со стороны планет в начале и конце траектории. Поэтому в диссертационной работе отсутствуют математические модели и расчёты планетоцентрических участков, что значительно упрощает процесс оптимизации.

В работе принимается ряд и других допущений, которые уместны при проектировании номинальных программ управления. Перечисленные ниже допущения вносят малый вклад в динамику движения КА с СП и, как правило, компенсируются в процессе полёта с применением различных законов управления [34, 35]. Эти законы основаны на принципах обратной связи контура управления, а их разработка не входит в задачи диссертации.

Используемые допущения можно разделить на три группы: связанные с физикой процесса создания парусом ускорения и старением (деградацией) систем КА; управлением движения КА относительно центра масс; моделированием гелиоцентрического движения.

- Функционирование СП: учитываются только те факторы, которые вносят изменения в создаваемое ускорение более чем на 5%. Таким образом, в работе не учитываются эффекты от изменения формы отражающей поверхности (неидеальное натяжение, складки, дефекты при развёртывании); влияние солнечного ветра, изменения интенсивности излучения Солнца (солнечная активность) и габаритов источника излучения (в работе он принимается за точку); электромагнитные излучения других источников помимо Солнца; влияние термодинамических эффектов; деградация элементов КА помимо отражающей плёнки паруса, для которой рассматривается только изменение оптических параметров.

- Системы управления ориентацией СП и движение КА относительно центра масс не рассматриваются в диссертационной работе. Предполагается, что СП способен изменять ориентацию на  $180 \text{ град.}$  (управляющий угол установки  $\theta$ ) менее чем за 1 сут. [36] На временном интервале межпланетного перелёта КА с СП, который составляет более 1 года, такая скорость переориентации допускает наличие «моментальных» изменений управляющего параметра в номинальной программе управления.

- Уравнения движения описываются в полярной системе координат для случая перелётов между круговыми копланарными орбитами в центральном гравитационном поле Солнца без учёта возмущений со стороны других небесных объектов. В настоящее время существует множество универсальных методов для оптимальной переориентации плоскости орбиты КА [37–40], а для случая СП имеются детальные исследования некомпланарного движения [36], демонстрирующие несущественные отличия от плоского.

## 1.2 Актуальность и разработанность поставленной задачи

Солнечные паруса, несмотря на малую тягу, имеют ряд преимуществ по сравнению с другими средствами передвижения в космосе. Их высокая массовая эффективность обуславливается отсутствием необходимости в топливе, что является важным фактором для длительных миссий. Традиционно СП применяются для осуществления энергозатратных перелётов к Солнцу, формирования синхронных стационарных широтных орбит или набора скорости для увода корабля за пределы Солнечной системы [25]. Однако, существуют работы, подтверждающие эффективность использования СП для транспортировки грузов при многократном использовании [26].

Пример грузового КА с СП представлен на рисунке 1.2, а в таблице 1.2 приведены основные массовые характеристики паруса [27]. Данный КА спроектирован для доставки

спускаемого аппарата к Меркурию, сбора образцов грунта, запуска капсулы с образцами обратно к СП и возвращением её на Землю.

За основу конструкции СП взят проект масштабируемого паруса конфигурации S4, разработанного американскими компаниями ABLE и SRS Technologies [41]. Габариты СП, предназначенного для доставки груза с поверхности Меркурия, составляют 275 на 275 м (площадь отражающей поверхности 75625 м<sup>2</sup>).

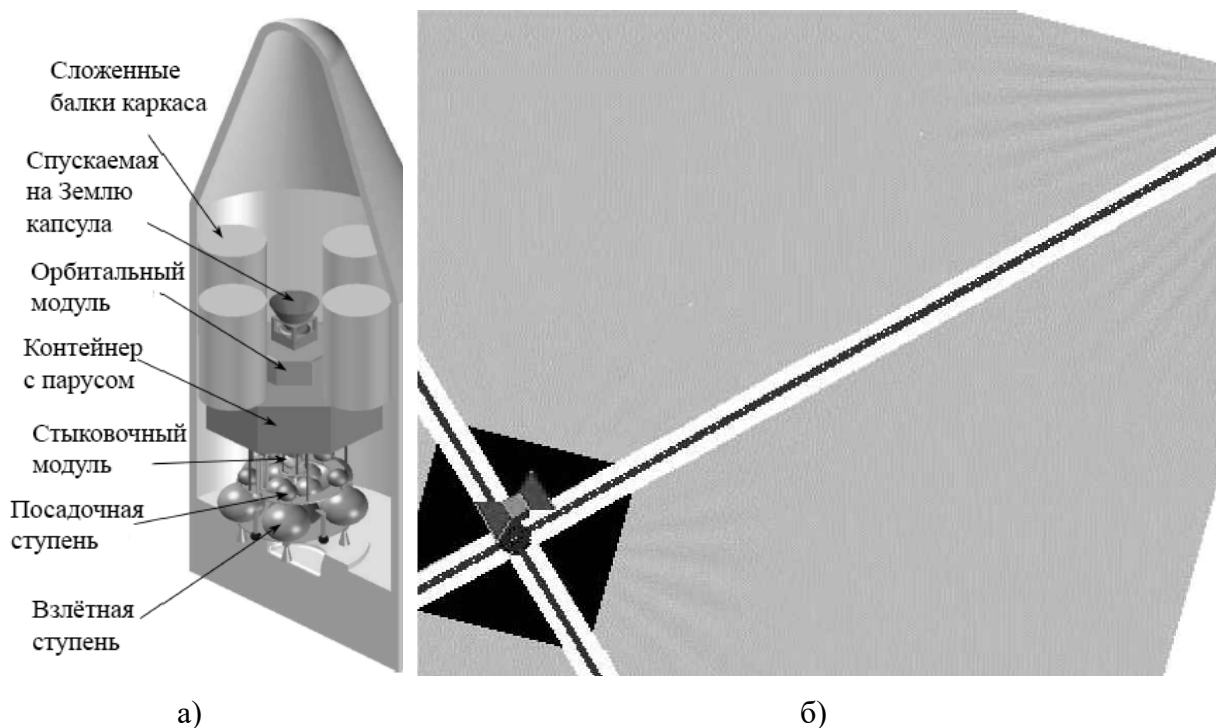


Рисунок 1.2 – Внешний вид КА с СП для доставки грунта с поверхности Меркурия: а – компоновка внутри обтекателя ракеты-носителя Н-ПА [27]; б – развёрнутый СП [41];

Таблица 1.2 – Массовые характеристики паруса для доставки грунта с Меркурия [27]

Описание элемента	Масса, кг
Масса полезной нагрузки КА	1905
Несущая плёнка паруса СР1 толщиной в 2 мкм	216
Алюминиевое отражающее покрытие толщиной в 0,1 мкм	41
Фиксирующие элементы	26
Каркасные балки паруса	54
Механические системы развёртывания и управления	111
Общая масса сборки солнечного паруса	448
Начальная масса космического аппарата	2353

Для оценки тяговой эффективности СП, которая напрямую связана с показателем парусности (отношение площади паруса  $S$  к массе КА  $m$ ), используется понятие характеристического ускорения  $a_c$ . Оно соответствует максимально возможному ускорению идеально отражающего СП, создаваемое давлением электромагнитного излучения Солнца на орбите Земли. Рассматриваемый СП из работы [27] обладает характеристическим ускорением  $0,25 \text{ мм/с}^2$  при перелёте от Земли к Меркурию и  $0,78 \text{ мм/с}^2$  на обратном пути, т.к. спускаемый аппарат и механизмы стыковки отбрасываются на орбите Меркурия.

Миссия по доставке грунта Меркурия с помощью СП предполагает выведение КА японской ракетой-носителем Н-ПА 202-4S на орбиту выхода из сферы действия Земли. Данный проект демонстрирует возможности создания космических транспортных систем с СП, способных перевозить полезную нагрузку около  $1,9 \text{ тонн}$  между планетами.

Авторы работы [27] при проектировании СП для своего КА ориентировались на проект Sunjammer, который на данный момент обладает наилучшими характеристиками. Каркасный СП Sunjammer представляет собой амбициозный проект по отработке изготовления и развёртывания сверхтонких плёнок, реализованный в 2014 году. Особенность данного проекта состоит в том, что поверхностная плотность созданного СП в 20 раз меньше, чем у NanoSail-D, который на 2010 год считался самым тонким, что позволяет говорить о быстром развитии технологии производства всего за 4 года [42].

Светоотражающая плёнка паруса Sunjammer, изготовленная из алюминизированного каптона, имеет толщину в  $5 \text{ мкм}$ . Таким образом, при массе в  $32 \text{ кг}$  и площади поверхности паруса в  $1444 \text{ м}^2$ , поверхностная плотность СП достигает  $0,02 \text{ кг/м}^2$ , а характеристическая скорость  $a_c = 0,25 \text{ мм/с}^2$  [43].

Изображённый на рисунке 1.3 Sunjammer, был изготовлен и полностью испытан в наземных условиях. Его планировалось запустить в январе 2015 года в качестве попутной полезной нагрузки, вместе с аппаратом для наблюдения за Солнцем и Землёй DSCOVR, но запуск перенесли на неопределённый срок.

Помимо отработки раскрытия и управления, Sunjammer выполняет практические научные задачи, размещая у себя на борту научную целевую аппаратуру. Это приборы для измерения и анализа солнечного ветра SWAN и магнитометр MAGIC. После двух месяцев отработки систем развёртывания и управления, а также работы научно-исследовательских приборов, СП должен был достигнуть точки Лагранжа  $L_1$  в системе Солнце-Земля [44].

Система управления ориентацией Sunjammer выполнена в виде дополнительных отражающих плёнок на концах несущих балок конструкции (рисунок 1.4). Данные «флюгеры» управляются с помощью электрических сервоприводов и могут обеспечить



ориентацию по всем трём осям вращения, изменяя положение центра давления электромагнитного излучения Солнца [27, 28].

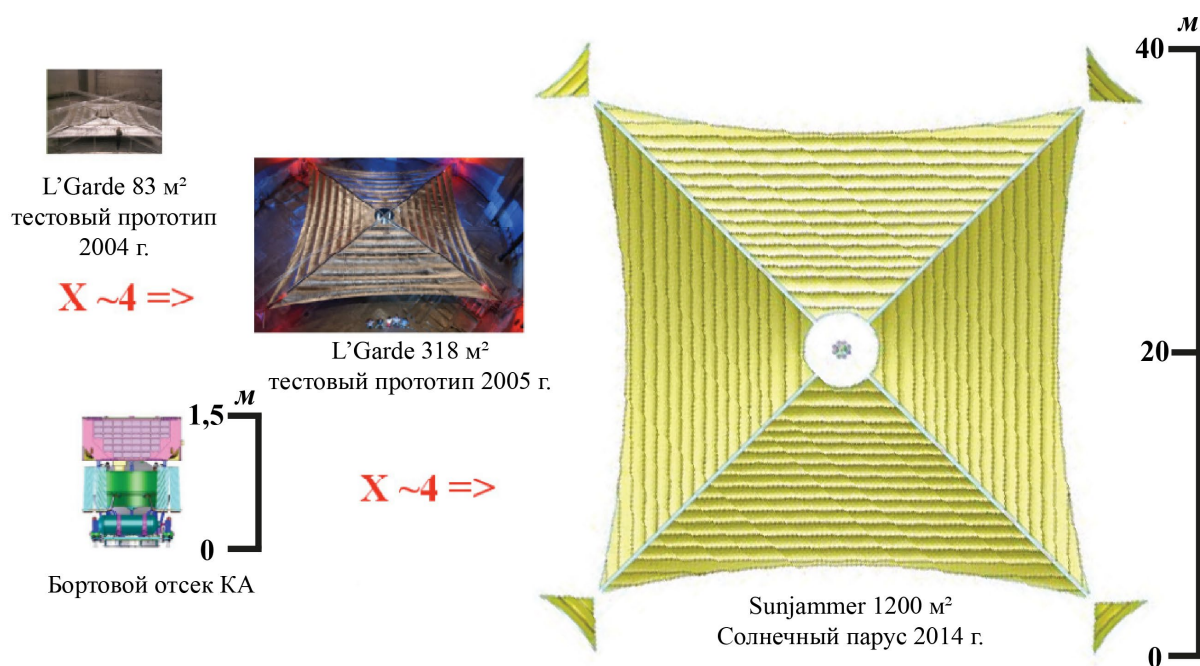


Рисунок 1.3 – Итерации производства малогабаритных прототипов КА Sunjammer в 2004, 2005 годах; проектный облик лётного образца и его размеры [42]

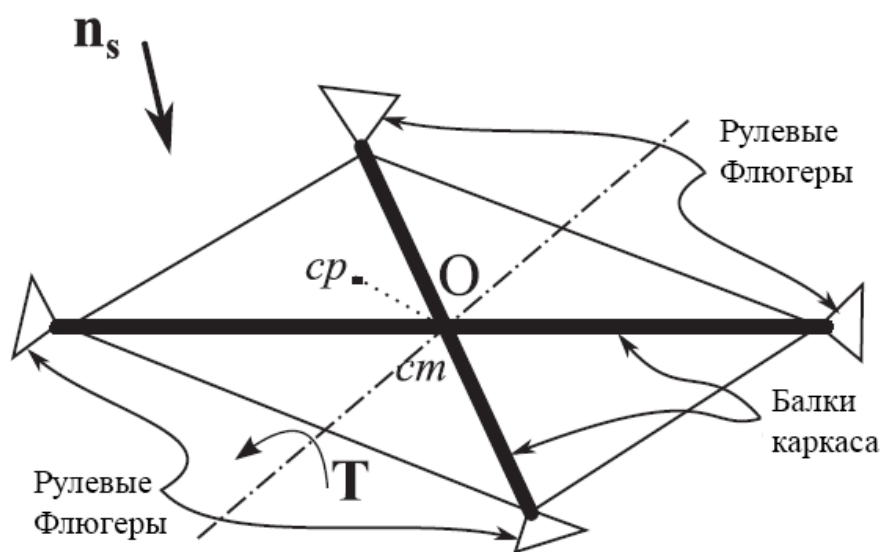


Рисунок 1.4 – Смещение центра давления за счёт размещения управляемых отражающих поверхностей по периметру паруса [47]

Отличительной особенностью управления с помощью флюгеров является простота самой конструкции, т.к. основной парус может быть спроектирован независимо от системы управления. Данная система может обладать большим избытком управляющего воздействия за счёт увеличения количества флюгеров, что значительно повышает надёжность системы. Недостатком является сложность в расчётах управляющих сигналов,

что связано с нелинейностью модели создаваемой тяги. Для таких систем можно использовать квазиоптимальные алгоритмы переориентации [48–53] или кватернионы [54].

Проект Sunjammer является реализованной концепцией, которая демонстрирует максимальные современные возможности технологии создания СП. Остальные реализованные проекты (Знамя-2, Cosmos-1, IKAROS, NanoSail-D, LightSail, NEA Scout) являются лишь прототипами малых габаритов для отработки и демонстрации технологии. С учётом этого можно заметить явную тенденцию в развитии КА с СП. Построенная кривая на рисунке 1.5 демонстрирует изменение ключевого показателя эффективности СП – парусности (отношение площади паруса  $S$  к массе КА  $m$ ), со временем. В таблице 1.3 представлены основные проектные параметры тех проектов СП, которые задают тренд развития технологии. Видно, что именно Sunjammer является тем проектом, который наиболее актуален на момент 2023 года. В отличие от гелиороторов, производство каркасной конструкции несущих элементов паруса, присущее Sunjammer и большинству других СП, сейчас хорошо развито.

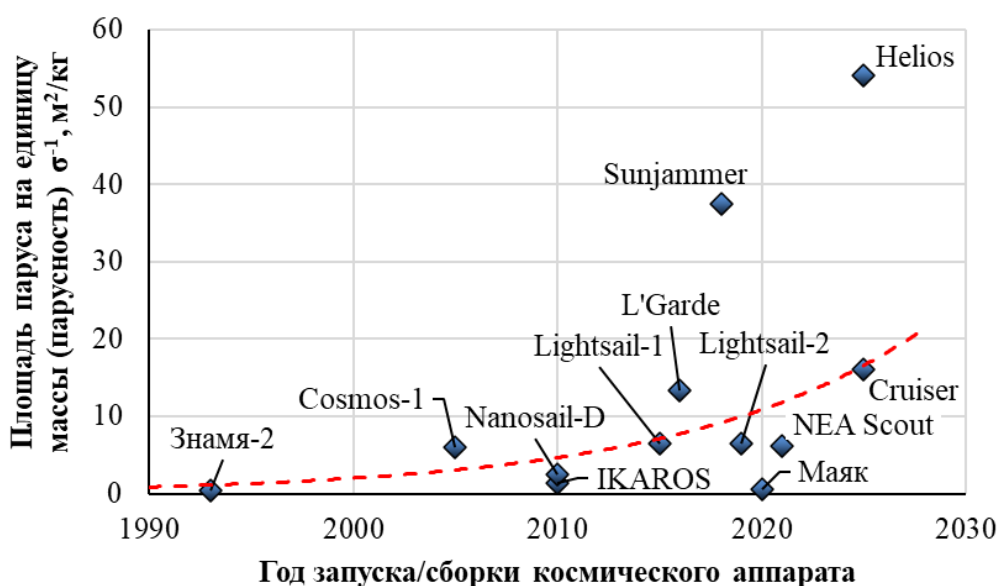


Рисунок 1.5 – Тенденция развития технологии солнечных парусов

Таблица 1.3 – Проектные параметры КА с СП

Солнечный парус	Площадь паруса, м <sup>2</sup>	Масса паруса, кг	Масса КА, кг	Характеристическое ускорение, мм/с <sup>2</sup>
IKAROS	200	16	307	0,006
LightSail	32	-	5	0,073
Sunjammer	1200	8,5	45	0,250
Helios	990	5	18	0,499

Оценивая проектные характеристики Sunjammer можно сделать вывод, что текущее состояние технологии СП позволяет рассчитывать на характеристическое ускорение КА  $0,25 \text{ мм/с}^2$ . Однако, имеются возможности добиться куда больших показателей с применением инновационных материалов, таких как графен [55], или иных конструкций, таких как гелиоротор (КА Helios на рисунке 1.5) [30, 31]. Таким образом, современное состояние технологии СП позволяет использовать их в качестве движителя в космосе как сегодня, так и в перспективе.

### 1.3 Существующие методики расчёта многоразовых гелиоцентрических перелётов с малой тягой

Для осуществления межпланетных миссий с возвращением на планету старта может использоваться один из двух подходов. Первый связан с ожиданием оптимального расположения планет в окрестности планеты назначения, длительность которого рассчитывается из соотношения

$$T_{\phi} = \frac{\Delta\delta}{\omega_1 - \omega_2},$$

где

$$\begin{cases} \Delta\delta = \delta_0 - \delta_{\text{оп}}, & \text{если } \delta_0 > \delta_{\text{оп}}; \\ \Delta\delta = \delta_0 - \delta_{\text{оп}} + 2\pi, & \text{если } \delta_0 < \delta_{\text{оп}}. \end{cases}$$

Здесь  $\delta_0$  – начальное угловое расстояние между планетами, которое отсчитывается против часовой стрелки от планеты с меньшим радиусом орбиты,  $\delta_{\text{оп}}$  – начальное угловое расстояние, при котором осуществляется оптимальный по быстрдействию перелёт,  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – угловые скорости планет. На рисунке 1.6, б изображена траектория перелёта с ожиданием у планеты назначения.

Второй подход связан с изменением траектории обратного перелёта так, чтобы КА попал в окрестность планеты старта. Такие траектории описывались, например, в работе [58]. Представленные на рисунке 1.6, г графики изменения радиус-вектора КА для перелёта Марс-Земля наглядно демонстрируют различие между оптимальными перелётами с оптимальным и заданным (немонотонное изменение радиуса) положением планет.

В первом случае, конечная угловая дальность перелёта не фиксирована и выбирается так, чтобы обеспечить минимум длительности перелёта. Оптимальные траектории имеют монотонный характер изменения гелиоцентрического расстояния КА. В этом случае достигается наименьшая длительность перелёта, а подлёт к целевой планете обеспечивается выбором соответствующей даты старта, т.е. начальным относительным положением планет.

Во втором случае, дата старта обратного перелёта фиксирована, а планеты на момент начала движения находятся в отличном от оптимального углового положения.

Оптимальная траектория строится таким образом, чтобы синхронизировать движение КА с орбитальным движением планеты старта и обеспечить их встречу. Для этого траектория может проходить как ниже орбиты планеты старта (как показано на рисунке 1.6, в), так и наоборот выше, чтобы изменить угловую скорость КА с целью ускорения процесса фазирования.

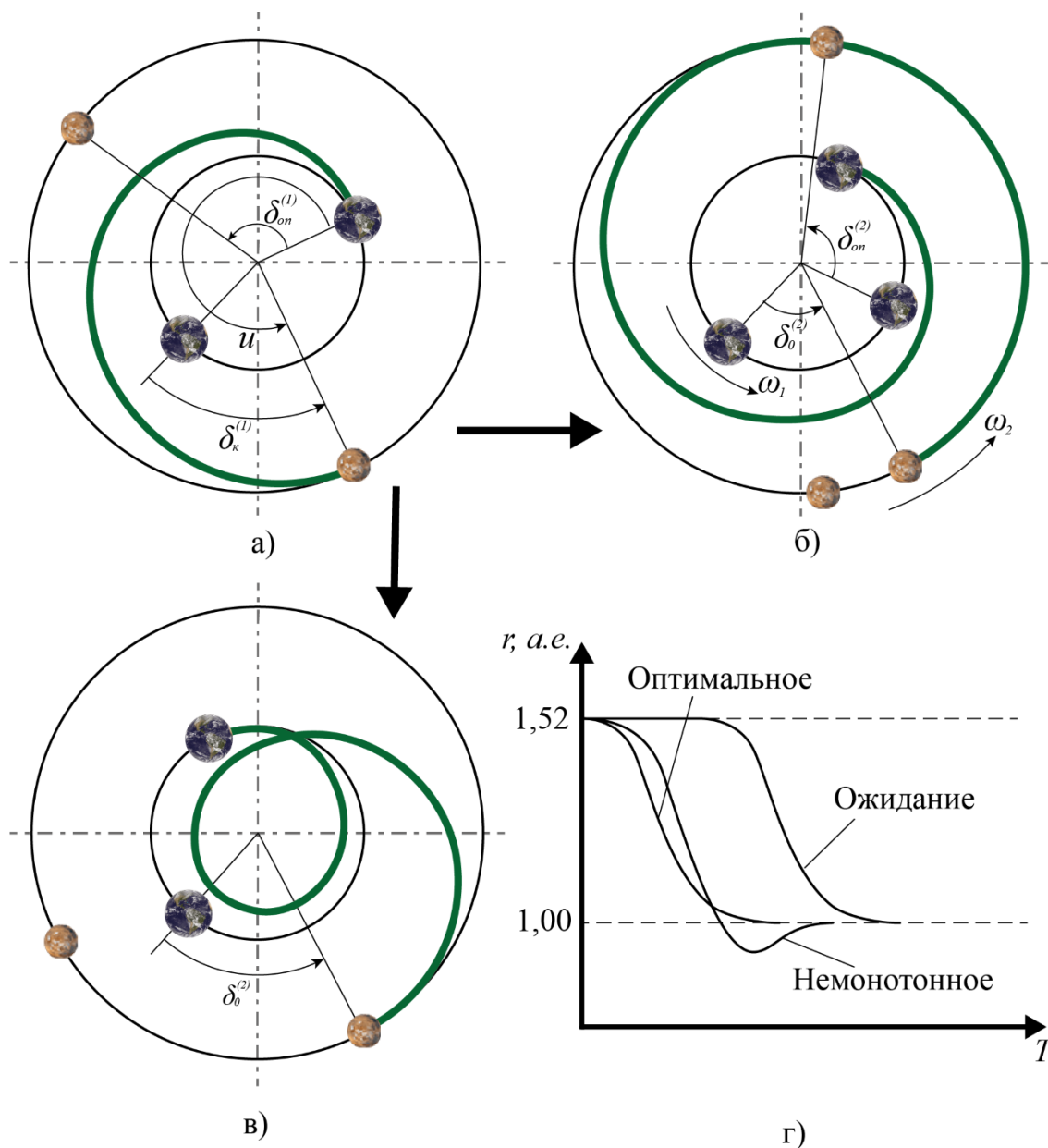


Рисунок 1.6 – Возможные варианты замкнутых траекторий межпланетных перелётов на примере одного цикла движения Земля-Мартс-Земля:

- а – перелёт Земля-Мартс при оптимальном положении планет и нефиксированной угловой дальностью;
- б – перелёт Мартс-Земля для случая ожидания у планеты старта оптимального положения планет;
- в – перелёт Мартс-Земля для случая с фиксированной угловой дальностью;
- г – графики изменения гелиоцентрического расстояния КА.

Предположим, что КА начал движение с планеты старта. Суммарная длительность перелёта составила  $T_{\Sigma}$ , а угловая дальность  $u_{\Sigma}$ . Тогда, чтобы КА вернулся на планету назначения, он должен выполнить перелёт с длительностью  $T_K$  и угловой дальностью  $u_K$ , которые должны удовлетворять условию замкнутости траектории:

$$(T_{\Sigma} + T_K)\omega_{пл} - (u_{\Sigma} + u_K) = 2\pi(n_{пл} - n_{КА}),$$

где  $\omega_{пл}$  – угловая скорость целевой планеты,  $n_{пл}$ ,  $n_{КА}$  – количество совершённых за всё время витков планеты и КА соответственно.

При решении такой задачи КА может увеличивать гелиоцентрический радиус траектории для того, чтобы затормозить своё угловое движение и дождаться оптимального углового положения целевой планеты, или, наоборот, спускаться к Солнцу, чтобы догнать планету старта, как показано на рисунке 1.6, в. В некоторых случаях, когда КА спускается слишком близко к Солнцу, необходимо применять дополнительные температурные ограничения [59–61] или способы обеспечения температурного режима [46, 47]

В диссертационной работе рассматриваются оптимальные по быстродействию замкнутые траектории, которые позволяют КА с СП осуществлять многократные гелиоцентрические перелёты между Землёй и целевой планетой (Марс, Меркурий). При построении траекторий учитываются не идеальность отражающей поверхности паруса [64] и её деградация вследствие воздействия фотонов на материал [34, 35]. Подобная постановка задачи рассматривалась в работе [28], однако изучался один замкнутый перелёт без непрерывного курсирования. Задача движения КА с малой тягой по замкнутым траекториям решалась в работе [58], где авторы рассматривали оптимальные траектории движения от Земли к Марсу и обратно. Однако в ней рассматривался КА с электрореактивными двигателями и не затрагивался вопрос многократных перелётов. Очевидно, что для достоверной оценки возможностей СП выполнять задачу транспортировки груза при многократных гелиоцентрических перелётах потребуется комплексный подход к построению математической модели [67].

#### **1.4 Математические модели функционирования солнечного паруса**

Движение СП осуществляется за счёт давления электромагнитного излучения Солнца, которое постоянно создаёт небольшую тягу. Из-за постоянного ускорения и большой продолжительности полёта даже небольшая ошибка в анализе движения приведёт к провалу миссии. Интенсивное изучение математических моделей движения КА с СП началось в 1960-х годах [68] и продолжается до сих пор. Чаще всего при планировании миссий предпочитают выполнять анализ и оптимизацию полёта с помощью идеальной модели отражения, в силу её простоты. Форвард [69] и Райт [70] предложили модели силы тяги для реалистичного отражения излучения от поверхности СП, но проигнорировали

несколько важных аспектов, например, влияние фотонов на изменение оптических характеристик плёнки паруса. С того времени анализ динамики движения СП расширился за счёт различных моделей, которые объясняют те или иные физические явления.

В ходе выполнения проекта «Аврора» Вульпетти и Скаглионе [71] рассмотрели теорию оптического скалярного рассеяния и векторные аспекты отражательной способности Френеля. В этой модели ускорение СП зависит от поляризации волны, угла падения и среднеквадратичного значения шероховатости отражающей поверхности паруса.

В рамках концепции миссии *Interstellar Probe* Матлофф [72] внёс новые идеи в моделирование конечных размеров Солнца, оптической деградации и релятивистских эффектов для полётов с СП. Поляхова, Коблик и Соколов [73] развили модель конечных размеров Солнца для использования её с локально-оптимальными законами управления.

Спустя три года после того, как Риос-Рейес и Шерес [74] представили модель ускорения для паруса произвольной формы, решив проблему эффекта крупномасштабной кривизны, Кезерашвили и Матлофф [75] сделали ещё один огромный шаг в рассмотрении важных явлений ионизации, дезинтеграции, рекомбинации, процессов эрозии и воздействия космической среды на материалы парусов.

Вульпетти [76] провёл более глубокий анализ упомянутых моделей, впервые описал проблему в соответствии с международными стандартами. Зола [77] улучшили математическую модель функционирования СП с помощью введения уточнённых зависимостей для коэффициентов поглощения, зеркального отражения и диффузного отражения от спектральной области электромагнитного излучения. Пино [78] модифицировали модель Вульпетти [76] таким образом, чтобы учесть складки на парусе, которые неизбежно появляются на практике. Эти модели крайне важны для всеобъемлющего анализа космических полётов КА с СП. Кроме того, существует множество других математических моделей, разработанных для решения частных проблем динамики движения КА с СП [79] или для конкретных проектов [80].

В рамках данной диссертационной работы будут рассмотрены базовые модели идеально [25] и неидеально отражающего солнечного паруса [69].

#### **1.4.1 Давление электромагнитного излучения на идеально отражающий парус**

Согласно волновой электромагнитной теории света, давление, которое оказывает на поверхность тела электромагнитная волна, падающая перпендикулярно этой поверхности, равно плотности электромагнитной энергии вблизи поверхности. Эта энергия складывается из энергии падающих и отражённых от тела волн. Сумму этих энергий можно определить формулой Максвелла [25, 81]:

$$P_r = (1 + \rho) \frac{S_r}{c}, \quad (1.1)$$

где  $S_r$  – мощность солнечной электромагнитной волны, падающей на единицу поверхности, находящейся на гелиоцентрическом расстоянии  $r$ ;  $\rho$  – коэффициент отражения поверхности паруса;  $c$  – скорость света.

С точки зрения квантовой теории свет есть поток частиц – фотонов, каждый из которых обладает энергией  $\hbar\nu$  и импульсом  $\hbar\nu/c$ , где  $\hbar$  – постоянная Планка,  $\nu$  – частота световых колебаний. Число фотонов, которое попадает на  $1 \text{ м}^2$  перпендикулярной к потоку поверхности за  $1 \text{ сек.}$ , равно  $L = \frac{S_r}{\hbar\nu}$ . Соответственно суммарный импульс, передаваемый фотонами единичной площадке  $1 \text{ м}^2$  в течении  $1 \text{ сек.}$ , будет представлять собой давление падающих на поверхность фотонов [25, 81]:

$$P_r^{\text{пад}} = \frac{L\hbar\nu}{c} = \frac{S_r}{c}.$$

Именно этой величине и равно механическое воздействие фотонов на полностью поглощающую поверхность. Если же поверхность частично отражает свет, то число отражённых, уносящих импульс обратного направления, равно  $L' = \frac{\rho S_r}{\hbar\nu}$ . В результате поверхность получит дополнительный импульс в виде давления отражённых фотонов:

$$P_r^{\text{отр}} = \frac{L'\hbar\nu}{c} = \frac{\rho S_r}{c},$$

а суммарный импульс за  $1 \text{ сек.}$ , т.е. полное световое давление, будет соответствовать уравнению (1.1).

Сила светового отталкивания, как и сила тяготения, подчиняется закону обратных квадратов, поскольку энергия излучения Солнца в единицу времени равна энергии, проходящей через последовательность концентрических сфер, охватывающих Солнце. Поэтому рассматриваемые значения мощности светового потока и создаваемого им светового давления меняются обратно пропорционально квадрату гелиоцентрического расстояния [25, 81]:

$$S_r = S_3 \left(\frac{r_3}{r}\right)^2 \quad (1.2)$$

где  $r_3 = 149,598 \cdot 10^9 \text{ м} = 1,00 \text{ a.e.}$  – среднее расстояние от Земли до Солнца;  $S_3 = 1,36 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$  – солнечная постоянная на орбите Земли.

Так как энергия электромагнитного излучения складывается из энергий, падающих и отражённых от тела волн, то и силу тяги, создаваемую солнечным парусом, можно рассмотреть, как сумму тяговых усилий, создаваемых падающими и отражёнными световыми потоками (рисунок 1.7):

$$\mathbf{F}_{\text{тяги}} = \mathbf{F}_{\text{пад}} + \mathbf{F}_{\text{отр}}$$

$$F_{пад} = \frac{S_r}{c} S_{mid} \cos \theta, F_{отр} = \rho \frac{S_r}{c} S_{mid} \cos \theta,$$

где  $S_{mid} = S \cos \theta$  – эффективная площадь (миделя), которая определяется как площадь поперечного к потоку света сечения площадки площадью  $S$ ;  $\theta$  – угол установки солнечного паруса.

Тогда получим рабочую формулу для определения силы тяги, создаваемой давлением света на солнечный парус с коэффициентом отражения  $\rho = 1$ :

$$F_{тяги} = 2P_r S \cos^2 \theta = 2 \frac{S_3}{c} \left(\frac{r_3}{r}\right)^2 S \cos^2 \theta. \quad (1.3)$$

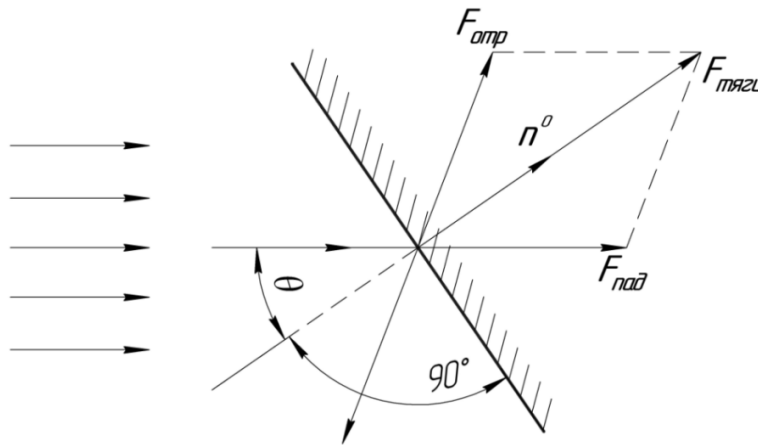


Рисунок 1.7 – Схема направления силы тяги солнечного паруса с идеальной отражающей поверхностью

Уравнение (1.3) соответствует модели тяги, создаваемой идеально отражающим СП. Её основное преимущество заключается в направлении вектора тяги по нормали к теневой стороне поверхности паруса. Благодаря этому значительно упрощается математическое описание проекций ускорения, создаваемого СП, в гелиоцентрической полярной системе координат, которая будет рассмотрена в разделе 2.1.

#### 1.4.2 Ускорение от неидеально отражающего солнечного паруса

Ускорение КА с плоским неидеально отражающим СП от воздействия давления электромагнитного излучения является суммой двух составляющих направленных по нормали ( $a_{\perp}$ ) и параллельно поверхности паруса в плоскости, проходящей через радиус вектор ( $a_{\parallel}$ ), как показано на рисунке 1.8 [69]:

$$a_{\perp} = 2 \frac{S_r}{cm} S \cdot \cos \theta \cdot (a_1 \cos \theta + a_2); \quad (1.4)$$

$$a_{\parallel} = -2 \frac{S_r}{cm} S \cdot \cos \theta \cdot a_3 \sin \theta; \quad (1.5)$$

$$a_1 = \frac{1}{2}(1 + \zeta\rho), a_2 = \frac{1}{2}\left(B_f(1 - \zeta)\rho + (1 - \rho) \frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b}\right), a_3 = \frac{1}{2}(1 - \zeta\rho), \quad (1.6)$$



где  $\rho$  – коэффициент отражения;  $\zeta$  – фактор зеркального отражения поверхности паруса;  $\varepsilon_f, \varepsilon_b$  – коэффициенты излучения лицевой и тыльной поверхности паруса;  $B_f, B_b$  – не Ламбертовские коэффициенты лицевой и тыльной поверхности паруса, которые описывают угловое распределение испускаемых и диффузно отражённых фотонов. Для покрытия лицевой, отражающей поверхности СП, обычно выбираются хорошо отражающие алюминий или бериллий. Для тыльной поверхности, наоборот, выбирается хорошо излучающий хром для поддержания умеренной температуры паруса [20].

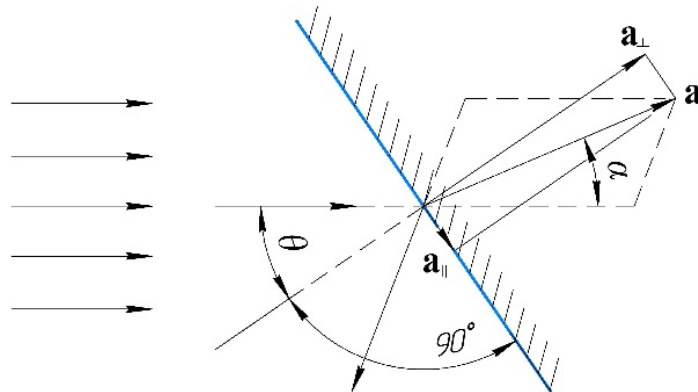


Рисунок 1.8 – Схема направления силы тяги СП для оптической модели, учитывающей рассеивание частично отражённого излучения и собственного излучения поверхности

Неидеальное отражение электромагнитного излучения от поверхности паруса приводит к следующим негативным эффектам:

- уменьшение величины ускорения от сил светового давления;
- сужение диапазона доступных углов направления ускорения, относительно направления светового потока;
- увеличение доли поглощаемой энергии светового потока, что приводит к увеличению температуры поверхности и ускорению деградиационных процессов.

Ограничение на направление создаваемой тяги определяется углом  $\alpha$  между направлением ускорения, создаваемым давлением солнечного излучения, и гелиоцентрическим радиус-вектором КА, который появляется из-за различий в импульсах от падающих и отражённых фотонов:

$$\alpha = \theta - \arctan\left(\frac{a_3 \sin \theta}{a_1 \cos \theta + a_2}\right).$$

Дальнейшее уточнение математической модели функционирования солнечного паруса требует рассмотрения двух аспектов: определение оптических параметров из уравнения (1.6) и учёта неизбежной деградации этих оптических параметров. Остальные аспекты функционирования, упомянутые в начале данного раздела (кривизна и складки на

поверхности паруса, релятивистские и тепловые эффекты, солнечная активность, форма и размеры Солнца) вносят пренебрежительно малый вклад в динамику гелиоцентрического движения паруса [81]. Их влияние можно компенсировать коррекциями траектории, которые обязательно присутствуют в любом космическом полёте.

### 1.4.3 Определение оптических параметров многослойной плёнки паруса

Солнечная радиация в космосе имеет широкий спектр электромагнитного излучения и для каждой длины волны имеется своё значение интенсивности излучения (рисунок 1.9). Так как парус представляет собой многослойную плёнку толщиной порядка нескольких микрометров в слоях происходит многократное отражение и необходимо рассчитывать отражающую способность всей конструкции с учётом свойств используемого в слоях материала.

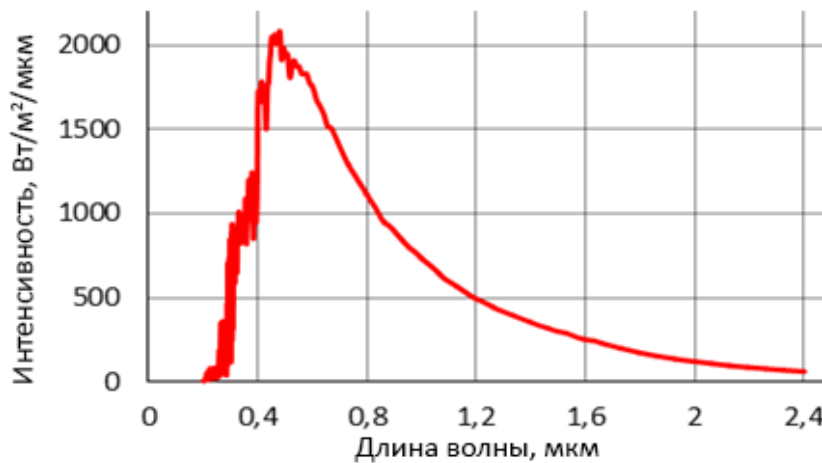


Рисунок 1.9 – Спектральная интенсивность Солнечного излучения на орбите Земли

Согласно математической модели неидеального отражения (1.4)-(1.6), коэффициент отражения является важнейшим оптическим параметром для вычисления величины и направления ускорения от сил давления электромагнитного излучения. Чтобы рассчитать коэффициент отражения для многослойной плёнки СП для заданной длины волны падающего излучения, применяется метод матриц переноса [82], основанный на описании электромагнитного поля двумя линейно независимыми компонентами – электрическим и магнитным полями. Матрица переноса через всю слоистую структуру  $M_{\Sigma}$  равна произведению матриц переноса через каждый  $j$ -й слой  $M_j$ , начиная с освещённой поверхности СП. Для конструкции паруса из трёх слоёв матрица переноса плёнки определяется произведением трёх матриц переноса:

$$M_{\Sigma} = \prod_{j=1}^3 M_j \quad (1.7)$$

В немагнитной среде (в случае S-поляризованной волны) матрица переноса одного слоя определяется выражением:

$$\mathbf{M}_j^S(\omega) = \begin{pmatrix} \cos f_j & \frac{-i}{n_j \cos \theta_j} \sin f_j \\ -i n_j \cos \theta_j \sin f_j & \cos f_j \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

$$f_j = k_0 n_j d_j \cos \theta_j, \quad (1.9)$$

где  $f_j$  – фаза, накопленная волной при переходе от одной границы  $j$ -го слоя к следующей,  $i$  – мнимая единица,  $k_0 = \omega/c$  – волновой вектор света,  $\omega$  – угловая частота света,  $d_j$  – толщина  $j$ -го слоя,  $n_j$  – комплексный показатель преломления  $j$ -го слоя,  $\theta_j$  – угол падения света на  $j$ -й слой, который изменяется при переходе на следующий слой по закону Снелла.

В случае P-поляризованной волны уравнение (1.8) принимает вид:

$$\mathbf{M}_j^P = \begin{pmatrix} \cos f_j & \frac{-i n_j}{\cos \theta_j} \sin f_j \\ \frac{-i \cos \theta_j}{n_j} \sin f_j & \cos f_j \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$

Коэффициенты отражения  $\rho$  и пропускания  $\tau$  всей многослойной плёнки рассчитываются по уравнениям:

$$\rho(\omega) = \left| \frac{(M_{11}^{S,P} + M_{12}^{S,P} p_1) p_0 - (M_{21}^{S,P} + M_{22}^{S,P} p_1)}{(M_{11}^{S,P} + M_{12}^{S,P} p_1) p_0 + (M_{21}^{S,P} + M_{22}^{S,P} p_1)} \right|^2, \quad (1.11)$$

$$\tau(\omega) = \frac{p_1}{p_0} \left| \frac{2 p_0}{(M_{11}^{S,P} + M_{12}^{S,P} p_1) p_0 + (M_{21}^{S,P} + M_{22}^{S,P} p_1)} \right|^2, \quad (1.12)$$

где для S-поляризованного света  $p_0 = n_0 \cos \theta_0$  и  $p_1 = n_1 \cos \theta_1$ . Для P-поляризованного света вместо  $p_0$  и  $p_1$  в уравнениях (1.11) и (1.12) используются  $q_0 = \cos \theta_0 / n_0$  и  $q_1 = \cos \theta_1 / n_1$  соответственно.

Комплексные показатели преломления материала в формулах (1.8)-(1.12) зависят от длины волны падающего электромагнитного излучения. Для расчётов оптических коэффициентов поверхности паруса, который находится под действием всего спектра солнечного излучения, использовались экспериментальные данные, опубликованные на сайте [refractiveindex.info](http://refractiveindex.info) [83], и следующие зависимости, усредняющие коэффициенты отражения и пропускания с учётом спектральной интенсивности солнечного излучения:

$$\hat{\rho} = \frac{\int_{\omega_0}^{\omega_1} Si(\omega) \rho(\omega) d\omega}{S_r}, \quad \hat{\tau} = \frac{\int_{\omega_0}^{\omega_1} Si(\omega) \tau(\omega) d\omega}{S_r}, \quad (1.13)$$

где  $Si(\omega)$  - интенсивность волны солнечного излучения, которая зависит от спектра излучения (угловая частота волны) и рассчитывается по данным из LASP Interactive Solar Irradiance Datacenter (LISIRD) [84].

Результаты верификации математической модели оптических параметров многослойной плёнки и результаты расчётов оптических параметров используемого в моделировании СП проводятся в разделе 3.2 данной диссертационной работы.

#### 1.4.4 Деградация отражающей поверхности солнечного паруса

Поверхность паруса деградирует во время полёта из-за влияния различных космических факторов. В частности, ухудшается коэффициент отражения и соответственно увеличивается доля поглощённого излучения. В работе [66] авторы предлагают параметрическую модель для описания процесса деградации солнечного паруса. Они предполагают, что оптические характеристики изменяются экспоненциально и используют следующие упрощения:

- единственным источником деградации являются солнечные фотоны. Это упрощение является разумным, по крайней мере, во внутренней части Солнечной системы и вдали от планет, где космическим излучением от планетарных радиационных поясов и взаимодействием с частицами планетных атмосфер можно пренебречь;
- интенсивность солнечного излучения не зависит от времени (рассматривается усреднённая солнечная активность) и изменяется только в зависимости от расстояния до Солнца;
- скорость деградации оптических коэффициентов не зависит от температуры паруса.

Модель представляет собой систему из трёх уравнений, в которой определяется отношение текущего значения одного из оптических параметров  $p(t)$  к его начальному значению  $p_0$ :

$$\frac{p(t)}{p_0} = \begin{cases} \frac{1 + de^{-\lambda\Sigma(t)}}{1 + d} & \text{если } p \in \{\rho, \varsigma\}, \\ 1 + d(1 - e^{-\lambda\Sigma(t)}) & \text{если } p = \varepsilon_f, \\ 1 & \text{если } p \in \{\varepsilon_b, B_f, B_b\}, \end{cases} \quad (1.14)$$

где  $\Sigma(t)$  - безразмерная суммарная доза солнечного излучения, полученная за всё время полёта;  $\lambda$  - коэффициент деградации;  $d$  - фактор деградации.

Безразмерная доза радиации  $\Sigma(t)$  рассчитывается как отношение суммарной дозы излучения  $\tilde{\Sigma}(t)$ , набранной парусом за время полёта, к суммарной дозе  $\tilde{\Sigma}_0 = 15,768 \cdot 10^{12}$  Дж, получаемой поверхностью площадью в  $1 \text{ м}^2$  на расстоянии  $1 \text{ а.е.}$  в течение одного года:

$$\Sigma(t) = \frac{\tilde{\Sigma}(t)}{\tilde{\Sigma}_0} = \frac{1}{T_r} \int_{t_0}^t \frac{\cos \theta(t)}{r(t)^2} dt, \quad (1.15)$$

где  $T_r$  - соответствует промежутку времени в 1 год ( $T_r = 365,25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ сек.}$ ), а текущее гелиоцентрическое расстояние солнечного паруса  $r$  задано в  $\text{а.е.}$

Согласно работе [66], коэффициент деградации  $\lambda$  определяется в соответствии с половиной времени предельной деградации паруса:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{\hat{\Sigma}},$$

где  $\hat{\Sigma}$  – доза солнечного излучения, которая приводит к ухудшению оптических характеристик вдвое по отношению к предельному значению  $p_\infty$ , т.е. соответствует значению:

$$\hat{p} = \frac{p_0 + p_\infty}{2}.$$

Фактор деградации  $d$  определяет значение оптической характеристики  $p_\infty$ , при котором парус должен перестать функционировать:

$$\rho_\infty = \frac{\rho_0}{1+d}, \zeta_\infty = \frac{\zeta_0}{1+d}, \varepsilon_{f\infty} = \varepsilon_{f0}(1+d). \quad (1.16)$$

Неидеальное отражение и деградация солнечного паруса существенно влияют на управление движением КА с СП. На рисунке 1.10, а показано, как угол между направлением ускорения, создаваемым давлением солнечного излучения, и вектором гелиоцентрического радиуса космического аппарата зависит от угла установки паруса для разных значений коэффициента отражения. Внешняя линия соответствует ускорению от идеально отражающего паруса ( $\rho = 1$ ), но с небольшим рассеиванием ( $\zeta = 0,94$ ). Внутренние линии соответствуют поверхностям с разными коэффициентами отражения: 0,95; 0,90; 0,85; 0,80 и 0,75.

На рисунке 1.10, б показано изменение коэффициента отражения СП вследствие деградации. Данные получены для пассивного периодического движения КА по гелиоцентрической орбите с перицентром, равным радиусу орбиты Меркурия, и апоцентром, равным среднему радиусу орбиты Земли. Продемонстрировано изменение коэффициента отражения за 10 лет при различных факторах деградации. Верхняя линия соответствует фактору деградации  $d = 0,5$ , нижние графики соответствуют факторам деградации от 0,10 до 0,25.

Для выбора значений коэффициента и фактора деградации можно воспользоваться результатами экспериментов MISSE 1 и MISSE 2 [85], проводимых на МКС в 2001-2005 годах. На корпусе МКС были установлены платформы, одна из которых включала в себя образцы плёнки для СП Gossamer (рисунок 1.11, а). Образцы представляли собой двухслойные плёнки: одна с фторированным этилен-пропиленом (ФЭП) и три с полиамидными плёнками (CP1, Каптон и Упилекс) в качестве несущего конструктивного слоя. Отражающий лицевой слой у всех образцов одинаковый – алюминиевое покрытие толщиной около 100 нм.

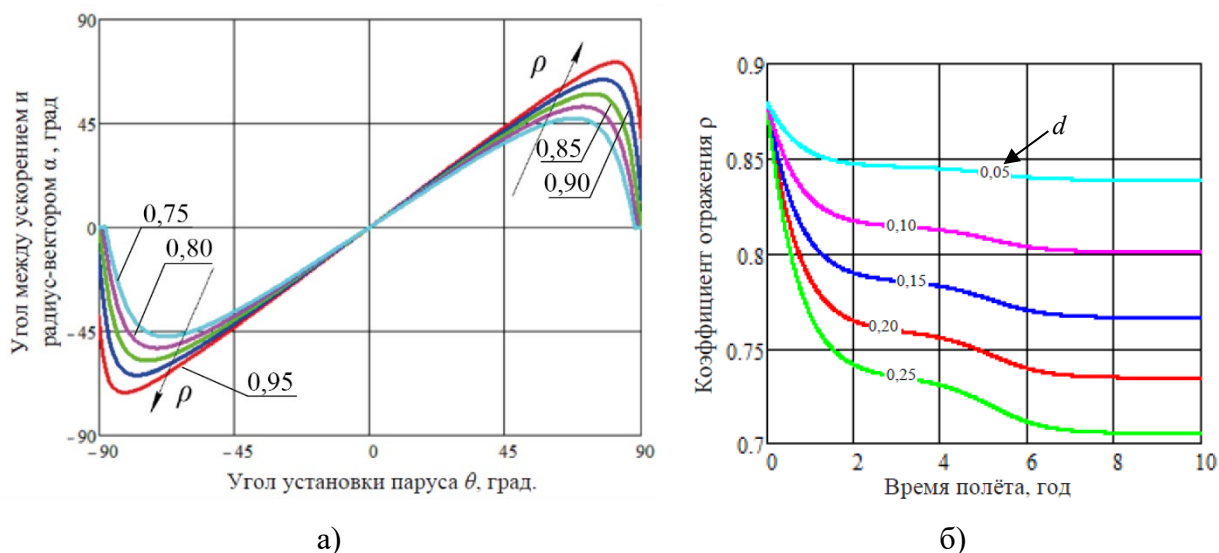


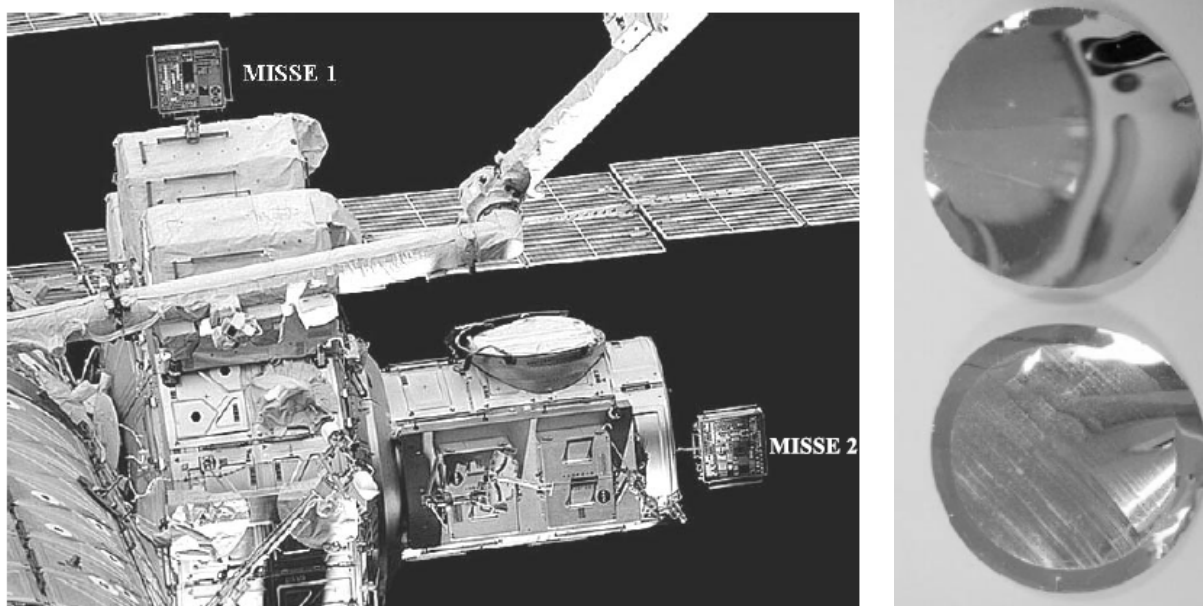
Рисунок 1.10 – Влияние неидеального отражения и деградации плёнки СП:

а – зависимость угла между направлением ускорения и радиус-вектором от угла установки паруса; б – изменение коэффициента отражения при гелиоцентрическом полёте алюминиевого паруса по высокоэллиптической орбите

Четыре года на орбите образцы находились под прямым воздействием излучения Солнца в течение 6200 эквивалентных солнечных часов, что соответствует 0,72 безразмерному значению суммарной дозы радиации. После возвращения образцов на Землю, был измерен их коэффициент поглощения  $\alpha$ , который сравнивался с эталоном (рисунок 1.11, б). Результаты эксперимента представлены в таблице 1.4. В ней же показано значение изменения коэффициента отражения при допущении, что плёнка не пропускает электромагнитное излучение ( $\hat{t} = 0$ ), а только поглощает и отражает.

Таблица 1.4 – Результаты эксперимента MISSE для материалов СП Gossamer

Образцы с алюминиевым покрытием	Коэффициент поглощения			Коэффициент отражения		
	После	До	$\Delta\alpha$	После	До	$\Delta\rho$
50.8 мкм ФЭП	0,128	0,120	0,008	0.872	0.880	-0.008
25.4 мкм Каптон	0,400	0,346	0,054	0.600	0.654	-0.054
25.4 мкм Упилекс	0,487	0,437	0,050	0.513	0.563	-0.050
25.4 мкм СР1	0,255	0,223	0,032	0.745	0.777	-0.032



а)

б)

Рисунок 1.11 – Экспериментальное определение влияния космической среды на тонкие плёнки в рамках миссии на МКС MISSE 1 и MISSE 2

а – расположение платформ с образцами на обшивке МКС; б – изменение отражающей поверхности образца с алюминиевым покрытием

Данные по изменению оптических характеристик образцов можно использовать для оценки интенсивности влияния электромагнитного излучения Солнца. Определив некий допустимый предел минимального значения коэффициента отражения, по формуле (1.16) можно определить фактор деградации  $d$ . Подставив полученное значение в уравнение (1.14) и соответствующие данные из таблицы 1.2, определяется значение коэффициента деградации  $\lambda$ , которое используется в дальнейшем при моделировании движения КА с СП.

### Выводы по первой главе

В данной главе был проведён анализ работ по теме диссертационного исследования: актуальность технологии СП и её применение для доставки грузов; трудов в области замкнутых траекторий, моделей функционирования СП и его деградации.

Представлена математическая модель для расчёта одного из ключевого баллистического параметра паруса – коэффициента отражения, учитывающая спектр длин волн электромагнитного излучения Солнца, многослойность плёнки и толщину слоёв. В завершении главы представлены экспериментальные данные, позволяющие определить характер и коэффициент деградации оптических параметров СП.

Результаты, представленные в этой главе опубликованы в работах [17–21].

## **2 МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ И МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УПРАВЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИЕЙ СОЛНЕЧНОГО ПАРУСА**

В настоящей главе представлена математическая модель, описывающая гелиоцентрическое движение КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации поверхности, выполняющего многоходовые межпланетные перелёты. Записаны уравнения движения в плоской полярной системе координат и граничные условия.

Поставлена и решена оптимизационная задача об оптимальном по быстродействию гелиоцентрическом межпланетном перелёте КА с идеально и неидеально отражающим СП с применением формализма принципа максимума Понтрягина.

Представлен алгоритм решения краевой задачи, а также особенности выбора начальных значений сопряжённых переменных и используемые нормировки. Показана классификация оптимальных номинальных программ управления на примере движения СП по замкнутой траектории Земля-Марс-Земля.

Приведено краткое описание программно-математического обеспечения, разработанного в данной диссертационной работе. Оно позволяет автоматизировать алгоритмы расчёта, осуществлять моделирование движения и поиск начальных сопряжённых для решения краевой задачи.

Основные результаты настоящей главы представлены в работах [60,61,86–88], а программно-моделирующий комплекс зарегистрирован в виде патентов [89,90].

### **2.1 Уравнения движения КА с СП в полярной системе координат**

Результаты работ по расчёту траекторий КА с СП показали, что даже самая упрощённая модель СП и его орбитального движения даёт достаточные результаты для оценки и прогнозирования траекторий межпланетных перелётов, и может быть использована в качестве начального приближения для оптимизации и моделирования более сложных моделей движения проектируемого КА с СП [8, 26–28]. Поэтому для оценки динамики многоходовых межпланетных перелётов СП и оптимизации номинального управления движением центра масс используется математическая модель плоского гелиоцентрического движения КА. Таким образом, наиболее часто в работах предшественников использовались следующие допущения:

- рассматривается плоское движение;
- не учитываются возмущения со стороны каких-либо небесных объектов;
- интенсивность излучения Солнца изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния и не меняется со временем (не зависит от солнечной активности);
- орбиты движения планет считаются круговыми и лежащими в плоскости эклиптики.



Для описания движения КА запишем систему дифференциальных уравнений движения в плоской полярной системе координат в безразмерном виде [93]:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = V_r, \\ \frac{du}{dt} = \frac{V_u}{r}, \\ \frac{dV_r}{dt} = a_r(t, r, \theta) - \frac{1}{r^2} + \frac{V_u^2}{r}, \\ \frac{dV_u}{dt} = a_u(t, r, \theta) - \frac{V_u V_r}{r}. \end{cases} \quad (2.1)$$

Здесь  $r, u$  – координаты аппарата (гелиоцентрический радиус-вектор и аргумент широты),  $V_r, V_u$  – вектора радиальная и тангенциальная составляющие скорости,  $a_r, a_u$  – проекции ускорения, создаваемого солнечным парусом, величина которых изменяется со временем  $t$  в связи с деградацией оптических параметров и зависит от расстояния до Солнца  $r$  и управляющего угла установки паруса  $\theta$ . Направления векторов продемонстрированы на рисунке 2.1.

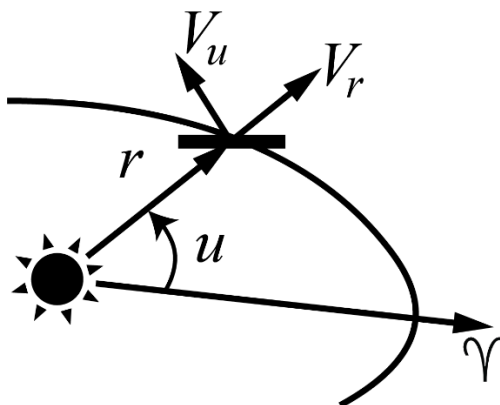


Рисунок 2.1 – Полярная плоская гелиоцентрическая система координат

Начало системы координат находится в центре масс Солнца, от которого отсчитывается радиус-вектор  $r$  положения КА. Аргумент широты  $u$  отсчитывается от направления в сторону точки весеннего равноденствия против часовой стрелки. Координаты, компоненты скорости и ускорения в (2.1) – безразмерные и отнесены к радиусу орбиты, круговой скорости и центростремительному ускорению Земли.

В системе дифференциальных уравнений гелиоцентрического движения СП (2.1) ускорение  $a$  состоит из двух проекций: радиальной  $a_r$  и тангенциальной  $a_u$ , направление которых относительно используемых в математической модели неидеально отражающего паруса проекций (1.4) и (1.5) изображено на рисунке 2.2.

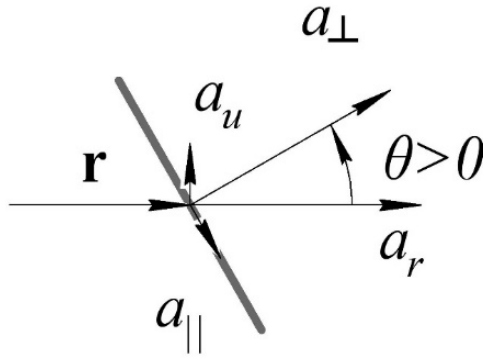


Рисунок 2.2 – Ориентация проекций ускорения при гелиоцентрическом движении неидеально отражающего СП в плоской полярной системе координат

Скалярные значения проекций ускорения в плоской полярной системе координат вычисляются с помощью угла установки  $\theta$ , который является управляющим углом, через матрицу поворота в двумерном пространстве:

$$\begin{aligned} a_r &= a_{\perp} \cos \theta - a_{\parallel} \sin \theta, \\ a_u &= a_{\perp} \sin \theta + a_{\parallel} \cos \theta. \end{aligned} \quad (2.2)$$

В масштабах межпланетных перелётов разница в расстояниях от Солнца и орбитальных скоростях между планетой и точками на границе сферы Хилла составляет менее 1%. В этом случае в качестве граничных условий межпланетных перелётов можно использовать фазовые координаты планеты старта и назначения:

$$t = T, r = r_p, V_r = V_{rp}, V_u = V_{up}, \quad (2.3)$$

где  $T$  – время текущего межпланетного перелёта,  $r_p$  – гелиоцентрической радиус целевой планеты,  $V_{rp}$ ,  $V_{up}$  – проекции скорости движения планеты на радиальное и трансверсальное направления.

Длительность и угловая дальность перелёта должны обеспечивать выполнение условий равенства угловых перемещений планеты назначения и КА:

$$\left\{ \frac{u}{2\pi} \right\} = \left\{ \frac{u_p + \omega_p T}{2\pi} \right\}, \quad (2.4)$$

где  $\{ \cdot \}$  обозначает операцию выделения дробной части,  $u_p$  – начальный аргумент широты целевой планеты,  $\omega_p$  – угловая орбитальная скорость планеты.

Предполагается, что во время передачи груза парус ориентируется ребром к Солнцу и не создаёт тяги, а сам КА совершает пассивное движение и ожидает стыковки. В данной работе при расчётах не учитывалось время на передачу груза, т.к. это не влияет на алгоритм оптимизации номинального управления, а лишь изменяет угловое расстояние между планетами на момент начала следующего межпланетного перелёта.

## 2.2 Определение оптимальной программы управления для идеально отражающего солнечного паруса

Будем рассматривать начальное угловое расстояние между планетами  $\delta_0$  как баллистический параметр оптимизационной задачи. В качестве критерия оптимальности многоразовых межпланетных перелётов используется минимум времени движения по всем замкнутым траекториям при заданных проектных параметра КА с СП (масса, оптические параметры и площадь паруса). Управление СП по углу установки паруса  $\theta$  имеет ограничение – давление электромагнитного излучение не может действовать в сторону источника излучения.

Задача баллистической оптимизации многоразовых гелиоцентрических перелётов по быстрдействию формируется следующим образом: определить функцию номинального управления  $\theta(t) \in U \in [-\pi/2, \pi/2]$  для  $t \in [t_0, t_k]$  (где  $U$  – множество допустимых управлений) и начальное угловое расстояние между планетами старта и назначения  $\delta_0$  (соответствующее дате старта), доставляющие при заданном векторе проектных параметров КА с СП  $\mathbf{D} = \{m, S, \rho_0, \zeta_0, \varepsilon_{f_0}, \varepsilon_b, B_f, B_b\}^T$  минимум времени всего движения и обеспечивающие выполнение граничных условий (2.3) и условия замкнутости траектории (2.4):

$$t_k^* = \min_{\theta(t), \delta_0} t_k(\theta(t), \delta_0 \mid \mathbf{D} = \text{fixed}, \theta(t) \in U, \mathbf{X}_0 = \mathbf{X}(t_0), \mathbf{X}_k = \mathbf{X}(t_k)).$$

Для рассматриваемой в диссертации транспортной системы отсутствуют участки ожидания (пассивного движения КА по начальной орбите), что определяет зависимость начальных фазовых координат текущего межпланетного перелёта  $\mathbf{X}_{0,i}$  от углового расстояния между планетами старта и назначения в конце предыдущего  $\delta_{k,i-1}$ . Исходя из этого предполагается, что выбор  $\delta_0$  для первого межпланетного перелёта определяет последующую оптимальную траекторию, которая состоит из оптимизированных по быстрдействию отдельных межпланетных перелётов. Для заданного числа циклов  $n$  можно отыскать такое значение  $\delta_0^*$ , которое даёт минимальную длительность всей гелиоцентрической траектории многоразовых перелётов при минимизации длительности каждой отдельной межпланетной траектории:

$$T_i^* = \min_{\theta(t)} T_i(\theta(t) \mid \mathbf{D} = \text{fixed}, \theta(t) \in U, \delta_{0,i} = \delta_{k,i-1}, \mathbf{X}_{0,i} = \mathbf{X}(t_{i-1}), \mathbf{X}_{k,i} = \mathbf{X}(t_{i-1} + T_i)).$$

Запишем вектор фазовых координат и сопряжённых переменных в соответствие с системой дифференциальных уравнений (2.1):

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \{r, u, V_r, V_u\}^T, \\ \boldsymbol{\Psi} &= \{\psi_r, \psi_u, \psi_{V_r}, \psi_{V_u}\}^T. \end{aligned}$$

где  $\psi_r, \psi_u, \psi_{Vr}, \psi_{Vu}$  – сопряжённые переменные, введённые для вектора фазовых координат системы.

Граничные условия для отдельного перелёта в векторном виде соответствуют орбитальным координатам и скоростям планет:

$$\begin{aligned} t = t_{i-1}, \quad \mathbf{X}_{0,i} &= \{r_{k,i-1}, u_{k,i-1}, V_{r_{k,i-1}}, V_{u_{k,i-1}}\}^T, \\ t = t_{i-1} + T_i, \quad \mathbf{X}_{k,i} &= \{r_{k,i}, u_{k,i}, V_{r_{k,i}}, V_{u_{k,i}}\}^T \end{aligned} \quad (2.5)$$

Вспользуемся моделью идеально отражающего паруса (1.3) и понятием характеристического ускорения  $a_c = 2 \frac{S_3}{mc} S$ , чтобы описать составляющие ускорения без учёта изменений со временем от деградации:

$$a_r = \frac{a_c}{r^2} \cos^3 \theta, \quad a_u = \frac{a_c}{r^2} \cos^2 \theta \sin \theta.$$

Для решения поставленной задачи запишем гамильтониан системы (2.1).

$$H = V_r \psi_r + \frac{V_u}{r} \psi_u + \left( a_c \frac{\cos^3 \theta}{r^2} - \frac{1}{r^2} + \frac{V_u^2}{r} \right) \psi_{Vr} + \left( a_c \frac{\cos^2 \theta \sin \theta}{r^2} - \frac{V_u V_r}{r} \right) \psi_{Vu},$$

Принцип максимума Понтрягина обеспечивает необходимое условие оптимальности: если траектория оптимальна, то значение гамильтониана достигает максимума. Запишем гамильтониан, который явно зависит от управления и приравняем его частную производную по углу установки к нулю:

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = \frac{a_c}{r^2} (\psi_{Vu} \cos \theta (1 - 2 \sin \theta) - 3 \psi_{Vr} \cos^2 \theta \sin \theta) = 0. \quad (2.6)$$

Аналитическое решение уравнения (2.6) относительно управляющего угла  $\theta$  хорошо известно и впервые было получено А. Н. Жуковым и В. Н. Лебедевым в 1964 году [94]:

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{9\psi_{Vr}^2 + 8\psi_{Vu}^2} - 3\psi_{Vr}}{4\psi_{Vu}}. \quad (2.7)$$

Следующим шагом для определения оптимального управления является формулировка краевой задачи. Система уравнений (2.1) дополняется дифференциальными уравнениями, описывающими изменение сопряжённых переменных:

$$\begin{cases} \frac{d\psi_r}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial r} = \frac{2}{r^3} \left( a_r \cos^3 \theta - 1 + \frac{V_u^2 r}{2} \right) \psi_{Vr} + \frac{2}{r^3} \left( a_u \cos^2 \theta \sin \theta - \frac{V_u V_r r}{2} \right) \psi_{Vu} + \frac{V_u}{r^2} \psi_u, \\ \frac{d\psi_u}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \rightarrow \psi_u(t) \equiv const, \\ \frac{d\psi_{Vr}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial V_r} = -\psi_r + \frac{V_r}{r} \psi_u, \\ \frac{d\psi_{Vu}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial V_r} = -\frac{\psi_u}{r} - 2 \frac{V_r}{r} \psi_{Vu} + \frac{V_u}{r} \psi_{Vu}. \end{cases}$$

В качестве нормировки принимается  $\psi_r(t_0) = \pm 1$ . Из результатов аналогичных работ [95] известно, что отрицательное значение соответствует уменьшению радиуса орбиты, а положительное – увеличению. Последующие результаты расчёта в настоящей работе также подтвердили данное утверждение.

Таким образом, вариационная задача сводится к четырёхпараметрической краевой задаче, в которой необходимо отыскать такие начальные значения сопряжённых переменных  $\Psi(t_0)$ , которые удовлетворяли бы граничным условиям (2.5).

### 2.3 Оптимальное управление неидеально отражающим солнечным парусом с учётом деградации оптических параметров

В случае учёта деградации СП согласно (1.14) ускорение, создаваемое неидеально отражающим парусом (1.4)-(1.6) будет изменяться со временем. Чтобы сохранить автономность системы (отсутствие явной зависимости от времени  $t$ ) дифференциальных уравнений (2.1) вводится дополнительная фазовая переменная накопленной дозы солнечной радиации парусом  $\Sigma$ , которая согласно определению (1.15) может быть представлена в виде [66]:

$$\frac{d\Sigma}{dt} = \frac{1}{T_r} \frac{\cos \theta}{r^2} \quad (2.8)$$

Теперь ускорение от СП является функцией двух фазовых координат (радиус-вектора  $r$  и накопленной дозы радиации  $\Sigma$ ) и угла установки паруса  $\theta$ . Начальное значение накопленной дозы радиации  $\Sigma$  определяется предыдущими этапами перелёта, а её конечное значение не фиксировано. В этом случае вектор фазовых координат и сопряжённых переменных принимают следующий вид:

$$\mathbf{X} = \{r, u, V_r, V_u, \Sigma\}^T, \\ \Psi = \{\psi_r, \psi_u, \psi_{V_r}, \psi_{V_u}, \psi_\Sigma\}^T.$$

где  $\psi_\Sigma$  – сопряжённая переменная для полученной парусом дозы радиации.

Так как значение накопленной дозы радиации в конечный момент времени не фиксировано, из условия трансверсальности краевая задача дополняется граничным условием:

$$\psi_{\Sigma_k} = 0.$$

Граничные условия для отдельного перелёта в векторном виде соответствуют орбитальным координатам и проекциям скорости планет:

$$t = t_{i-1}, \quad \mathbf{X}_{0,i} = \{r_{k,i-1}, u_{k,i-1}, V_{r_{k,i-1}}, V_{u_{k,i-1}}, \Sigma_{k,i-1}\}^T, \\ t = t_{i-1} + T_i, \quad \mathbf{X}_{k,i} = \{r_{k,i}, u_{k,i}, V_{r_{k,i}}, V_{u_{k,i}}\}^T, \psi_{\Sigma_{k,i}} = 0. \quad (2.9)$$

Аналогично предыдущему разделу используется принцип максимума Понтрягина для нахождения оптимальной программы управления. Составим гамильтониан системы (2.1) с учётом нового дифференциального уравнения (2.8):

$$H = V_r \psi_r + V_u \psi_u + \left( a_r(\Sigma, r, \theta) - \frac{1}{r^2} + \frac{V_u^2}{r} \right) \psi_{Vr} + \left( a_u(\Sigma, r, \theta) - \frac{V_u V_r}{r} \right) \psi_{Vu} + \frac{\cos \theta}{T_r r^2} \psi_\Sigma, \quad (2.10)$$

где  $\psi_\Sigma$  – сопряжённая переменная по накопленной дозе радиации.

Раскроем проекции ускорения согласно (2.2), (1.4), (1.5) и определим частную производную гамильтониана (2.10) по управляющему углу установки паруса  $\theta$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \theta} = & \frac{a_c}{r^2} \psi_{Vr} (a_3 \sin^3 \theta + 2(a_1 + a_2) \sin \theta \cos \theta - (3a_1 + 2a_3) \cos^2 \theta \sin \theta) + \\ & + \frac{a_c}{r^2} \psi_{Vu} (\cos^3 \theta - 2 \sin^2 \theta (a_2 + \cos \theta) + a_2) - \frac{\cos \theta}{T_r r^2} \psi_\Sigma = 0. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Аналитическое решение для определения угла  $\theta$  из уравнения (2.11) затруднительно. Кроме того, требуется определить знак второй производной по углу  $\theta$ , чтобы установить является ли найденный экстремум максимумом. Поэтому в работе максимум гамильтониана по управлению ищется численно на каждом шаге моделирования движения методом золотого сечения [96].

Для упрощения записи системы дифференциальных уравнений сопряжённых переменных введём следующие компоненты ускорения  $S$  и  $T$ , которые не зависят гелиоцентрического радиус-вектора:

$$S = a_c (\cos^2 \theta (a_1(\Sigma) \cos \theta + a_2(\Sigma)) + a_3(\Sigma) \cos \theta \sin^2 \theta),$$

$$T = a_c (\cos \theta \sin \theta (a_1(\Sigma) \cos \theta + a_2(\Sigma)) - a_3(\Sigma) \cos^2 \theta \sin \theta).$$

Тогда дифференциальные уравнения для сопряжённых множителей примут вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\psi_r}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \left[ V_u \psi_u + \left( \frac{2}{r} (S - 1) + V_u^2 \right) \psi_{Vr} + \left( \frac{2}{r} T - V_u V_r \right) \psi_{Vu} + \frac{2 \cos \theta}{r T_0} \psi_\Sigma \right], \\ \frac{d\psi_u}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \rightarrow \psi_u(t) \equiv const, \\ \frac{d\psi_{Vr}}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial V_r} = -\psi_r + \frac{V_r}{r} \psi_u, \\ \frac{d\psi_{Vu}}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial V_u} = \frac{1}{r} (V_r \psi_{Vu} - 2V_u \psi_{Vr} - \psi_u), \\ \frac{d\psi_\Sigma}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \Sigma} = -\frac{a_c}{r^2} \psi_{Vr} \left( \frac{\partial a_2}{\partial \Sigma} \cos^2 \theta + \frac{\partial a_3}{\partial \Sigma} \cos \theta (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \right) - \\ & \quad - \frac{a_c}{r^2} \psi_{Vu} \sin \theta \cos \theta \left( \frac{\partial a_2}{\partial \Sigma} - 2 \frac{\partial a_3}{\partial \Sigma} \cos \theta \right), \end{aligned} \right.$$

где

$$\frac{\partial a_3}{\partial \Sigma} = \frac{\lambda d e^{-\lambda \Sigma}}{(1+d)^2} (1 + d e^{-\lambda \Sigma}) \rho_0 \sigma_0 = -\frac{\partial a_1}{\partial \Sigma},$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial \Sigma} = 0.5 \left( B_f \left( \frac{2(1 + de^{-\lambda \Sigma})}{1 + d} \sigma_0 - 1 \right) \frac{\lambda de^{-\lambda \Sigma}}{1 + d} \rho_0 + \left( 1 + \frac{\lambda de^{-\lambda \Sigma}}{1 + d} \rho_0 \right) \frac{\lambda de^{-\lambda \Sigma} \varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\lambda de^{-\lambda \Sigma} \varepsilon_f + \varepsilon_b} \right).$$

Теперь краевая задача является пятипараметрической, для которой необходимо определить такой вектор начальных значений сопряжённых переменных  $\Psi(t_0)$ , который удовлетворял бы граничным условиям (2.9). Выбор нормировки и её знака аналогичен тому, который использовался для идеально отражающего СП из предыдущего раздела.

## 2.4 Методика решения краевой задачи для многоразовых перелётов

Для численного решения краевой задачи используется модифицированный метод Ньютона с автоматической оценкой сходимости и изменением шага вычисления производных и ограничений на приращения [89]. Однако задачи с фиксированной угловой дальностью плохо сходятся и требуют применения дополнительных методов поиска начального приближения. Используется последовательное усложнение модели и перемещение по параметру начального углового расстояния между планетами [95].

### 2.4.1 База данных решений для идеально отражающего паруса

В первую очередь необходимо сформировать базу данных (БД) решений краевой задачи для математической модели с идеально отражающим СП, которая была описана в разделе 2.2. Такой подход необходим для определения первого приближения начальных значений сопряжённых множителей, которой основывается на уже известных и полученных другими авторами ранее методах.

Многими учёными было установлено, что имеется определённое значение угла установки идеально отражающего паруса  $\theta$ , которое обеспечивает минимальное время движения по спиральной траектории за счёт наискорейшего изменения расстояния от центрального притягивающего тела [22, 70, 71, 73, 74]. Оно определяется путём создания максимального по модулю значения трансверсальной составляющей ускорения  $a_u$  КА с идеально отражающем СП из уравнения (1.3). Для этого достаточно приравнять к нулю частную производную  $a_u$  по углу установки паруса  $\theta$ :

$$a_u = 2P_r \frac{S}{m} \cos^2 \theta \sin \theta,$$

$$\frac{\partial a_u}{\partial \theta} = 2P_r \frac{S}{m} (\cos^3 \theta - 2 \cos \theta \sin^2 \theta) = 0,$$

$$\sin \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

На рисунке 2.3 показаны экстремумы трансверсального ускорения, которые соответствуют значению  $\theta = \pm 35,264 \text{ grad.}$ , где знак «+» соответствуют наибо́льшему увеличению трансверсальной составляющей  $V_u$  (ускорение КА – движение от центрального тела), а «-» уменьшению (торможение КА – спуск к центральному телу).

Используя полученный угол установки в качестве начального приближения, можно без труда решить оптимизационную задачу с нефиксированной угловой дальностью для идеально отражающего паруса, которая необходима для дальнейшего составления БД и перехода к оптимизационной задаче с неидеально отражающим и деградирующим СП.

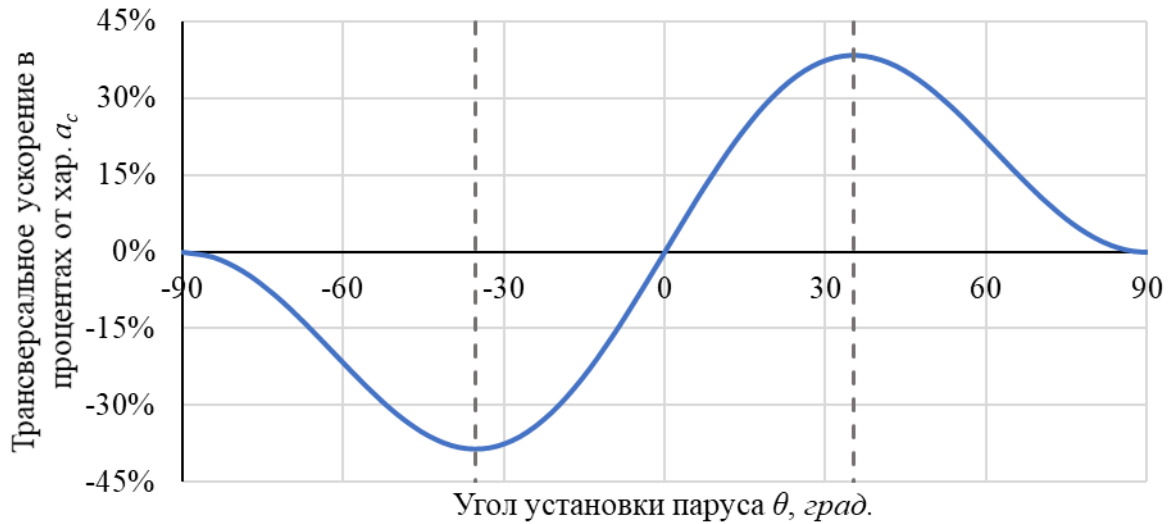


Рисунок 2.3 – Экстремумы трансверсальной составляющей ускорения  $a_u$  КА с идеально отражающим СП

Формирование БД начинается с решения краевой задачи с нефиксированной угловой дальностью, т.е. перелёте КА с начальной на целевую орбиту:

$$u \neq \text{fixed}, \psi_u \equiv 0 \text{ для } t \in [0, T_{min}]. \quad (2.12)$$

Такие задачи быстро сходятся, а их решение соответствует решению задачи, удовлетворяющему граничному условию (2.4) (задача встречи) для даты старта с минимальным временем перелёта и оптимальным положением планет.

Решение задачи с условиями (2.12) является отправной точкой для перемещения по параметру начального углового положения планет. Решая краевые задачи с фиксированной угловой дальностью согласно условию (2.4), можно получить набор решений на всём диапазоне углового положения планет.

Полученные результаты далее используются в качестве достоверно близкого приближения при расчёте многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим и деградирующим СП. Таким образом, сформировав 2 набора решений для перелёта от одной планете к другой и обратно, можно перейти к определению траекторий многоразовых перелётов с учётом изменения оптических параметров СП.

На рисунке 2.4 представлены результаты расчётов перелёта Земля-Марс для солнечного паруса с характеристическим ускорением  $0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$  и идеальным



отражением ( $\rho = 1$ ). Расчёты проводились последовательно для всего диапазона возможного расположения планет друг относительно друга  $\delta_0 = [0, 360]$  град. в начале полёта. Были получены две характерные программы управления: ориентация паруса ребром к Солнцу ( $\theta = \pm 90$  град.) в конце траектории (при  $\delta_0 = 145$  град.) и в начале (при  $\delta_0 = 340$  град.).

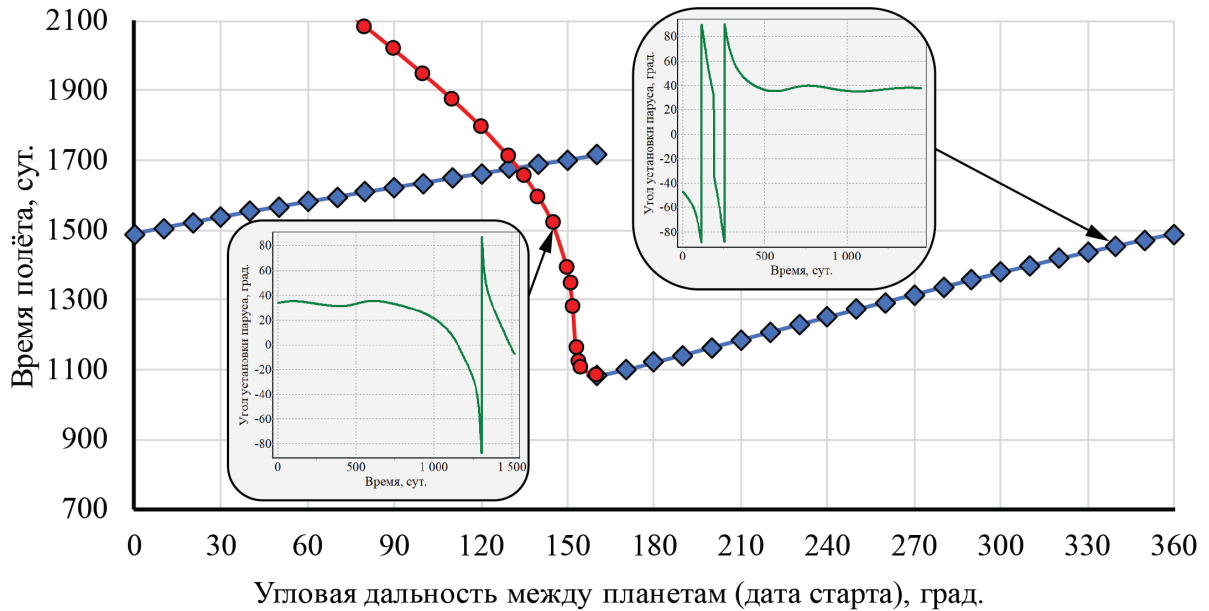


Рисунок 2.4 – Зависимость длительности перелётов Земля-Марс от углового положения планет. Показаны две характерные программы управления углом установки паруса:

- – фазирование осуществляется на конце траектории, ◆ – в начале

Полученные результаты демонстрируют общую закономерность программ управления. Солнечный парус стремится сориентироваться относительно Солнца под углом  $\theta = \pm 35$  град. для наиболее быстрого изменения трансверсальной составляющей скорости  $V_u$ . Если дата старта отлична от оптимальной (в данном случае ей соответствует  $\delta_0 = 159$  град.), осуществляется этап фазирования, т.е. изменение конечного значения угловой дальности для попадания в точку Лагранжа планеты назначения. Фазирование может происходить как в начале, так и в конце траектории. Траектории движения имеют многовитковую спиральную форму, что характерно для КА с малой тягой (рисунок 2.5).

Траектории движения могут иметь немонотонный характер изменения гелиоцентрического радиус-вектора (рисунок 2.6). Это происходит на этапе фазирования с целью изменить угловую гелиоцентрическую скорость КА и быстрее удовлетворить граничному условию (2.4).

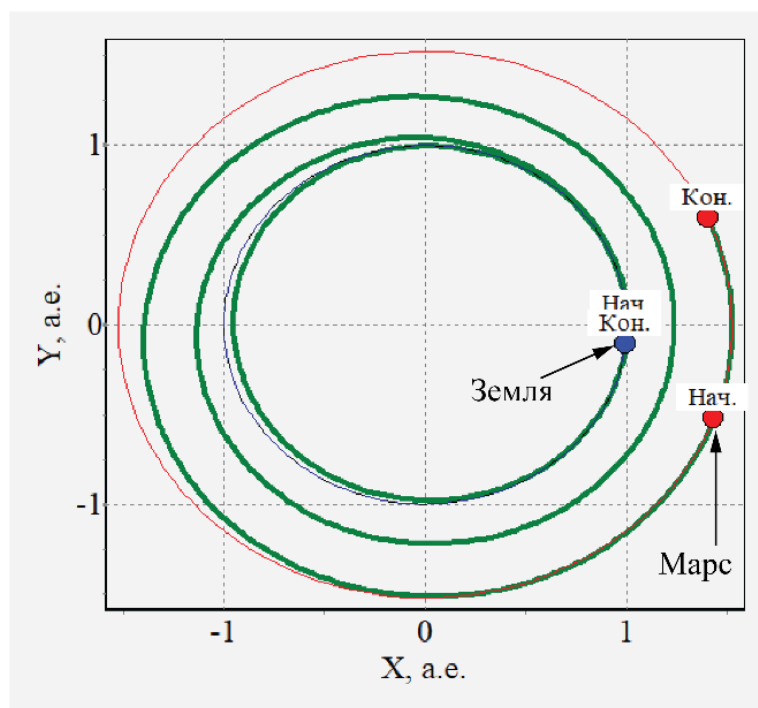


Рисунок 2.5 – Траектория гелиоцентрического движения Земля-Мартс для начального углового расстояния планет  $\delta_0 = 340$  град.

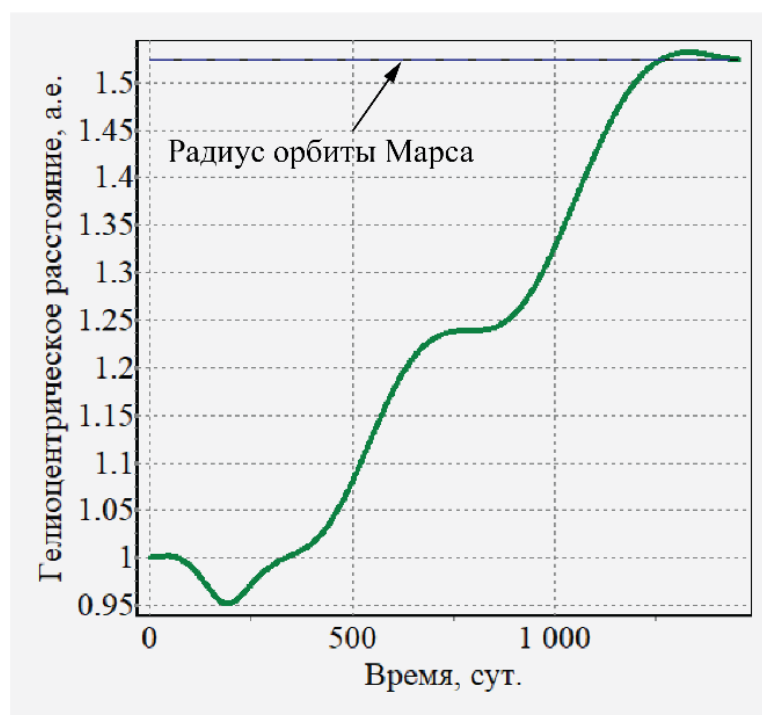


Рисунок 2.6 – Изменение гелиоцентрического радиус-вектора при перелёте Земля-Мартс с начальным угловым расстоянием планет  $\delta_0 = 340$  град.

Многочисленные результаты моделирования показали, что для формирования оптимальной траектории перелёта с немонотонным изменением радиус-вектора может потребоваться изменить знак начального значения сопряжённой переменной  $\psi_r(t_0)$ , в противном случае крайняя задача не сходится. Такое изменение в выборе знака

нормированной  $\psi_r(t_0)$  соответствует утверждению из раздела 2.2: в начальный момент времени траектория увеличивает (знак +) или уменьшает (знак -) радиус-вектор и только через некоторое время фазирования характер скорости изменения радиус-вектора меняется на ожидаемый для достижения целевой планеты.

Дальнейшее моделирование обратных перелётов и полётов между Землёй и Меркурием показали схожую закономерность в выборе нормировки и классификации номинальных программ управления (фазирование в начале или конце траектории). Это позволяет обобщить процедуру решения краевых задач с нефиксированной угловой дальностью, создавая тем самым единую методику проектирования оптимальных по быстродействию многофазовых гелиоцентрических перелётов КА с СП. На рисунке 2.7 представлена схема вычислительной процедуры, суть которой заключается в переключении знака начальной сопряжённой переменной  $\psi_r(t_0)$  при бесконечном возрастании начальных значений искомых сопряжённых множителей  $\Psi(t_0)$ .

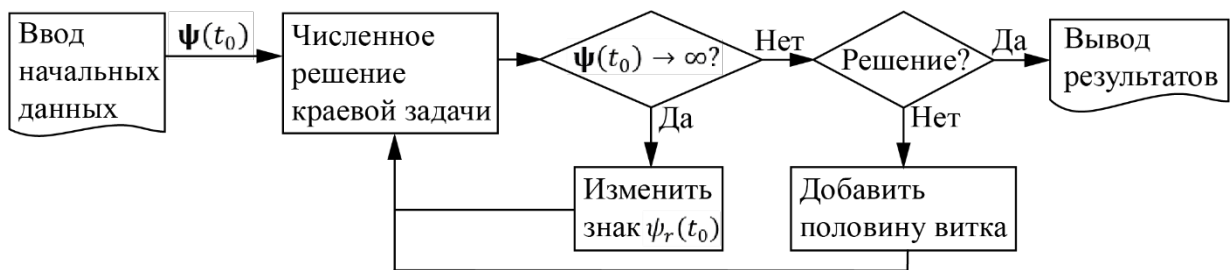


Рисунок 2.7 – Схема процедуры поиска начальных значений сопряжённых множителей для задач с фиксированной угловой дальностью

Таким образом, для формирования траекторий с немонотонным изменением гелиоцентрического радиуса выбирается знак начальной сопряжённой переменной  $\psi_r(t_0)$ , соответствующий положительному или отрицательному изменению радиус-вектора в начальный момент времени. В рассматриваемом случае перелётов Земля-Мартс для угловых положений планет  $\delta_0 \in [-164, 130]$  град. начальное значение сопряжённой переменной по радиус-вектору соответствует  $\psi_r(t_0) = -1$ .

#### 2.4.2 Усложнение моделей и перемещение по параметру дозы радиации

Полученные результаты из БД для идеально отражающего СП необходимы для дальнейшего проектирования оптимальных по быстродействию многофазовых гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации отражающей поверхности. Так как оптические параметры поверхности паруса в процессе перелёта постоянно изменяются, составлять БД решений краевых задач для каждого нового значения оптических параметров затруднительно. Для численного решения достаточно

воспользоваться результатами расчётов для идеального отражения с последующим движением по параметру коэффициента отражения и начальной дозы радиации.

Для решения таких краевых задач с учётом деградации используется следующая последовательность действий:

1. Исходя из известных решений для идеально отражающего паруса выбирается первое приближение начальных значений сопряжённых множителей  $\Psi(t_0)$  в соответствие с начальным значением углового расстояния между планетами.

2. Решается краевая задача с моделью неидеально отражающего паруса (1.4)-(1.6).

3. Решается краевая задача с учётом деградации (1.14), где начальное значение полученной парусом дозы радиации равно нулю  $\Sigma(t_0^i) = 0$ .

4. Последовательно решаются краевые задачи с увеличением параметра начальной дозы радиации вплоть до значения, которое было получено парусом за прошедшие циклы  $\Sigma(t_0^i) = \Sigma(T^{i-1})$ .

На каждом из этапов численное решение может не сходиться. Тогда применяются дополнительные действия в зависимости от характера изменений начальных значений сопряжённых множителей, упомянутые ранее и показанные на рисунке 2.7:

а) начальные значения сопряжённых множителей быстро возрастают и стремятся к бесконечности – сменить знак начального значения нормированной сопряжённой по радиус вектору  $\psi_r(t_0)$ . Если начальные значения сопряжённых переменных продолжают возрастать, перейти к пункту б);

б) метод Ньютона не может найти решение с меньшей погрешностью (решение попало в локальный максимум, который не удовлетворяет граничным условиям) – увеличить значение начального приближения времени перелёта на длительность, соответствующую половине периода пассивного движения КА по орбите целевой планеты. Данное действие стоит применять с осторожностью (с маленьким шагом увеличения времени перелёта), т.к. есть возможность «пропустить» оптимальное решение и попасть в локальный максимум, удовлетворяющий граничным условиям.

Таким образом, разработанная в диссертационной работе методика решения задач проектирования оптимальных по быстродействию многоходовых гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации заключается в формировании БД решений для КА с идеально отражающим СП и последовательном усложнении математической модели функционирования СП (рисунок 2.8). При этом, все этапы в методике, решающие задачу с фиксированной угловой дальностью из условия (2.4), опираются на разработанную процедуру поиска начальных значений сопряжённых переменных (рисунок 2.7).

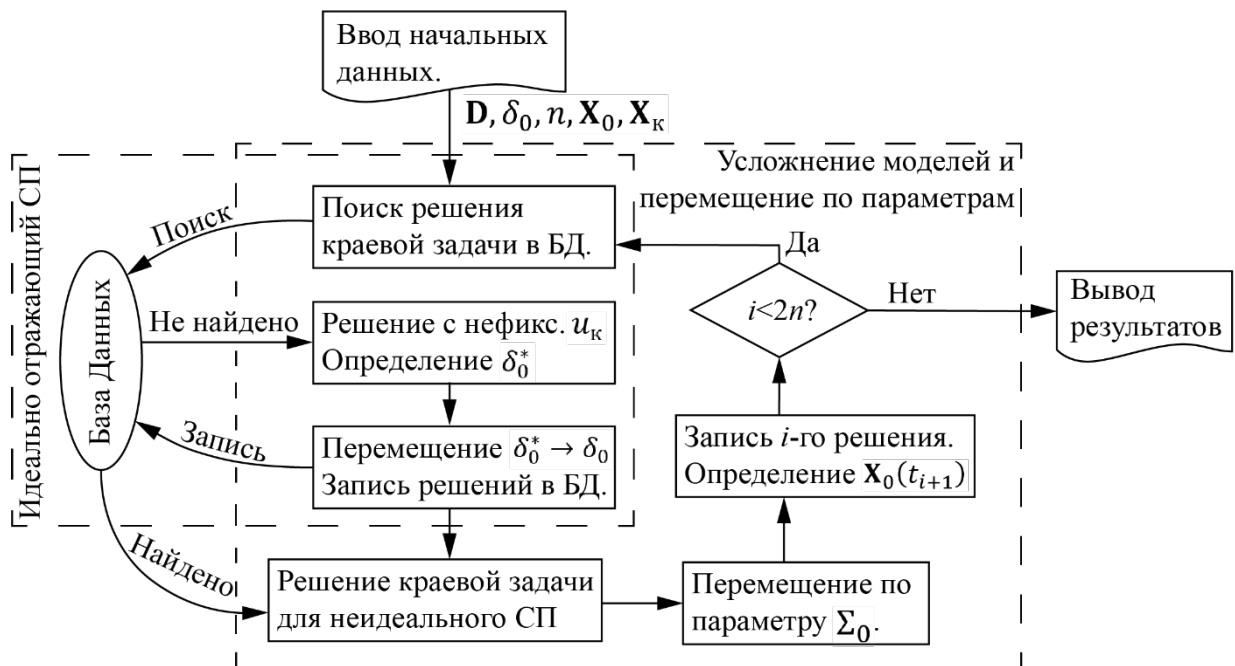


Рисунок 2.8 – Методика проектирования оптимальных по быстродействию многоразовых перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации

Предлагаемая методика решения задачи требует постоянного обращения к полученным ранее результатам расчётов, возможности мониторинга процесса сходимости и регулировки параметров краевой задачи. Чтобы эффективно следовать предлагаемой методике необходимо иметь собственный инструмент математического моделирования, которым стало программно-математическое обеспечение разработанное в рамках данного диссертационного исследования.

## 2.5 Программно-математическое обеспечение расчёта и моделирования многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с СП

Для автоматизации алгоритмов расчёта и численного моделирования гелиоцентрического движения было разработано программно-математическое обеспечение. В качестве среды программирования был выбран Delphi 7, использующий язык программирования Pascal. Программный комплекс в свою очередь состоит из нескольких отдельных программ, которые работают с разными математическими моделями, но используют одинаковые типы данных для передачи информации между собой. Это позволяет совершать последовательность уточняющих моделей для упрощения процесса сходимости краевой задачи.

Укрупнённая схема алгоритмов работы программно-математического обеспечения представлена на рисунках 2.9-2.11.

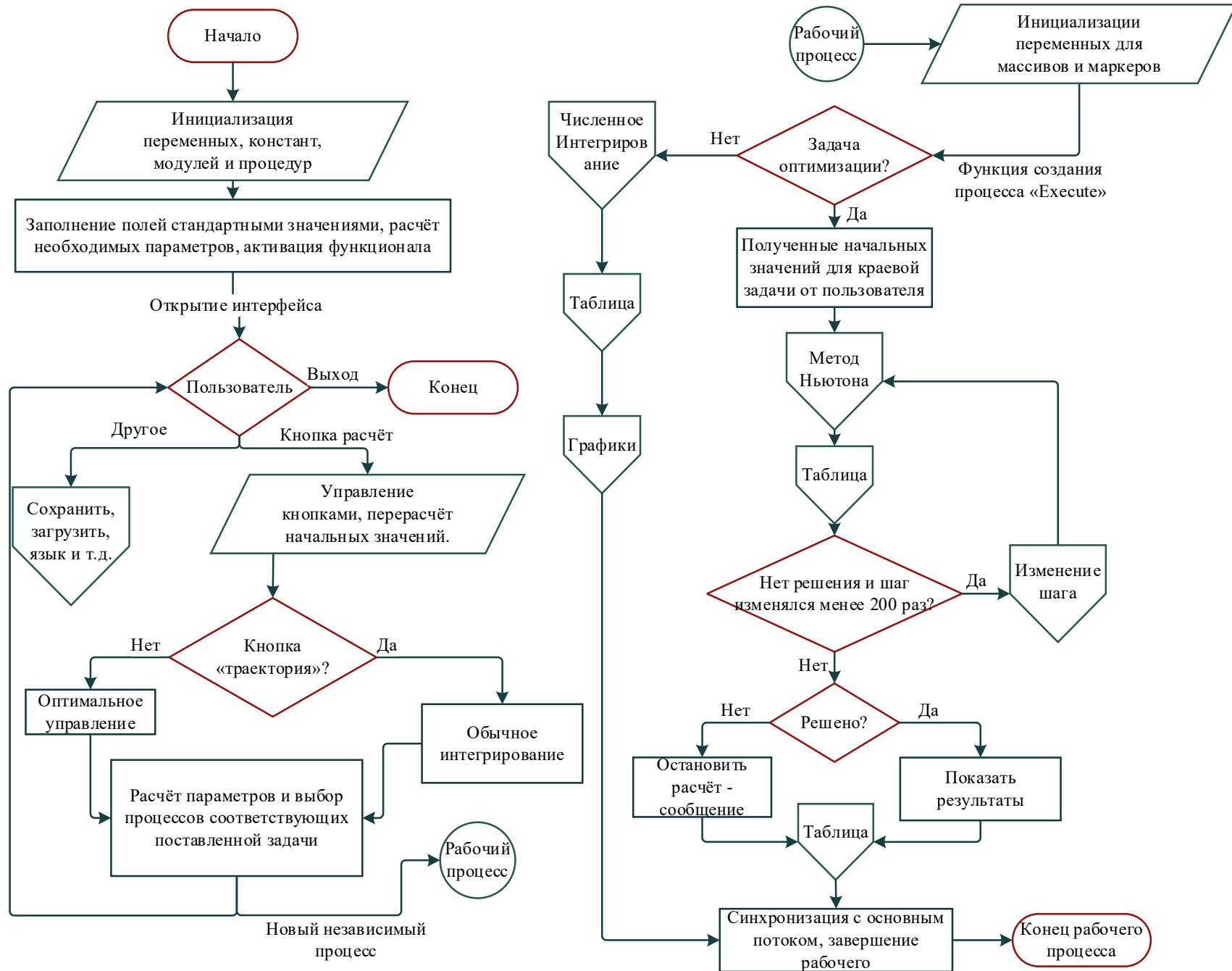


Рисунок 2.9 – Алгоритм работы основного окна программы (интерфейса) и рабочего потока

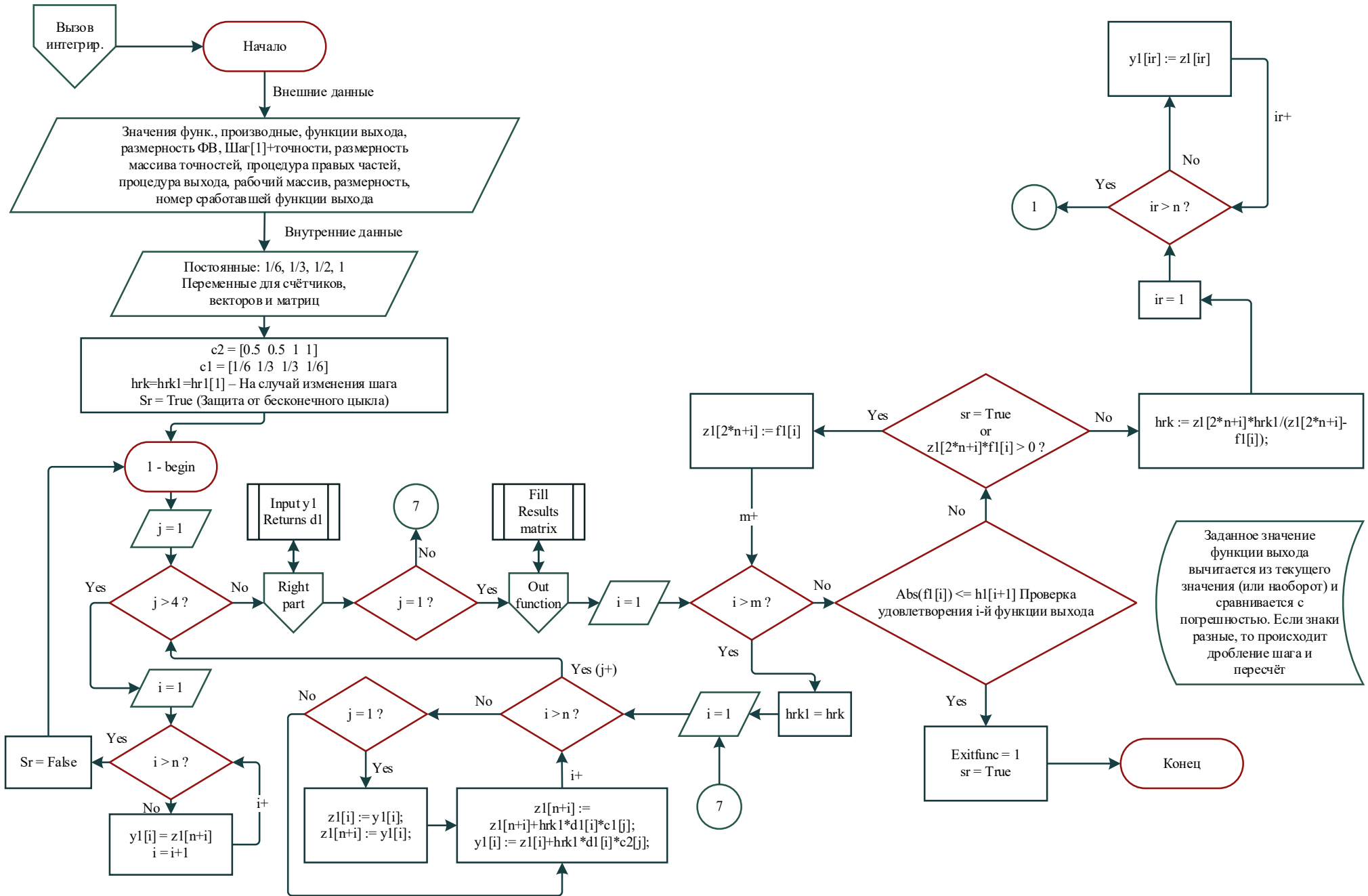


Рисунок 2.10 – Алгоритм работы программного модуля интегрирования методом Рунге-Кутты

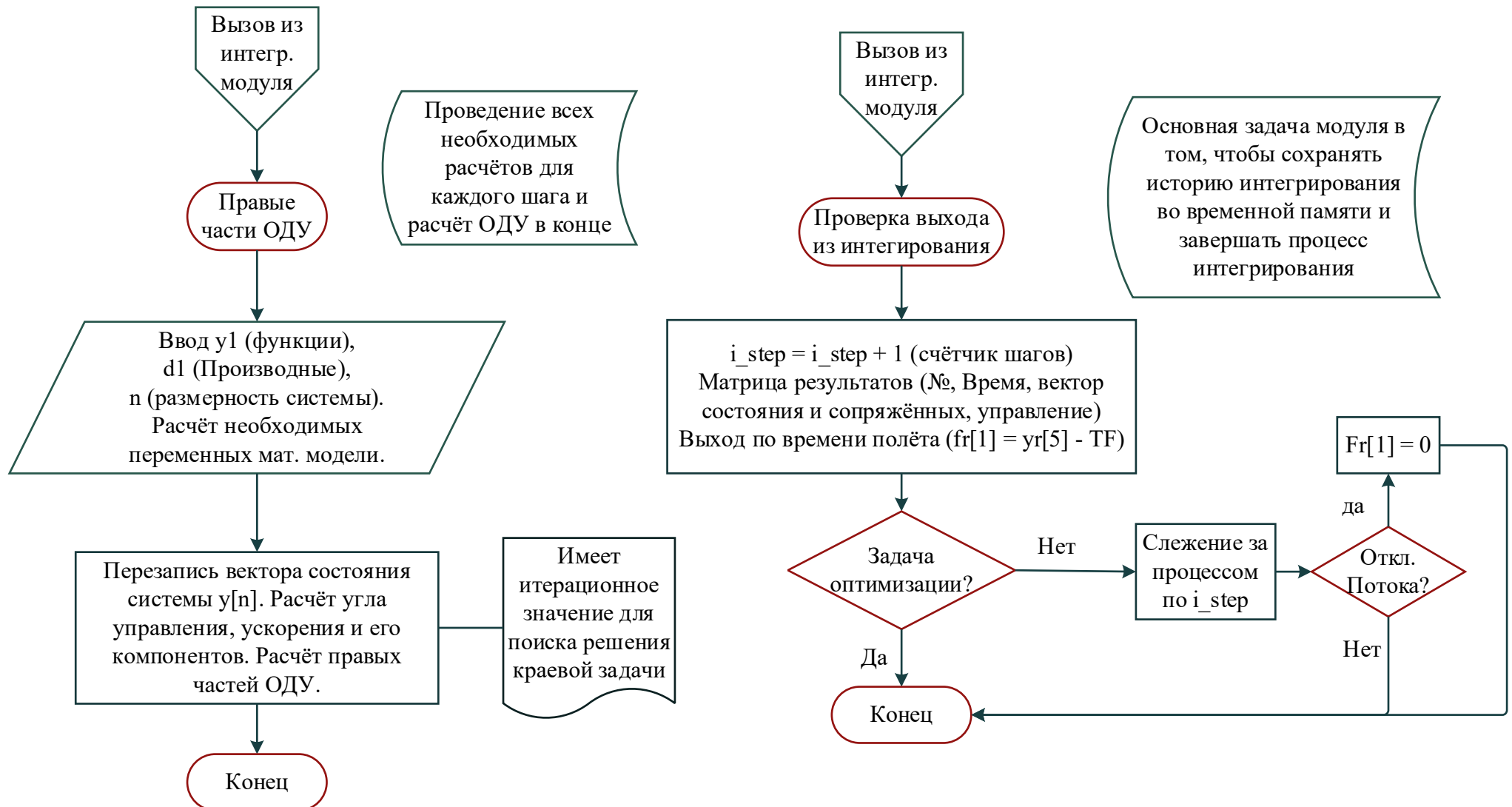


Рисунок 2.11 – Алгоритм работы модулей математического моделирования и вывода результатов моделирования



Алгоритм работы программно-математического обеспечения:

- 1 формирование начальных данных и параметров интегрирования;
- 2 моделирование движения при текущих начальных значениях (решение системы дифференциальных уравнение методом Рунге-Кутта 4-го порядка);
- 3 расчёт функций невязки;
- 4 проверка удовлетворения погрешности:

Если погрешность меньше заданного значения, то задача считается выполненной, процесс расчёта останавливается. Если погрешность больше предыдущего значения, то величина приращения уменьшается в 2 раза. В случае, когда операция уменьшения приращения выполняется более 20 раз, происходит изменение величины приращения для численного расчёта производной функций невязок по начальным значениям сопряжённых переменных;

- 5 вычисление нового значения сопряжённых переменных в начальный момент времени:
  - 5.1 последовательное интегрирование системы дифференциальных уравнений с приращением по отдельной сопряжённой переменной;
  - 5.2 вычисление частных производных функций невязок по формуле разностной производной;
  - 5.3 определение значения приращения сопряжённых переменных в начальный момент времени.
- 6 Возвращение к пункту 2 данного алгоритма.

Для исключения бесконечного закливания программы предусмотрен «аварийный» выход в случае, если погрешность не уменьшается после 200 операций изменения величины приращения расчёта частной производной функций невязок. Тогда считается, что задача не сходится и требует пересмотра граничных условий или упрощения модели для определения приближённого значения начальных сопряжённых.

### **Выводы по второй главе**

В результате исследования, проведённого в данной главе, сформирована комплексная математическая модель гелиоцентрического движения неидеально отражающего паруса в плоской полярной системе координат, которая учитывает деградацию плёнки паруса.

Представлена известная программа номинального управления идеально отражающим парусом и получена новая для неидеального отражения с учётом деградации. Разработана методика решения краевых задач для построения траекторий многократных гелиоцентрических перелётов КА с неидеально отражающим СП с учётом деградации. Определена ключевая особенность решения краевых задач при выполнении многократных

гелиоцентрических перелётов с фиксированной угловой дальностью – перемещение по параметру лучше всего работает для изменения начального углового положения планет с переключением знака нормировки и последовательном увеличении витков траектории.

Продемонстрирован пример расчётов, которые показывают характер управления и траектории гелиоцентрического движения. Разработано программно-математическое обеспечение, которое значительно упрощает процесс последовательного решения нескольких краевых задач, что требуется для расчёта и оптимизации замкнутых траекторий.

### 3 МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОРАЗОВЫХ ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКИХ ПЕРЕЛЁТОВ

В настоящей главе проведено моделирование одного цикла перелёта к Меркурию с возвращением для верификации математической модели и сравнения с известными результатами.

Выбраны проектные характеристики КА с СП, который использовался в качестве прототипа для моделирования перелётов. Проведена верификация математической модели расчёта оптических параметров многослойной плёнки. Рассчитаны оптические параметры рассматриваемого СП и параметры, определяющие деградацию отражающей поверхности.

Получены и проанализированы результаты моделирования 4-х циклов выполнения многоразовых гелиоцентрических перелётов Земля-Меркурий-Земля и Земля-Марс-Земля. Для каждого сеанса моделирования проведён сравнительный анализ влияния оптических параметров и их деградации на динамику движения КА с СП.

На основе полученных результатов сформированы рекомендации для проектирования космических транспортных систем с СП. Основные результаты исследования, полученные, в данной главе представлены в работах [18,21,99].

#### 3.1 Один цикл движения: верификация математической модели

Для оценки эффективности программы управления, а также верификации математических моделей был осуществлён расчёт одного цикла перелёта Земля-Меркурий-Земля без учёта деградации оптических параметров паруса. Полученные результаты сравнивались с результатами работы [27], в которой оптимизация управления гелиоцентрическим движением КА с СП осуществлялась с помощью алгоритма NPSOL [100], который основан на последовательном квадратичном программировании. Проектные параметры КА из работы [27] были представлены ранее в разделе 1.2, а массовые характеристики в таблице 1.2, значение коэффициента отражения  $\rho = 0,85$ .

Перелёт Земля-Меркурий-Земля является одной из самых привлекательных миссий для использования СП. Увеличение силы гравитационного притяжения по мере приближения КА к Солнцу, согласно системе (2.1), компенсируется увеличением ускорения от солнечного паруса (1.13).

Наименьшее время, за которое рассматриваемый СП может перелететь от Земли к Меркурию, составляет  $T = 1019$  сут. при выборе оптимальной даты старта, соответствующей положению планет, при котором Земля опережает Меркурий на  $\delta_0 = 220$  град. При этом угловая дальность между планетами в конце полёта составляет  $\delta_k = -60$  град. На рисунке 3.1 изображены траектория гелиоцентрического движения и полученная оптимальная программа управления углом установки СП. Для сравнения

полученных результатов с известными на рисунке 3.2 показана программа управления из работы [27], а на рисунке 3.3 соответствующая ей траектория межпланетного перелёта.

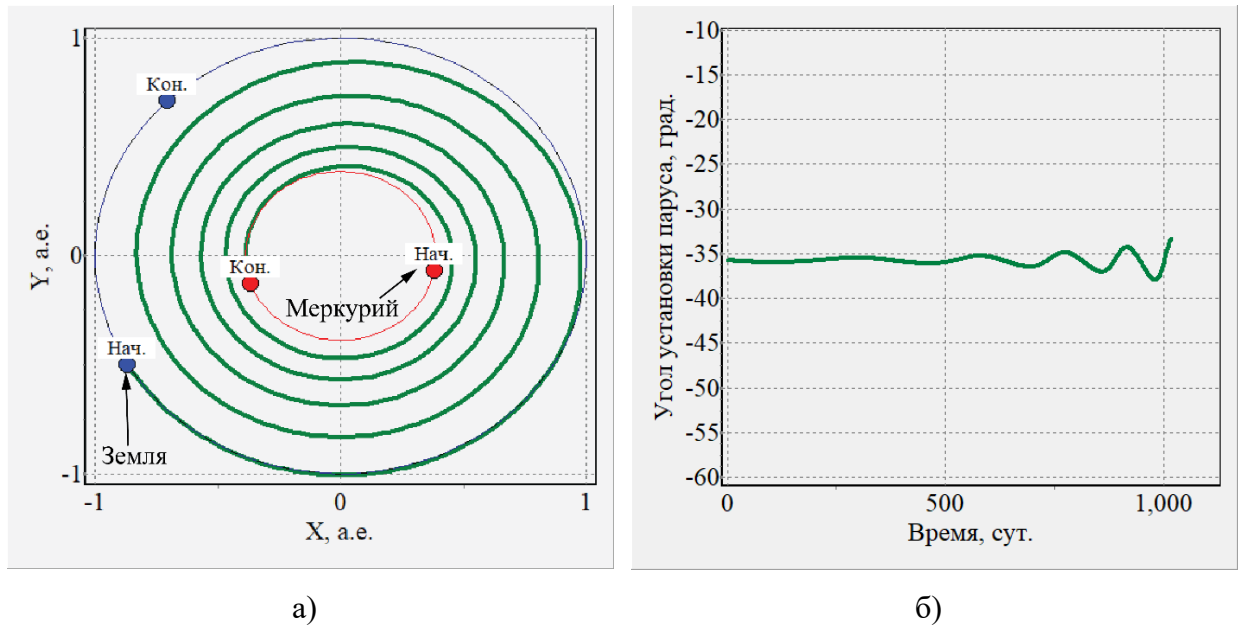


Рисунок 3.1 – Результат оптимизации перелёта Земля-Меркурий с нефиксированной угловой дальностью и характеристическим ускорением  $a_0 = 0,25 \text{ мм/с}^2$ :  
а – траектория движения КА; б – программа управления.

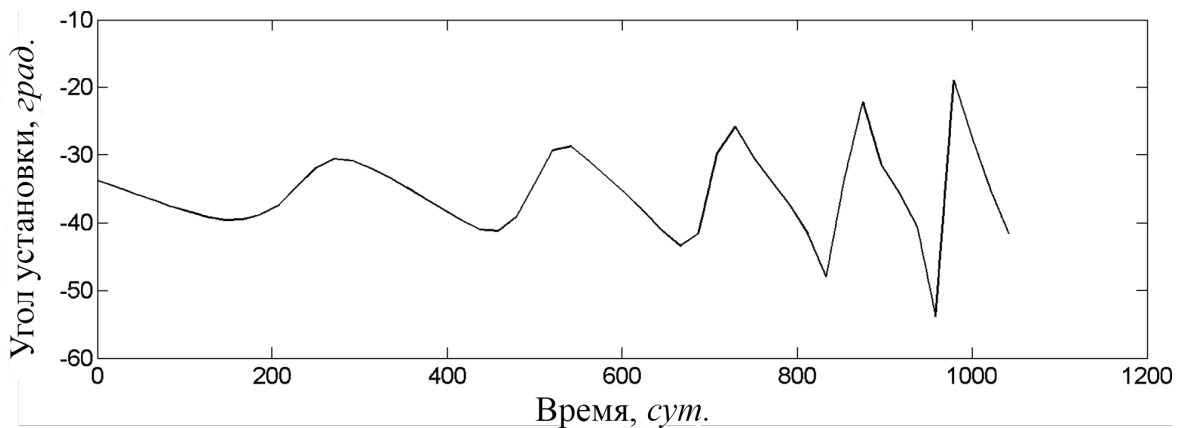


Рисунок 3.2 – Программа управления для перелёта Земля-Меркурий из работы [27]

Длительность полученной траектории оказалась на 22 сут. меньше, чем рассчитанная в работе [27], что составляет 2% различия по длительности перелёта, которое обусловлено допущениями принятыми в данной диссертационной работе о том, что орбиты компланарны и круговые. Можно заметить схожую закономерность в программах управления: увеличение амплитуды колебаний относительно установки паруса в  $\theta = -36,3 \text{ град.}$ , при котором достигается наибо́льшее изменение скорости КА, под

конец траектории. Программа управления из работы [27] отличается большей амплитудой колебаний в связи с пространственным движением КА (изменение наклона орбиты).

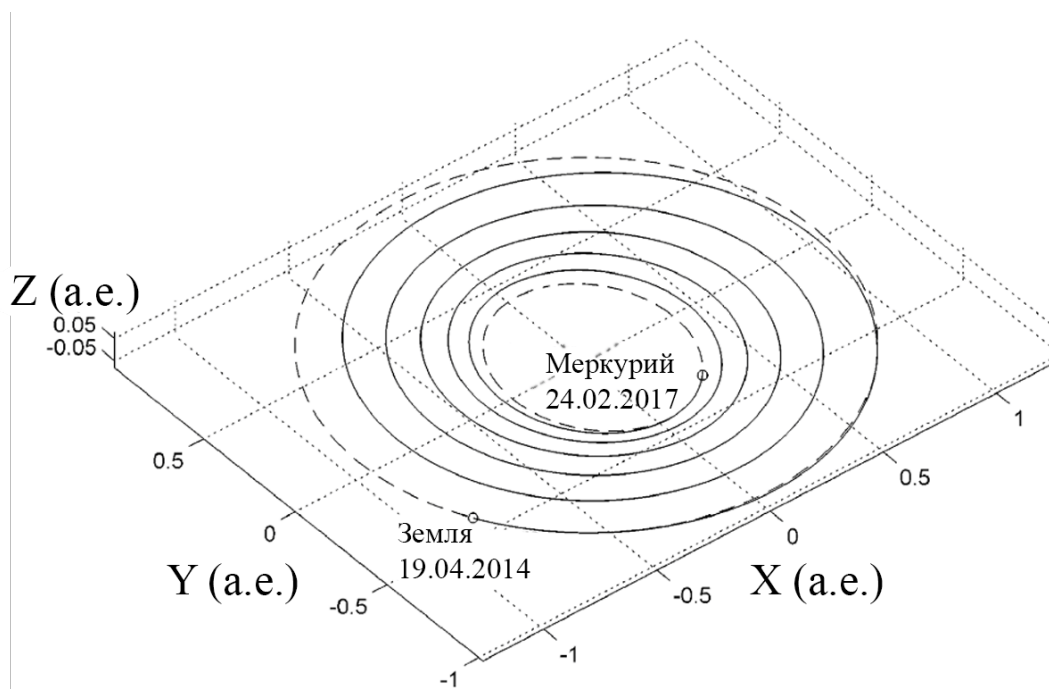
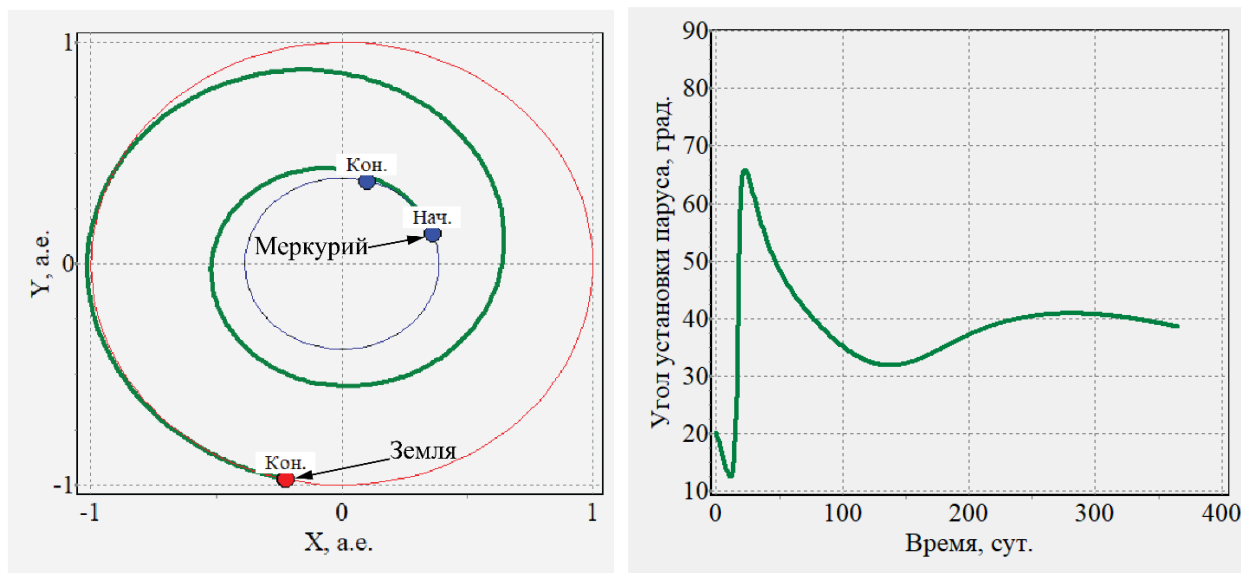


Рисунок 3.3 – Траектория перелёта Земля-Меркурий из работы [27]

Обратный полёт проходит гораздо быстрее за счёт увеличения характеристической скорости СП до  $a_0 = 0,78 \text{ мм/с}^2$ . Изменение связано с тем, что масса КА уменьшается после отстыковки посадочной ступени на орбите Меркурия. Обрато на орбиту Земли доставляется только спускаемая капсула с грунтом Меркурия. Результаты расчёта обратного перелёта представлены на рисунке 3.4 и сравниваются с программой управления и траекторией из работы [27] на рисунках 3.5 и 3.6.

Длительность обратного перелёта составила  $T = 365 \text{ сут.}$ , что на 4 сут. быстрее, чем полученная траектория в работе [27]. Разница в полученных результатах составляет не более 1%, что позволяет говорить об их достоверности. Полученная программа управления (рисунок 3.4, б) имеет схожий вид с результатом оптимизации из работы [27] (рисунок 3.5). Траектории движения как Меркурий-Земля, так и Земля-Меркурий имеют общий с полученными другими авторами [59,92,100–103] спиральный характер, количество витков также совпадает с результатами из работы [27].



а)

б)

Рисунок 3.4 – Результат оптимизации перелёта Меркурий-Земля с нефиксированной угловой дальности и характеристическим ускорением  $a_0 = 0,78 \text{ мм/с}^2$ :

а – траектория движения; б – программа управления.

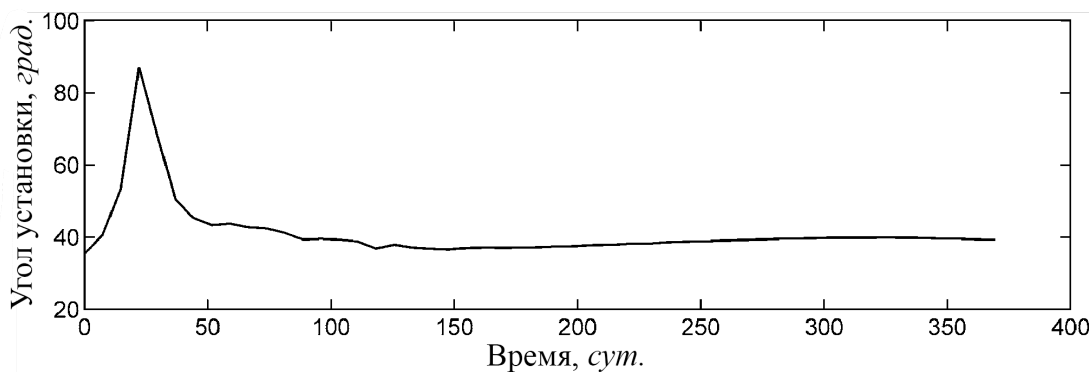


Рисунок 3.5 – Программа управления для перелёта Меркурий-Земля из работы [27]

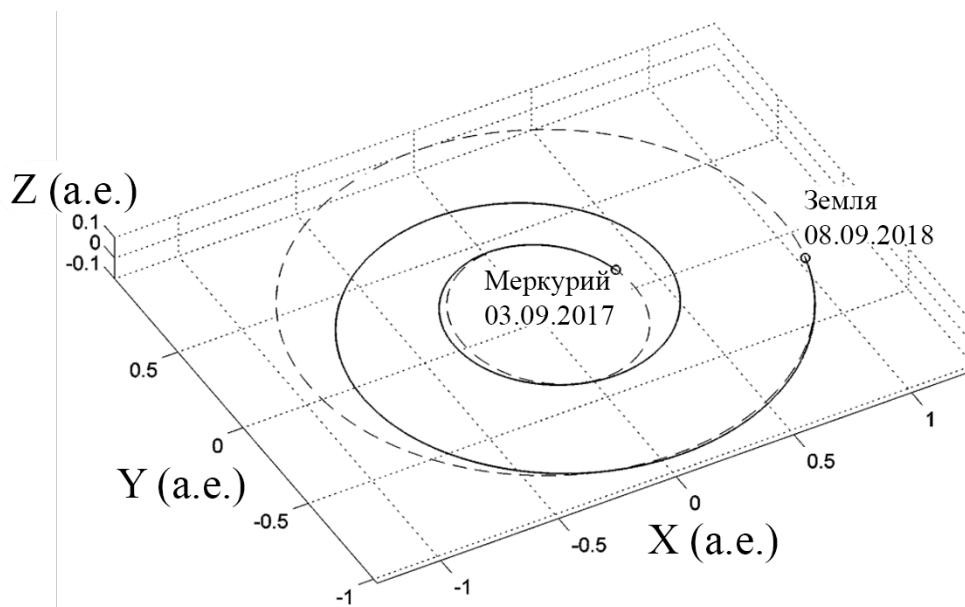


Рисунок 3.6 – Траектория перелёта Меркурий-Земля из работы [27]

Таким образом были получены траектории идентичные полученным ранее сторонними авторами, что позволяет утверждать о достоверности используемой математической модели и методов численного моделирования. Траектории имеют схожий спиральный характер, а программа управления придерживается ориентации паруса  $\theta = \pm 35,3 \text{ град.}$  для наибоыстрейшего изменения кинетической энергии, что характерно для оптимального движения КА с СП [98]. Небольшая разница во времени перелёта связана с принятыми в диссертационной работе допущениями (круговые компланарные орбиты).

### 3.2 Выбор и расчёт оптических параметров прототипа КА с СП

В качестве прототипа КА с СП был выбран проект по доставке грунта с поверхности Меркурия из работы [27], который ранее был рассмотрен в разделе 1.2 данной диссертации. Его характеристическое ускорение  $a_c = 0,25 \text{ мм/с}^2$  соответствует ускорению самого большого из изготовленных и испытанных СП – Sunjammer [42]. Конструкция солнечного паруса традиционная: алюминиевое напыление на плёнку CP1 с покрытием задней стороны паруса хромом для эффективного излучения излишнего тепла. Однако, в работе [27] не учитывались особенности расчёта оптических параметров паруса как многослойной плёнки и спектральные характеристики электромагнитного излучения Солнца.

Для верификации предложенной модели определения оптических характеристик многослойной плёнки (1.7)-(1.13) рассмотрим два варианта покрытия отражающей поверхности плёнки паруса. В первом варианте поверхность паруса покрыта алюминием, во втором – серебром. В обоих случаях толщина отражающего слоя  $0,1 \text{ мкм}$ . Подложка и тыльный слой для обоих вариантов одинаковы. Базовый второй слой (подложка) выполнен из прочного поливинилового спирта (ПВС), и его толщина составляет  $6 \text{ мкм}$ . Третий (тыльный) слой – хром толщиной в  $0,1 \text{ мкм}$ .

Корректность разработанной модели подтвердилась согласованностью полученных результатов с эталонными значениями коэффициентов отражения из открытой базы данных [refractiveindex.info](http://refractiveindex.info) [83] для фиксированной длины волны электромагнитного излучения  $0,3 \text{ мкм}$ . На рисунке 3.7 приведены результаты расчёта коэффициентов отражения для S-поляризованного (полужирная пунктирная линия), P-поляризованного (пунктирная линия) и неполяризованного (сплошная линия) электромагнитного излучения. Как и ожидалось, покрытая серебром плёнка пропускает ультрафиолетовое излучение, и 83,3% электромагнитной волны поглощается ПВС, поэтому её коэффициент отражения равен  $0,167$  для нормальной ориентации СП в направлении источника излучения.

Этот результат, а также рассчитанное значение коэффициента отражения для СП с алюминиевым покрытием ( $0,927$ ), аналогичны эталонным. Однако на рисунке 3.7, а можно заметить частые флуктуации, отсутствующие на аналогичном графике из базы данных

[refractiveindex.info](http://refractiveindex.info). Это показывает, что для таких толщин отражающего слоя часть излучения попадает на второй и третий слои плёнки под другими углами из-за преломления и повторно отражается.

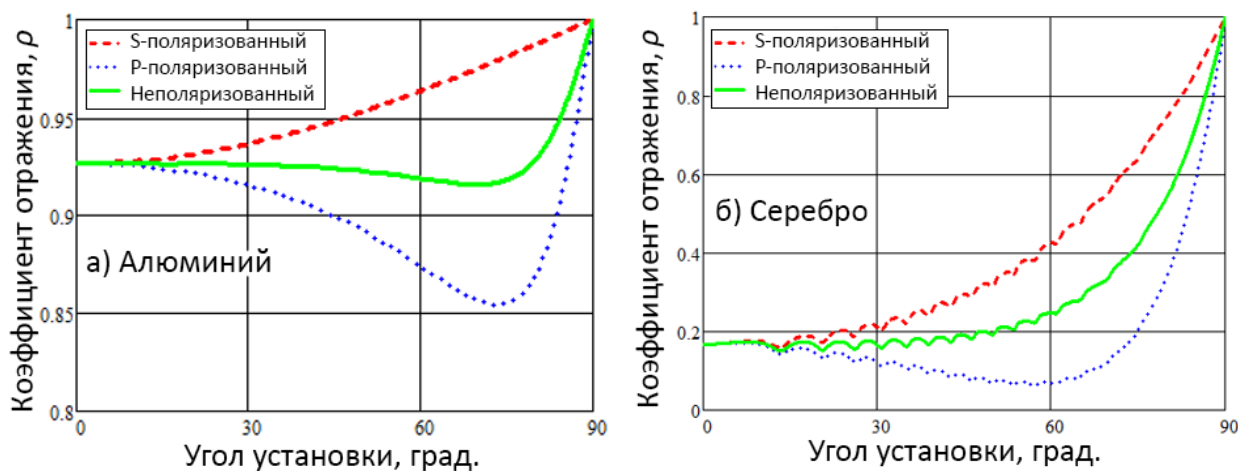


Рисунок 3.7 – Результаты расчёта коэффициента отражения для многослойной плёнки и длины волны электромагнитного излучения 0,3 мкм:  
а – алюминиевое покрытие; б – серебряное покрытие

Для расчёта оптических характеристик многослойного паруса, который находится под воздействием всего спектра солнечного излучения, применялось усреднение по уравнению (1.13). Диапазон спектра солнечного излучения взят от 0,2 до 2,4 мкм, что составляет около 96% от общего солнечного излучения (рисунок 1.9). Стоит отметить, что используемые данные о распределении интенсивности солнечного спектрального излучения были собраны в рамках проекта «Whole Heliosphere Interval (WHI) 2008» [104]. Научно-исследовательский спутник SORCE выполнил практически все измерения для проекта, и за 16 лет своей работы спутник не зафиксировал каких-либо значительных изменений в величине или распределении спектра солнечного излучения. Таким образом, можно предположить, что распределение интенсивности на всём спектре электромагнитного излучения практически не зависит от солнечной активности.

На рисунке 3.8 представлены результаты расчёта коэффициента отражения для обоих вариантов СП в пределах исследуемых диапазонов длин волн. Среднее значение отражательной способности рассчитывается в соответствии с солнечной спектральной освещённостью в космосе (без потерь из-за атмосферного поглощения). Полученные результаты показывают, что усреднённый коэффициент отражения плёнки с алюминиевым лицевым слоем выше ( $\rho = 0,911$ ), чем у плёнки с серебряным покрытием ( $\rho = 0,895$ )



несмотря на то, что алюминий имеет более низкий коэффициент отражения в наиболее интенсивном видимом диапазоне спектра.

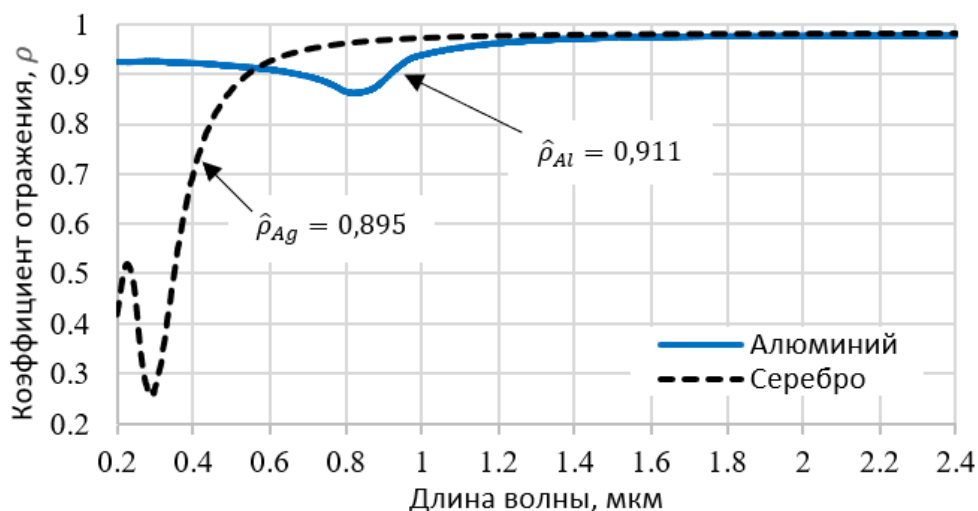


Рисунок 3.8 – Коэффициент отражения для рассматриваемого спектра солнечного излучения

С точки зрения массы СП, чем меньше толщина отражающего слоя, тем лучше. Однако имеется минимальный предел толщины отражающего материала, связанный с резким увеличением коэффициента пропускания. Чтобы определить этот предел, был произведён расчёт усреднённого коэффициента отражения для 15 образцов обоих вариантов плёнки с толщиной слоя отражающего материала от 0,1 до 0,01 мкм (рисунок 3.9).

Результаты расчётов показывают, что алюминий теряет свои отражательные способности при толщине отражающего слоя менее 0,03 мкм, а эффективность серебряного покрытия начинает падать при толщине отражающего слоя менее 0,05 мкм. Таким образом, алюминий превосходит серебро не только по усреднённому коэффициенту отражения, но и по допустимой толщине плёнки. Стоит отметить, что повторяющееся отражение внутри тонких плёнок появляется задолго до заметных потерь в коэффициенте отражения (рисунок 3.10).

В итоге было выбрано алюминиевое покрытие для отражающей поверхности СП. Полученные результаты показывают, что усреднённый коэффициент отражения плёнки с алюминиевым слоем составляет  $\rho = 0,911$ . Остальные оптические параметры взяты из работ [27] и [70]:

$$\zeta = 0,94; \quad \varepsilon_f = 0,54; \quad \varepsilon_b = 0,55; \quad B_f = 0,79; \quad B_b = 0,55.$$

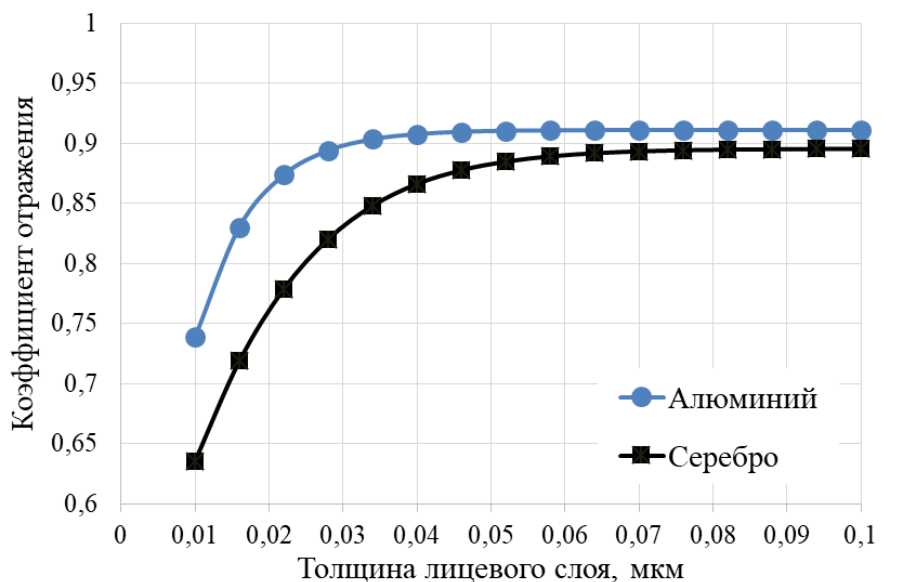


Рисунок 3.9 – Определение минимальной толщины отражающей поверхности паруса

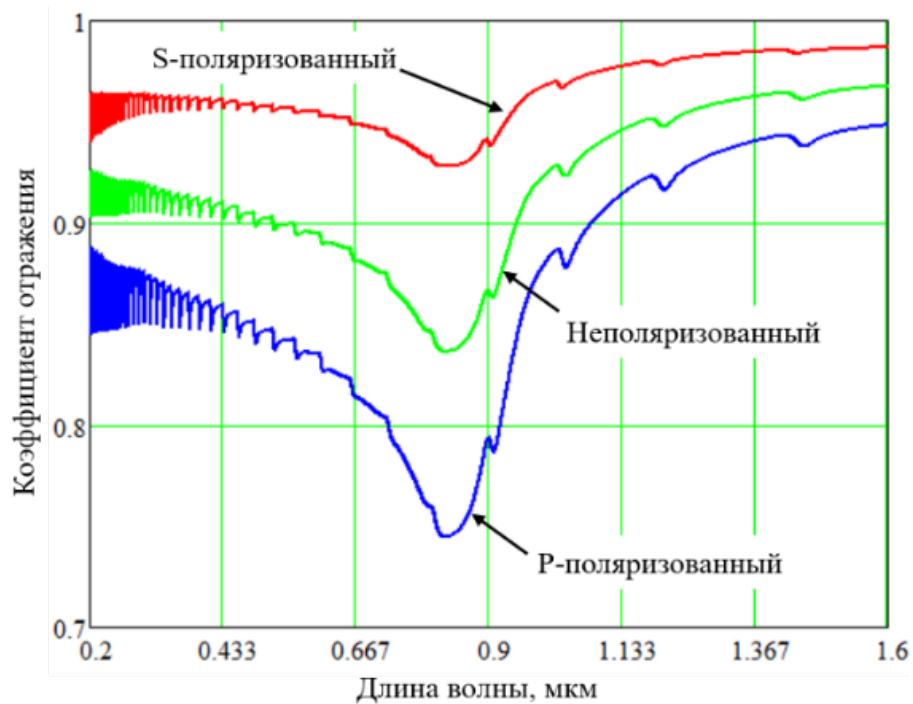


Рисунок 3.10 – Проявление повторного отражения внутри слоёв СП с толщиной алюминиевого слоя 0,04 мкм

В качестве предельного значения коэффициента отражения, ниже которого плёнка уже не деградирует, можно взять значения для малоуглеродистой неполированной стали ( $\rho_{\infty} = 0,32$ ) [105]. Это позволит, в соответствии с уравнениями (1.14), (1.16) и данными из таблицы 1.4, получить параметры, необходимые для моделирования процессов деградации:

$$d = 1,75; \lambda = 0,02.$$

С такими параметрами деградации оптические характеристики паруса ухудшатся на 50% через 35 лет движения по орбите Земли с перпендикулярной ориентацией к Солнцу. Если взять во внимание, что современные технологии, как правило, через 20 лет морально устаревают, то парус имеет достаточный жизненный срок по показателю деградации, чтобы конкурировать с существующими движителями в космосе и иметь экономическую целесообразность для выполнения долгосрочных космических миссий. Эти результаты согласуются с результатами испытаний MISSE 1 и MISSE 2 [85].

Полученные оптические параметры для трёхслойного паруса и остальные проектные параметры, необходимые для проведения численного моделирования многоходовых гелиоцентрических перелётов, представлены в таблице 3.1. Массовые характеристики и площадь СП взяты по аналогии с проектом по доставке грунта с поверхности Меркурия [27].

Таблица 3.1 – Проектные параметры КА с СП, используемые для моделирования перелётов

Название и размерность параметра		Значение
Масса СП, кг		448
Масса полезной нагрузки, кг		1905
Общая масса КА с СП, кг		2353
Площадь СП, м <sup>2</sup>		75625
Характеристическое ускорение $a_c$ , мм/с		0,25
Коэффициент зеркального отражения $\rho$		0,911
Фактор зеркального отражения $\zeta$		0,94
Коэффициент вторичного излучения $\varepsilon$	Отражающая поверхность	0,54
	Задняя поверхность	0,55
Неламбертовский коэффициент $B$	Отражающая поверхность	0,79
	Задняя поверхность	0,55
Фактор деградации $d$		1,75
Коэффициент деградации $\lambda$		0,02

В массу СП входят все необходимые бортовые системы КА: управление ориентацией; связь и навигация; обеспечение теплового режима; бортовой компьютер. Таким образом, в качестве полезной нагрузки выступает только груз, который передаётся от планеты к планете. Предполагается, что КА с СП после каждого межпланетного перелёта получает одинаковую массу полезной нагрузки, тем самым значение характеристического ускорения остаётся постоянным.

Предполагается что КА с СП способен функционировать около 50 лет аналогично космическим зондам «Вояджер-1» и «Вояджер-2», которые были запущены в 1977 году и продолжают передавать научные данные на момент 2023 года [106]. Поэтому для дальнейшего численного моделирования рассчитывается четыре цикла многоцветных гелиоцентрических перелётов. По итогу восьми межпланетных перелётов КА с СП обеспечит перемещение между планетами  $8 \cdot 1905 = 15240$  кг полезной нагрузки.

### 3.3 Многоцветные перелёты Земля-Меркурий-Земля

#### 3.3.1 Движение Земля-Меркурий-Земля идеально отражающего паруса

Рассчитаем четыре цикла ( $n = 4$ ) многоцветных гелиоцентрических перелётов Земля-Меркурий-Земля КА с идеально отражающим СП без учёта деградации. Полученные результаты моделирования для идеально отражающего СП необходимы для сравнения с результатами, полученными с учётом деградации.

Наименьшее время, за которое рассматриваемый СП может перелететь от Земли к Меркурию составляет  $T = 941$  сут. при выборе оптимальной даты старта, соответствующей положению планет, при котором Земля опережает Меркурий на  $\delta_0 = 23$  град. Этому положению соответствует дата, например, 18 декабря 2023 года, которая была выбрана для дальнейших расчётов. При такой дате старта в конце траектории Земля будет находится немного позади Меркурия  $\delta_k = 339$  град. Наиболее быстрый обратный перелёт от Меркурия к Земле также занимает 941 сут., но для даты старта, соответствующей  $\delta_0 = 21$  град. Таким образом, на момент начала перелёта от Меркурия к Земле планеты находится в неоптимальном положении.

Для получения оптимальных траекторий оставшихся перелётов необходимо последовательно решить семь четырёхпараметрических краевых задачи с фиксированной угловой дальностью согласно граничным условиям (2.3) и (2.4). Следуя методике, описанной в разделе 2.4, необходимо в первую очередь сформировать базу данных значений начальных сопряжённых для всего диапазона относительного углового расположения планет в рамках краевой задачи с фиксированной угловой дальностью (2.12) и идеально отражающим СП. На рисунках 3.11 и 3.12 отображены результаты решения краевых задач для перелётов Земля-Меркурий и Меркурий-Земля соответственно.

Оптимальный по быстродействию перелёт Меркурий-Земля первого цикла совершается за  $T_k = 1033$  сут. При этом КА совершает 5.3 витка вокруг Солнца (рисунок 3.13, б), с немонотонным движением у орбиты Меркурия. Результаты моделирования последующих перелётов представлены в таблице 3.2 и рисунках 3.13-3.18. На рисунке 3.13 и 3.14 представлены траектории перелётов первого, второго цикла и третьего, четвёртого соответственно. На рисунке 3.15 и 3.16 соответствующие им программы управления.

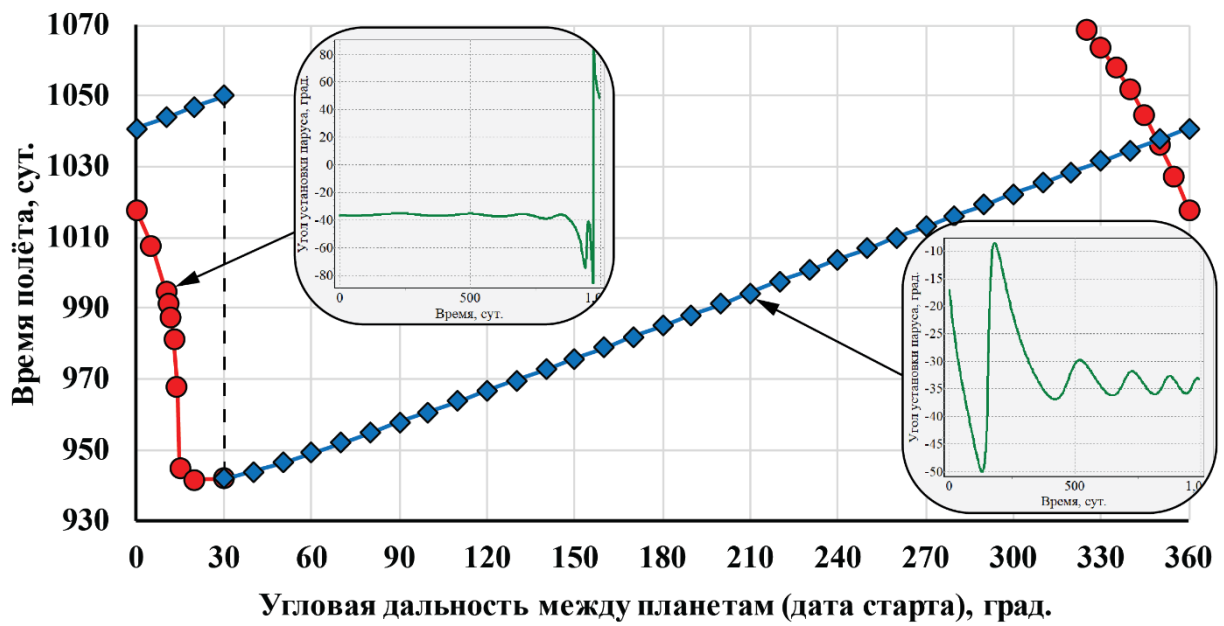


Рисунок 3.11 – Зависимость длительности перелётов Земля-Меркурий от углового положения планет. Показаны две характерные программы управления углом установки паруса: ● – фазирование осуществляется на конце траектории, ◆ – в начале

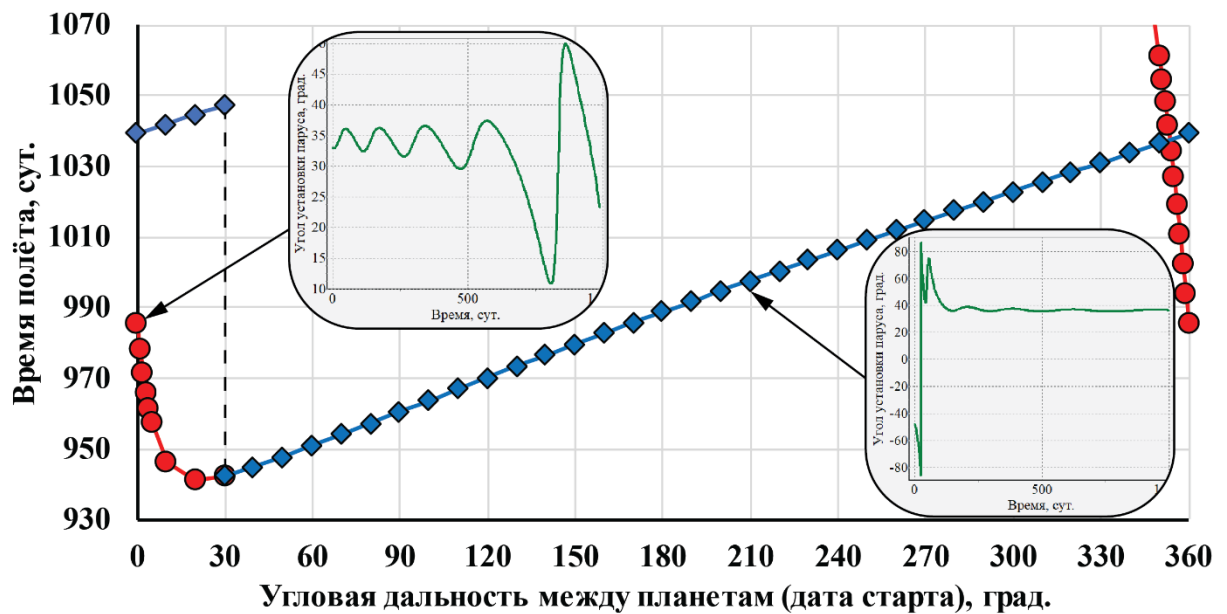
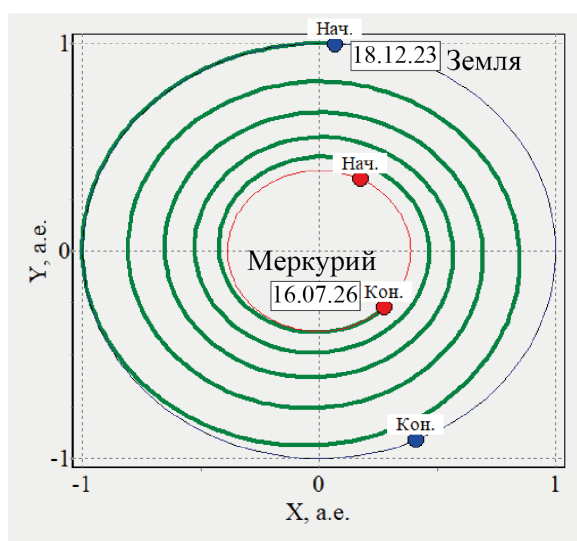


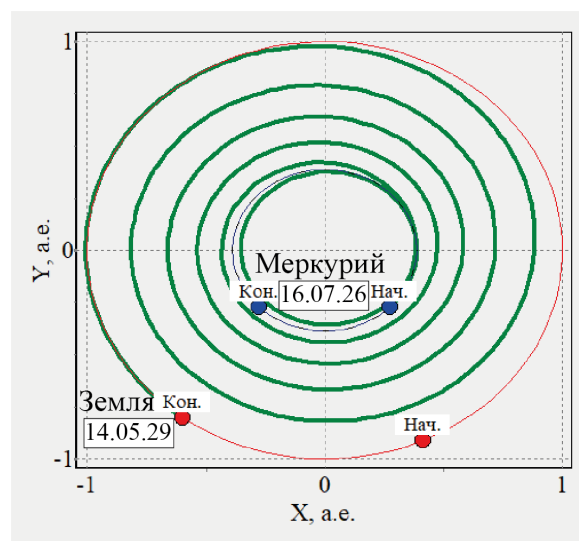
Рисунок 3.12 – Зависимость длительности перелётов Меркурий-Земля от углового положения планет. Показаны две характерные программы управления углом установки паруса: ● – фазирование осуществляется на конце траектории, ◆ – в начале

Таблица 3.2 – Результаты моделирования многоразовых перелётов идеально отражающего СП по траекториям Земля-Меркурий-Земля

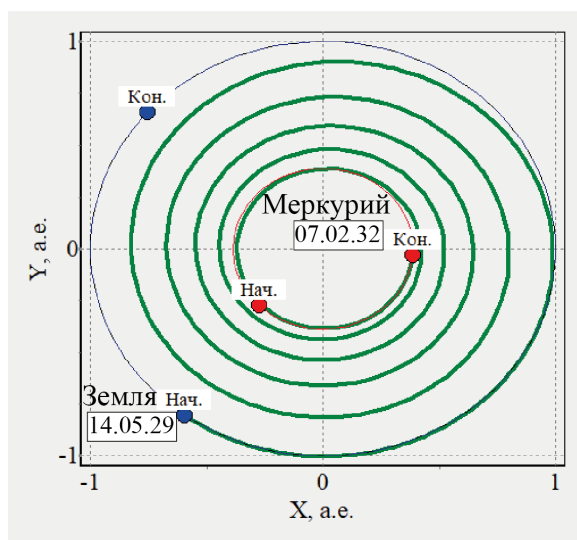
	Первый цикл		Второй цикл		Третий цикл		Четвёртый цикл	
	$T_k$ , сут.	$\delta_0$ , град.	$T_k$ , сут.	$\delta_0$ , град.	$T_k$ , сут.	$\delta_0$ , град.	$T_k$ , сут.	$\delta_0$ , град.
Земля-Меркурий	941	23	999	8	1037	347	983	13
Меркурий-Земля	1033	339	978	154	1041	354	995	200
Суммарное	1974	-	3952	-	6030	-	8008	-



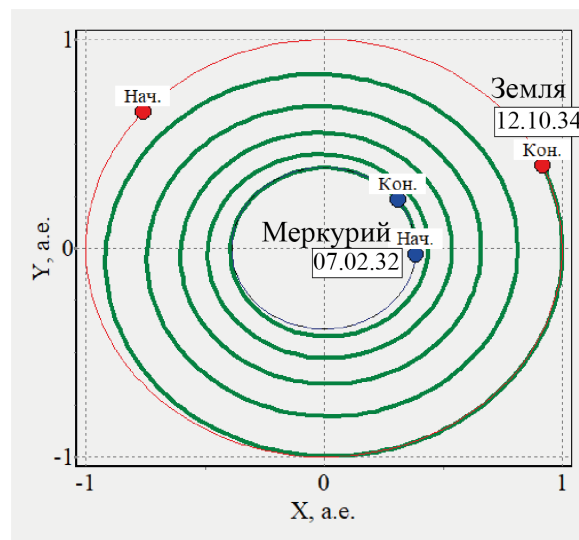
а)



б)



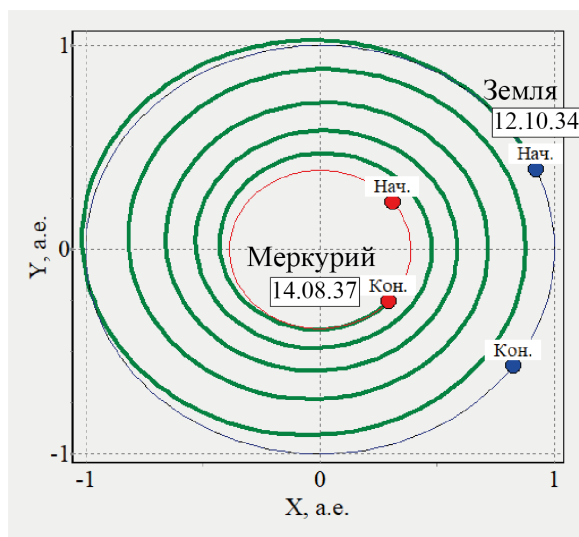
в)



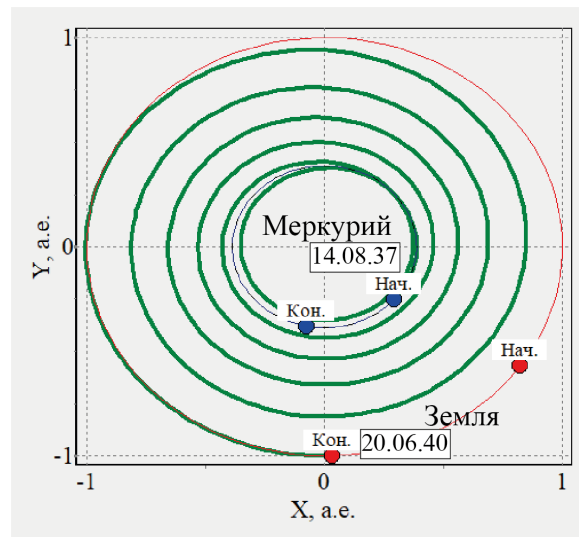
г)

Рисунок 3.13 – Замкнутые траектории Земля-Меркурий-Земля для первых двух циклов движения идеально отражающего солнечного паруса:

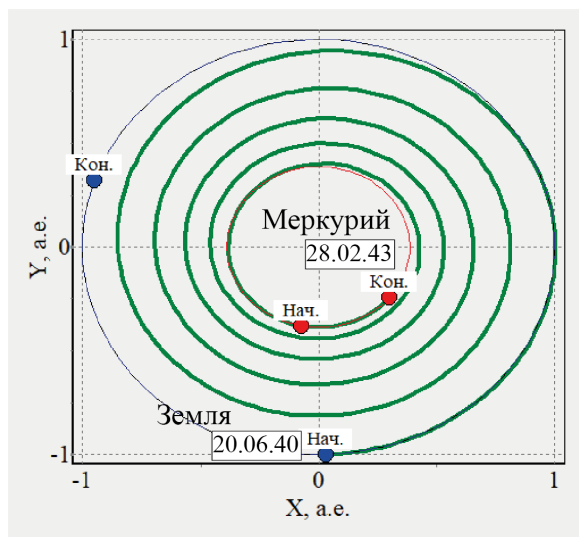
а, в – перелёты Земля-Меркурий; б, г – перелёты Меркурий-Земля



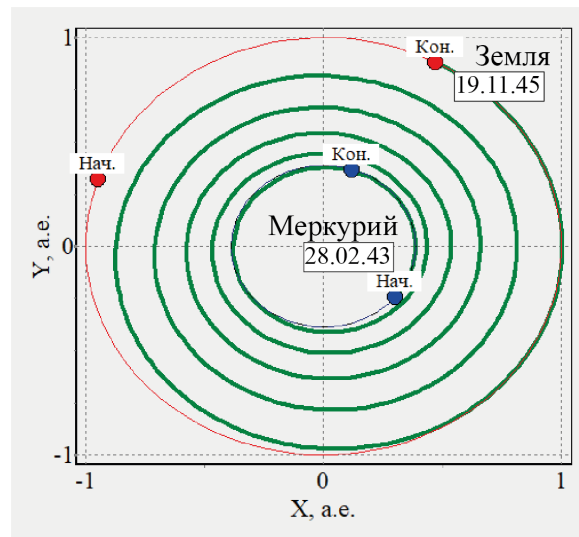
а)



б)



в)



г)

Рисунок 3.14 – Замкнутые траектории Земля-Меркурий-Земля для 3 и 4 циклов движения идеально отражающего солнечного паруса:

а, в – перелёты Земля-Меркурий; б, г – перелёты Меркурий-Земля

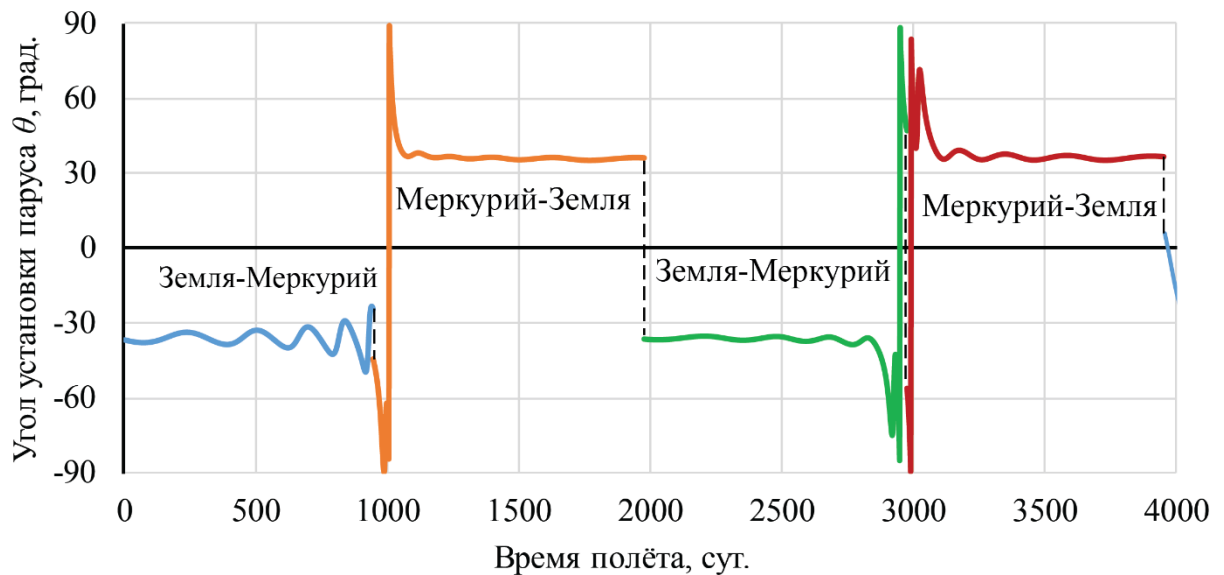


Рисунок 3.15 – Программа управления идеально отражающим солнечным парусом для первых двух циклов перелётов Земля-Меркурий-Земля

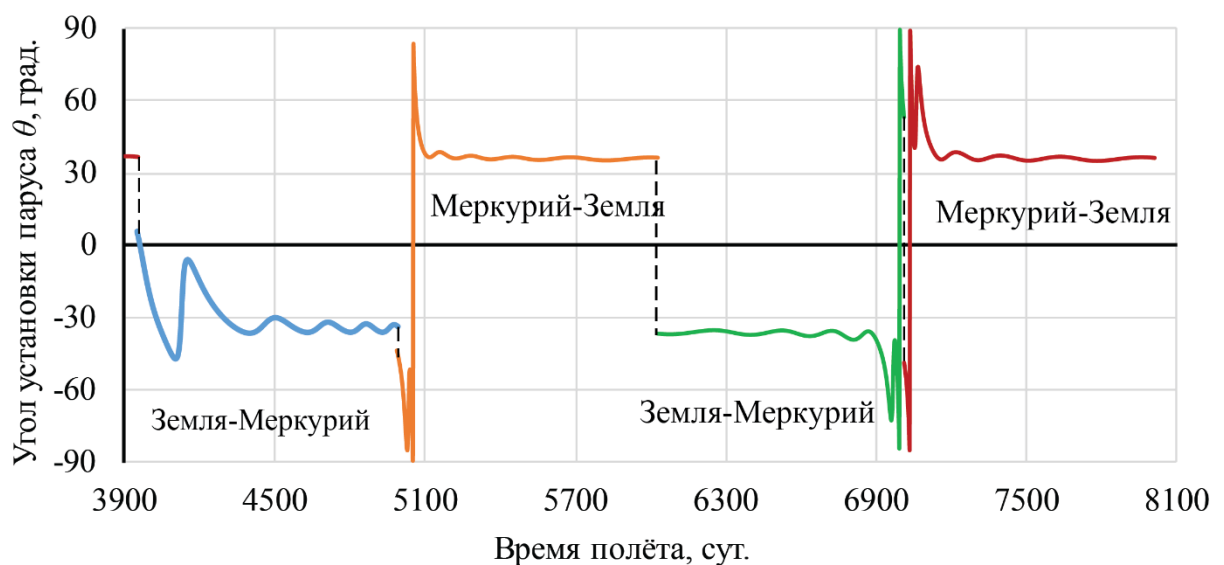
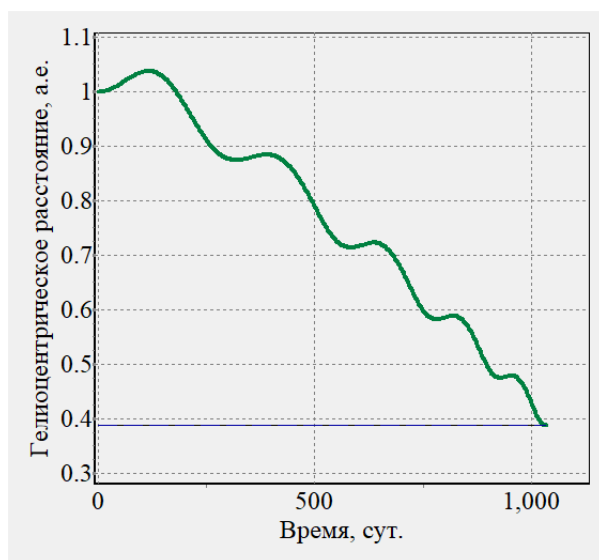


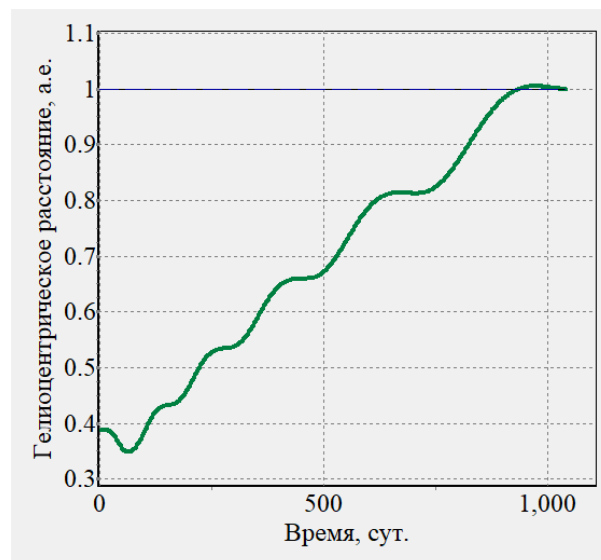
Рисунок 3.16 – Программа управления идеально отражающим солнечным парусом для 3 и 4 циклов перелётов Земля-Меркурий-Земля

Четыре цикла движения по траекториям Земля-Меркурий-Земля занимают у КА с неидеально отражающим СП 22 года, а время перелёта между планетами находится в диапазоне от 978 до 1041 сут. Почти все траектории совершают фазирование у орбиты Меркурия, для которых немонотонность изменения гелиоцентрического расстояния заключается в снижении траектории ниже орбиты Меркурия и последующим подъёмом (рисунок 3.17, б, в, г). Исключение составляет только перелёт Земля-Меркурий третьего цикла (рисунок 3.17, а).

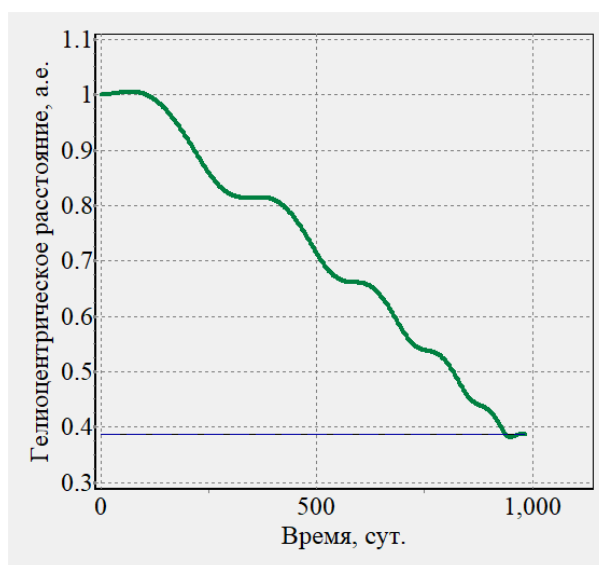




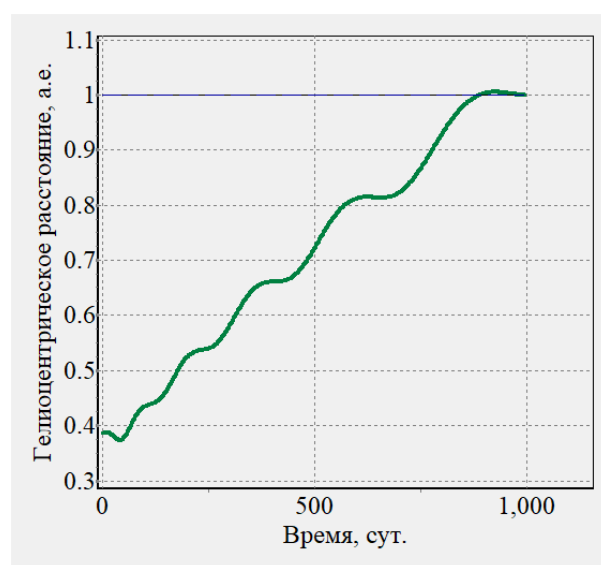
а)



б)



в)



г)

Рисунок 3.17 – Немонотонное изменение радиус вектора 3 и 4 циклов движения

Земля-Меркурий-Земля идеально отражающего паруса:

а, в – перелёты Земля-Меркурий; б, г – перелёты Меркурий-Земля

После первого цикла наблюдается стремление программы управления обеспечить одинаковую длительность схожих межпланетных перелётов. Это прослеживается в истории программы управления (рисунки 3.15 и 3.16), где второй и четвёртый цикл практически совпадают. Более того, программы управления перелётов Меркурий-Земля в конце первого цикла и Земля-Меркурий в начале второго являются зеркально-симметричными, что хорошо прослеживается на графике. Нарушением симметрии происходит на этапах фазирования, что обусловлено различием в начальном угловом расстоянии планет  $\delta_0$ .

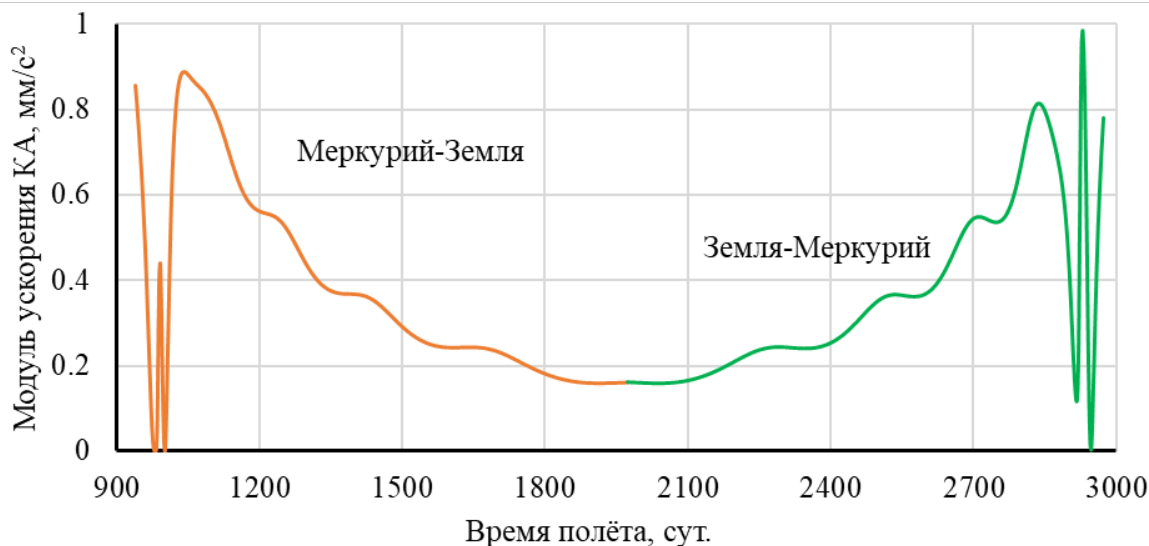


Рисунок 3.18 – Изменение абсолютного значения ускорения КА для обратного перелёта 1 цикла движения Земля-Меркурий-Земля идеально отражающего паруса и прямого 2 цикла

Формирование оптимальной программы управления с фазированием у Меркурия обоснованно значительно меньшей дистанцией от Солнца, чем на орбите Земли. В этих условиях не только увеличивается угловая скорость КА, но и создаваемое СП ускорение (рисунок 3.18). С увеличением тяговых характеристик парусом становится возможным более быстрое выполнение управляемого движение, в частности выравнивание скоростей КА с планетой назначения. Однако, такой выбор номинальной программы управления приводит и к ускорению процессов деградации. Поэтому при учёте деградации характер оптимального управления может существенно измениться.

### 3.3.2 Движение Земля-Меркурий-Земля с учётом изменения оптических параметров паруса вследствие деградации

Для оценки влияния неидеального отражения и деградации поверхности паруса было осуществлено моделирование 4-х циклов многократных гелиоцентрических перелётов КА с СП с аналогичными предыдущему разделу проектными параметрами и условиями перелётов. Характеристики и параметры деградации солнечного паруса для данного моделирования соответствуют расчётным, полученным в разделе 3.2.

Так как оптические параметры постоянно изменяются, необходимо воспользоваться базой данных для идеально отражающего СП (рисунки 3.11 и 3.12) с последующим движением по параметру коэффициента отражения и начальной дозы радиации. Применяя предложенную в разделе 2.4 методику решения краевых задач оптимального многократного гелиоцентрического перелёта КА с СП, были успешно определены оптимальные по быстродействию траектории для 4-х циклов движения Земля-Меркурий-Земля. Результаты моделирования представлены в таблице 3.3 и рисунках 3.19-3.25.

Таблица 3.3 – Результаты моделирования перелётов Земля-Меркурий-Земля с учётом деградации неидеально отражающего СП

	Первый цикл		Второй цикл		Третий цикл		Четвёртый цикл	
	$T_k$ , сут.	$\delta_0$ , град.	$T_k$ , сут.	$\delta_0$ , град.	$T_k$ , сут.	$\delta_0$ , град.	$T_k$ , сут.	$\delta_0$ , град.
Земля-Меркурий	1134	85	1633	330	1852	22	2302	90
Меркурий-Земля	2032	163	2986	299	4036	28	4867	139
Суммарное	3166	-	7784	-	13672	-	20841	-

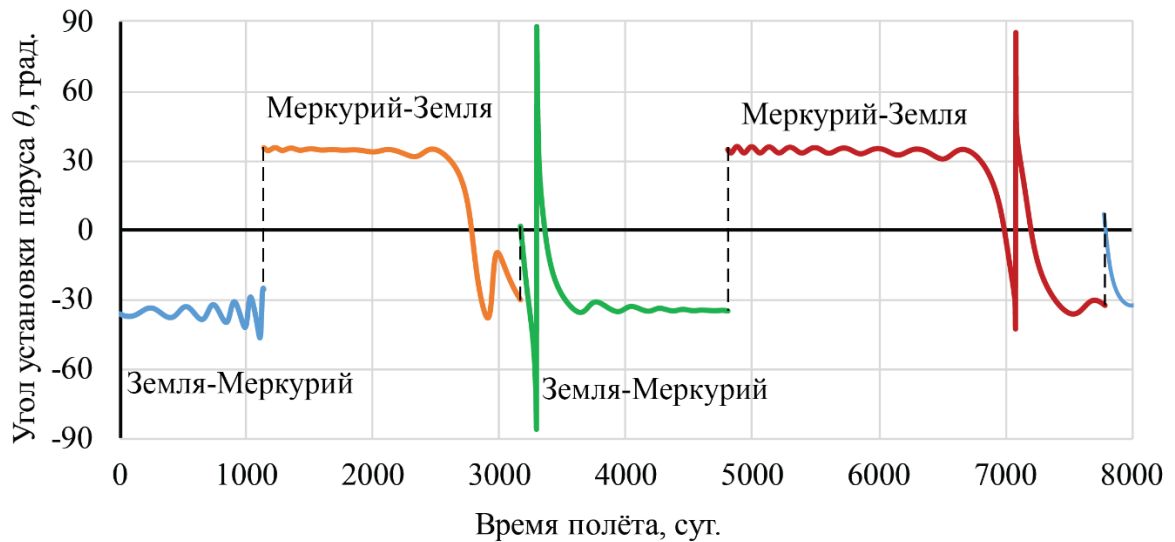


Рисунок 3.19 – Программа управления неидеально отражающим солнечным парусом с учётом деградации для 1 и 2 цикла перелётов Земля-Меркурий-Земля

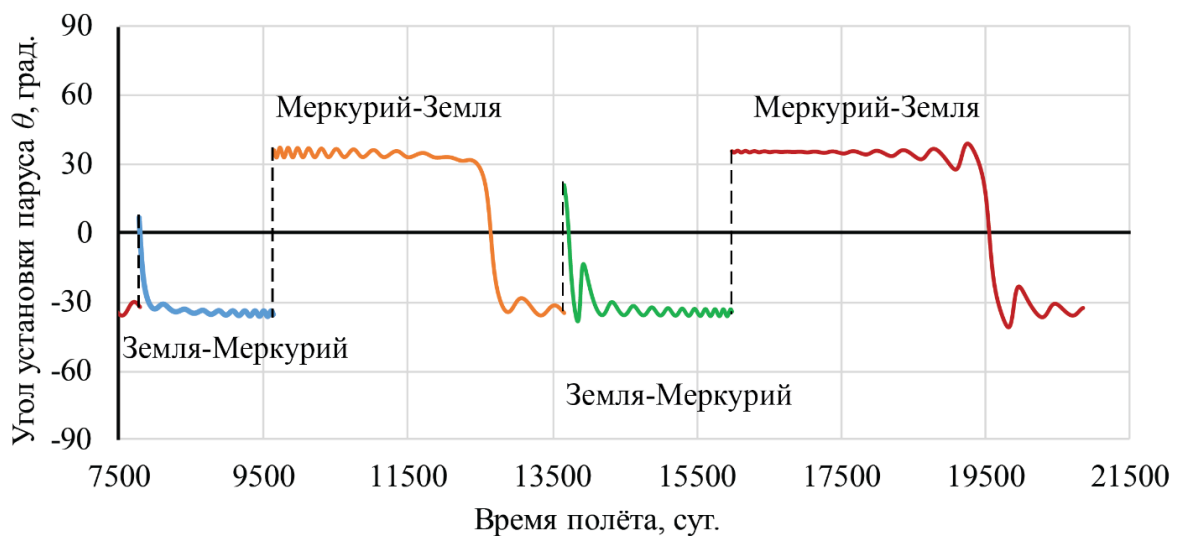


Рисунок 3.20 – Программа управления неидеально отражающим солнечным парусом с учётом деградации для 3 и 4 циклов перелётов Земля-Меркурий-Земля

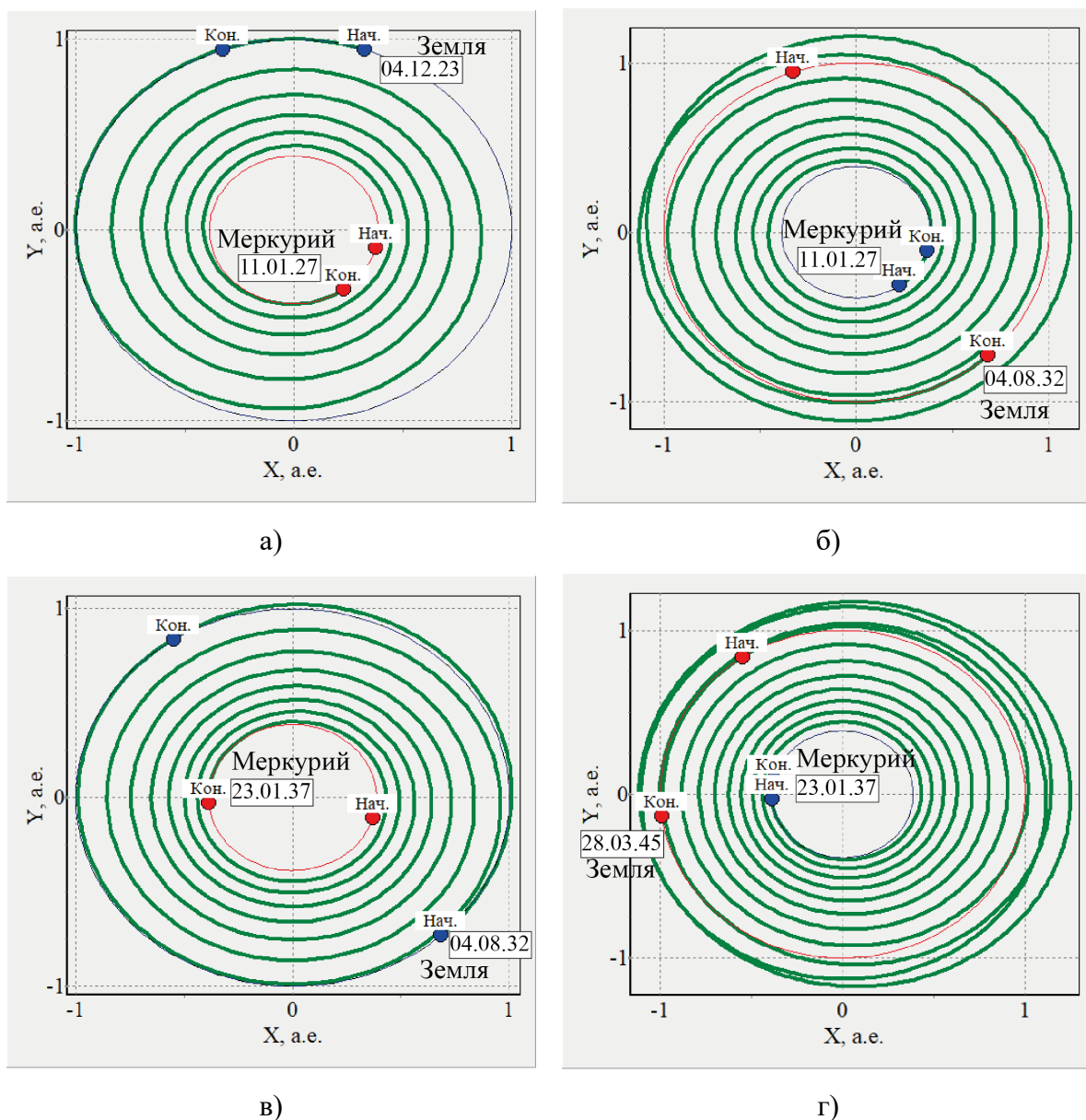


Рисунок 3.21 – Замкнутые траектории Земля-Меркурий-Земля для первых двух циклов движения неидеально отражающего паруса с учётом деградации:  
 а, в – перелёты Земля-Меркурий; б, г – перелёты Меркурий-Земля

Для СП с неидеальным отражением, которое всего на 0,9% процентов отличается от идеального, оптимальная траектория перелёта с орбиты Земли на орбиту Меркурия длится  $T_k = 1134$  сут., что на 193 сут. дольше СП с идеальным отражением. Оптимальное расположение планет тоже изменилось: Земля опережает Меркурий на  $\delta_0 = 85$  град., вместо ранее полученного  $\delta_0 = 23$  град. для идеально отражающего солнечного паруса. Однако, из-за высокой угловой скорости Меркурия временная разница в оптимальных датах старта не сильно отличается. В представленном расчёте было выбрано в качестве даты старта 4 декабря 2023 года (на 2 недели раньше расчёта с идеальным СП).

Очевидно, что постоянное изменение оптических характеристик паруса не позволяет ему сформировать периодическое движение с одинаковым временем цикла как для случая с идеально отражающим парусом. Уже второй межпланетный перелёт длится практически в два раза дольше по сравнению с идеальной моделью отражения СП. Одновременно траектории движения становятся существенно немонотонными по гелиоцентрическому радиус вектору (рисунки 3.24 и 3.25), а коэффициент отражения уменьшается на 7% (рисунок 3.23).

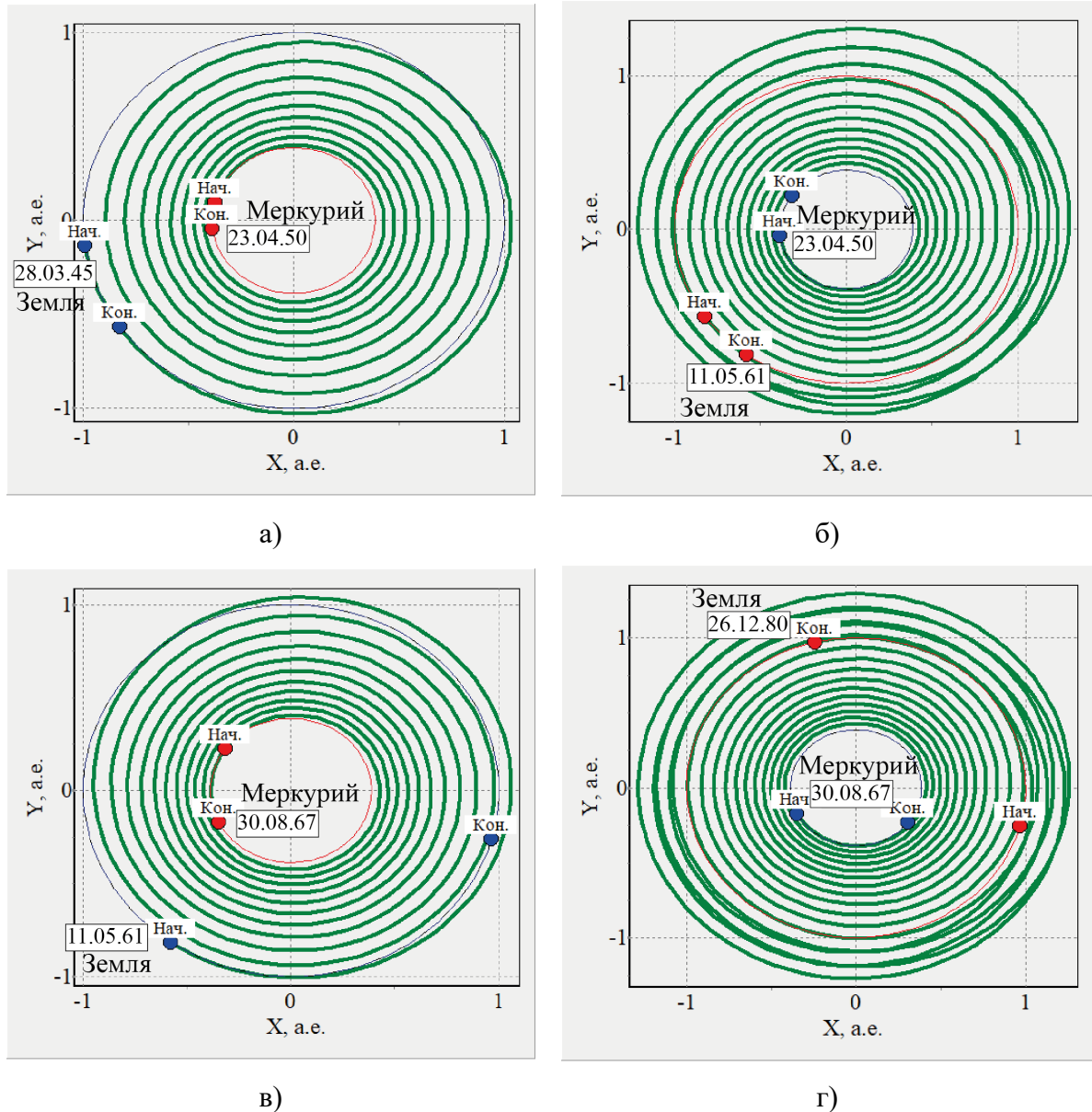


Рисунок 3.22 – Замкнутые траектории Земля-Меркурий-Земля для 3 и 4 циклов движения неидеально отражающего паруса с учётом деградации:

а, в – перелёты Земля-Меркурий; б, г – перелёты Меркурий-Земля

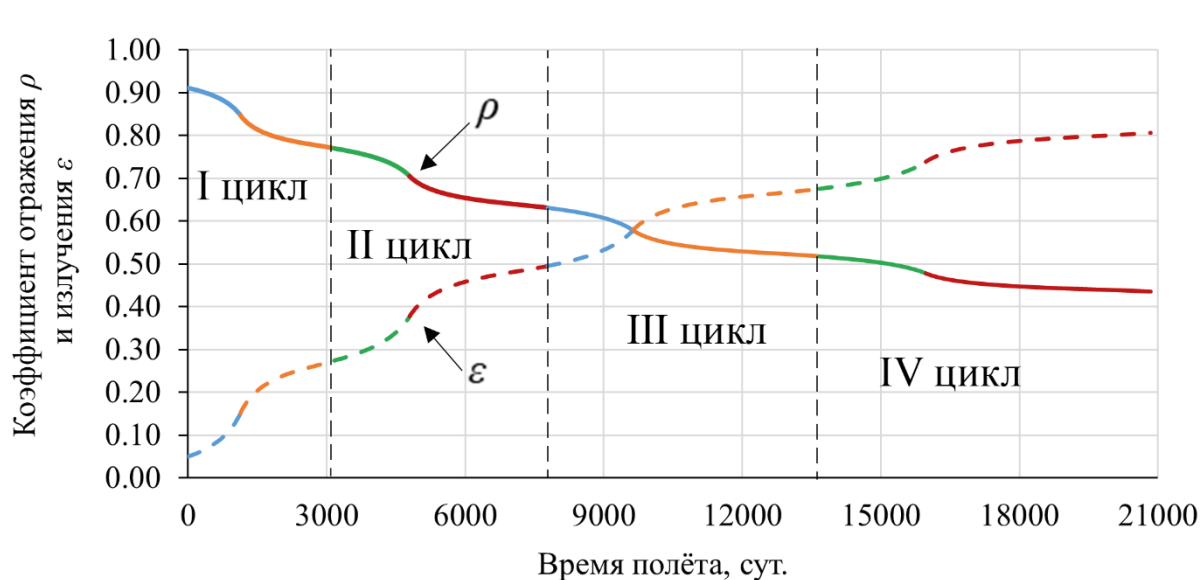
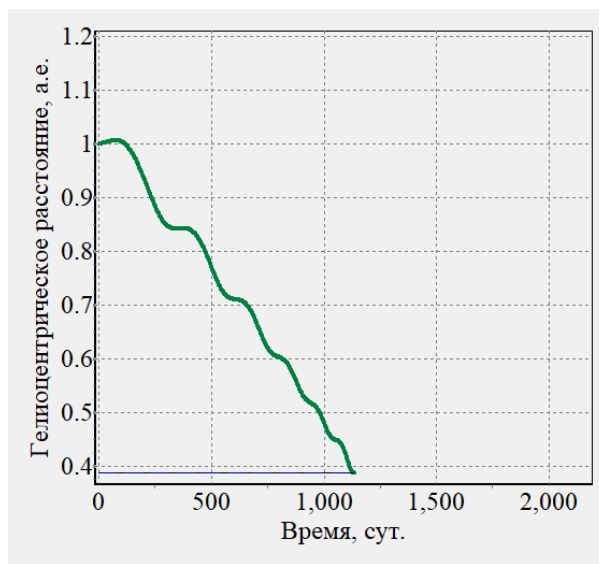


Рисунок 3.23 – Изменения оптических характеристик солнечного паруса за все 4 цикла перелётов по траектории Земля-Меркурий-Земля

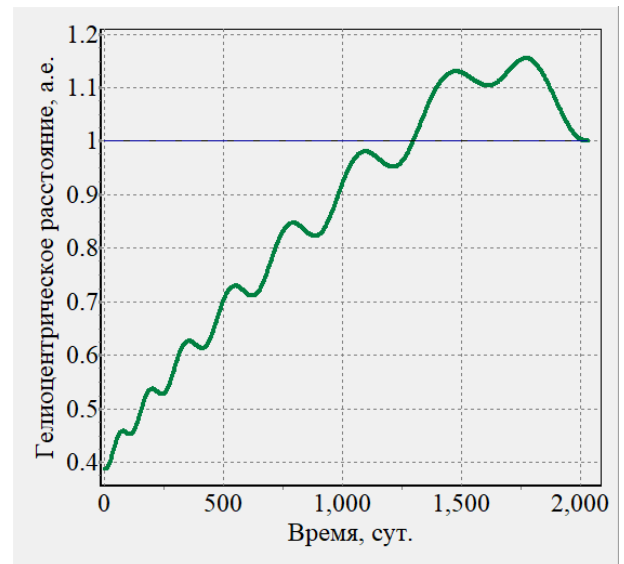
Отличительной особенностью программы управления для случая деградирующего паруса является тот факт, что фазирование всегда происходит в удалении от Солнца, т.е. вблизи орбиты Земли. Если для идеально отражающего паруса большинство траектории совершали фазирование около орбиты Меркурия, где угловая скорость больше, то теперь ситуация полностью противоположная. Программа управления отдаёт приоритет минимизации деградации с целью снижения общей продолжительности многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с СП.

Несмотря на значительные расхождения в характере номинальной оптимальной программы управления для СП с учётом деградации и без, предложенный ранее алгоритм решения краевой задачи сохранил свою работоспособность. Даже при деградации паруса более 20% полученные решения для идеально отражающего паруса (рисунок 3.11) являются достаточными для первого приближения и дальнейшего перемещения по параметру начального значения накопленной дозы радиации  $\Sigma(t_0)$ .

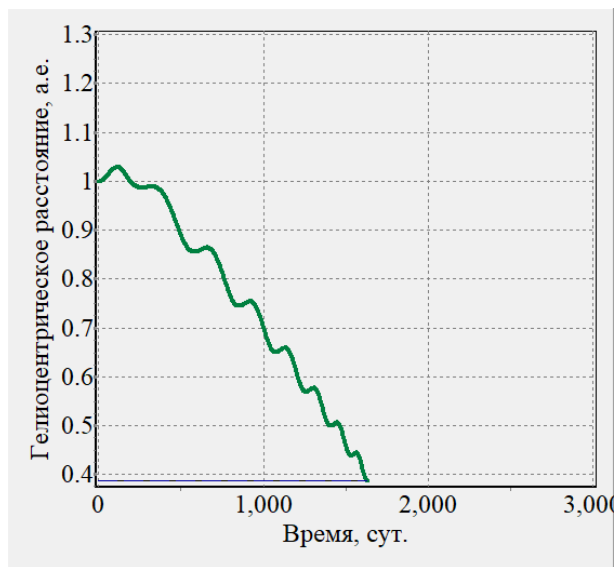
Согласно математической модели деградации паруса (1.14), (1.15) и результатам моделирования, изображённым на рисунке 3.23, скорость деградации увеличивается при приближении к Солнцу. Экспоненциальная зависимость позволяет моделировать замедление деградации с износом паруса: чем сильнее ухудшились оптические параметры плёнки, тем больше нужно дозы радиации для дальнейшей деградации. Характер изменения фактора зеркального отражения  $\zeta$  соответствует графику изменения коэффициента отражения  $\rho$  на рисунке 3.23.



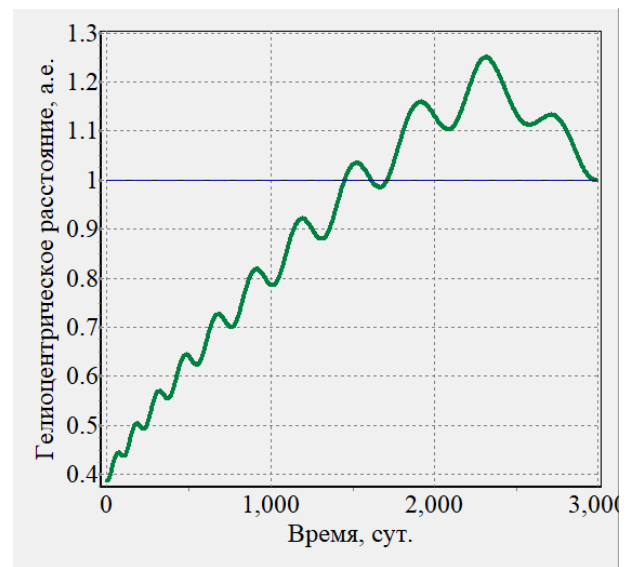
а)



б)



в)

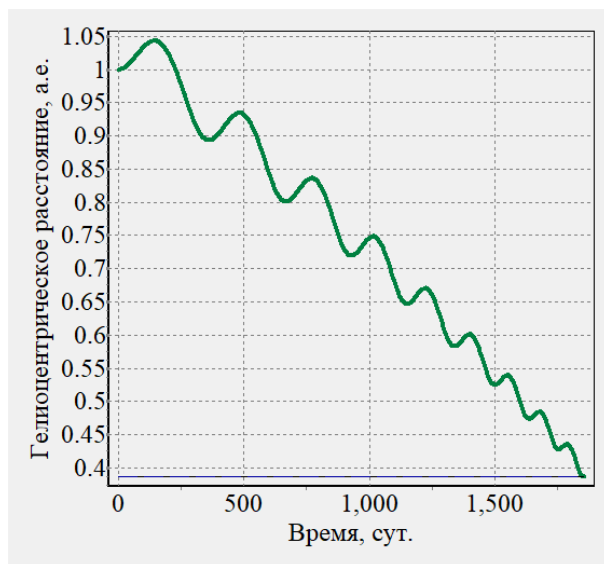


г)

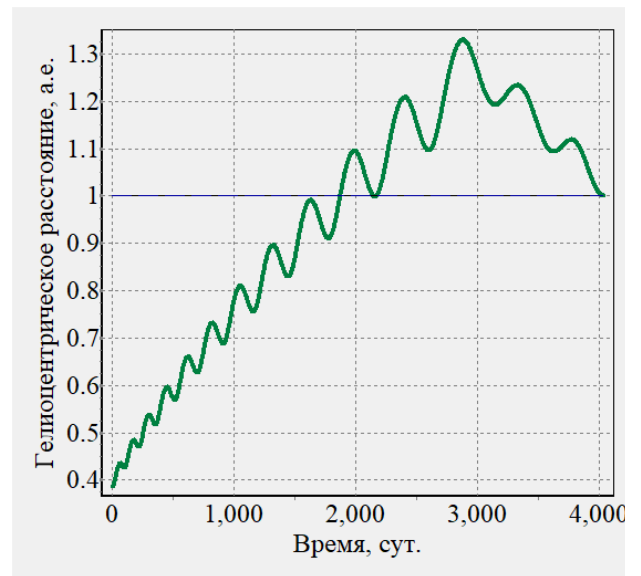
Рисунок 3.24 – Немонотонное изменение радиус вектора 1 и 2 циклов движения Земля-

Меркурий-Земля неидеально отражающего паруса с учётом деградации:

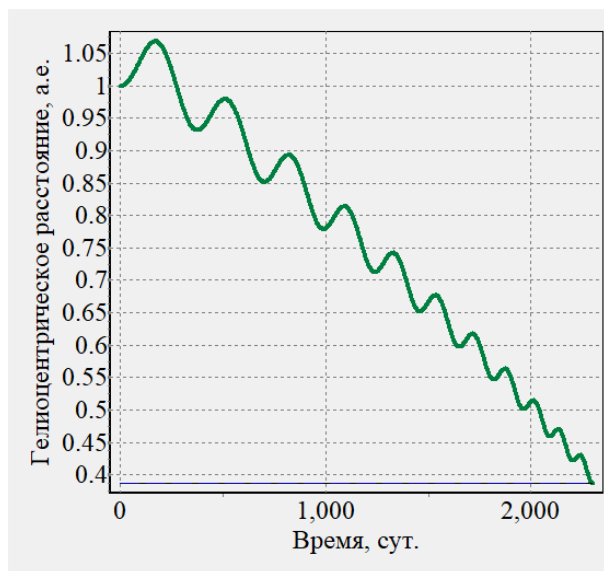
а, в – перелёты Земля-Меркурий; б, г – перелёты Меркурий-Земля



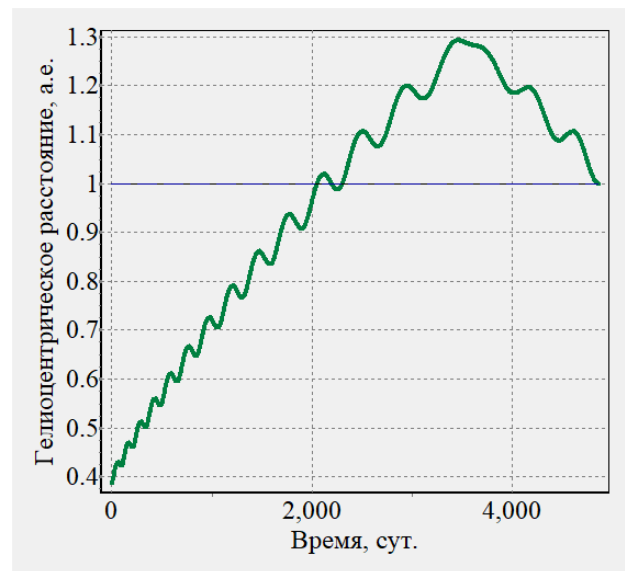
а)



б)



в)



г)

Рисунок 3.25 – Немонотонное изменение радиус вектора 3 и 4 циклов движения Земля-Меркурий-Земля неидеально отражающего паруса с учётом деградации:

а, в – перелёты Земля-Меркурий; б, г – перелёты Меркурий-Земля

Примечательно, что характер изменения величины ускорения остаётся зеркально-симметричным от прямого к обратному перелёту, аналогично тому, как это происходит для идеально отражающего паруса (рисунок 3.26). Исключение состоит в том, что нарушение симметричности происходит у Земли, т.к. и этап фазирования в случае оптимального управления деградирующим СП происходит там.



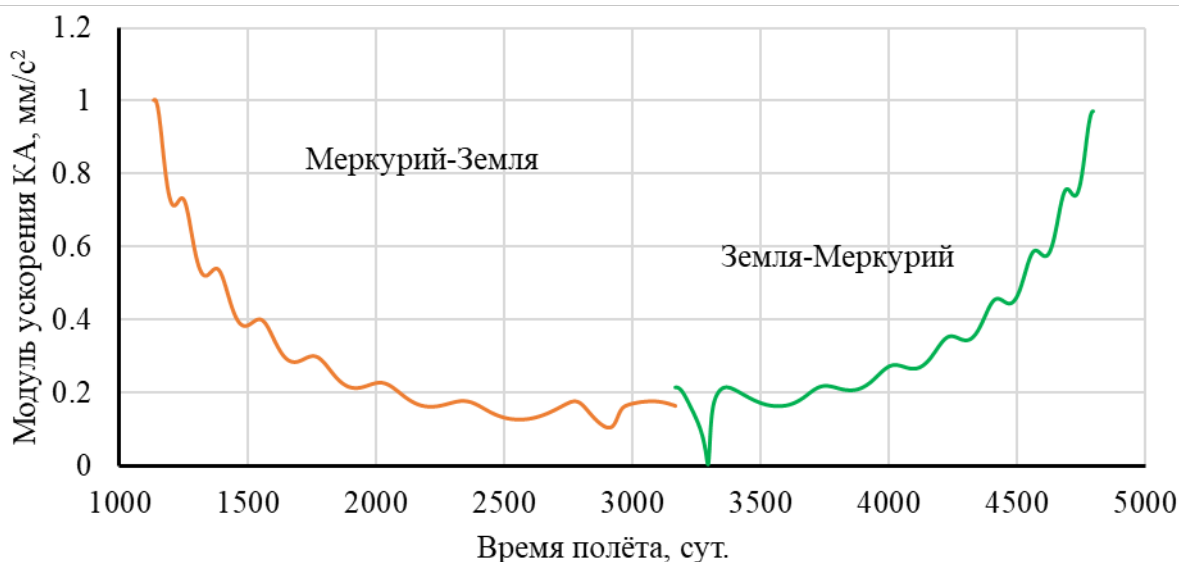


Рисунок 3.26 – Изменение абсолютного значения ускорения КА для обратного перелёта 1 цикла движения Земля-Меркурий-Земля деградирующего паруса и прямого 2 цикла

Таким образом, движение к Меркурию с одной стороны увеличивает ускорение, создаваемое давлением электромагнитного излучения Солнца, но с другой ускоряет процесс деградации. В итоге все 4 цикла движения Земля-Меркурий-Земля длятся 20841 сут. (57 лет), что почти на 35 лет дольше, чем для случая идеального СП. Это наглядно демонстрирует насколько сильно деградация оптических характеристик влияет на длительные миссии КА с СП. Теоретически, даже при достижении предельно минимальных значений оптических параметров вследствие деградации, СП сможет обеспечивать КА ускорением для осуществления межпланетного перелёта. Однако, за это время уже выйдут из строя другие критически важные системы КА. Другой вариант события: разрушение плёнки паруса вследствие деградации прочностных характеристик [85].

### 3.4 Многоразовые перелёты Земля-Марс-Земля

#### 3.4.1 Движение Земля-Марс-Земля идеально отражающего паруса

Наиболее актуальным использованием СП может оказаться доставка грузов на Марс, который является потенциальной планетой для размещения постоянно действующей базы на поверхности. Моделирование гелиоцентрического перелёта в данном разделе осуществлялось для идеально отражающего СП, с целью создания необходимой БД и сравнением результатов с моделированием деградирующего СП.

Аналогично траекториям Земля-Меркурий-Земля необходимо сформировать набор решений для всего диапазона взаимного расположения планет. БД для перелёта Земля-Марс представлена на рисунке 3.27. Решения для перелёта Марс-Земля показаны на рисунке 3.28

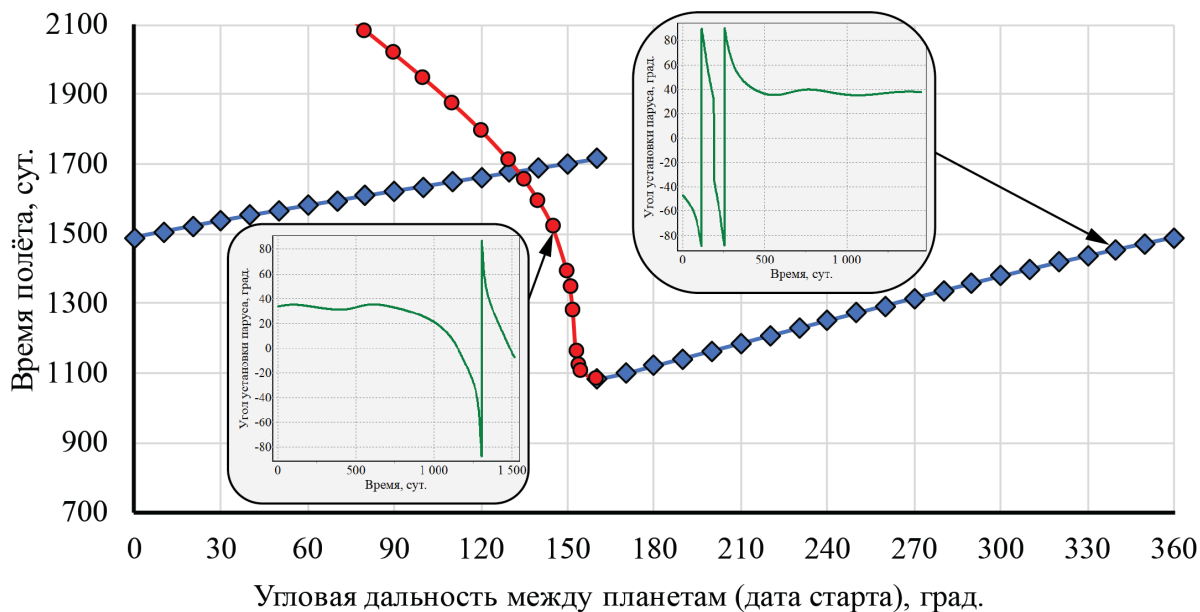


Рисунок 3.27 – Зависимость длительности перелётов Земля-Мартс от углового положения планет. Показаны две характерные программы управления углом установки паруса:

- – фазирование осуществляется на конце траектории, ◆ – в начале

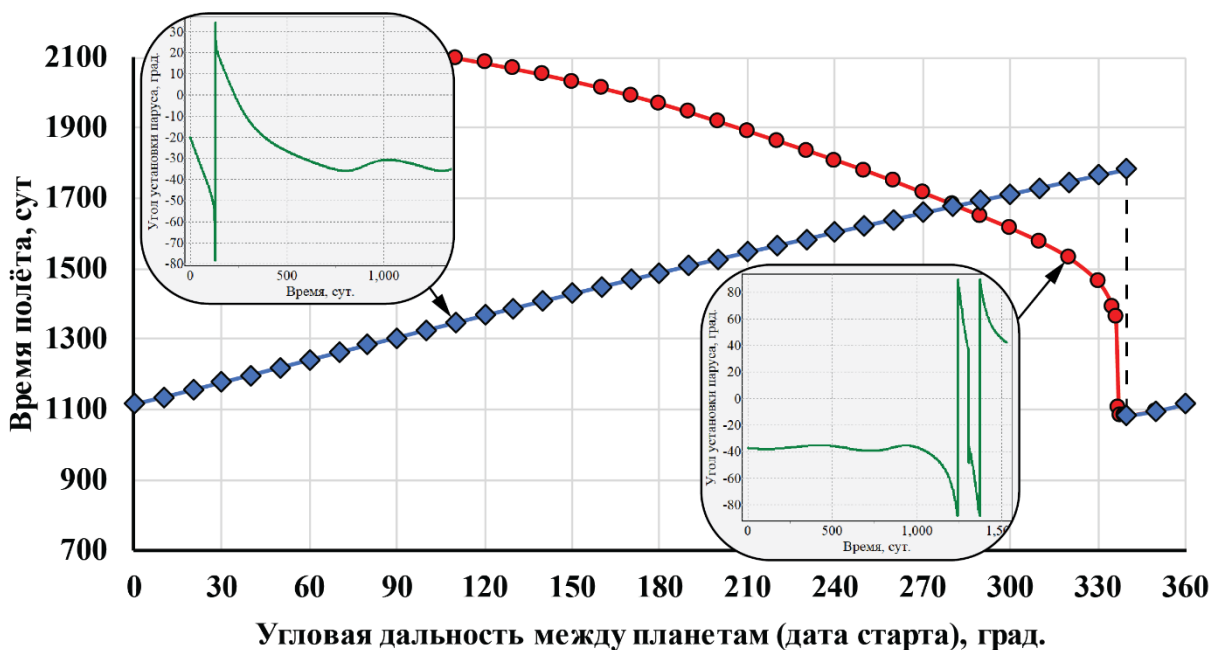


Рисунок 3.28 – Зависимость длительности перелётов Марс-Земля от углового положения планет. Показаны две характерные программы управления углом установки паруса:

- – фазирование осуществляется на конце траектории, ◆ – в начале

Наибыстрейший перелёт между орбитами планет длится  $T = 1082 \text{ сут.}$ , а оптимальные даты старта соответствуют угловому расстоянию между планетами  $\delta_0 = 159$  и  $\delta_0 = 340 \text{ град.}$  для перелётов Земля-Мартс и Марс-Земля соответственно. В качестве даты

старта выбрано 31 декабря 2023 года. Результаты моделирования приведены в таблице 3.4 и на рисунках 3.29-3.32. Длительность движения для четырёх циклов составляет 25 лет, со средней длительностью перелёта 1168 *сут.* Начиная со второго цикла замкнутая траектория практически не изменяется, а её период составляет 2341 *сут.*

Траектории обратных перелётов от Марса к Земле имеют немонотонный характер изменения гелиоцентрического радиус-вектора (рисунок 3.29). На этапе фазирования КА отдаляется от орбиты Марса, а начальное значение сопряжённой переменной по радиусу имеет значение  $\psi_r(t_0) = 1$ .

Таблица 3.4 – Результаты моделирования перелётов идеально отражающего солнечного паруса по циклическим траекториям Земля-Марс-Земля

	Первый цикл		Второй цикл		Третий цикл		Четвёртый цикл	
	$T_k$ , <i>сут.</i>	$\delta_0$ , <i>град.</i>	$T_k$ , <i>сут.</i>	$\delta_0$ , <i>град.</i>	$T_k$ , <i>сут.</i>	$\delta_0$ , <i>град.</i>	$T_k$ , <i>сут.</i>	$\delta_0$ , <i>град.</i>
Земля-Марс	1082	159	1179	207	1179	207	1179	207
Марс-Земля	1155	20	1162	23	1162	23	1162	23
Суммарно	2237	-	4578	-	6919	-	9260	-

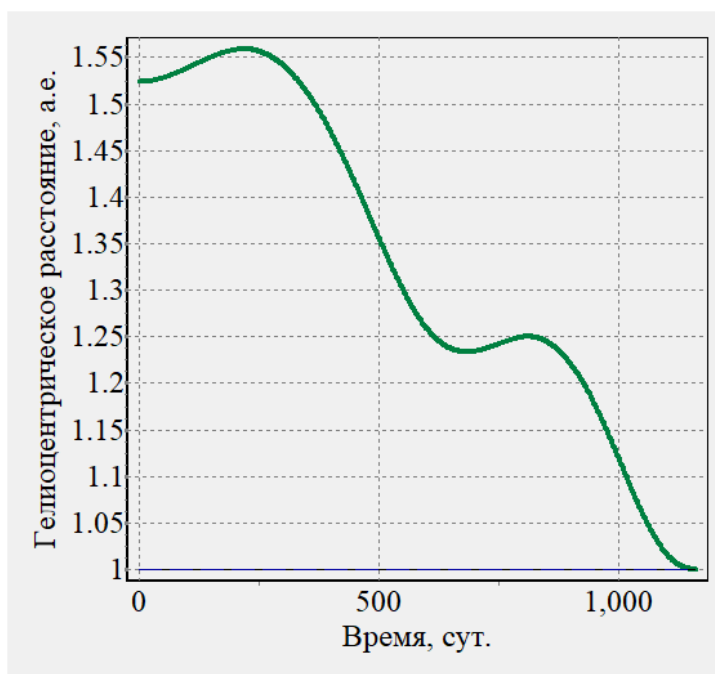


Рисунок 3.29 – Немонотонное изменение радиус вектора перелётов Марс-Земля идеально отражающего паруса на примере второго цикла

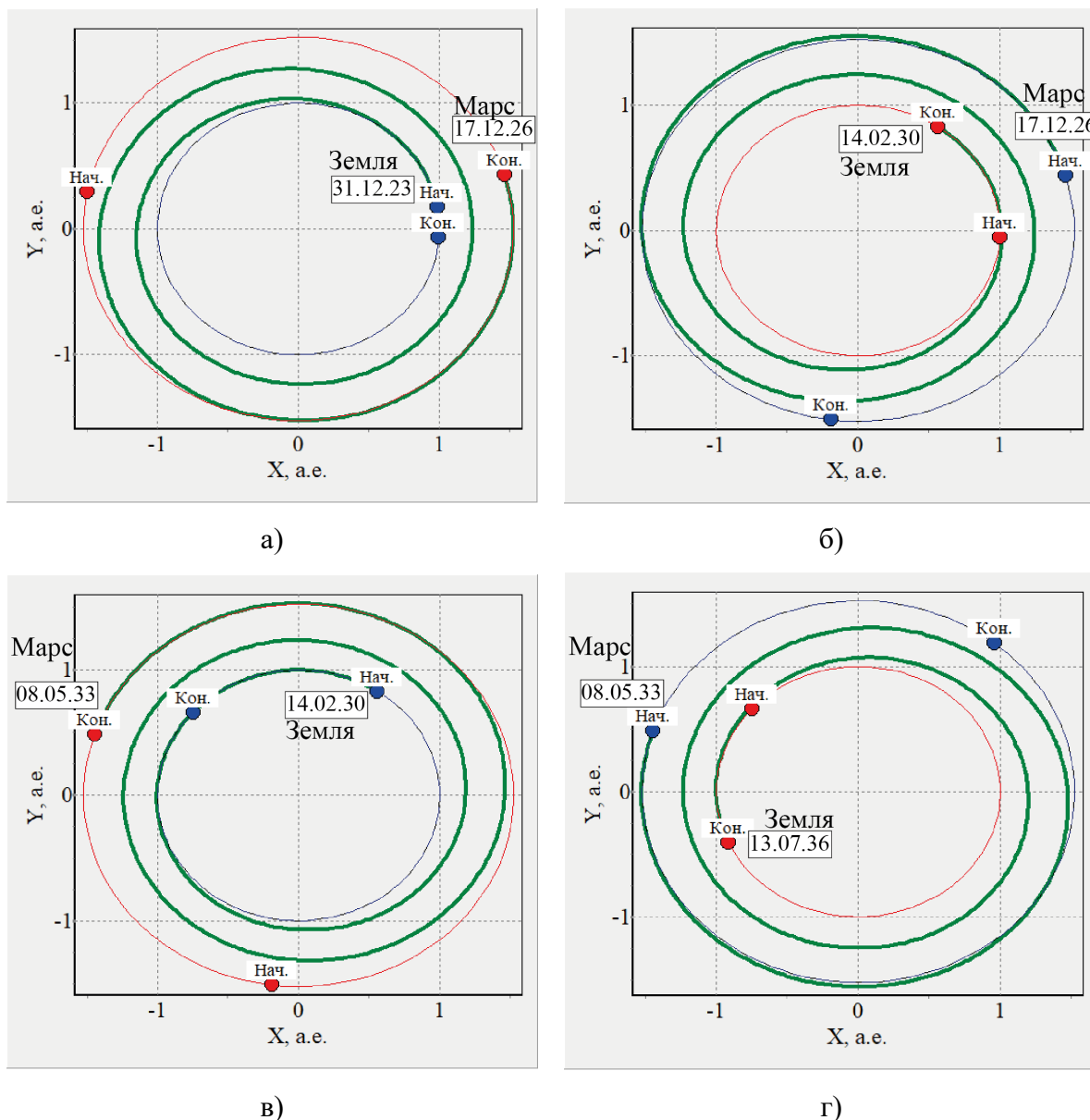


Рисунок 3.30 – Замкнутые траектории Земля-Мартс-Земля для первых двух циклов движения идеально отражающего солнечного паруса:

а), в) – перелёты Земля-Мартс; б), г) – перелёты Мартс-Земля

В отличие от движения к Меркурию многообразные межпланетные перелёты к Марсу для КА с идеально отражающим СП имеют одинаковую траекторию и, соответственно, время перелёта. Стабильность такого движение достигается тем, что угловая скорость орбитального движения Земли и Марса намного меньше, чем у Меркурия. Это даёт больше времени программе управления сформировать такую траекторию, которая обеспечивала бы более выгодное положение планет к моменту начала следующего межпланетного перелёта. Для сравнения, угловые скорости орбит Меркурия, Земли и Марса составляют 8,27, 1,99 и 1,06 на  $10^{-7}$  рад./с соответственно.

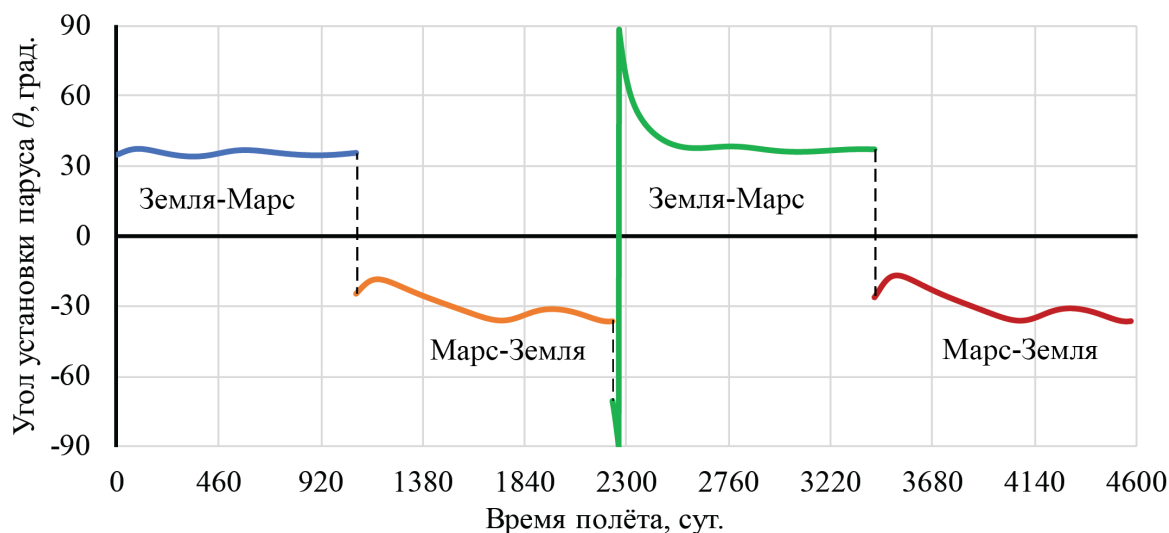


Рисунок 3.31 – Программа управления идеально отражающим солнечным парусом для первых двух циклов перелёта Земля-Марс-Земля

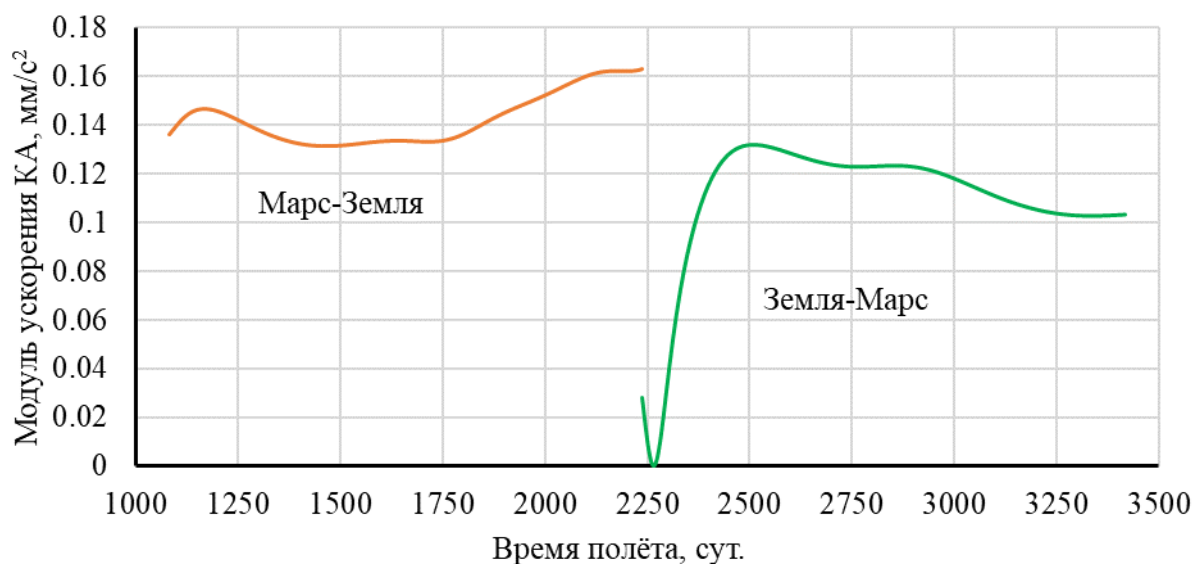


Рисунок 3.32 – Изменение абсолютного значения ускорения КА для обратного перелёта 1 цикла движения Земля-Марс-Земля идеально отражающего паруса и прямого 2 цикла

Движение к Марсу и от него занимает в среднем на 602 сут. больше, чем аналогичное движение Земля-Меркурий-Земля. Помимо того, что КА движется по раскручивающейся спиральной траектории с меньшей скоростью, также уменьшается создаваемое парусом ускорение. Если для Меркурия модуль ускорения  $a$  в среднем составляет  $0,37 \text{ мм/с}^2$ , то для Марса это значение уменьшается до  $0,13 \text{ мм/с}^2$ . Исходя из этого можно сделать вывод, что парус выгоднее использовать для движения вблизи Солнца.

Однако, более длительные перелёты с меньшим ускорением приводят к изменениям в оптимальной программе управления и, соответственно, в характере изменения величины

ускорения. Если для Меркурия наблюдалась зеркально-симметричное изменение модуля ускорения (рисунок 3.18), то для Марса такая симметрия отсутствует (рисунок 3.32), а обратные перелёты Марс-Земля имеют нетипичную номинальную программу оптимального управления. Ожидаемое управление происходит только на прямых перелётах с небольшим фазированием в начале траектории. Для обратных перелётов оптимальная программа управления не стремится ориентировать парус под углом  $\theta = -35,3 \text{ град.}$ , а только начинает с этого положения и постепенно уменьшает создаваемое ускорение, увеличивая угол падения излучения (изменяется к  $-90 \text{ град.}$ ). Таким образом, фазирование для обратных перелётов происходит плавно на всей траектории.

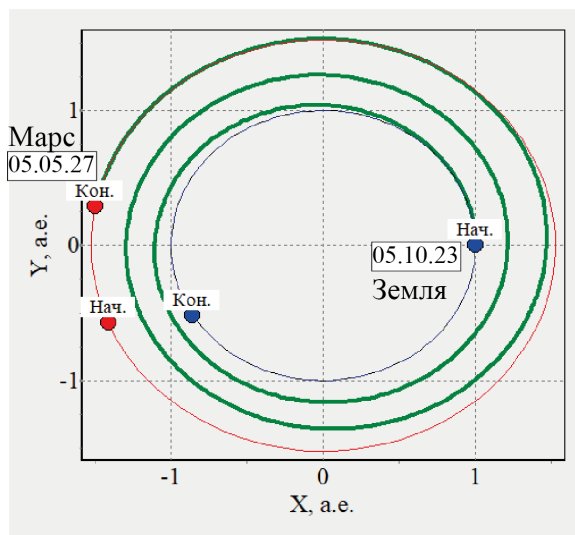
### 3.4.2 Движение Земля-Марс-Земля с учётом изменения оптических параметров паруса вследствие деградации

Перелёты к Марсу на первый взгляд кажутся не выгодными для СП, так как ему приходится отдаляться от Солнца. В связи с этим, при традиционных расчётах с идеально отражающим парусом демонстрируется выгода запуска КА с СП ближе к Солнцу [87]. Однако, с введением в модель деградации становятся очевидны негативные последствия движения вблизи к Солнцу.

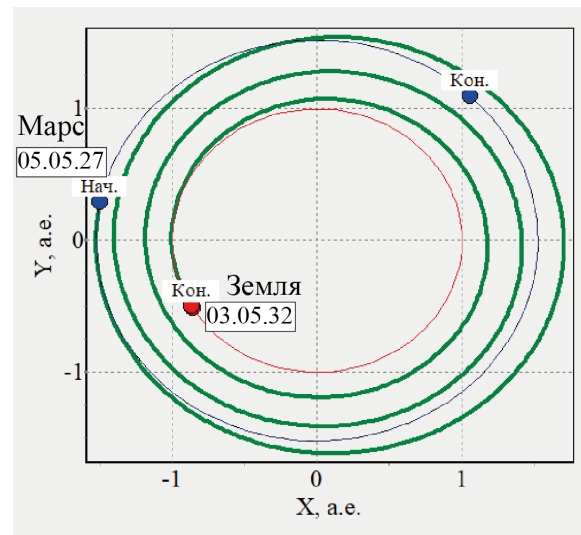
С целью демонстрации влияния деградации оптических параметров солнечного паруса на перелёты к Марсу или за пределы его орбиты в данном разделе проводится моделирование многоразовых гелиоцентрических перелётов Земля-Марс-Земля с учётом деградации. В качестве прототипа использовался парус из раздела 3.2, результаты моделирования представлены в таблице 3.5 и на рисунках 3.33-3.41. Дата старта соответствует 5 октября 2023 года.

Таблица 3.5 – Результаты моделирования перелётов Земля-Марс-Земля с учётом деградации неидеально отражающего СП

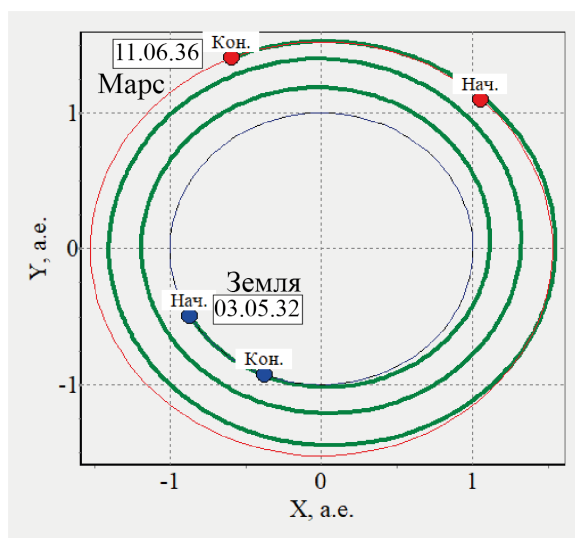
	Первый цикл		Второй цикл		Третий цикл		Четвёртый цикл	
	$T_k$ , сут.	$\delta_0$ , град.	$T_k$ , сут.	$\delta_0$ , град.	$T_k$ , сут.	$\delta_0$ , град.	$T_k$ , сут.	$\delta_0$ , град.
Земля-Марс	1308	202	1500	196	2296	166	2110	144
Марс-Земля	1825	42	1686	135	1651	174	1837	251
Суммарно	3133	-	6320	-	9443	-	13390	-



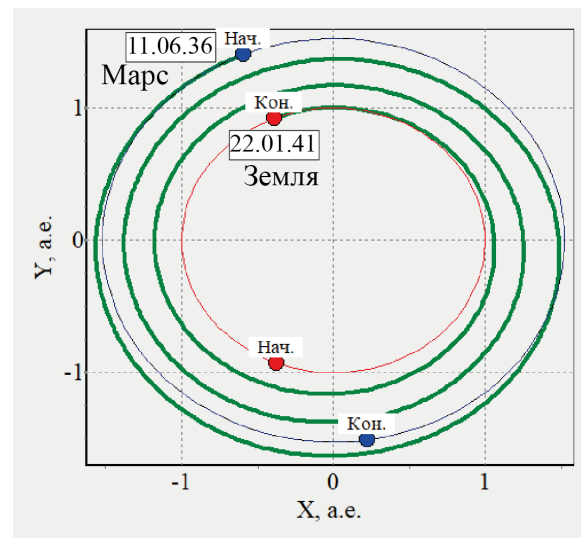
а)



б)

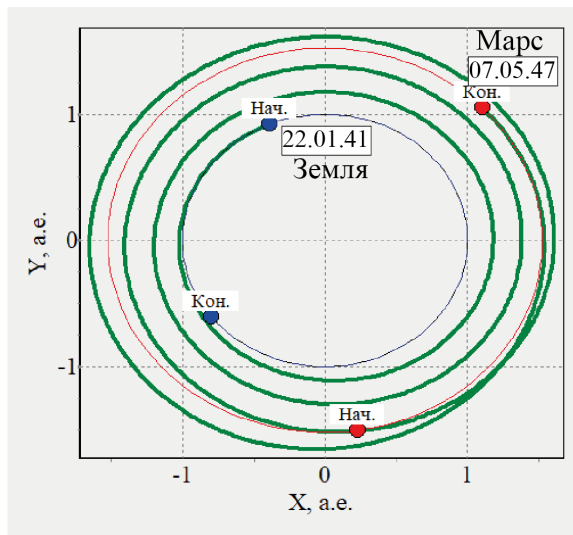


в)

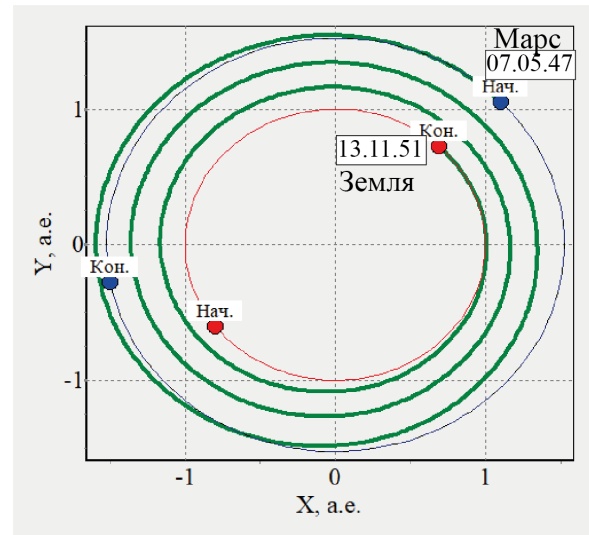


г)

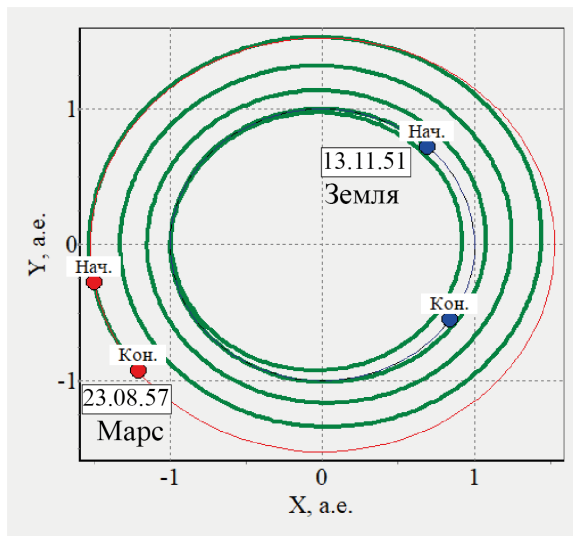
Рисунок 3.33 – Закрытые траектории Земля-Марс-Земля для 1 и 2 циклов движения неидеально отражающего паруса с учётом деградации:  
а, в – перелёты Земля-Марс; б, г – перелёты Марс-Земля



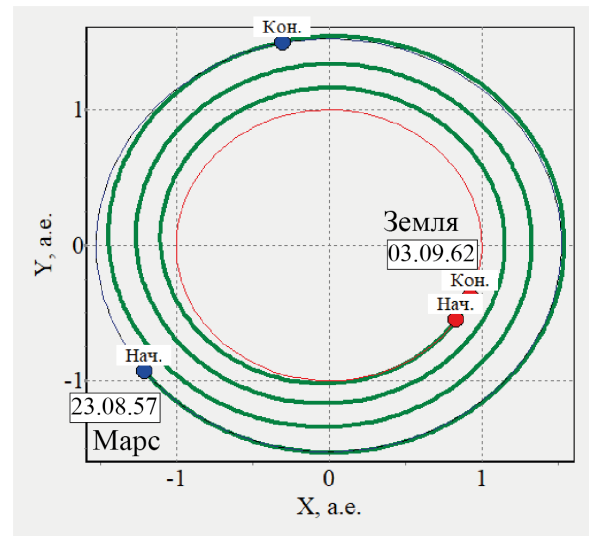
а)



б)



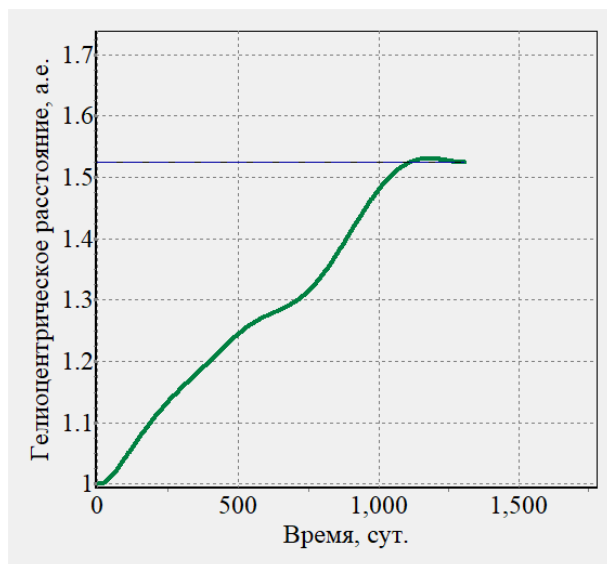
в)



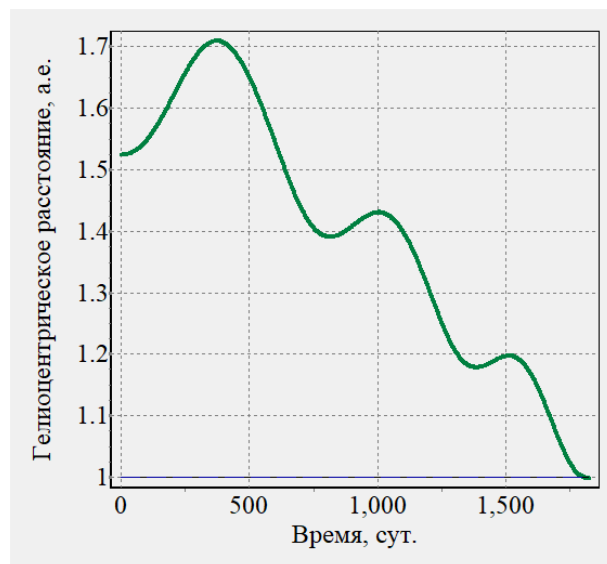
г)

Рисунок 3.34 – Закрытые траектории Земля-Мартс-Земля для 3 и 4 циклов движения неидеально отражающего паруса с учётом деградации:  
а, в – перелёты Земля-Мартс; б, г – перелёты Мартс-Земля

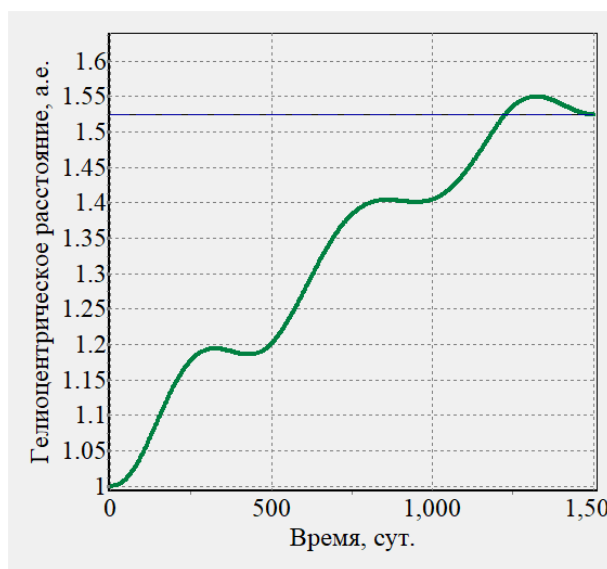




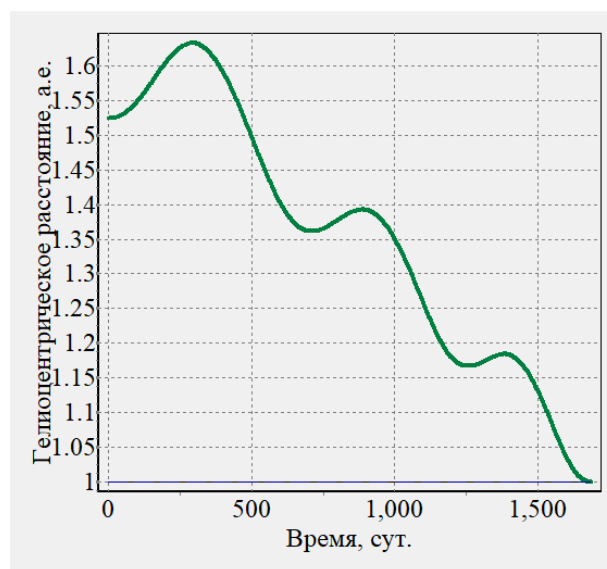
а)



б)



в)

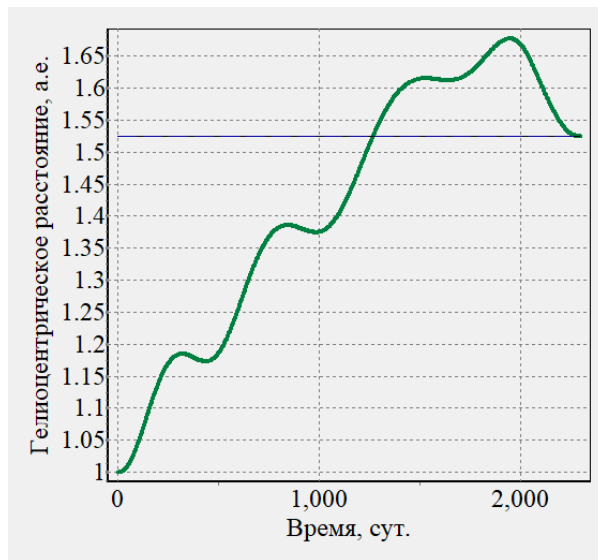


г)

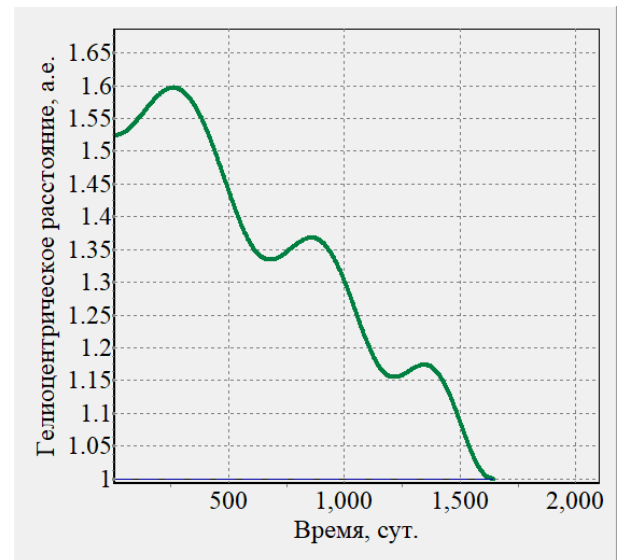
Рисунок 3.35 – Немонотонное изменение радиус вектора 1 и 2 циклов движения Земля-

Меркурий-Земля неидеально отражающего паруса с учётом деградации:

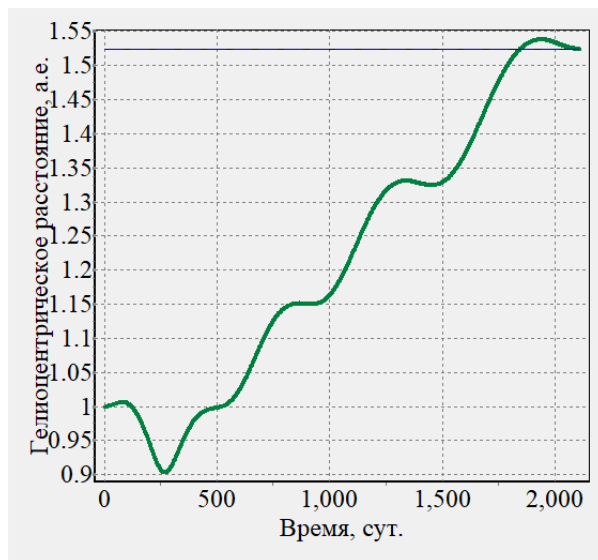
а, в – перелёты Земля-Меркурий; б, г – перелёты Меркурий-Земля



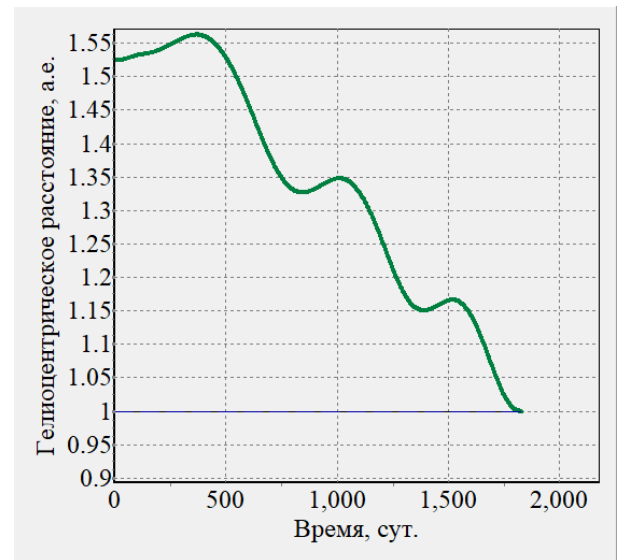
а)



б)



в)



г)

Рисунок 3.36 – Немонотонное изменение радиус вектора 3 и 4 циклов движения Земля-Меркурий-Земля неидеально отражающего паруса с учётом деградации:  
 а, в – перелёты Земля-Меркурий; б, г – перелёты Меркурий-Земля

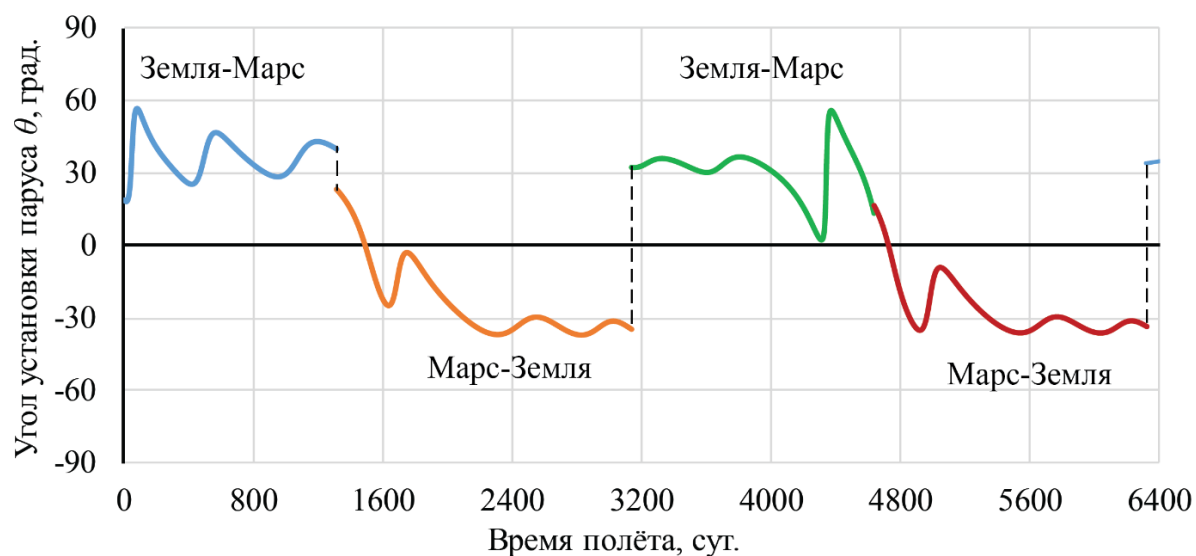


Рисунок 3.37 – Программа управления неидеально отражающим солнечным парусом с учётом деградации для 1 и 2 цикла перелётов Земля-Марс-Земля

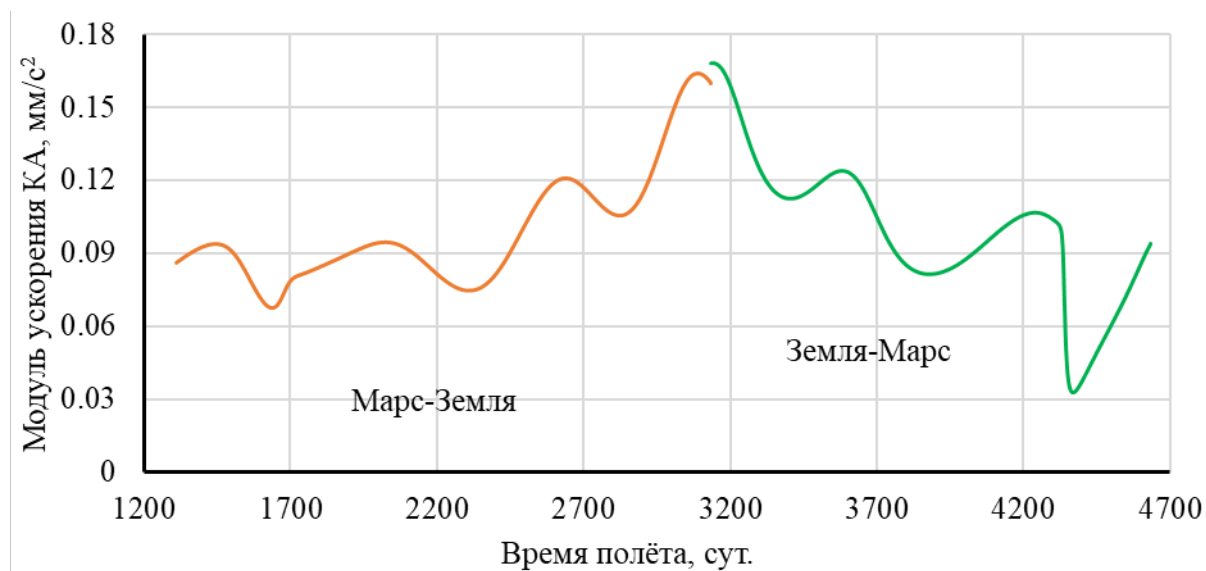


Рисунок 3.38 – Изменение абсолютного значения ускорения КА для обратного перелёта 1 цикла движения Земля-Марс-Земля деградирующего паруса и прямого 2 цикла

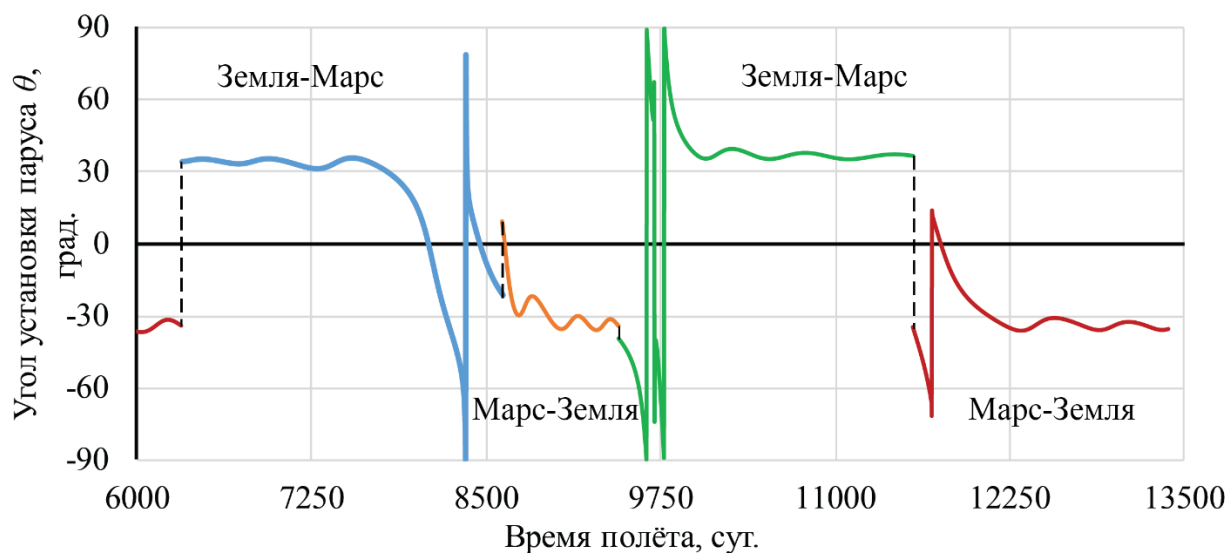


Рисунок 3.39 – Программа управления неидеально отражающим солнечным парусом с учётом деградации для 3 и 4 цикла перелётов Земля-Марс-Земля

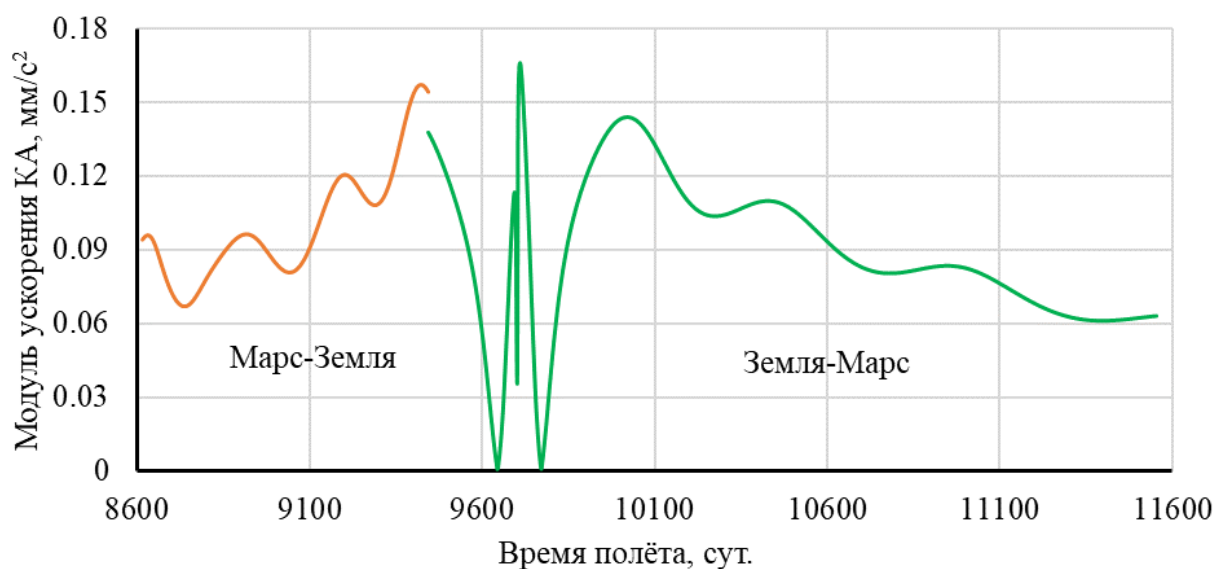


Рисунок 3.40 – Изменение абсолютного значения ускорения КА для обратного перелёта 3 цикла движения Земля-Марс-Земля деградирующего паруса и прямого 4 цикла

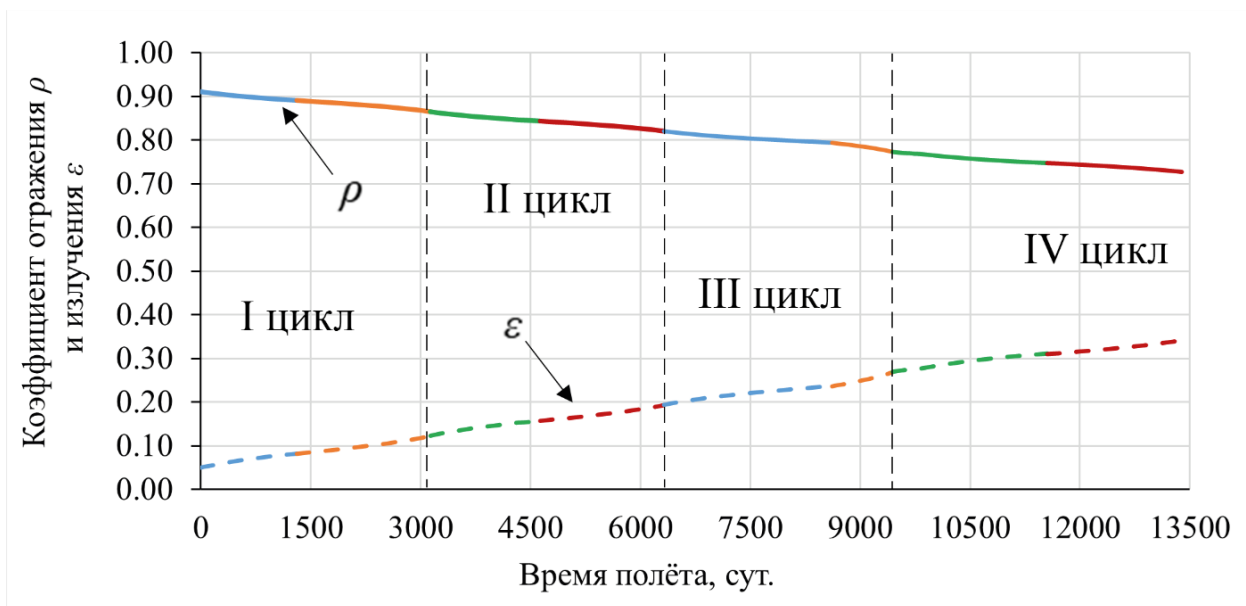


Рисунок 3.41 – Изменения оптических характеристик солнечного паруса за все 4 цикла перелётов по траектории Земля-Мars-Земля

Из результатов моделирования видно, что удалённое расположение Марса от Солнца играет не только негативную, но и положительную роль в случае длительных перелётов, которыми являются рассматриваемые в диссертационной работе циклические траектории. С одной стороны малая интенсивность излучения уменьшает тягу паруса, что увеличивает время перелёта, но с другой его поверхность медленнее деградирует.

Резкое увеличение времени перелёта после 2 цикла связано с крайне неудачным положением планет на начало очередного перелёта Земля-Мars. При этом общий характер оптимальной номинальной программы управления сменился с фазирования вблизи орбиты Земли на фазирование у Марса. Очевидно, что это связано с необходимостью в уменьшении получаемой дозы радиации, которая теперь учитывается в расчётах управления.

Из рисунка 3.41 видно, что оптические параметры деградируют очень медленно, по сравнению с тем, как они изменялись при перелётах Земля-Меркурий-Земля (рисунок 3.23). За 36,7 лет движения между Землёй и Марсом коэффициент отражения уменьшился не более чем на 20%. Общее время выполнения 4 циклов, с введением модели неидеального отражения и деградации поверхности, паруса увеличилось только на половину, когда для Меркурия более чем в 2 раза.

Если для Меркурия время выполнения первого перелёта, где решается задача перехода на целевую орбиты с дальнейшим выбором даты старта, увеличивается на 16% после перехода от модели идеального отражения к неидеальной, то для Марса эта разница составляет 21%. Таким образом, чем дольше длится маневрирование, тем чувствительнее

время перелёта к изменению оптических характеристик. Оптимальное угловое расстояние между планетами также изменяется с 159 до 202 град.

Малая орбитальная угловая скорость и медленный процесс деградации приводят к некоторым особенностям оптимальной номинальной программы управления. Для первых двух циклов характерно плавное фазирование, когда отсутствуют скачки в создаваемом СП ускорении (рисунок 3.38). Однако, снижение коэффициента отражения  $\rho$  на 10% к моменту начала 3 цикла приводит к тому, что снова появляется фазирование с резкими изменениями ускорения на этапе фазирования (рисунок 3.40). Другой особенностью является появление межпланетного перелёта с фазированием у орбиты Земли и немонотонным изменением гелиоцентрического радиуса КА в сторону Солнца (рисунки 3.34, в и 3.36, в). При этом фазирование осуществляется с большими значениями угла установки паруса  $\theta$  и в конце всей траектории многоразовых перелётов (4 цикл). Это позволяет сделать вывод о том, что программа управления определила более оптимальным реализацию движения с большим накоплением дозы радиации, но меньшим временем самого перелёта.

### **3.5 Рекомендация по применению результатов диссертационной работы**

Проведённые расчёты в разделах 3.3-3.4 наглядно демонстрируют важность учёта оптических параметров солнечного паруса и его деградацию в процессе полёта для оценки динамики движения центра масс КА с СП. Многие из существующих работ, предлагающих ту или иную реализацию управляемого движения КА с СП, используют идеальную модель отражения электромагнитного излучения, что приводит к ложным выводам о возможности предлагаемой реализации.

Модель деградации оптических параметров отражающей поверхности СП из работы [66] имеет не сложное математическое описание, что позволяет без существенных вычислительных затрат использовать её для проектирования миссий КА с СП. Эта параметрическая модель обладает достаточно высокой степенью достоверности и позволяет получить оценку динамики движения КА с СП, исходя из которой можно судить о возможности реализации управляемого движения. Дальнейшее развитие модели можно получить с использованием более глубокого анализа характера деградации материалов плёнки СП под действием электромагнитного излучения Солнца [107].

В связи с выше сказанным, рекомендуется обращать внимание на вопросы целостного охвата функционирования какой-либо техники, в особенности СП. Не пренебрегать проектными параметрами, которые на первый взгляд могут казаться не значительными. Если эти параметры могут изменяться в процессе функционирования, а их влияние имеет накопительный характер, то при длительном функционировании эти параметры могут внести заметный вклад в динамику рассматриваемой системы.

Основной проблематикой учёта деградации отражающей поверхности СП остаётся определение характеристик процесса деградации, то есть определения коэффициента и фактора деградации. Существуют наземные установки, которые способны имитировать процесс деградации материалов в космосе [108] и даже их интеграция с установками для измерения давления электромагнитного излучения [109]. Однако, до сих пор нет публикаций или иных источников, которые таблично или графически демонстрировали искомый характер деградации материалов по результатам экспериментов.

### **Выводы по третьей главе**

По результатам исследований, проведённых в настоящей главе, можно отметить следующее:

1. Результаты, полученные при моделировании гелиоцентрического движения, хорошо согласуются с известными результатами других авторов и опубликованными результатами экспериментов.

2. Предлагаемый в диссертации методика численного решения задач об оптимальном управлении движением неидеально отражающего СП с учётом деградации, выполняющего многоразовые гелиоцентрические перелёты, зарекомендовал себя эффективным инструментом оптимизации и моделирования.

3. Полученные оптимальные номинальные программы управления учитывают деградацию отражающей поверхности СП соответствуют таким траекториям, которые стремятся уменьшить получаемую парусом дозу радиации с целью уменьшения общей продолжительности заданного количества многоразовых перелётов.

4. Если начальное угловое положение планет не оптимально, то эффективнее использовать управление, приводящее к немонотонному изменению гелиоцентрического расстояния с целью ускорения процесса фазирования, чем ожидание у планеты старта или финиша.

5. Деградация отражающей поверхности солнечного паруса существенно влияет на динамику его движения и способна вдвое увеличить продолжительность миссии при движении вблизи Солнца.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе были рассмотрены и собраны в единый комплекс математические модели функционирования СП, затрагивающие существенные аспекты динамики его движения – не идеальность отражения электромагнитного излучения, определение оптических характеристик многослойной плёнки под действием многоспектрального излучения Солнца в космосе, деградации отражающей поверхности паруса. Впервые этот комплекс был применён для моделирования и оптимизации многоразовых гелиоцентрических перелётов КА с СП.

Диссертационная работа продемонстрировала и подтвердила возможность реализации КА с СП в виде межпланетной транспортной системы доставляющей груз массой 1,9 тонн. Результаты математического моделирования показали, что в условиях деградации плёнки паруса КА с СП может продолжать выполнять задачу доставки грузов в течение длительного времени. Даже после снижения оптических характеристик на половину, солнечный парус всё ещё сможет обеспечивать КА ускорением для выполнения межпланетных перелётов.

В результате работы были получены расчёты гелиоцентрического движения 4-х циклов перелёта Земля-Меркурий-Земля и Земля-Марс-Земля для СП с характеристическим ускорением  $0,25 \text{ мм/с}^2$ . Время движения идеально отражающего солнечного паруса по замкнутым траекториям Земля-Меркурий-Земля и Земля-Марс-Земля составляет 1987 и 2341 сут. соответственно, а общее время на выполнение 4-х циклов составляет 22 и 25 лет. Однако, в действительности под влиянием деградации отражающей поверхности паруса и с учётом неидеального отражения электромагнитного излучения время на выполнение одного замкнутого перелёта будет неизбежно изменяться. В итоге, минимальное время движения за 4 цикла составляет 57 и 37 лет для Меркурия и Марса соответственно.

Очевидно, что экономическая целесообразность использования СП в качестве транспортной системы требует многостороннего анализа расходов на проектировку, сборку, запуск и эксплуатацию. Рассматриваемая межпланетная транспортная система предполагает, что СП оставляет груз и забирает новый в окрестности точки Лагранжа, а значит необходим учёт расходов на транспортную систему, доставляющей груз до самой планеты, орбитальной станции или естественного спутника.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Цандер, Ф.А. Проблема полета при помощи реактивных аппаратов: Межпланетные полеты / Ф.А. Цандер. 2-е изд. М.: Оборонгиз. – 1961. – 460 с.
2. Мельников, В.М. Проблемы создания в космосе крупногабаритных конструкций / В.М. Мельников, И.Н. Матюшенко, Н.А. Чернова, Б.Н. Харлов // Труды МАИ. – 2014. – № 78. – С. 1–21.
3. Mori, O. First Solar Power Sail Demonstration by IKAROS / O. Mori, H. Sawada, R. Funase, M. Morimoto, T. Endo, T. Yamamoto, Y. Tsuda, Y. Kawakatsu, J. Kawaguchi, Y. Miyazaki, Y. Shirasawa, I. Demonstration Team and Solar Sail Working Group // Transactions Of The Japan Society For Aeronautical And Space Sciences, Aerospace Technology Japan. – 2010. – Vol. 8. – № 27. – P. 25–31.
4. Johnson, L. NanoSail-D: A solar sail demonstration mission / L. Johnson, M. Whorton, A. Heaton, R. Pinson, G. Laue, C. Adams // Acta Astronautica. – 2011. – Vol. 68. – № 5–6. – P. 571–575.
5. Spencer, D.A. The LightSail 2 solar sailing technology demonstration / D.A. Spencer, B. Betts, J.M. Bellardo, A. Diaz, B. Plante, J.R. Mansell // Advances in Space Research. – 2021. – Vol. 67. – № 9. – P. 2878–2889.
6. Родников, А.В. О движении аппарата с солнечным парусом в окрестности неустойчивой точки либрации / А.В. Родников // XLVI Академические чтения по космонавтике. Москва. – 2022. – С. 393–395.
7. Родников, А.В. Об учёте возмущений в задаче удерживания КА с солнечным парусом около точки L1 системы Земля-Луна / А.В. Родников // Авиация и Космонавтика. Москва. – 2022. – С. 422–423.
8. Baoyin, H. Solar Sail Orbits at Artificial Sun-Earth Libration Points / H. Baoyin, C.R. McInnes // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. – 2012. – Vol. 28. – № 6. – P. 1328–1331.
9. Поляхова, Е.Н. О задаче стабилизации орбитального движения космического аппарата с солнечным парусом в окрестности L1 / Е.Н. Поляхова, А.С. Шмыров, В.А. Шмыров // Устойчивость и процессы управления. Санкт-Петербург: Издательский дом Федоровой Г.В. – 2015. – С. 149–150.
10. McInnes, C.R. Solar sail mission applications for non-Keplerian orbits / C.R. McInnes // Acta Astronautica. – 1999. – Vol. 45. – № 4–9. – P. 567–575.
11. Heiligers, J. End-to-end trajectory design for a solar-sail-only pole-sitter at Venus, Earth, and Mars / J. Heiligers, M. Vergaaij, M. Ceriotti // Advances in Space Research. – 2021. – Vol. 67. – № 9. – P. 2995–3011.

12. Родников, А.В. Модельная задача удерживания космического аппарата с солнечным парусом около треугольной точки либрации гантелевидного или двойного астероида / А.В. Родников // *Авиация и Космонавтика*. Москва. – 2021. – С. 458–459.
13. Kezerashvili, R.Y. Solar radiation and the beryllium hollow-body sail: 1. The ionization and disintegration effects / R.Y. Kezerashvili, G.L. Matloff // *JBIS - Journal of the British Interplanetary Society*. – 2007. – Vol. 60. – № 5. – P. 169–179.
14. Kezerashvili, R.Y. Solar radiation and the beryllium hollow-body sail: 2. Diffusion, recombination and erosion processes / R.Y. Kezerashvili, G.L. Matloff // *JBIS - Journal of the British Interplanetary Society*. – 2008. – Vol. 61. – № 2. – P. 47–57.
15. Dachwald, B. Impact of optical degradation on solar sail mission performance / B. Dachwald, M. Macdonald, C.R. McInnes, G. Mengali, A.A. Quarta // *Journal of Spacecraft and Rockets*. – 2007. – Vol. 44. – № 4. – P. 740–749.
16. Родников, А.В. Особенности относительного движения космической тросовой системы с неидеальным солнечным парусом / А.В. Родников // *IX Поляховские чтения*. Санкт-Петербург. – 2021. – С. 162–164.
17. Starinova, O.L. Modeling the process of optical characteristics variation for a solar sail surface during heliocentric flights / O.L. Starinova, M.A. Rozhkov, B. Alipova, I.V. Chernyakina // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2019. – Vol. 1368. – № 2.
18. Рожков, М.А. Замкнутые траектории межпланетных перелётов с солнечным парусом / М.А. Рожков, О.Л. Старинова // *IX Поляховские чтения*. Санкт-Петербург: СПбГУ. – 2021. – С. 164–166.
19. Rozhkov, M.A. Influence of optical parameters on a solar sail motion / M.A. Rozhkov, O.L. Starinova, I. V. Chernyakina // *Advances in Space Research*. – 2021. – Vol. 67. – № 9. – P. 2757–2766.
20. Рожков, М.А. Влияние оптических характеристик многослойного солнечного паруса на его гелиоцентрическое движение / М.А. Рожков // *Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение*. – 2022. – Т. 21. – № 4. – С. 52–65.
21. Рожков, М.А. Баллистический анализ транспортировочной системы Земля-Марс-Земля на базе солнечных парусов / М.А. Рожков, О.Л. Старинова // *XLVI Академические чтения по космонавтике*. Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2022. – С. 395–397.
22. Синявский, В.В. Научно-технический задел по ядерному электроракетному межорбитальному буксиру “Геркулес” / В.В. Синявский // *Космическая техника и технологии*. – 2013. – № 3. – С. 25–45.

23. Crusan, J.C. Deep space gateway concept: Extending human presence into cislunar space / J.C. Crusan, R.M. Smith, D.A. Craig, J.M. Caram, J. Guidi, M. Gates, J.M. Krezel, N.B. Herrmann // IEEE Aerospace Conference Proceedings. Montana: IEEE Computer Society. – 2018. – Vol. 2018-March. – P. 1–10.
24. Haws, T.D. SLS, the Gateway, and a Lunar Outpost in the Early 2030s / T.D. Haws, J.S. Zimmerman, M.E. Fuller // IEEE Aerospace Conference Proceedings. Montana: IEEE Computer Society. – 2019. – Vol. 2019-March.
25. Поляхова, Е.Н. Космический полёт с солнечным парусом: проблемы и перспективы / Е.Н. Поляхова. М.: Наука. – 1986. – 304 с.
26. Frisbee, R.H. Solar Sails for Mars Cargo Missions / R.H. Frisbee // AIP Conference Proceedings. – 2007. – Vol. 374. – P. 374–380.
27. Hughes, G.W. Sample Return from Mercury and Other Terrestrial Planets Using Solar Sail Propulsion / G.W. Hughes, M. Macdonald, C.R. McInnes, A. Atzei, P. Falkner // Journal of Spacecraft and Rockets. – 2006. – Vol. 43. – № 4. – P. 828–835.
28. Vergaaij, M. Time-optimal solar sail heteroclinic-like connections for an Earth-Mars cycler / M. Vergaaij, J. Heiligers // Acta Astronautica. – 2018. – Vol. 152. – № August. – P. 474–485.
29. Понтрягин, Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. М.: Наука. – 1969.
30. Чеботарев, Г.А. Аналитические и численные методы небесной механики / Г.А. Чеботарев. М.: Наука. – 1965. – 368 с.
31. Ду, Ч. Генерация искусственных гало-орбит в окололунном пространстве с использованием двигателей малой тягой / Ч. Ду, О.Л. Старинова // Космические исследования. – 2022. – Т. 60. – № 2. – С. 151–166.
32. Родников, А.В. Об относительном движении под солнечным парусом / А.В. Родников // XLIV Академические чтения по космонавтике. Москва. – 2020. – С. 290–292.
33. Родников, А.В. О движении космического аппарата с солнечным парусом вдоль троса, закреплённого на двух гелиоцентрических космических станциях / А.В. Родников // Авиация и Космонавтика. Москва. – 2022. – С. 379–380.
34. Челноков, Ю.Н. Прогноз и коррекция движения космического аппарата с использованием решений регулярных кватернионных уравнений в KS-переменных и изохронных производных / Ю.Н. Челноков, М.Ю. Логинов // XXIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург: "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор." – 2022. – С. 289–292.

35. Челноков, Ю.Н. Уравнения и алгоритмы бесплатформенных инерциальных навигационных систем для определения кажущейся, гравитационной и относительной скоростей движущегося объекта, а также географических координат местоположения объекта / Ю.Н. Челноков, С.Е. Переляев // XXIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург: "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор." – 2022. – С. 285–288.
36. Хабибуллин, Р.М. Формирование программ управления движением космического аппарата с неидеально отражающим солнечным парусом для некомпланарных межпланетных перелётов: дис. ... канд. тех. наук: 05.07.09 / Хабибуллин Роман Маратович. – 2020. – 177 с.
37. Панкратов, И.. Модифицированный генетический алгоритм выбора траекторий движения космического аппарата / И.. Панкратов // Математическое и компьютерное моделирование. Омск: ОмГУ им. Ф.М. Достоевского. – 2021. – С. 112–114.
38. Панкратов, И.. Кватернионные модели и алгоритмы решения задач оптимальной переориентации орбиты и плоскости орбиты космического аппарата / И.. Панкратов, Ю.Н. Челноков // XXIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург: "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор." – 2022. – С. 100–103.
39. Челноков, Ю.Н. Регулярные кватернионные и бикватернионные модели механики космического полета и их приложения в управлении движением космических аппаратов и инерциальной навигации / Ю.Н. Челноков // Системный анализ, управление и навигация. Москва: МАИ. – 2022. – С. 14–17.
40. Chelnokov, Y.N. Quaternion methods and models of regular celestial mechanics and astrodynamics / Y.N. Chelnokov // Applied Mathematics and Mechanics (English Edition). – 2022. – Vol. 43. – № 1. – P. 21–80.
41. Murphy, D.M. Scalable Solar-Sail Subsystem Design Concept / D.M. Murphy, T.W. Murphey, P.A. Gierow // Journal of Spacecraft and Rockets. – 2012. – Vol. 40. – № 4. – P. 539–547.
42. Barnes, N.C. Sunjammer: A Solar Sail Demonstration / N.C. Barnes, W.C. Derbes, C.J. Player, B.L. Diedrich // Advances in Solar Sailing. – 2014. – P. 115–126.
43. Heiligers, J. Sunjammer: Preliminary end-to-end-mission design / J. Heiligers, B. Diedrich, W. Derbes, C.R. Mcinnes // AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference 2014. – 2014. – № August 2014. – P. 1–27.
44. Eastwood, J.P. Sunjammer / J.P. Eastwood, D.O. Kataria, C.R. Mcinnes, N.C. Barnes, P. Mulligan // Weather. – 2015. – Vol. 70. – № 1. – 27–30 p.

45. Wie, B. Solar Sail Attitude Control and Dynamics, Part 1 / B. Wie // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. – 2012. – Vol. 27. – № 4. – P. 526–535.
46. Wie, B. Solar Sail Attitude Control and Dynamics, Part Two / B. Wie // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. – 2012. – Vol. 27. – № 4. – P. 536–544.
47. Fu, B. Solar sail technology—A state of the art review / B. Fu, E. Sperber, F. Eke // *Progress in Aerospace Sciences*. – 2016. – Vol. 86. – P. 1–19.
48. Сапунков, Я.Г. Новый алгоритм квазиоптимальной переориентации космического аппарата / Я.Г. Сапунков, А.В. Молоденков // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика*. – 2023. – Т. 23. – № 1. – С. 95–112.
49. Молоденков, А.В. Аналитический квазиоптимальный алгоритм программного управления угловым движением космического аппарата / А.В. Молоденков, Я.Г. Сапунков // *Известия Академии наук СССР. Техническая кибернетика*. – 2023. – № 4. – С. 125–136.
50. Sapunkov, Y.G. Quasioptimal Spacecraft Attitude Control Constructed According to the Poinsot Concept / Y.G. Sapunkov, A. V. Molodenkov // *Aerospace*. – 2023. – Vol. 10. – № 5. – P. 402.
51. Молоденков, А.В. Аналитический квазиоптимальный алгоритм минимальной по времени переориентации космического аппарата при произвольных граничных условиях / А.В. Молоденков, Я.Г. Сапунков, Т.В. Молоденкова // *XXIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам*. Санкт-Петербург. – 2022. – С. 96–99.
52. Молоденков, А.В. Аналитическое квазиоптимальное решение задачи минимального по времени поворота космического аппарата / А.В. Молоденков, Я.Г. Сапунков // *Известия Российской академии наук. Теория и системы управления*. – 2021. – Т. 4. – № 4. – С. 142–156.
53. Molodenkov, A. V. Solution of Approximate Equation for Modified Rodrigues Vector and Attitude Algorithm Design / A. V. Molodenkov, S.E. Perelyaev // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. – 2021. – Vol. 44. – № 6. – P. 1224–1228.
54. Челноков, Ю.Н. Ориентация и кинематика вращения: кватернионные и четырехмерные матричные кососимметрические операторы, уравнения и алгоритмы / Ю.Н. Челноков // *Прикладная математика и механика*. – 2022. – Т. 86. – № 6. – С. 887–916.
55. Gaudenzi, R. Light-induced propulsion of graphene-on-grid sails in microgravity / R. Gaudenzi, D. Stefani, S.J. Cartamil-Bueno // *Acta Astronautica*. – 2020. – Vol. 174. – P.

- 204–210.
56. Kang, J. Flexible heliogyro solar sail under solar radiation pressure and gravitational force / J. Kang, K.C. Park // *Acta Astronautica*. – 2021. – Vol. 179. – P. 186–196.
  57. Wilkie, W.K. Recent advances in heliogyro solar sail structural dynamics, stability, and control research / W.K. Wilkie, J.E. Warren, L.G. Horta, K.H. Lyle, J.N. Juang, S.C. Gibbs, E.H. Dowell, D. V. Guerrant, D. Lawrence // *2nd AIAA Spacecraft Structures Conference*. – 2015.
  58. Ишков, С.А. Оптимизация замкнутых межпланетных перелетов Земля-Марс-Земля с малой тягой / С.А. Ишков, О.Л. Милокумова, В.В. Салмин // *Космические исследования*. – 1995. – Т. 33. – № 2. – С. 210–219.
  59. Коблик, В.В. Управляемые парусные перелеты на окоლოსолнечные орбиты при ограничениях на температуру солнечного паруса / В.В. Коблик, Е.Н. Поляхова, Л.Л. Соколов, А.С. Смирнов // *Космические исследования*. – 1996. – Т. 34. – № 6. – С. 618–625.
  60. Чернякина, И.В. Формирование программного управления космическим аппаратом с солнечным парусом с учётом температурных ограничений / И.В. Чернякина, О.Л. Старинова, М.А. Рожков // *Навигация и управление движением*. Самара: Самарский университет. – 2020. – С. 97–98.
  61. Chernyakina, I.V. Influence of temperature restrictions on the heliocentric motion controlling of a solar-sailing spacecraft / I.V. Chernyakina, M.A. Rozhkov, O.L. Starinova // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – 2020. – Vol. 984. – № 1.
  62. Golikov, A. V Temperature stabilization of the angular velocity measuring device / A. V Golikov, M.A. Barulina, E. V Pankratova, M. V Efremov // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – 2021. – Vol. 1155. – № 1. – P. 012046.
  63. Барулина, М.А. Обеспечение температурной стабильности блока измерителей линейного ускорения в условиях космического полёта / М.А. Барулина, А.В. Голиков, Д.М. Калихман, Л.Я. Калихман, Е.А. Депутатова, В.А. Туркин // *XXIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам*. Санкт-Петербург. – 2022. – С. 255–258.
  64. Хабибуллин, Р.М. Программа управления для некомпланарного гелиоцентрического перелёта к Венере космического аппарата с неидеально отражающим солнечным парусом / Р.М. Хабибуллин // *Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение*. – 2019. – Т. 18. – № 4.
  65. Kezerashvili, R.Y. Solar Sail: Materials and Space Environmental Effects / R.Y. Kezerashvili, M. Macdonald // *Advances in Solar Sailing*. – 2014. – P. 573–592.

66. Dachwald, B. Parametric model and optimal control of solar sails with optical degradation / B. Dachwald, G. Mengali, A.A. Quarta, M. Macdonald // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. – 2006. – Vol. 29. – № 5. – P. 1170–1178.
67. Королев, В.С. Комплексный подход к проблеме движения космического аппарата с солнечным парусом / В.С. Королев, Е.Н. Поляхова, И.Ю. Потоцкая // *Universum: технические науки*. – 2016. – № 10 (31). – С. 1–7.
68. Acord, J.D. Theoretical and Practical Aspects of Solar Pressure Attitude Control for Interplanetary Spacecraft / J.D. Acord, J.C. Nicklas // *Guidance and Control*. – 1964. – P. 73–101.
69. Forward, R.L. Grey solar sails / R.L. Forward // *Journal of the Astronautical Sciences*. – 1989. – Vol. 38. – № 2. – P. 161–185.
70. Wright, J.L. *Space sailing* / J.L. Wright. Gordon and Breach Science Publishers. – 1992. – 258 p.
71. Vulpetti, G. Aurora project: estimation of the optical sail parameters / G. Vulpetti, S. Scaglione // *Acta Astronautica*. – 1999. – Vol. 44. – № 2. – P. 123–132.
72. Matloff, G.L. The Interstellar Probe (ISP): Pre-Perihelion Trajectories and Application of Holography / G.L. Matloff, G. Vulpetti, C. Bangs, R. Haggerty, L. Johnson. – 2002.
73. Koblik, V. Solar sail near the Sun: Point-like and extended models of radiation source / V. Koblik, E. Polyakhova, L. Sokolov // *Advances in Space Research*. – 2011. – Vol. 48. – № 11. – P. 1717–1739.
74. Rios-Reyes, L. Generalized Model for Solar Sails / L. Rios-Reyes, D.J. Scheeres // *Journal of Spacecraft and Rockets*. – 2012. – Vol. 42. – № 1. – P. 182–185.
75. Kezerashvili, R.Y. Microscopic approach to analyze solar-sail space-environment effects / R.Y. Kezerashvili, G.L. Matloff // *Advances in Space Research*. – 2009. – Vol. 44. – № 7. – P. 859–869.
76. Vulpetti, G. Fast Solar Sailing / G. Vulpetti // *Fast Solar Sailing*. – 2013. – P. E1–E2.
77. Scaglione, S. Photon momentum change of quasi-smooth solar sails / S. Scaglione, G. Vulpetti, C. Circi, D. Zola // *JOSA*. – 2018. – Vol. 35. – № 8. – P. 1261–1271.
78. Pino, T. Wrinkling analysis for small solar-photon sails: An experimental and analytic approach for trajectory design / T. Pino, C. Circi, G. Vulpetti // *Advances in Space Research*. – 2019. – Vol. 63. – № 11. – P. 3675–3690.
79. Ono, G. Generalized Attitude Model for Momentum-Biased Solar Sail Spacecraft / G. Ono, Y. Tsuda, K. Akatsuka, T. Saiki, Y. Mimasu, N. Ogawa, F. Terui // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. – 2016. – Vol. 39. – № 7. – P. 1491–1500.
80. Ito, T. Active use of solar radiation pressure for angular momentum control of the

- PROCYON micro-spacecraft / T. Ito, S. Ikari, R. Funase, S. Sakai, Y. Kawakatsu, A. Tomiki, T. Inamori // *Acta Astronautica*. – 2018. – Vol. 152. – P. 299–309.
81. Чернякина, И.В. Программы локально-оптимального управления и траектории гелиоцентрических перелетов космического аппарата с солнечным парусом с учетом возмущений: дис. ... канд. тех. наук: 05.07.09 / Чернякина Ирина Владиславовна. – 2020. – 138 с.
82. Born, M. Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light / M. Born, E. Wolf. 6th ed. Elsevier. – 2013. – 836 p.
83. Polyanskiy, M.N. Refractive index database [Electronic resource] / M.N. Polyanskiy. URL: <https://refractiveindex.info> (accessed: 04.07.2022).
84. Laboratory for Atmospheric & Space Physics. LASP Interactive Solar Irradiance Datacenter (LISIRD) [Electronic resource] / Laboratory for Atmospheric & Space Physics. URL: <https://lasp.colorado.edu/lisird/> (accessed: 04.07.2022).
85. Dever, J.A. Space Environment Exposure of Polymer Films on the Materials International Space Station Experiment: Results from MISSE 1 and MISSE 2 / J.A. Dever, S.K. Miller, E.A. Sechkar, T.N. Wittberg // *High Performance Polymers*. – 2008. – Vol. 20. – № 4–5. – P. 371–387.
86. Рожков, М.А. Построение оптимальной траектории межпланетного перелета солнечного паруса с учетом деградации его отражающей пленки / М.А. Рожков, О.Л. Старинова // XLIV Академические чтения по космонавтике. Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2020. – Т. 1. – С. 265–266.
87. Рожков, М.А. Исследование траекторий движения солнечного паруса вблизи Солнца / М.А. Рожков, О.Л. Старинова // XLV Академические чтения по космонавтике. Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2021. – Т. 1. – С. 442–445.
88. Старинова, О.Л. Оптимизация гелиоцентрических перелётов космического аппарата с разнотипными электроракетными двигателями / О.Л. Старинова, А.А. Лобыкин, М.А. Рожков // *Космическая техника и технологии*. – 2023. – № 1 (40). – С. 94–104.
89. Старинова, О.Л. Свидетельство о праве на интеллектуальную собственность «Определение оптимального управления движением космического аппарата с электроракетной двигательной установкой, применяя принцип максимума Понтрягина» / О.Л. Старинова, Е.А. Сергаева, М.А. Рожков: pat. 2022617890. – 2022.
90. Старинова, О.Л. Свидетельство о праве на интеллектуальную собственность «Расчёт замкнутых траекторий космического аппарата с электроракетной двигательной установкой» / О.Л. Старинова, Е.А. Сергаева, М.А. Рожков: pat. 2022617889. – 2022.
91. McInnes, C.R. Solar sailing: technology, dynamics and mission applications / C.R.



- McInnes. Springer Berlin, Heidelberg. – 2004. – 296 p.
92. Vulpetti, G. Solar sails: A novel approach to interplanetary travel / G. Vulpetti, L. Johnson, G.L. Matloff. 2nd ed. Springer New York. – 2015. – 277 p.
  93. Белецкий, В.В. Анализ траекторий межпланетных полетов с двигателями постоянной мощности / В.В. Белецкий, В.А. Егоров, В.Г. Ершов // Космические исследования. – 1965. – Т. 3. – № 4. – С. 507–522.
  94. Жуков, А.Н. Вариационная задача о перелете между гелиоцентрическими круговыми орбитами с помощью солнечного паруса / А.Н. Жуков, В.Н. Лебедев // Космические исследования. – 1964. – Т. 2. – № 1. – С. 46–50.
  95. Старинова, О.Л. Расчет межпланетных перелетов космических аппаратов с малой тягой / О.Л. Старинова. Самара: Издательство Самарского научного центра РАН. – 2007. – 196 с.
  96. Максимов, Ю.Я. Алгоритмы линейного и дискретного программирования / Ю.Я. Максимов. Москва: МИФИ. – 1980. – 72 с.
  97. Ишков, С.А. Оптимизация и моделирование движения космического аппарата с солнечным парусом / С.А. Ишков, О.Л. Старинова // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2005. – Т. 7. – № 1.
  98. MacDonald, M. Advances in Solar Sailing / M. MacDonald. Springer Science & Business Media. – 2014. – 980 p.
  99. Rozhkov, M.A. Cyclic Interplanetary Motion of a Cargo Solar Sail / M.A. Rozhkov, O.L. Starinova // 6th International Symposium on Space Sailing (ISSS 2023). New York: City Tech. – 2023.
  100. Hughes, G.W. Small-Body Encounters Using Solar Sail Propulsion / G.W. Hughes, C.R. McInnes // Journal of Spacecraft and Rockets. – 2012. – Vol. 41. – № 1. – P. 140–150.
  101. Niccolai, L. Solar sail heliocentric transfers with a Q-law / L. Niccolai, A.A. Quarta, G. Mengali // Acta Astronautica. – 2021. – Vol. 188. – № July. – P. 352–361.
  102. Khabibullin, R.M. Control program for noncoplanar heliocentric flight to Venus of non-perfectly reflecting solar sail spacecraft / R.M. Khabibullin // VESTNIK of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering. – 2020. – Vol. 18. – № 4. – P. 117–128.
  103. Song, Y. Solar-sail trajectory design for multiple near-Earth asteroid exploration based on deep neural networks / Y. Song, S. Gong // Aerospace Science and Technology. – 2019. – Vol. 91. – P. 28–40.
  104. Woods, T.N. Solar Irradiance Reference Spectra (SIRS) for the 2008 Whole Heliosphere Interval (WHI) / T.N. Woods, P.C. Chamberlin, J.W. Harder, R.A. Hock, M. Snow, F.G.

- Eparvier, J. Fontenla, W.E. McClintock, E.C. Richard // *Geophysical Research Letters*. – 2009. – Vol. 36. – № 1. – P. 1–5.
105. Stern, W.M. Lasser cladding, alloying and melting / W.M. Stern // *The Industrial Laser Annual Handbook* / ed. Belforte D., Levitt M. – 1986. – P. 158–174.
106. JPL. Voyager mission status [Electronic resource] / JPL. URL: <https://voyager.jpl.nasa.gov/mission/status/> (accessed: 01.06.2023).
107. Sznajder, M. Design and performance of a vacuum-UV simulator for material testing under space conditions / M. Sznajder, T. Renger, A. Witzke, U. Geppert, R. Thornagel // *Advances in Space Research*. – 2013. – Vol. 52. – № 11. – P. 1993–2005.
108. Renger, T. The Complex Irradiation Facility at DLR-Bremen / T. Renger, M. Sznajder, A. Witzke, U.R.M.E. Geppert // *Advances in Solar Sailing*. – 2014. – P. 541–557.
109. Melnik, N. Light Pressure Measurement at DLR Bremen / N. Melnik, U. Geppert, B. Biering, F. Lura // *Advances in Solar Sailing*. – 2014. – P. 399–406.